

Odwracanie macierzy, obliczanie wyznacznika i wskaźnika uwarunkowania macierzy przy użyciu rozkładu LU

Tomasz Chwiej

7 marca 2018

Macierz A jest macierzą kwadratową o liczbie wierszy/kolumn równej 4. Elementy macierzy zdefiniowane są następująco:

$$a_{i,j} = \frac{1}{i+j+\delta} \quad (1)$$

gdzie: $\delta = 0$ dla NR, $\delta = 2$ dla GSL. Zadania do wykonania:

1. Znaleźć rozkład LU macierzy A przy użyciu procedury (NR lub **GSL** do wyboru):
 - **ludcmp(float A[n][n], int n, int indx[n], float &d)**,
gdzie: A - macierz, n - rozmiar macierzy, $indx$ - wektor permutacji wierszy, d - określa liczbę permutacji
Uwagi:
 - wektora $indx$ oraz zmiennej d nie inicjujemy
 - po wykonaniu rozkładu procedura nadpisze macierz A rozkładem LU
 - **int gsl_linalg_LU_decomp(gsl_matrix *a, gsl_permutation *p, int *signum)**
gdzie: A - macierz układu, p - wektor permutacji wierszy, $signum$ - określa parzystą lub nieparzystą liczbę permutacji
2. Zapisać do pliku: elementy diagonalne macierzy U oraz wyznacznik macierzy A
3. Znaleźć macierz odwrotną A^{-1} rozwiązując n układów równań z wektorami wyrazów wolnych:

$$b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad b_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Do rozwiązania układu proszę wykorzystać procedurę (jak poprzednio **NR** lub **GSL**):

- **lubksb(float LU[n][n], int n, int indx[n], float b[n])**
gdzie: LU - to rozkład LU (wpisany do macierzy A), b - aktualny wektor wyrazów wolnych
- **int gsl_linalg_LU_solve(gsl_matrix *A, gsl_permutation *p, gsl_vector *b, gsl_vector *x)**
gdzie: b to wektor wyrazów wolnych a x to wektor rozwiązań.

Macierz odwrotną zapisać do pliku

4. Obliczyć iloczyn AA^{-1} i zapisać do pliku. Element macierzowy dla iloczynu macierzy

$$C = A \cdot B \quad (3)$$

obliczamy następująco:

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^n A_{i,k} \cdot B_{k,j} \quad (4)$$

Czyli jest on **iloczynem skalarnym** i - tego wiersza A oraz j - tej kolumny B . Wszystkie elementy otrzymamy przechodząc po każdym elemencie macierzy C :

```

for (i=0; i<=n; i++){
    for (j=0; j<=n; j++){
        C[i][j]=0.; //zerujemy komorke w ktorej zapiszemy wartosc
        for (k=0; k<=n; k++)C[i][j]+=A[i][k]*B[k][j]; //iloczyn skalarny
    }
}

```

5. Obliczyć wskaźnik uwarunkowania macierzy korzystając z normy

$$\|A\|_{1,\infty} = \max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{i,j}| \quad (5)$$

i zapisać do pliku.

6. W sprawozdaniu proszę przedyskutować wyniki: 1) wpływ elementów diagonalnych macierzy U na wyznacznik A, 2) wielkość wskaźnika uwarunkowania macierzy A i powiązać go z wynikiem iloczynu AA^{-1}