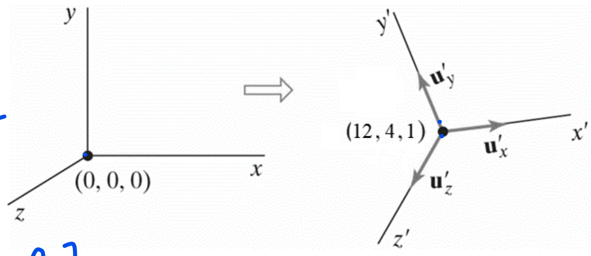
Adı Soyadı: 11.06.2024
Numarası:

BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
2023-2024 Bahar Dönemi
BMB3022 Bilgisayar Grafikleri
FİNAL SINAVI ÇÖZÜMLERİ

Süre: 90 dakika

Sınavda 9 adet klasik soru 75 dakika içerisinde cevaplanacaktır. Gerekirse hesap makinesi kullanılabilir.

1) Üç boyutta tanımlı O koordinat sistemindeki bir noktayı O' koordinat sistemine dönüştürecek ${}^{O'}T_O$ dönüşümünün bazı dönme ve kayma dönüşümlerinden oluştuğu bilinmektedir. O' koordinat sisteminin aşağıda verilen birim vektörleri kullanılarak ${}^{O'}T_O$ dönüşümü nasıl hesaplanır?
İpucu: Bu dönüşüm O' koordinat sisteminin x'-y'-z' eksenlerini O koordinat sisteminin x-y-z eksenlerine çakıştırarak bulunur.

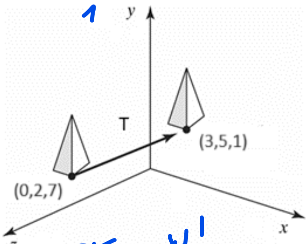


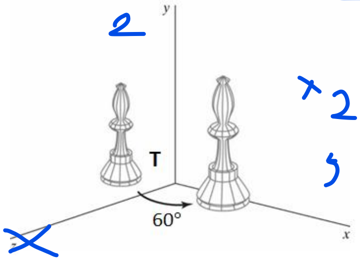
Dönme

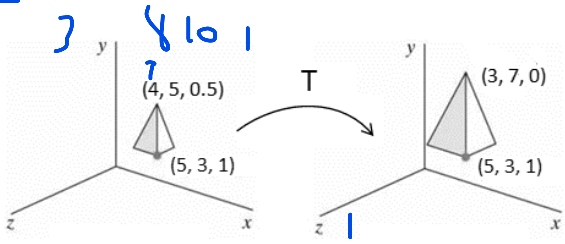
$$\begin{bmatrix} 0.98 & 0.15 & 0.09 & 0 \\ -0.17 & 0.85 & 0.49 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$u'_x = [0.98, 0.15, 0.09]$
$u'_y = [-0.17, 0.85, 0.49]$
$u'_z = [0, -0.5, 0.87]$

2) Şekillerdeki 3-B dönüşümleri ifade eden üç farklı T dönüşüm matrisini yazınız.

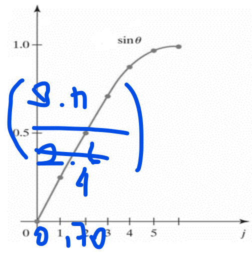






$$T_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.866 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.866 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3) Bir animasyon uygulamasında azalan ivmelenmeyi modelleyebilmek için animasyonun 7. saniyesi ve 8. saniyesinde oluşturulan iki anahtar çerçeve arasına sinθ fonksiyonuna göre 5 ara çerçeve örneklenecektir. Buna göre 3. ara çerçeve hangi açı değeri için kaçıncı saniyede oluşturulur?

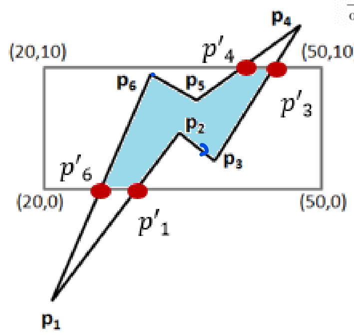


$$\sin\theta, \quad 0 < \theta < \pi/2$$

$$tB_j = t_1 + \Delta t[\sin(j\pi/(2(n+1)))], \quad j = 1,2,3,\ldots,n$$

$$tB_1 = 7 + 1 \times [\sin(\pi/12)] = 7.2588$$
$$tB_2 = 7 + 1 \times [\sin(2\pi/12)] = 7.5$$
$$\boldsymbol{tB_3 = 7 + 1 \times [\sin(3\pi/12)] = 7.7071}$$
$$tB_4 = 7 + 1 \times [\sin(4\pi/12)] = 7.8660$$
$$tB_5 = 7 + 1 \times [\sin(5\pi/12)] = 7.9659$$

4) Şekilde verilen poligonun Sutherland-Hodgman yöntemiyle kırpma penceresi sınırlarına göre kırpılması sonucunda oluşan yeni poligon noktalarını belirleyip kırpılmış poligonu çiziniz.
Not: Noktalar üzerinde saat yönünün tersine çalışınız. Yeni oluşan noktaları şekil üzerine çiziniz ve koordinatlarını hesapla**ma**yınız.



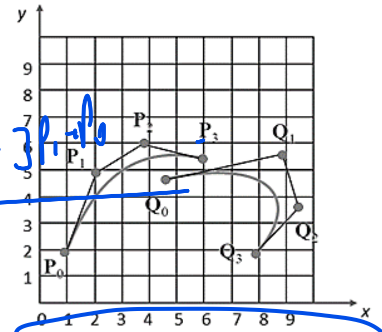
p_1	(21,-9)
p_2	(35,5)
p_3	(40,3)
p_4	(48,14)
p_5	(37,8)
p_6	(30,9)

Sol kırpıcı:	Sağ kırpıcı:	Alt kırpıcı:	Üst kırpıcı:
$p_1 \to p_2$ (iç-iç): p_2	$p_2 \to p_3$ (iç-iç): p_3	$p_3 \to p_4$ (iç-iç): p_4	$p_4 \to p_5$ (dış-iç): p'_4, p_5
$p_2 \to p_3$ (iç-iç): p_3	$p_3 \to p_4$ (iç-iç): p_4	$p_4 \to p_5$ (iç-iç): p_5	$p_5 \to p_6$ (iç-iç): p_6
$p_3 \to p_4$ (iç-iç): p_4	$p_4 \to p_5$ (iç-iç): p_5	$p_5 \to p_6$ (iç-iç): p_6	$p_6 \to p'_6$ (iç-iç): p'_6
$p_4 \to p_5$ (iç-iç): p_5	$p_5 \to p_6$ (iç-iç): p_6	$p_6 \to p_1$ (iç-dış): p'_6	$p'_6 \to p'_1$ (iç-iç): p'_1
$p_5 \to p_6$ (iç-iç): p_6	$p_6 \to p_1$ (iç-iç): p_1	$p_1 \to p_2$ (dış-iç): p'_1, p_2	$p'_1 \to p_2$ (iç-iç): p_2
$p_6 \to p_1$ (iç-iç): p_1	$p_1 \to p_2$ (iç-iç): p_2	$p_2 \to p_3$ (iç-iç): p_3	$p_2 \to p_3$ (iç-iç): p_3
			$p_3 \to p_4$ (iç-dış): p'_3

$(X-Y)^2$
$x^2 - 2xy + y^2$

$P_0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$
$Q_0 \quad 1 \quad 2 \quad 0$

5) Şekilde P ve Q Bézier kübik şerit parçaları ile P şeridini oluşturmada kullanılan kontrol noktalarının koordinatları verilmektedir. Buna göre P ve Q şerit parçaları arasında aşağıdaki süreklilikleri sağlamak için Q şeridinin kontrol noktalarının koordinatlarının nasıl güncellenmesi gerektiğini hesaplayınız.



$P_0 = (1, 2)$ $\quad P_2 = (4, 6)$
$P_1 = (2, 5)$ $\quad P_3 = (6, 5.5)$

P $\quad Q_1 = ✓ \quad Q_0 = ✓ \quad P_3 - 3P_2 + 3P_1 ...$

a. G_0 geometrik sürekliliği

$P_3 = Q_0 = (6, 5.5)$

b. C_1 parametrik sürekliliği

(6, 5.5) - (4, 6) = (2, - 0.5)

$3.(P_3 - P_2) = 3.(Q_1 - Q_0) = (2, -0.5) \rightarrow Q_1 = (8, 5)$ $\quad Q_2$

c. C_2 parametrik sürekliliği

(6, 5.5) - (4, 6) = (2, - 0.5); (4, 6)- (2, 5) = (2, 1) →(2, - 0.5) - (2, 1) = (0, - 1.5)

(4, 6)- (2, 5) = (2, 1); (2, 5) - (1, 2) = (1, 3) →(2, 1) - (1, 3) = (1, - 2)

$6.(P_3 - 2P_2 + P_1) = 6.(Q_2 - 2Q_1 + Q_0) = (0, -1.5) \rightarrow Q_2 + (-16, -10) + (6, 5.5) \rightarrow Q_2 = (10, 3)$

6) Önceki soruda verilen şekilde P Bézier kübik şerit parçasının taban fonksiyonları ile temsili ve matris formunda temsili sırasıyla aşağıdaki fonksiyonlara göre verilmektedir.

$$\boldsymbol{P}(u) = (1-u)^3\boldsymbol{P_0} + 3u(1-u)^2\boldsymbol{P_1} + 3u^2(1-u)\boldsymbol{P_2} + u^3\boldsymbol{P_3}$$

$$\boldsymbol{P}(u) = \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{M_{şerit}} \times \boldsymbol{M_{geom}}$$

a. Fonksiyonun matris formunda temsili için kullanılacak **U** üssü parametreler vektörü, **M**$_{\textbf{şerit}}$ şerit taban matrisi ve **M**$_{\textbf{geom}}$ geometrik kısıtlar matrisi elemanlarını yazınız.

$$\boldsymbol{P(u)} = [\boldsymbol{u^3} \quad \boldsymbol{u^2} \quad \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{1}] \times \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 6 & 5.5 & 0 \end{bmatrix}$$

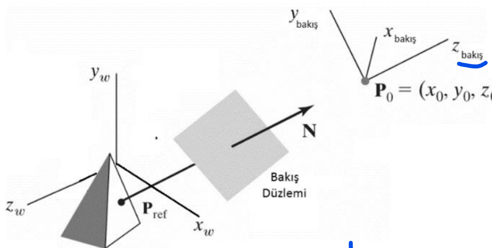
$$\boldsymbol{P(u)} = [\boldsymbol{(1-u)^3} \quad \boldsymbol{3u(1-u)^2} \quad \boldsymbol{3u^2(1-u)} \quad \boldsymbol{u^3}] \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 6 & 5.5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{(1-u)^3 + 6u(1-u)^2 + 12u^2(1-u) + 6u^3} \\ \boldsymbol{2(1-u)^3 + 15u(1-u)^2 + 18u^2(1-u) + 5.5u^3} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^T$$

b. u=0.5 değeri için üretilen ara şerit noktası koordinatını hesaplayınız.

$$\boldsymbol{u = 0.5 \rightarrow P(u)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{(0.5^3) + 6(0.5^3) + 12(0.5^3) + 6.(0.5^3)} \\ \boldsymbol{2(0.5^3) + 15(0.5^3) + 18(0.5^3) + 5.5.(0.5^3)} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1/8 + 6/8 + 12/8 + 6/8} \\ \boldsymbol{2/8 + 15/8 + 18/8 + 5.5/8} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{25/8} \\ \boldsymbol{40.5/8} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \boldsymbol{3.125} \\ \boldsymbol{5.0625} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}^T$$

7) Üç boyutta bakış sürecine ilişkin verilmiş olan şekilde, dünya koordinat çerçevesinde P_0 = (3, 4,-2) noktasından P_{ref} = (-1, 0, 2) noktasına bakan bir kamera için dünya koordinatlarından bakış koordinatlarına çevrimi sağlayacak ^{VC}**M**$_{WC}$ dönüşüm hangi matris çarpımı ile hesaplanır? **Not:** Üst bakış vektörünün y ekseni ile hizalı olduğunu varsayarak V = (0, 1, 0) alınız.



(4 4 -4)

||N||

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{P_0} - \boldsymbol{P_{ref}} = (3-(-1), 4-0, -2-2) = (4, 4, -4)$$

$$\|\boldsymbol{N}\| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{3} = 6.9282 \rightarrow \boldsymbol{z_{bakış}}$$
$$= (0.5774, 0.5774, -0.5774)$$

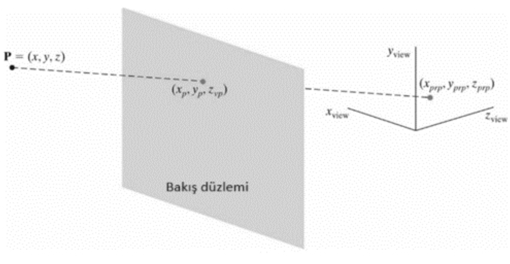
X = $\quad$ i j k

$$\boldsymbol{x_{bakış}} = \frac{\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{z}}{\|\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{z}\|} = \frac{(-0.5774, 0, -0.5774)}{0.8166} = (-0.7071, 0, -0.7071)$$

$$\boldsymbol{y_{bakış}} = \boldsymbol{z_{bakış}} \times \boldsymbol{x_{bakış}} = (0.5774, 0.5774, -0.5774) \times (-0.7071, 0, -0.7071)$$
$$= (-0.4083, 0.8166, 0.4083)$$

i j k

8) Dünya koordinat çerçevesindeki koordinatı P = (50,-30,-40) olan noktanın, bakış koordinat sistemine göre z_{view} koordinatı z_{vp} = -5 olan bakış düzlemine projeksiyonu alınacaktır. Buna göre P noktasının bakış düzlemine,



a. ortogonal projeksiyonu alındığında projekte edilmiş nokta koordinatı P_p nedir?

P_p = (50,-30,-5)

b. perspektif projeksiyonu alındığında projekte edilmiş nokta koordinatı P_p nedir? **Not:** Projeksiyon referans noktasını $(x_{prp}, y_{prp}, z_{prp})$ = (0, 0, 0) olarak alınız.

$P_p = (50.\frac{-5}{-40}, -30.\frac{-5}{-40}, -5) = (6.25, 3.75, -5)$