

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
2021-2022 Bahar Dönemi
BMB 3013 Bilgisayar Grafikleri
VİZE SINAVI ÇÖZÜMÜ

Süre: 90 dakika

- 1) Aşağıdaki ifadelerin doğru mu yanlış mı olduğunu işaretleyip yanlış ise bir cümleyle gerekçenizi yazınız. (12 puan)
- a) Doğru/Yanlış: Üç boyutlu modellerden iki boyutlu modeller oluşturmaya tarama (rastering) denir. **görselleme (rendering) denir.**
- b) Doğru/Yanlış: Üç boyutlu bir ağ temsili noktalar ve bu noktaların oluşturduğu yüzeylerle tanımlanır.
- c) Doğru/Yanlış: Hayali bir kamera ile dünyaya farklı bir bakış açısıyla bakıldığında elde edilen koordinatlara dünya koordinatı denir. **bakış koordinatı denir.**
- d) Doğru/Yanlış: İki boyuta izdüşümü alındıktan sonra ekrana taşınan bir üç boyutlu model artık cihaz koordinatında temsil edilir.
- e) Doğru/Yanlış: Grafik kütüphaneleri farklı donanımlar üzerinde aynı yazılımın çalışmasını sağlayan standartlaşmış yazılımlardır.
- f) Doğru/Yanlış: Çember denklemini kullanarak bir çemberi çizdirmek, orta nokta çember çizim algoritmasını kullanarak aynı çemberi çizdirmekten daha etkin şekilde grafik çizim sahasını kullanır. **çember çizim algoritması çember çevresinde her bir x değerine karşılık bir y değeri belirleyebilir.**
- g) Doğru/Yanlış: Bir noktanın konveks bir poligonun içinde mi yoksa dışında mı olduğunu anlamak için noktayı bulunduran tarama hattı boyunca poligon sınırı geçişlerinin sayısının çift olup olmadığına bakılır.
- h) Doğru/Yanlış: Her (R-G-B) renk kanalı için 3-bit derinlik kullanan bir sistemde beyaz renk (7,7,7) ile ifade edilir.
- i) Doğru/Yanlış: Ekran koordinatlarında varsayılanda gösterim penceresinin sol üst köşesi orijin olarak kabul edilir. **gösterim penceresinin sol alt köşesi orijin olarak kabul edilir.**
- j) Doğru/Yanlış: Grafik görüntüsünün saklandığı ve ekran görüntüsünü güncellemekte kullanılan iki boyutlu özel dizi derinlik tamponu olarak adlandırılır. **çerçeve tamponu olarak adlandırılır.**
- k) Doğru/Yanlış: Sağ ve sol el düzeninde başparmağın yönü pozitif z eksenini temsil eder.
- l) Doğru/Yanlış: Grafik görüntüsü içerisindeki zamana bağlı değişiklikleri izleyiciye fark ettirmeden çizdirebilmek için iki ayrı çerçeve tamponu kullanılır.

2) Şekilde verilen poligon için aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

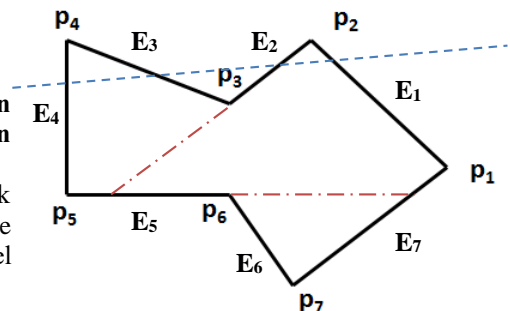
a) Poligon konveks mi yoksa konkav mıdır? Neden?
Konkavdır. Poligon üzerine çizilen rasgele doğrulardan bazıları poligonu 2'den fazla noktada kesmektedir. Örneğin mavi kesikli doğru.

b) Poligon noktaları üzerinde saat yönünün tersi yönde çalışarak vektörel çarpım yöntemiyle konveks-konkav poligon belirleme testini uygulayınız. Her iki nokta arasındaki kenar için vektörel çarpım yönünü ifade eden bir işaret belirleyiniz.

$$\begin{array}{llll} \mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2 = + & \mathbf{E}_2 \times \mathbf{E}_3 = - & \mathbf{E}_3 \times \mathbf{E}_4 = + & \\ \mathbf{E}_4 \times \mathbf{E}_5 = + & \mathbf{E}_5 \times \mathbf{E}_6 = - & \mathbf{E}_6 \times \mathbf{E}_7 = + & \mathbf{E}_7 \times \mathbf{E}_1 = + \end{array}$$

c) Belirlediğiniz işaretlere göre poligonu alt konveks poligonlarla ifade etmek için üzerinde bölme yapmak gerekir mi? Gerekirse poligonun nasıl bölüneceğini çizin. **(8 puan)**

Evet. Kenarlar arası vektörel çarpımın eksi olduğu p5-p6 ve p2-p3 yönündeki kırmızı kesikli çizgiler ile gösterilen doğrularla bölünmelidir.



- 3) Şekildeki P, Q ve R noktaları ile bunlar arasında tanımlı \vec{v}_{PQ} ve \vec{v}_{PR} vektörleri için aşağıdaki soruları cevaplayınız. (10 puan)

- a) \vec{v}_{PQ} ve \vec{v}_{PR} vektörlerini hesaplayınız.

$$\vec{v}_{PQ} = (5 + 3, 3 - 7, 0 - 0) = (8, -4, 0),$$

$$\vec{v}_{PR} = (-1 + 3, -1 - 7, 0 - 0) = (2, -8, 0)$$

- b) \vec{v}_{PQ} vektörü doğrultusundaki herhangi bir noktayı P ve Q noktaları ile tanımlayınız.

$$\vec{v}_{PQ} \text{ üzerinde bir nokta } (1 - u)P + uQ = (1 - u)(-3, 7, 0) + u(5, 3, 0)$$

- c) \vec{v}_{PQ} vektörü doğrultusunda $u=0.1$ ile hesaplanan nokta koordinatını belirleyiniz.

$$u = 0.1 \Rightarrow (0.9)(-3, 7, 0) + 0.1(5, 3, 0) = (-2.7 + 0.5, 6.3 + 0.3, 0 + 0) = (-2.2, 6.6, 0)$$

- d) \vec{v}_{PQ} vektörünün uzunluğunu hesaplayınız.

$$|\vec{v}_{PQ}| = \sqrt{8^2 + (-4)^2 + 0^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

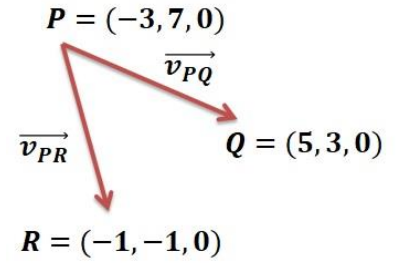
- e) \vec{v}_{PQ} ve \vec{v}_{PR} vektörlerinin nokta çarpımını hesaplayınız.

$$\vec{v}_{PQ} \cdot \vec{v}_{PR} = (8.2 + (-4).(-8) + 0.0) = 16 + 32 = 48$$

- f) \vec{v}_{PQ} ve \vec{v}_{PR} vektörlerinin vektörel çarpımını hesaplayınız.

$$\vec{v}_{PQ} \times \vec{v}_{PR} = (8, -4, 0) = ((-4.0) - (-8.0), -((8.0) - (2.0)), (8.8) - (2.4)) = (0, 0, -56)$$

$$(2, -8, 0)$$



- 4) Şekilde verilen doğru için Bresenham algoritmasına göre $x=3$ konumunda çizdirilecek y piksel koordinatına nasıl karar verileceğini açıklayıp bu adımda dünyaya atılacak (x,y) koordinatını yazınız. (5 puan)

$$y = m(x_k + 1) + b$$

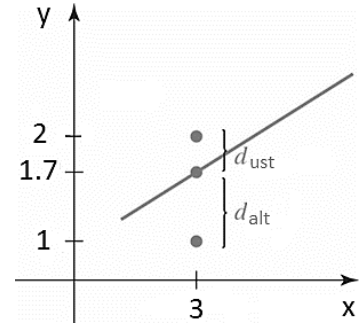
$$d_{\text{lower}} = y - y_k = m(x_k + 1) + b - y_k = 1.7 - 1 = 0.7$$

$$d_{\text{upper}} = y_k + 1 - y = y_k + 1 - m(x_k + 1) - b = 2 - 1.7 = 0.3$$

$$d_{\text{lower}} - d_{\text{upper}} = 2m(x_k + 1) - 2y_k - 1 + 2b = 0.7 - 0.3 = 0.4$$

$$d_{\text{lower}} - d_{\text{upper}} > 0 \text{ olduğundan } y_k + 1 \text{ doğruya daha yakındır.}$$

Dolayısıyla (3,2) noktası dünyaya atılır.



- 5) Orta nokta çember çizim algoritması ile $(0,0)$ merkezli ve $r=7$ yarıçaplı çemberin ilk sekizlikteki nokta koordinatları kümesini her adımda aşağıdaki gibi hesaplanacak karar parametrelerine göre belirleyiniz. (10 puan)

$$p_0 \approx 1 - r \quad p_k < 0 \rightarrow p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1$$

$$p_k \geq 0 \rightarrow p_{k+1} = p_k + 2x_{k+1} + 1 - 2y_{k+1}$$

$$(0, 7)$$

$$p_0 = 1 - 7 = -6$$

$$(1, 7)$$

$$p_1 = -6 + 2 \cdot 1 + 1 = -3$$

$$(2, 7)$$

$$p_2 = -3 + 2 \cdot 2 + 1 = +2$$

$$(3, 6)$$

$$p_3 = 2 + 2 \cdot 3 + 1 - 2 \cdot 6 = -3$$

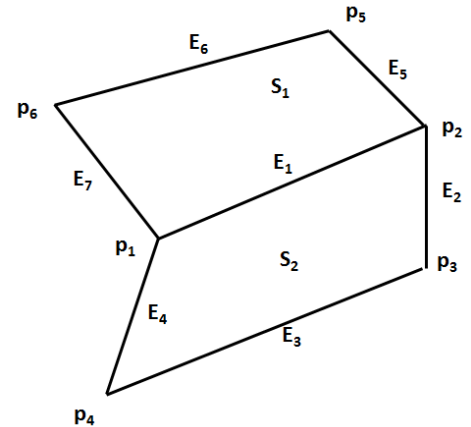
$$(4, 6)$$

$$p_4 = -3 + 2 \cdot 4 + 1 = 6$$

$$(5, 5)$$

- 6) Şekilde verilen poligonları GL_QUADS sabitiyle çizdirecek OpenGL kod parçasını yazınız. Poligonların nokta bilgisinin tutulduğu tablodan yararlanıp indekslerle kenar ve yüzey tablolarını doldurunuz. (10 puan)

OpenGL kod parçası		Nokta Tablosu	
glBegin (GL_QUADS); glVertex2fv(p1); glVertex2fv (p4); glVertex2fv (p3); glVertex2fv (p2); glVertex2fv(p1); glVertex2fv (p2); glVertex2fv (p5); glVertex2fv (p6); glEnd();		0	p1
		1	p2
		2	p3
		3	p4
		4	p5
		5	p6
Kenar Tablosu		Yüzey Tablosu	
0	1, 0 - E ₁	0	0, 4, 5, 6 S ₁
1	2, 1 - E ₂		
2	3, 2 - E ₃		
3	0, 3 - E ₄	1	0, 3, 2, 1 S ₂
4	1, 4 - E ₅		
5	4, 5 - E ₆		
6	5, 0 - E ₇		



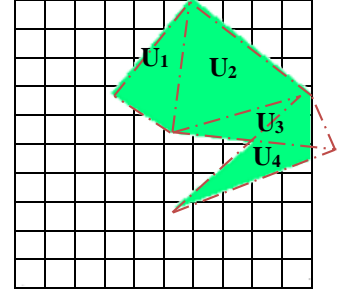
Kırmızı renkli ifadeler sadece bilgi mahiyetinde olup tabloda

7) Aşağıdaki OpenGL kod parçaları ile ilgili soruları cevaplayınız.

(20 puan)

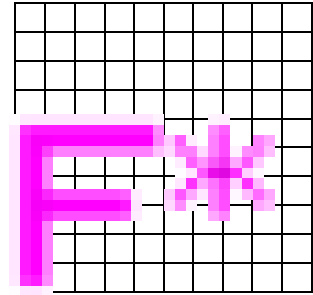
- a) Koordinat sınırları (0,0) ve (150,150) olarak belirlenen sağdaki boş 2-B dünyada aşağıda verilen kod parçasının üreteceği görseli gerekli açıklamaları ekleyerek çiziniz. Her bir kutucuğu koordinat sınırlarına göre eş boyutlu olacak şekilde değerlendiriniz.

```
glBegin(GL_TRIANGLE_STRIP);  
glColor3f(0.0f, 1.0f, 0.5f);  
glVertex2i(50, 100);  
glVertex2i(90, 150);  
glVertex2i(80, 80);  
glVertex2i(150, 100);  
glVertex2i(160, 70);  
glVertex2i(80, 40);  
glEnd();
```



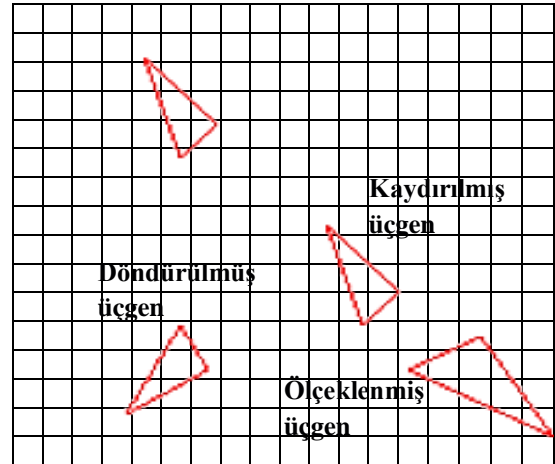
- b) Koordinat sınırları (0,0) ve (20,20) olarak belirlenen sağdaki boş 2-B dünyada aşağıda verilen kod parçasının üreteceği görseli gerekli açıklamaları ekleyerek çiziniz.

```
glColor3f(1.0, 0, 1.0);  
GLubyte bitShape[24] = { 0xc0, 0x00, 0xc0, 0x00, 0xc0, 0x00,  
                          0xc0, 0x00, 0xc0, 0x00, 0xff, 0x00,  
                          0xff, 0x00, 0xc0, 0x00, 0xc0, 0x00,  
                          0xc0, 0x00, 0xff, 0xc0, 0xff, 0xc0};  
glPixelStorei(GL_UNPACK_ALIGNMENT, 1);  
glRasterPos2i(0, 0);  
glBitmap(10, 12, 0.0, 0.0, 10.0, 4.0, bitShape);  
glutBitmapCharacter(GLUT_BITMAP_9_BY_15, '*');
```



- c) Koordinat sınırları (-30,-20) ve (30,20) olarak belirlenen sağdaki 2-B dünyada bir üçgen, köşe nokta koordinatları (-11, 8), (-7, 11) ve (-15, 17) ile çizdirilmiştir. Bu köşe noktalarına kayma, ölçekleme ve dönme dönüşümleri ayrı ayrı uygulanmakta ve dönüştürülmüş üçgenler çizdirilmektedir. Buna göre kod parçasının üreteceği üçgen görsellerini gerekli açıklamaları ekleyerek çiziniz. **Not:** glLoadIdentity() fonksiyonu dönüşüm matrisleri yığınınına sadece birim matris atadığından önceki dönüşümlerin çizdirilecek noktalar üzerindeki etkisini ortadan kaldırır.

```
cizUcgen();  
glTranslatef(20.0, -15.0, 0.0);  
cizUcgen();  
glLoadIdentity();  
glScalef(-2.0, -1.0, 1.0);  
cizUcgen();  
glLoadIdentity();  
glRotatef(90.0, 0.0, 0.0, 1.0);  
cizUcgen();
```

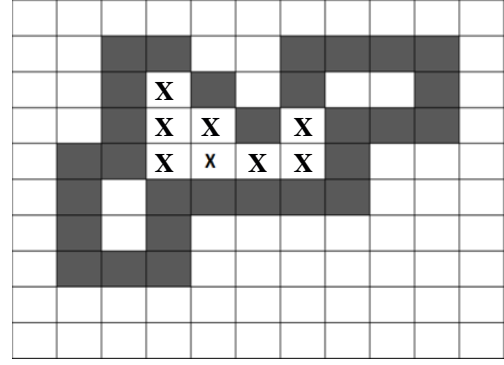


- d) main içerisinde glutKeyboardFunc olarak tanımlı klavyeFonk için şekilde verilen kod parçası hangi işi gerçekleştirmektedir?

```
void klavyeFonk(GLubyte t, GLint x, GLint y)  
{  
    switch (t){  
        case 'R':  
            glLineWidth(kalinlik++);  
            glRecti(x,y,x+100,y+50);  
            break;  
        default:  
            break;  
    }  
    glFlush();  
}
```

Klavyeden her R karakteri girildiğinde mevcut kalınlığı bir arttırıp farenin x,y koordinatına 100 eninde ve 50 boyunda bir dikdörtgen çizer.

- 8) Sınırları şekilde verildiği gibi çizilmiş olan bir poligonun iç kısmını kırmızı renge boyamak için bölge doldurma algoritması çalıştırılacaktır. Algoritma 4-bağlı komşuluk ile X koordinatından başladığında doldurma süreci sonunda hangi piksellerin boyanmış olacağını gösteriniz. Algoritmanın etkin bir boyama gerçekleştirebilmesi için bir çözüm öneriniz. (5 puan)



Aynı satırda boyama algoritması 4 komşuluğa göre değil de 8 komşuluğa göre çalışırsa poligonun iç kısmı tamamen boyanabilir.

- 9) Taban fonksiyonları ile tanımlanmış olan kübik bir Bezier eğrisi fonksiyonu şekilde verilen kontrol noktalarına uydurulacaktır. Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. (10 puan)

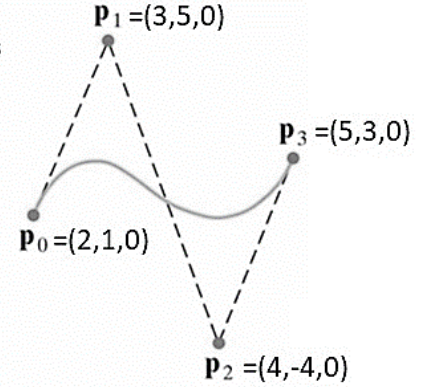
$$P(u) = (1-u)^3 P_0 + 3u(1-u)^2 P_1 + 3u^2(1-u) P_2 + u^3 P_3$$

$$P(u) = U \times M_{spline} \times M_{geom}$$

- a) Fonksiyonun matris formunda temsili için kullanılacak U üssü parametreler vektörü, M_{spline} şerit taban matrisi ve M_{geom} kısıtlar matrisi elemanlarını yazınız.

$$P(u) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & -4 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(u) = \begin{bmatrix} (1-u)^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & u^3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & -4 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1-u)^3 + 9u(1-u)^2 + 12u^2(1-u) + 5u^3 \\ (1-u)^3 + 15u(1-u)^2 - 12u^2(1-u) + 3u^3 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$



- b) $P(u)$ fonksiyonuna göre $u=0.5$ değeri için üretilecek ara şerit noktası koordinatını hesaplayınız.

$$u = 0.5 \rightarrow P(u) = \begin{bmatrix} 2(0.5^3) + 9(0.5^2) + 12(0.5) + 5 \\ (0.5^3) + 15(0.5^2) - 12(0.5) + 3 \\ 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2/8 + 9/8 + 12/8 + 5/8 \\ 1/8 + 15/8 - 12/8 + 3/8 \\ 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 28/8 \\ 7/8 \\ 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3.5 \\ 0.875 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

- c) Kontrol noktalarına göre üretilen şeridin C^0 , C^1 ve C^2 parametrik süreklilikleri sağlanacak şekilde başka bir şeritle birleştirilmesi için ikinci şeritte kullanımı uygun olacak p_0 , p_1 ve p_2 kontrol noktalarını belirleyiniz.

C^0 sürekliliği için $p_0 = (5, 3, 0)$

C^1 sürekliliği için $p_1 - p_0 = (5, 3, 0) - (4, -4, 0) = (5, 3, 0) + (1, 7, 0) = (6, 10, 0)$

C^2 sürekliliği için $(p_2 - p_1) - (p_1 - p_0) = [(5, 3, 0) - (4, -4, 0)] - [(4, -4, 0) - (3, 5, 0)]$

$\rightarrow p_2 - 2p_1 + p_0 = (1, 7, 0) - (1, -9, 0) \rightarrow p_2 - 2 \cdot (6, 10, 0) + (5, 3, 0) = (0, 16, 0)$

$\rightarrow p_2 + (-12, -20, 0) + (5, 3, 0) = (0, 16, 0) \rightarrow p_2 + (-7, -17, 0) = (0, 16, 0) \rightarrow p_2 = (0, 16, 0) - (-7, -17, 0)$

$\rightarrow p_2 = (7, 33, 0)$

- 10) Denklemi $7x+5y+2z+3$ olarak bilinen bir yüzey için $(-2, 1, 3)$, $(5, -4, 2)$ ve $(-3, 1, 2)$ noktalarının yüzeye nazaran konumlarını belirleyiniz. Bu yüzeyin normali olan vektörün Kartezyen koordinatlarını yazınız. (10 puan)

$$(-2, 1, 3) \rightarrow 7 \cdot (-2) + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 = 0 \text{ yüzeyde}$$

$$(5, -4, 2) \rightarrow 7 \cdot 5 + 5 \cdot (-4) + 2 \cdot 2 + 3 = 22 \text{ yüzeyin önünde}$$

$$(-3, 1, 2) \rightarrow 7 \cdot (-3) + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 = -9 \text{ yüzeyin arkasında}$$

$$N=(A, B, C) = (7, 5, 2)$$