

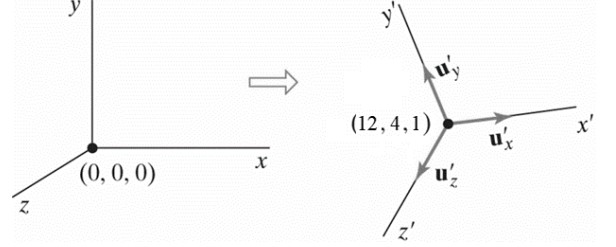
BURSA ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
2023-2024 Bahar Dönemi
BMB3022 Bilgisayar Grafikleri
FİNAL SINAVI ÇÖZÜMLERİ

Süre: 90 dakika

Sınavda 9 adet klasik soru 75 dakika içerisinde cevaplanacaktır. Gerekirse hesap makinesi kullanılabilir.

- 1) Üç boyutta tanımlı O koordinat sistemindeki bir noktayı O' koordinat sistemine dönüştürecek ${}^O T_{O'}$ dönüşümünün bazı dönme ve kayma dönüşümlerinden oluştuğu bilinmektedir. O' koordinat sisteminin aşağıda verilen birim vektörleri kullanılarak ${}^O T_{O'}$ dönüşümü nasıl hesaplanır?

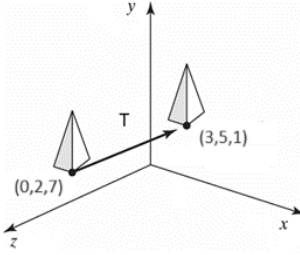
İpucu: Bu dönüşüm O' koordinat sisteminin x'-y'-z' eksenlerini O koordinat sisteminin x-y-z eksenlerine çakıştırarak bulunur.



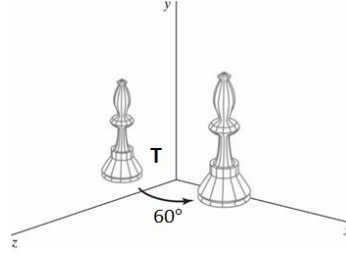
$$\begin{bmatrix} 0.98 & 0.15 & 0.09 & 0 \\ -0.17 & 0.85 & 0.49 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} u'_x &= [0.98, 0.15, 0.09] \\ u'_y &= [-0.17, 0.85, 0.49] \\ u'_z &= [0, -0.5, 0.87] \end{aligned}$$

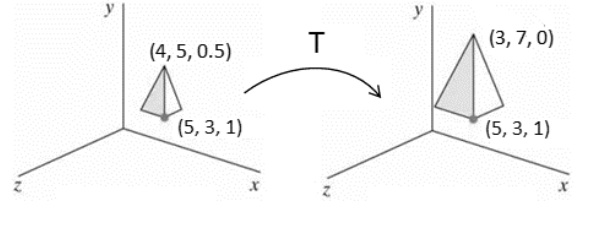
- 2) Şekillerdeki 3-B dönüşümleri ifade eden üç farklı T dönüşüm matrisini yazınız.



$$T = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.866 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.866 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 3) Bir animasyon uygulamasında azalan ivmelenmeyi modelleyebilmek için animasyonun 7. saniyesi ve 8. saniyesinde oluşturulan iki anahtar çerçeve arasında $\sin\theta$ fonksiyonuna göre 5 ara çerçeve örneklenecektir. Buna göre 3. ara çerçeve hangi açı değeri için kaçınıcı saniyede oluşturulur?

$$\sin\theta, \quad 0 < \theta < \pi/2$$

$$tB_j = t_1 + \Delta t[\sin(j\pi/(2(n+1)))], \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

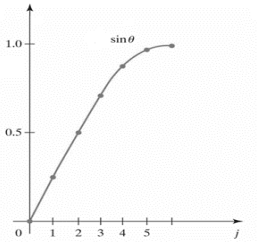
$$tB_1 = 7 + 1 \times [\sin(\pi/12)] = 7.2588$$

$$tB_2 = 7 + 1 \times [\sin(2\pi/12)] = 7.5$$

$$tB_3 = 7 + 1 \times [\sin(3\pi/12)] = 7.7071$$

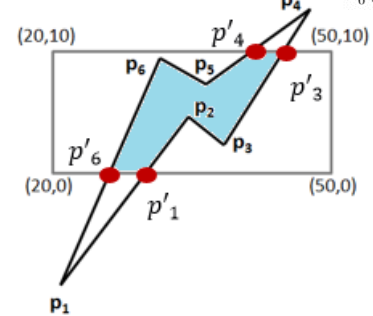
$$tB_4 = 7 + 1 \times [\sin(4\pi/12)] = 7.8660$$

$$tB_5 = 7 + 1 \times [\sin(5\pi/12)] = 7.9659$$



- 4) Şekilde verilen poligonun Sutherland-Hodgman yöntemiyle kırpma penceresi sınırlarına göre kırılması sonucunda oluşan yeni poligon noktalarını belirleyip kırılmış poligonu çiziniz.

Not: Noktalar üzerinde saat yönünün tersine çalışınız. Yeni oluşan noktaları şekil üzerine çiziniz ve koordinatlarını hesaplayınız.



p ₁	(21,-9)
p ₂	(35,5)
p ₃	(40,3)
p ₄	(48,14)
p ₅	(37,8)
p ₆	(30,9)

<p>Sol kırpıcı:</p> <p>p₁ → p₂ (iç-iç): p₂</p> <p>p₂ → p₃ (iç-iç): p₃</p> <p>p₃ → p₄ (iç-iç): p₄</p> <p>p₄ → p₅ (iç-iç): p₅</p> <p>p₅ → p₆ (iç-iç): p₆</p> <p>p₆ → p₁ (iç-iç): p₁</p>	<p>Sağ kırpıcı:</p> <p>p₂ → p₃ (iç-iç): p₃</p> <p>p₃ → p₄ (iç-iç): p₄</p> <p>p₄ → p₅ (iç-iç): p₅</p> <p>p₅ → p₆ (iç-iç): p₆</p> <p>p₆ → p₁ (iç-iç): p₁</p> <p>p₁ → p₂ (iç-iç): p₂</p>	<p>Alt kırpıcı:</p> <p>p₃ → p₄ (iç-iç): p₄</p> <p>p₄ → p₅ (iç-iç): p₅</p> <p>p₅ → p₆ (iç-iç): p₆</p> <p>p₆ → p₁ (iç-dış): p'₆</p> <p>p₁ → p₂ (dış-iç): p'₁, p₂</p> <p>p₂ → p₃ (iç-iç): p₃</p>	<p>Üst kırpıcı:</p> <p>p₄ → p₅ (dış-iç): p'₄, p₅</p> <p>p₅ → p₆ (iç-iç): p₆</p> <p>p₆ → p'₆ (iç-iç): p'₆</p> <p>p'₆ → p'₁ (iç-iç): p'₁</p> <p>p'₁ → p₂ (iç-iç): p₂</p> <p>p₂ → p₃ (iç-iç): p₃</p> <p>p₃ → p₄ (iç-dış): p'₃</p>
--	--	---	---

- 5) Şekilde P ve Q Bézier kübik şerit parçaları ile P şeridini oluşturmada kullanılan kontrol noktalarının koordinatları verilmektedir. Buna göre P ve Q şerit parçaları arasında aşağıdaki süreklilikleri sağlamak için Q şeridinin kontrol noktalarının koordinatlarının nasıl güncellenmesi gerektiğini hesaplayınız.

a. G_0 geometrik sürekliliği

$$P_3 = Q_0 = (6, 5.5)$$

b. C_1 parametrik sürekliliği

$$(6, 5.5) - (4, 6) = (2, -0.5)$$

$$3.(P_3 - P_2) = 3.(Q_1 - Q_0) = (2, -0.5) \rightarrow Q_1 = (8, 5)$$

c. C_2 parametrik sürekliliği

$$(6, 5.5) - (4, 6) = (2, -0.5); (4, 6) - (2, 5) = (2, 1) \rightarrow (2, -0.5) - (2, 1) = (0, -1.5)$$

$$(4, 6) - (2, 5) = (2, 1); (2, 5) - (1, 2) = (1, 3) \rightarrow (2, 1) - (1, 3) = (1, -2)$$

$$6.(P_3 - 2P_2 + P_1) = 6.(Q_2 - 2Q_1 + Q_0) = (0, -1.5) \rightarrow Q_2 = (-16, -10) + (6, 5.5) \rightarrow Q_2 = (10, 3)$$

- 6) Önceki soruda verilen şekilde P Bézier kübik şerit parçasının taban fonksiyonları ile temsili ve matris formunda temsili sırasıyla aşağıdaki fonksiyonlara göre verilmektedir.

$$P(u) = (1-u)^3 P_0 + 3u(1-u)^2 P_1 + 3u^2(1-u) P_2 + u^3 P_3$$

$$P(u) = U \times M_{\text{şerit}} \times M_{\text{geom}}$$

- a. Fonksiyonun matris formunda temsili için kullanılacak U üssü parametreler vektörü, $M_{\text{şerit}}$ şerit taban matrisi ve M_{geom} geometrik kısıtlar matrisi elemanlarını yazınız.

$$P(u) = [u^3 \quad u^2 \quad u \quad 1] \times \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 6 & 5.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(u) = [(1-u)^3 \quad 3u(1-u)^2 \quad 3u^2(1-u) \quad u^3] \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 6 & 5.5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-u)^3 + 6u(1-u)^2 + 12u^2(1-u) + 6u^3 \\ 2(1-u)^3 + 15u(1-u)^2 + 18u^2(1-u) + 5.5u^3 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

- b. $u=0.5$ değeri için üretilen ara şerit noktası koordinatını hesaplayınız.

$$u = 0.5 \rightarrow P(u) = \begin{bmatrix} (0.5^3) + 6(0.5^3) + 12(0.5^3) + 6.(0.5^3) \\ 2(0.5^3) + 15(0.5^3) + 18(0.5^3) + 5.5.(0.5^3) \\ 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1/8 + 6/8 + 12/8 + 6/8 \\ 2/8 + 15/8 + 18/8 + 5.5/8 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 25/8 \\ 40.5/8 \\ 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 3.125 \\ 5.0625 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

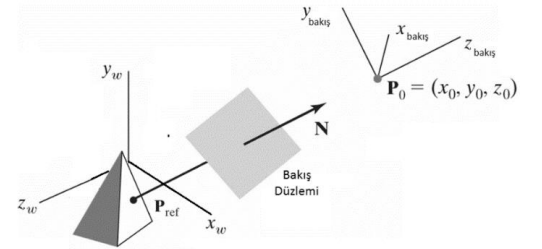
- 7) Üç boyutta bakış sürecine ilişkin verilmiş olan şekilde, dünya koordinat çerçevesinde $P_0 = (3, 4, -2)$ noktasından $P_{\text{ref}} = (-1, 0, 2)$ noktasına bakan bir kamera için dünya koordinatlarından bakış koordinatlarına çevrimi sağlayacak ${}^{\text{VC}}M_{\text{WC}}$ dönüşüm hangi matris çarpımı ile hesaplanır? **Not:** Üst bakış vektörünün y eksenine hizalı olduğunu varsayarak $V = (0, 1, 0)$ alınız.

$$N = P_0 - P_{\text{ref}} = (3 - (-1), 4 - 0, -2 - 2) = (4, 4, -4)$$

$$\|N\| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{3} = 6.9282 \rightarrow z_{\text{bakış}} = (0.5774, 0.5774, -0.5774)$$

$$x_{\text{bakış}} = \frac{V \times z}{\|V \times z\|} = \frac{(-0.5774, 0, -0.5774)}{0.8166} = (-0.7071, 0, -0.7071)$$

$$y_{\text{bakış}} = z_{\text{bakış}} \times x_{\text{bakış}} = (0.5774, 0.5774, -0.5774) \times (-0.7071, 0, -0.7071) = (-0.4083, 0.8166, 0.4083)$$



- 8) Dünya koordinat çerçevesindeki koordinatı $P = (50, -30, -40)$ olan noktanın, bakış koordinat sistemine göre z_{view} koordinatı $z_{\text{vp}} = -5$ olan bakış düzlemine projeksiyonu alınacaktır. Buna göre P noktasının bakış düzlemine,

- a. ortogonal projeksiyonu alındığında projekte edilmiş nokta koordinatı P_p nedir?

$$P_p = (50, -30, -5)$$

- b. perspektif projeksiyonu alındığında projekte edilmiş nokta koordinatı P_p nedir? **Not:** Projeksiyon referans noktasını $(x_{\text{prp}}, y_{\text{prp}}, z_{\text{prp}}) = (0, 0, 0)$ olarak alınız.

$$P_p = (50 \cdot \frac{-5}{-40}, -30 \cdot \frac{-5}{-40}, -5) = (6.25, 3.75, -5)$$

