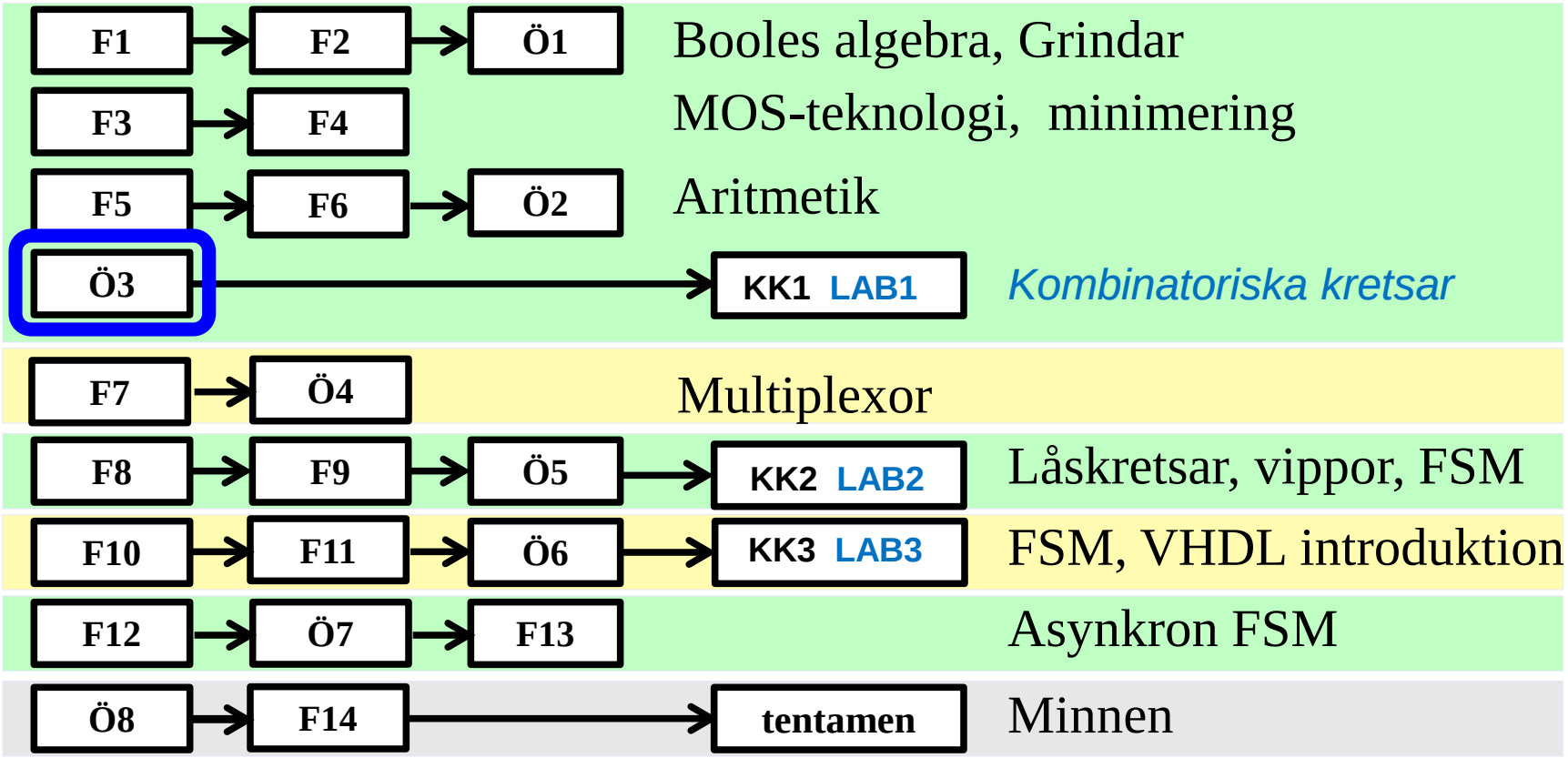
IE1204 Digital Design



Föreläsningar och övningar bygger på varandra! Ta alltid igen det Du missat!
Läs på i förväg – delta i undervisningen – arbeta igenom materialet efteråt!

William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.4 7-4-2-1 kod

Kodomvandlare 7-4-2-1-kod till BCD-kod.

Vid kodning av siffrorna 0…9 användes förr ibland en kod med vikterna 7-4-2-1 i stället för den binära kodens vikter 8-4-2-1.

I de fall då en siffras kodord kan väljas på olika sätt väljs det kodord som innehåller minst antal ettor.

(en variant av 7-4-2-1 koden används i dag till butikernas streck-kod. Koden har **”bra kontrast”**.)

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
					7	0	1	1	1
					8	1	0	0	0
					9	1	0	0	1

Ingen skillnad upp till 6

William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.4 7-4-2-1 kod

Kodomvandlare 7-4-2-1-kod till BCD-kod.

Vid kodning av siffrorna 0…9 användes förr ibland en kod med vikterna 7-4-2-1 i stället för den binära kodens vikter 8-4-2-1.

I de fall då en siffras kodord kan väljas på olika sätt väljs det kodord som innehåller minst antal ettor.

(en variant av 7-4-2-1 koden används i dag till butikernas streck-kod. Koden har **”bra kontrast”**.)

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
					9	1	0	0	1

William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.4 7-4-2-1 kod

Kodomvandlare 7-4-2-1-kod till BCD-kod.

Vid kodning av siffrorna 0…9 användes förr ibland en kod med vikterna 7-4-2-1 i stället för den binära kodens vikter 8-4-2-1.

I de fall då en siffras kodord kan väljas på olika sätt väljs det kodord som innehåller minst antal ettor.

(en variant av 7-4-2-1 koden används i dag till butikernas streck-kod. Koden har **”bra kontrast”**.)

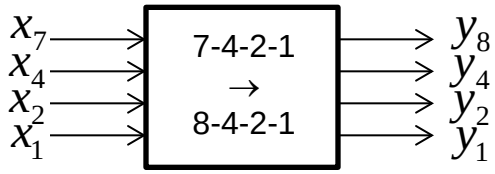
	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1

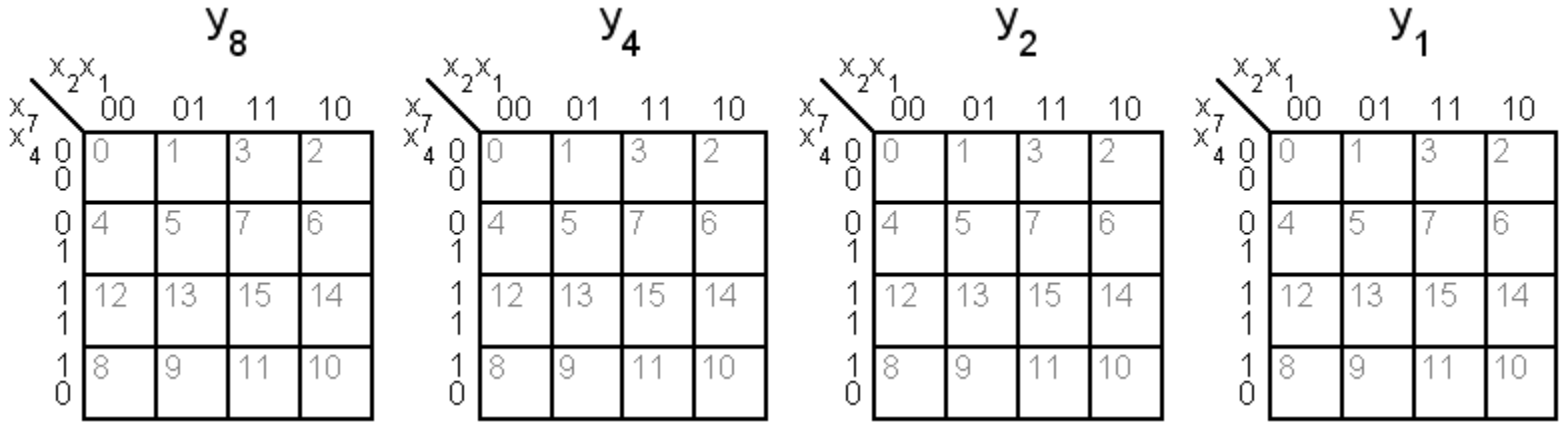
William Sandqvist william@kth.se

8.4

Code converter

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1



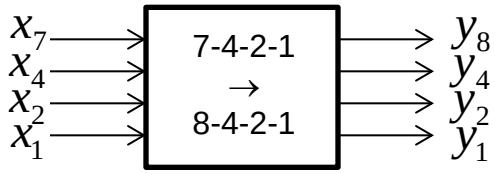


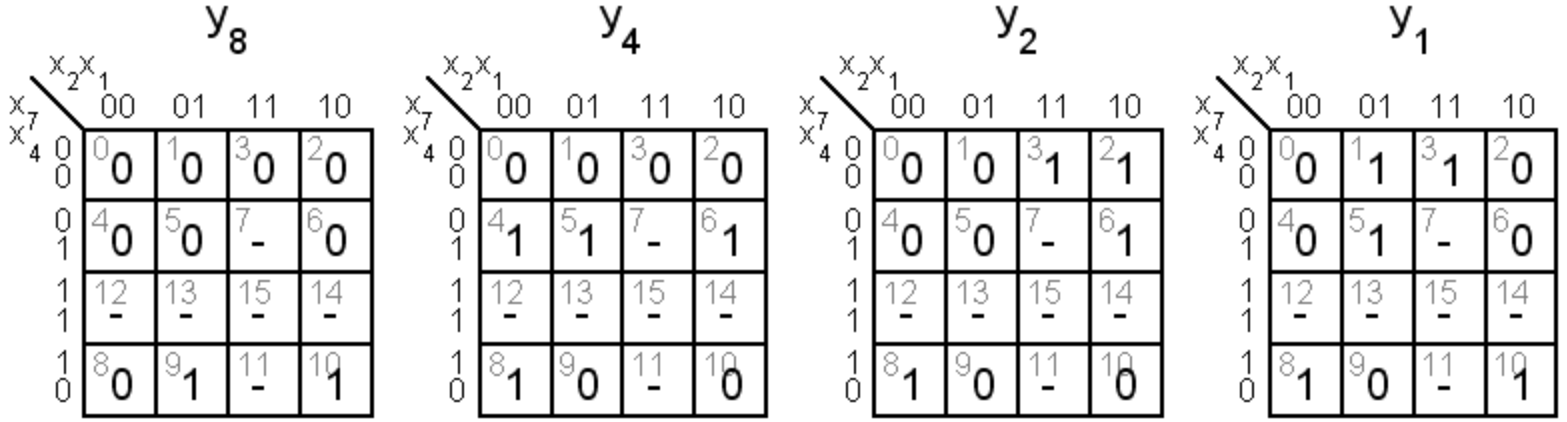
William Sandqvist william@kth.se

8.4

Code converter

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1



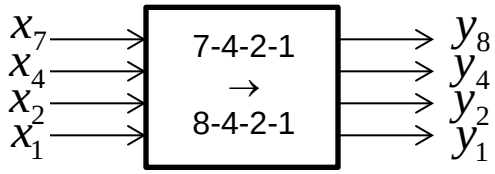


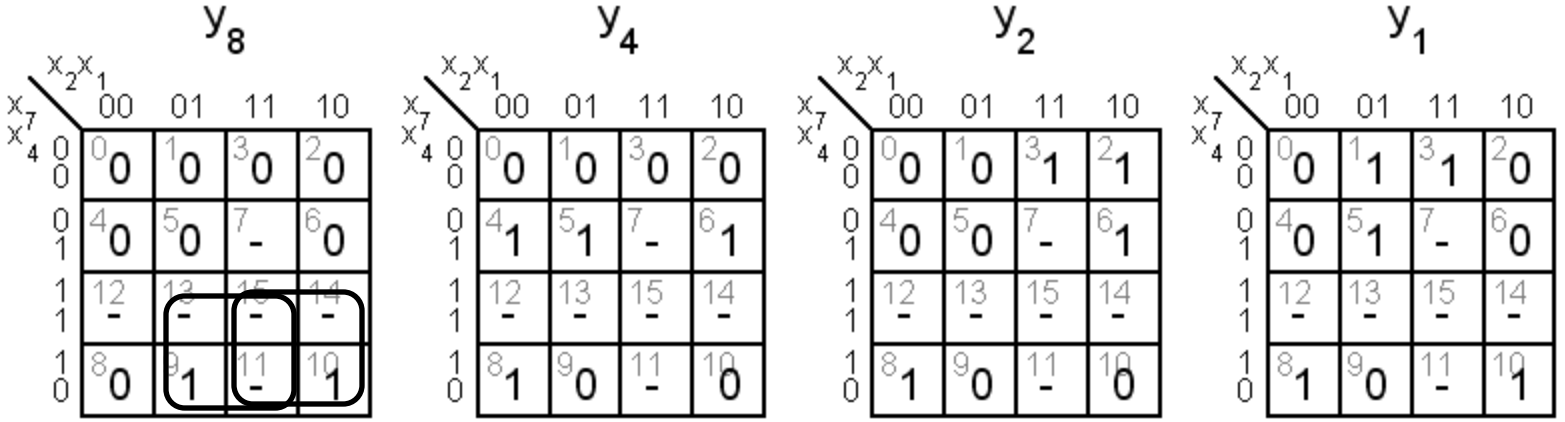
William Sandqvist william@kth.se

8.4

Code converter

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1



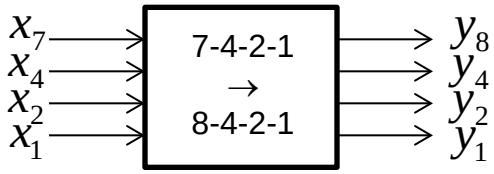


$$y_8 = x_7x_2 + x_7x_1$$

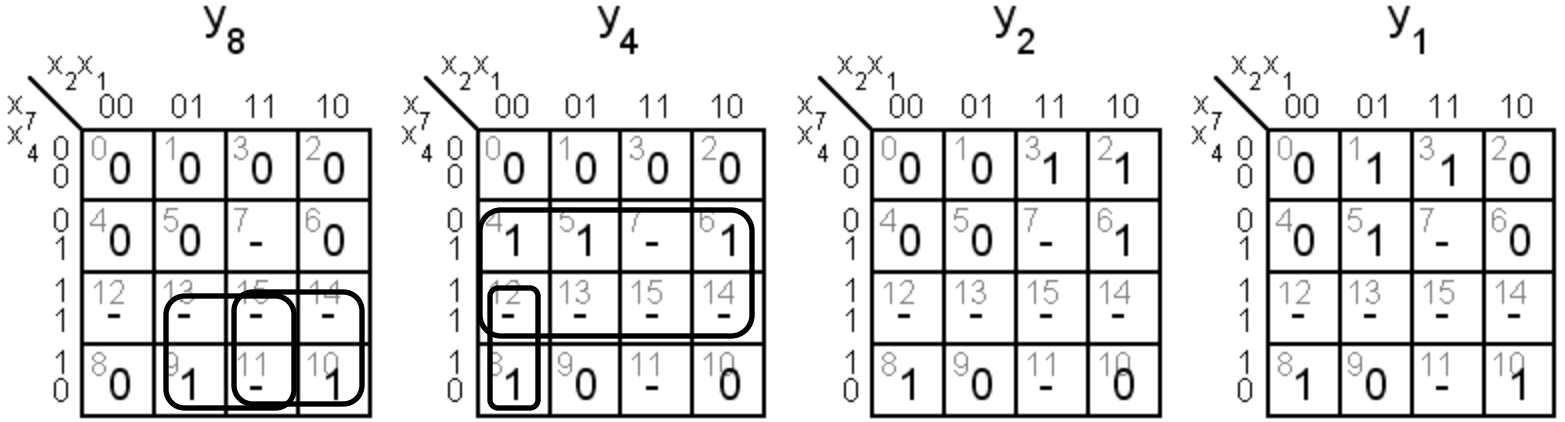
William Sandqvist william@kth.se

8.4

Code converter



	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1



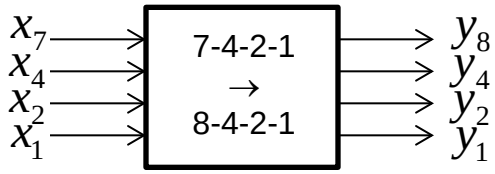
$$y_8 = x_7x_2 + x_7x_1 \qquad y_4 = x_4 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

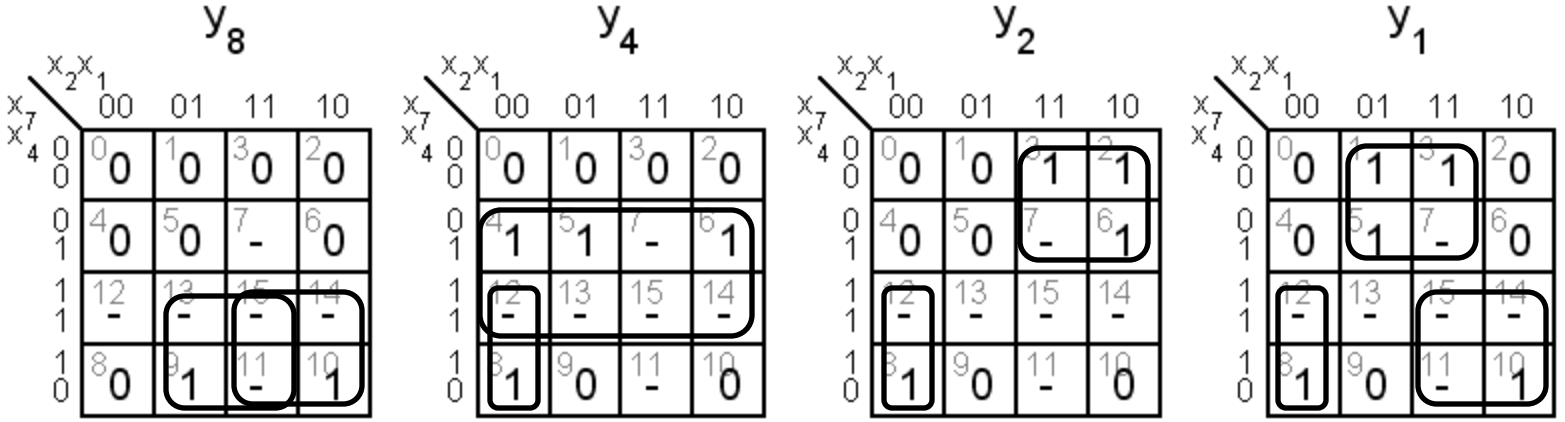
William Sandqvist william@kth.se

8.4

Code converter

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1





$$y_8 = x_7x_2 + x_7x_1 \qquad y_4 = x_4 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1} \qquad y_2 = \overline{x_7}\,x_2 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

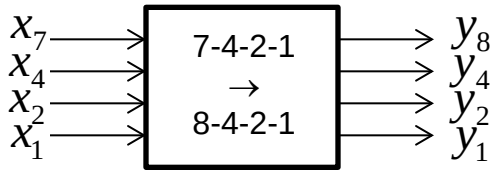
$$y_1 = \overline{x_7}\,x_1 + x_7x_2 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

William Sandqvist william@kth.se

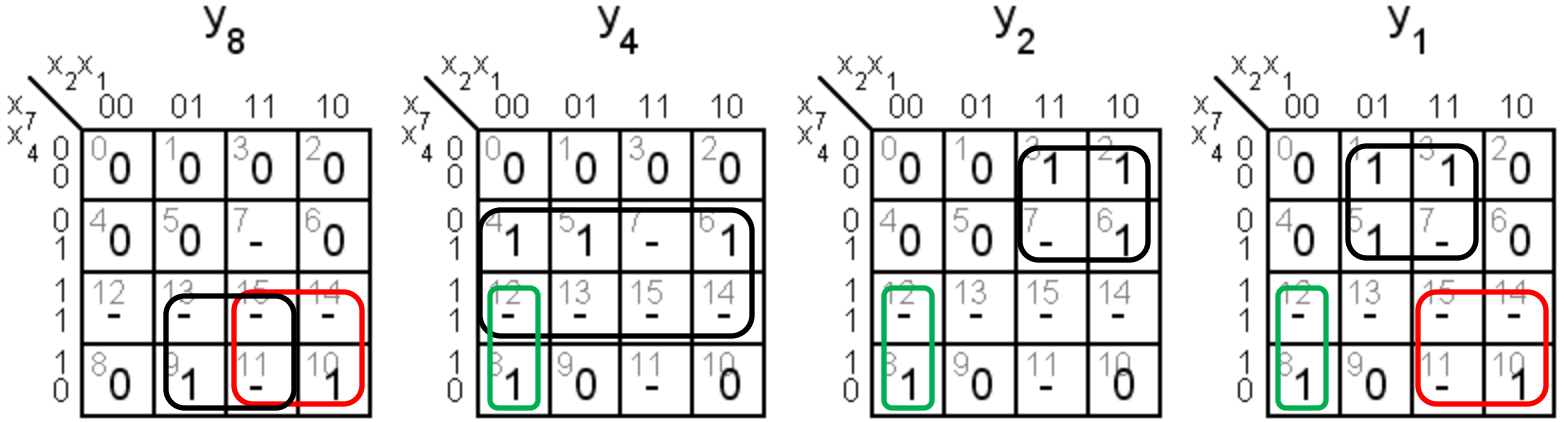
8.4

Code converter

	7	4	2	1		8	4	2	1
	x_7	x_4	x_2	x_1		y_8	y_4	y_2	y_1
(0)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(1)	0	0	0	1	1	0	0	0	1
(2)	0	0	1	0	2	0	0	1	0
(3)	0	0	1	1	3	0	0	1	1
(4)	0	1	0	0	4	0	1	0	0
(5)	0	1	0	1	5	0	1	0	1
(6)	0	1	1	0	6	0	1	1	0
(8)	1	0	0	0	7	0	1	1	1
(9)	1	0	0	1	8	1	0	0	0
(10)	1	0	1	0	9	1	0	0	1



Gemensamma hoptagningar kan ge delade grindar!



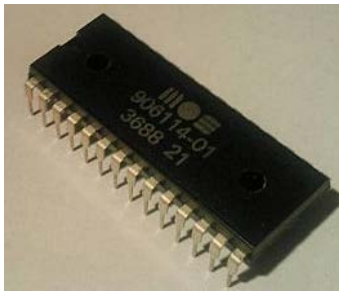
$$y_8 = x_7x_2 + x_7x_1 \qquad y_4 = x_4 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1} \qquad y_2 = \overline{x_7}\,x_2 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

$$y_1 = \overline{x_7}\,x_1 + x_7x_2 + x_7\overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

William Sandqvist william@kth.se

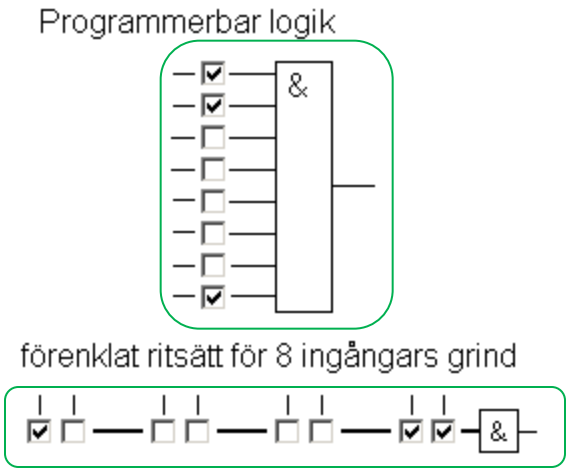
8.4 **PLA**

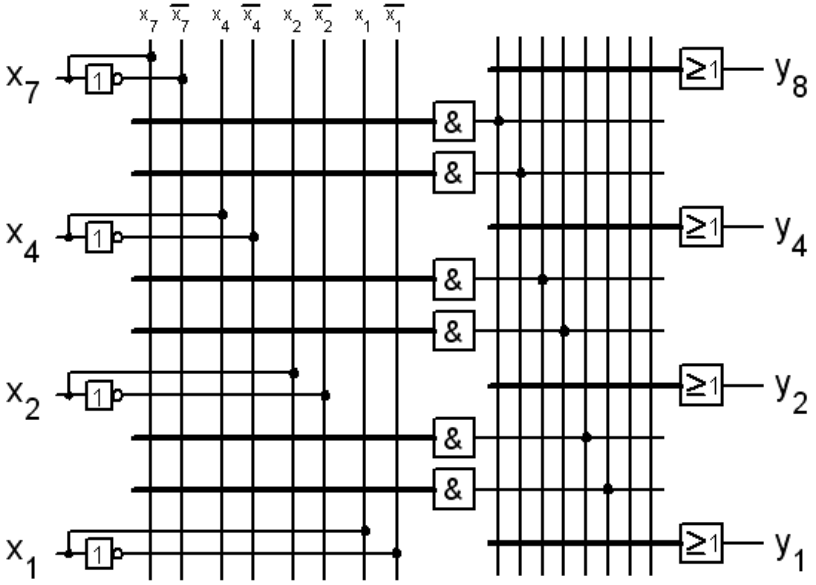
PLA-kretsar innehåller programerbara AND och OR grindar.
(Detta visade sig vara onödigt komplext, så det vanliga blev PAL-kretsar med endast AND-nätet programmerbart).



PLA. Numera en utdöd kretsarkitektur

Grindarna har många programmerbara ingångsanslutningar. De många ingångarna ritas därför oftast med ett ”förenklat” ritsätt.



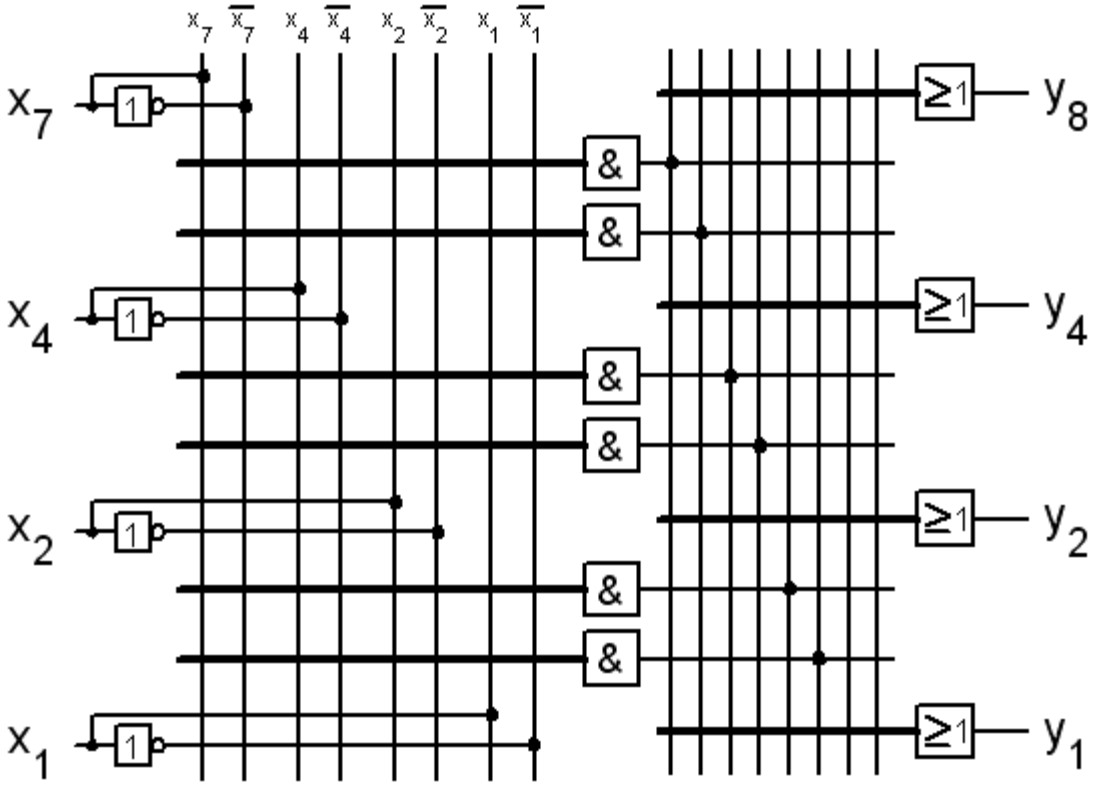


William Sandqvist william@kth.se

$$y_8 = x_7 x_2 + x_7 x_1$$
$$y_4 = x_4 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$
$$y_2 = \overline{x_7}\, x_2 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$
$$y_1 = \overline{x_7}\, x_1 + x_7 x_2 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

8.4 **PLA**

Grind-delning!

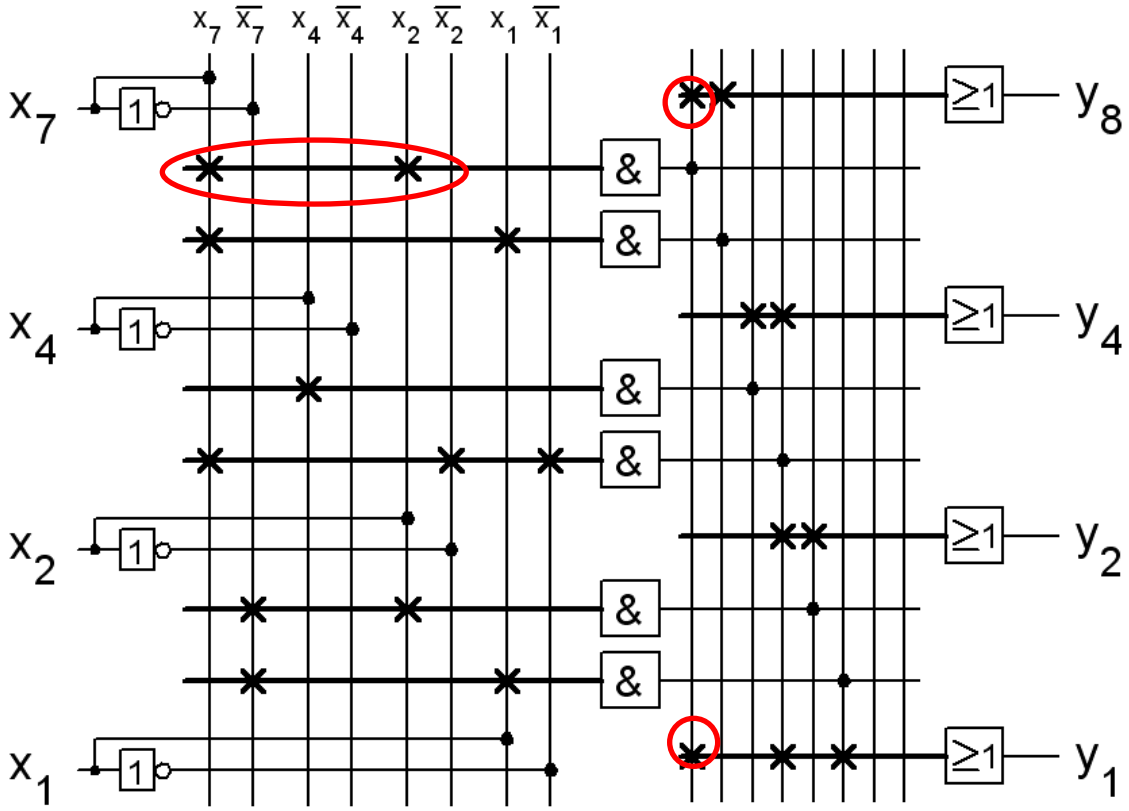


William Sandqvist william@kth.se

$$y_8 = x_7 x_2 + x_7 x_1$$
$$y_4 = x_4 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$
$$y_2 = \overline{x_7}\, x_2 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$
$$y_1 = \overline{x_7}\, x_1 + x_7 x_2 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

8.4 **PLA**

Grind-delning!

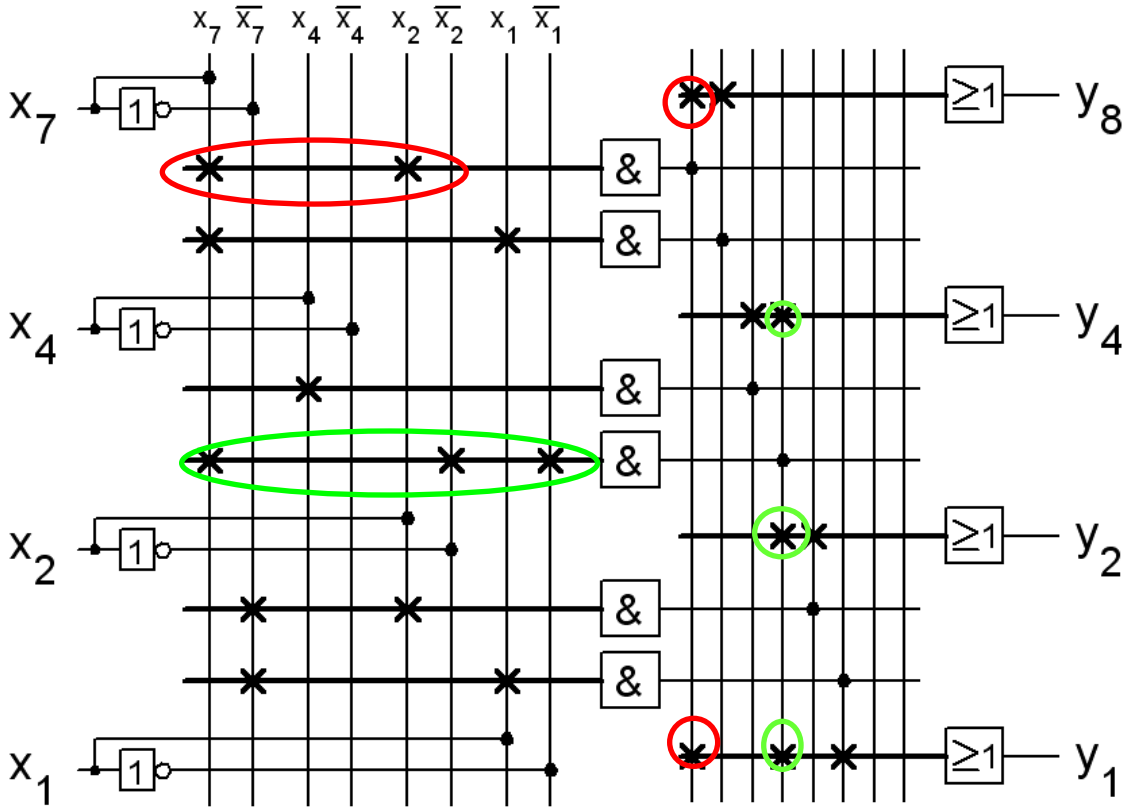


William Sandqvist william@kth.se

$$y_8 = x_7 x_2 + x_7 x_1$$
$$y_4 = x_4 + x_7 \overline{x_2}\ \overline{x_1}$$
$$y_2 = \overline{x_7}\ x_2 + x_7 \overline{x_2}\ \overline{x_1}$$
$$y_1 = \overline{x_7}\ x_1 + x_7 x_2 + x_7 \overline{x_2}\ \overline{x_1}$$

8.4 **PLA**

Grind-delning!



William Sandqvist william@kth.se

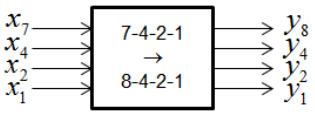
8.4 PLA

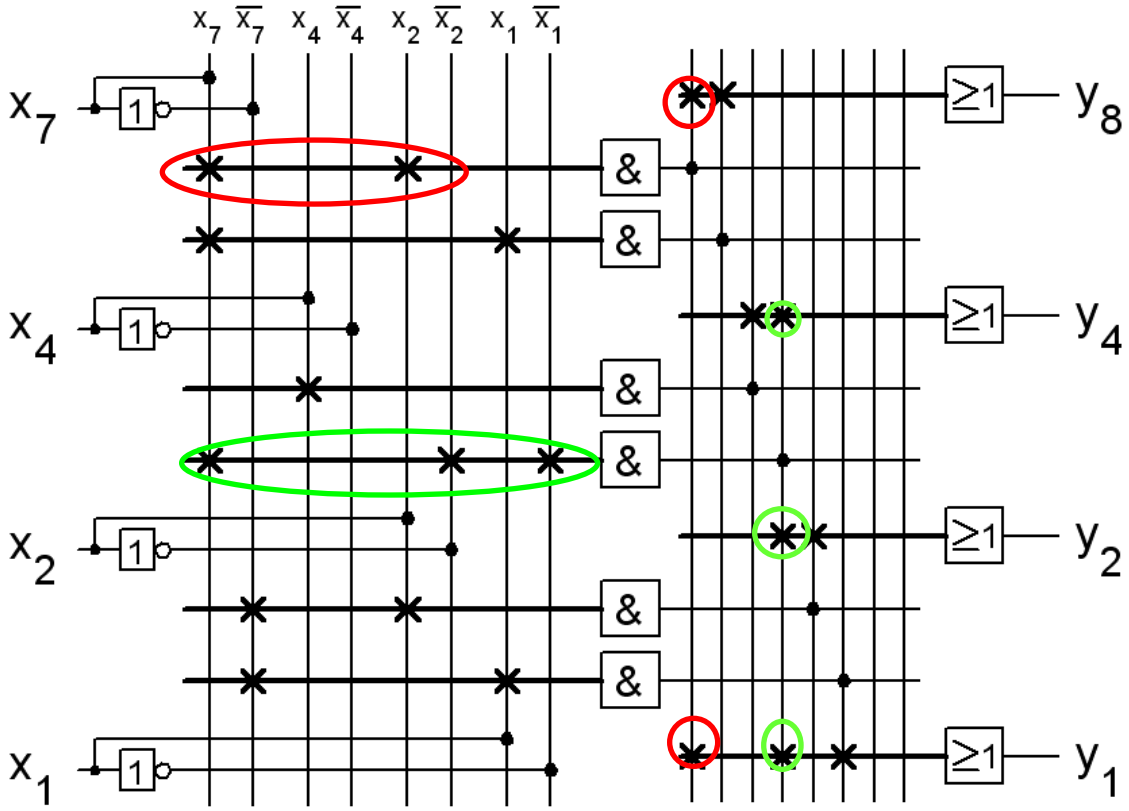
$$y_8 = x_7 x_2 + x_7 x_1$$
$$y_4 = x_4 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$
$$y_2 = \overline{x_7}\, x_2 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$
$$y_1 = \overline{x_7}\, x_1 + x_7 x_2 + x_7 \overline{x_2}\,\overline{x_1}$$

Grind-delning!

One chip

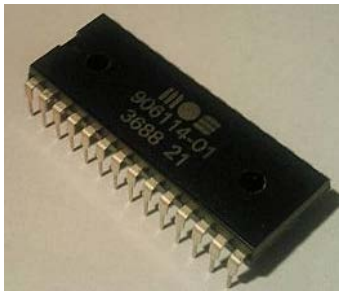
Code converter

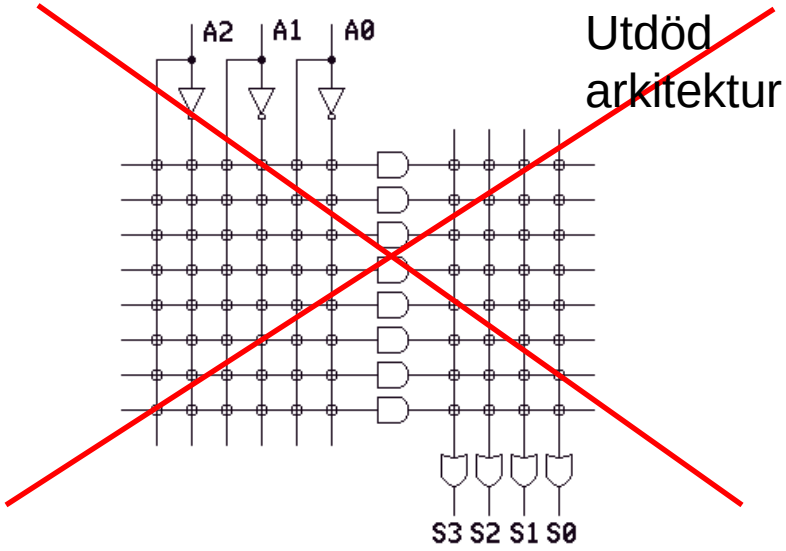




William Sandqvist william@kth.se

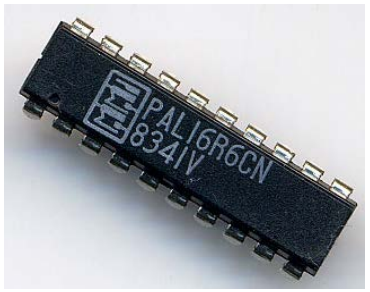
PLA

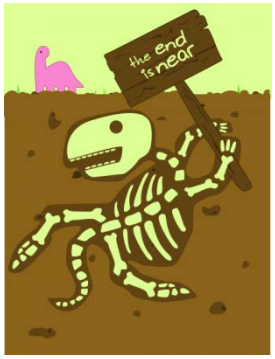


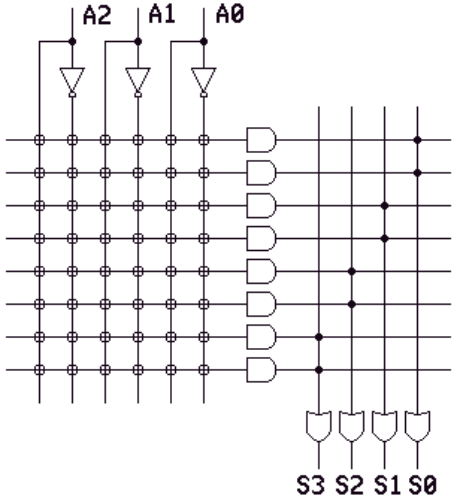


Utdöd arkitektur

PAL



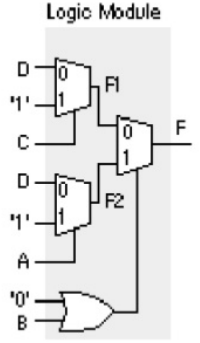




Också snart utdöda …

MUX Tree

Snart i kursen …



William Sandqvist william@kth.se

William Sandqvist william@kth.se

Reella tal

Decimalkomma ”,” och Binärpunkt ”.”

$10{,}3125_{10} = 1010.0101_2$

Bin → Dec

1	0	1	0	.	0	1	0	1
2^3	2^2	2^1	2^0	.	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}
8	4	2	1		0,5	0,25	0,125	0,0625

8 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 10,3125

Ex 1.2b

$110100.010_2 =$

Ex 1.2b

$110100.010_2 =$

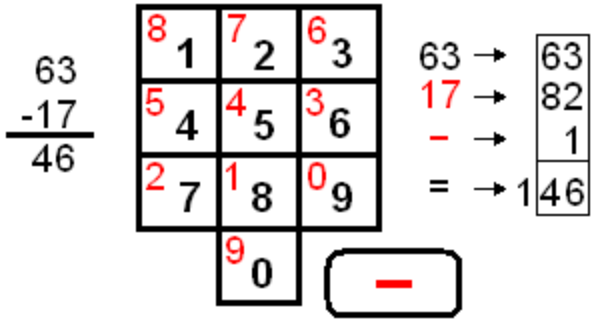
$= (2^5+2^4+2^2 + 2^{-2} = 32+16+4 + 0.25) =$

$= 52{,}25_{10}$

William Sandqvist william@kth.se

Komplementräkning

Subtraktion med en additionsmaskin = komplementräkning

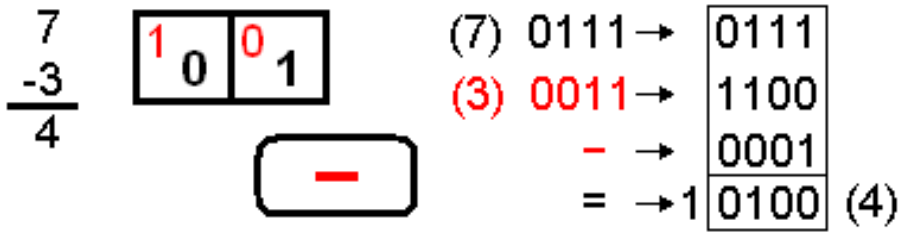


63 - 17 = 46

Talet -17 slås in som med röda siffror 17 och blir då 82. När - tangenten trycks in adderas 1. Resultatet blir: 63+82+1 = 146. Om bara två siffror visas: 46

2-komplement

Komplementräkning i datorn.



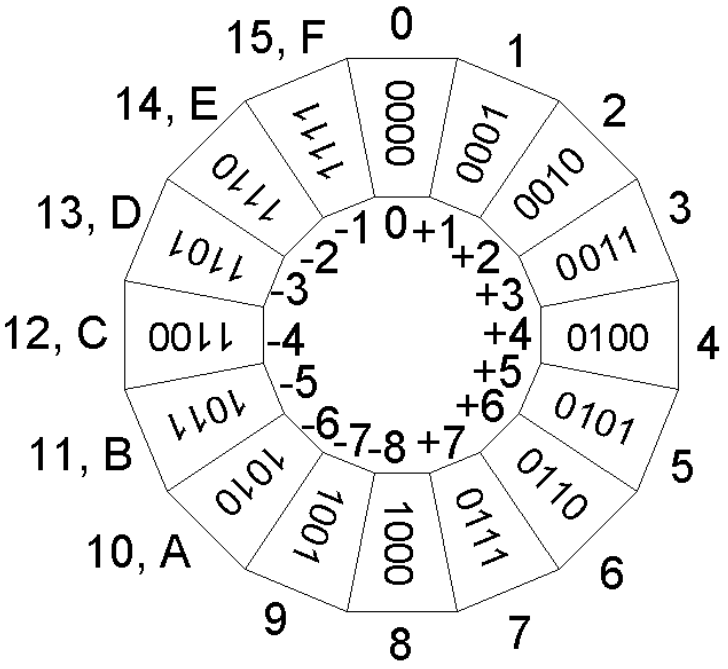
Binärtalet 3, **0011**, blir negativt -3 genom att man inverterar alla bitar och lägger till ett, **1101**.

Registeraritmetik

- Datorregister är ”ringar”

Ett fyra bitars register rymmer $2^4 = 16$ tal.

Antingen 8 positiva (+0…+7) och 8 negativa (-1…-8) tal ”**med tecken**”, eller 16 (0…F) ”**teckenlösa**” tal.



Om registret är fullt gör ”+1” att det ”slår runt”.

Registerlängd

• 4 bitar kallas **Nibble**. Registret rymmer $2^4 = 16$ tal.
0…15, -8…+7

• 8 bitar kallas **Byte**. Registret rymmer $2^8 = 256$ tal.
0…255, -128…+127

• 16 bitar kallas **Word**. $2^{16} = 65536$ tal.
0…65535, -32768…+32767

Vanliga registerstorlekar är idag 32 bitar (DoubleWord) och 64 bitar (QuadWord).

Dessa storleksbenämningar är de som används av Windows-programmet Calculator. Word kan ofta vara 32 bitar i stället.

Ex 1.8 2-komplement

Skriv följande tal ”med tecken” med två-komplementsnotation, $x = (x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ som decimaltal med tecken.

a) -23

b) -1 =

c) +38 =

d) -64 =

William Sandqvist william@kth.se

Ex 1.8 2-komplement

Skriv följande tal ”med tecken” med två-komplementsnotation, $x = (x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ och som decimaltal.

a) $-23 = (+23_{10} = 0010111_2 \rightarrow -23_{10} = 1101000_2 + 1_2) = 1101001_2 = 105_{10}$

b) -1 =

c) +38 =

d) -64 =

William Sandqvist william@kth.se

Ex 1.8 2-komplement

Skriv följande tal ”med tecken” med två-komplementsnotation, $x = (x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ och som decimaltal.

a) $-23 = (+23_{10} = 0010111_2 \rightarrow -23_{10} = 1101000_2 + 1_2) = 1101001_2 = 105_{10}$

b) $-1 = (+1_{10} = 0000001_2 \rightarrow -1_{10} = 1111110_2 + 1_2) = 1111111_2 = 127_{10}$

c) +38 =

d) -64 =

William Sandqvist william@kth.se

Ex 1.8 2-komplement

Skriv följande tal ”med tecken” med två-komplementsnotation, $x = (x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ och som decimaltal.

a) $-23 = (+23_{10} = 0010111_2 \rightarrow -23_{10} = 1101000_2 + 1_2) = 1101001_2 = 105_{10}$

b) $-1 = (+1_{10} = 0000001_2 \rightarrow -1_{10} = 1111110_2 + 1_2) = 1111111_2 = 127_{10}$

c) $+38 = (32_{10}+4_{10}+2_{10}) = 0100110_2 = 38_{10}$

d) -64 =

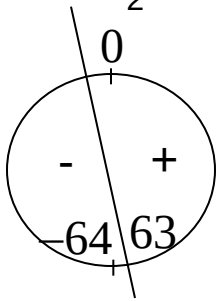
Ex 1.8 2-komplement

Skriv följande tal ”med tecken” med två-komplementsnotation, $x = (x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ och som decimaltal.

a) $-23 = (+23_{10} = 0010111_2 \rightarrow -23_{10} = 1101000_2 + 1_2) = 1101001_2 = 105_{10}$

b) $-1 = (+1_{10} = 0000001_2 \rightarrow -1_{10} = 1111110_2 + 1_2) = 1111111_2 = 127_{10}$

c) $+38 = (32_{10}+4_{10}+2_{10}) = 0100110_2 = 38_{10}$



d) $-64 = (+64_{10} = 1000000_2$ är ett för stort positivt tal!
men fungerar ändå $-64_{10} \rightarrow 0111111_2 + 1_2) = 1000000_2 = 64_{10}$

William Sandqvist william@kth.se

Ex 2.1

a) 110 + 010 b) 1110 + 1001

c) 11 0011.01 + 111.1 d) 0.1101 + 0.1110

a)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ \ } \\ 1\ 1\ 0 \\ +\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ \ \ } \\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ +\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

Addera bit för bit med carry.

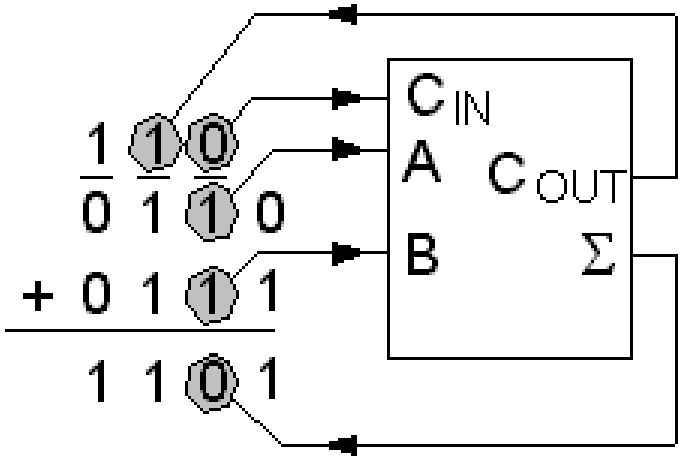
c)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle \ \ \ \ 1\ 1\ 1\ \ \ } \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1.0\ 1 \\ +\ \ \ \ \ \ \ 1\ 1\ 1.1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0.1\ 1 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ \ } \\ 0.1\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 0.1\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1.1\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

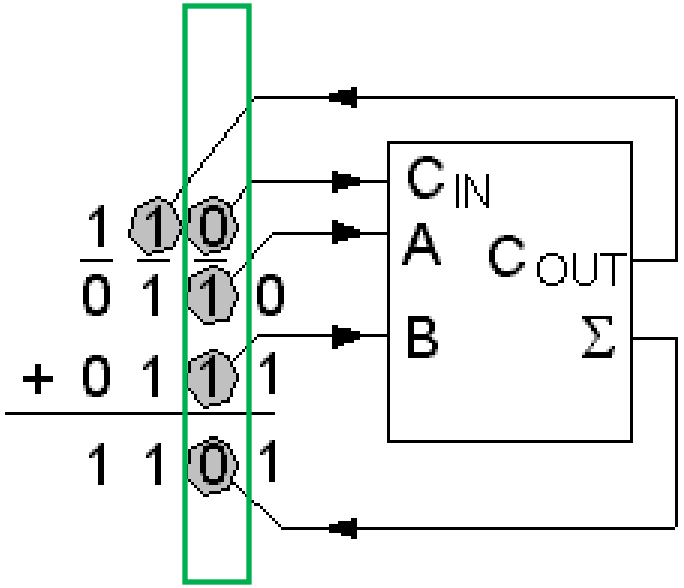
Align at add/sub

William Sandqvist william@kth.se

Heladderaren



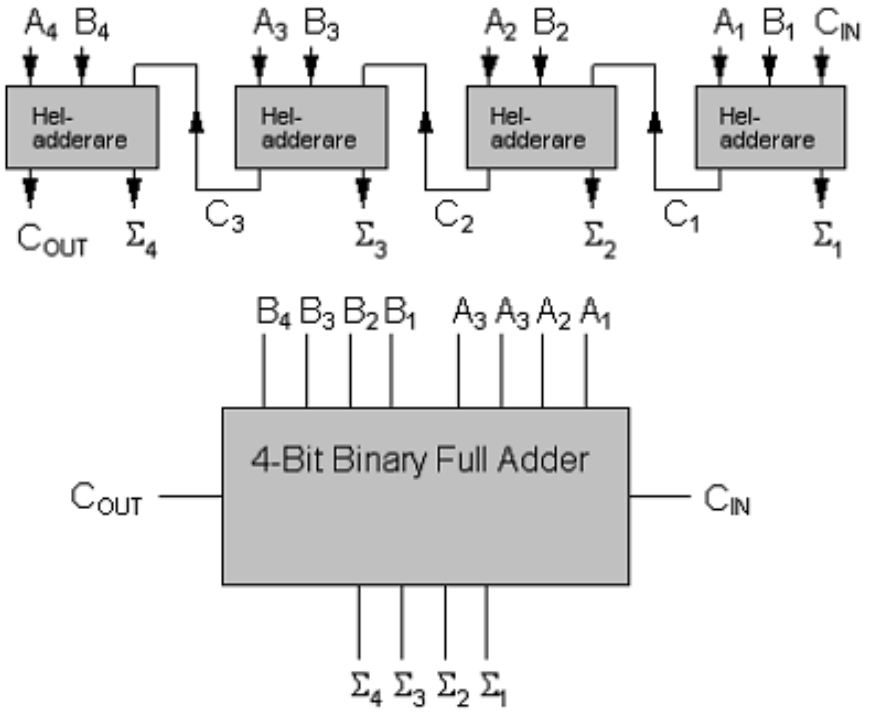
Heladderaren



Ett grindnät som gör en binär addition på en valfri bitposition med två binära tal kallas för en **Heladderare**.

4-bits adderare

En additionskrets för binära fyrbitstal består således av fyra heladderarkretsar.



Subtraktion?

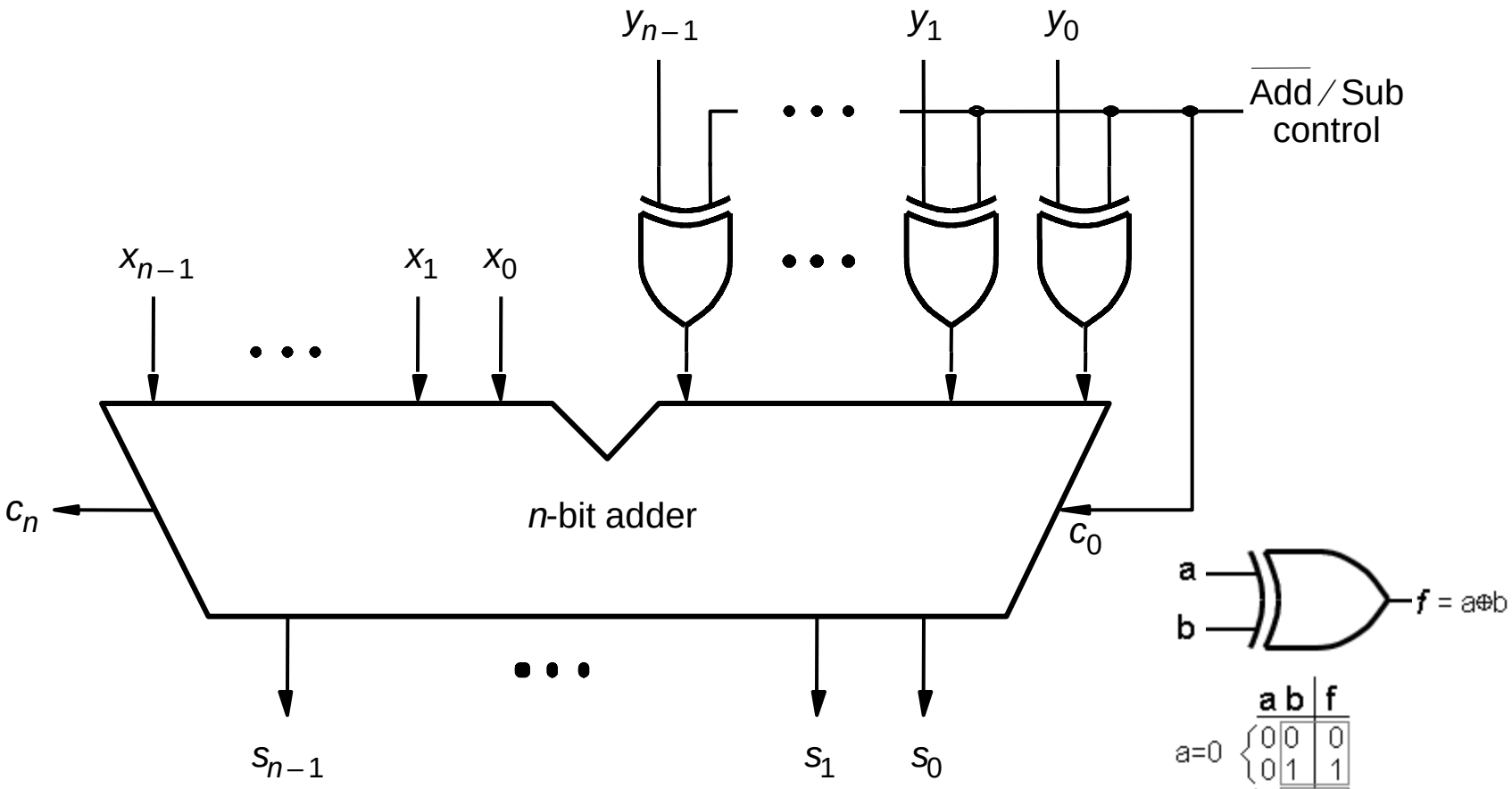
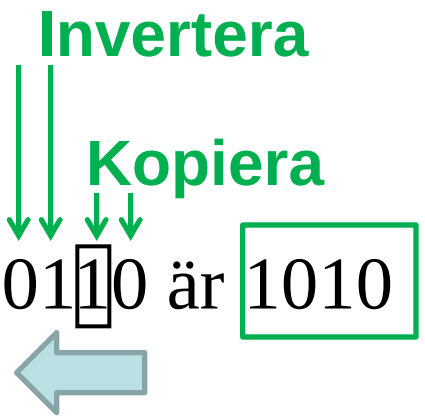


Figure 5.13. Adder/subtractor unit.

2-komplementet ”snabbt”

- För att lätt ta fram 2-komplementet av ett binärtal kan man använda följande förfarande:
  - Börja från höra sidan
  - Kopiera alla bitar från binärtalet som är 0 och den första 1:an
  - Invertera alla andra bitar



Exempel: 2-komplement från 0110 är 1010

Ex 2.2 add/sub

Addera eller subtrahera (addition med motsvarande negativa tal) nedanstående tal. Talen skall representeras som binära 4-bitstal (Nibble) på två-komplementform.

a) 1 + 2 b) 4 – 1 c) 7 – 8 d) -3 – 5

Exemplets negativa tal:

$-1_{10} = (+1_{10} = 0001_2 \rightarrow -1_{10} = 1110_2 + 1_2) = 1111_2$

$-8_{10} = (+8_{10} = 1000_2 \rightarrow -8_{10} = 0111_2 + 1_2) = 1000_2$

$-3_{10} = (+3_{10} = 0011_2 \rightarrow -3_{10} = 1100_2 + 1_2) = 1101_2$

$-5_{10} = (+5_{10} = 0101_2 \rightarrow -5_{10} = 1010_2 + 1_2) = 1011_2$

2.2

$-1_{10} = 1111_2$

$-8_{10} = 1000_2$

$-3_{10} = 1101_2$

$-5_{10} = 1011_2$

1+2=3

a)

	0	0	0	1	=1
+	0	0	1	0	=2
	0	0	1	1	=3

4-1=3

b)

1	1				
	0	1	0	0	=4
+	1	1	1	1	=-1
~~1~~	0	0	1	1	=3

7-8=-1

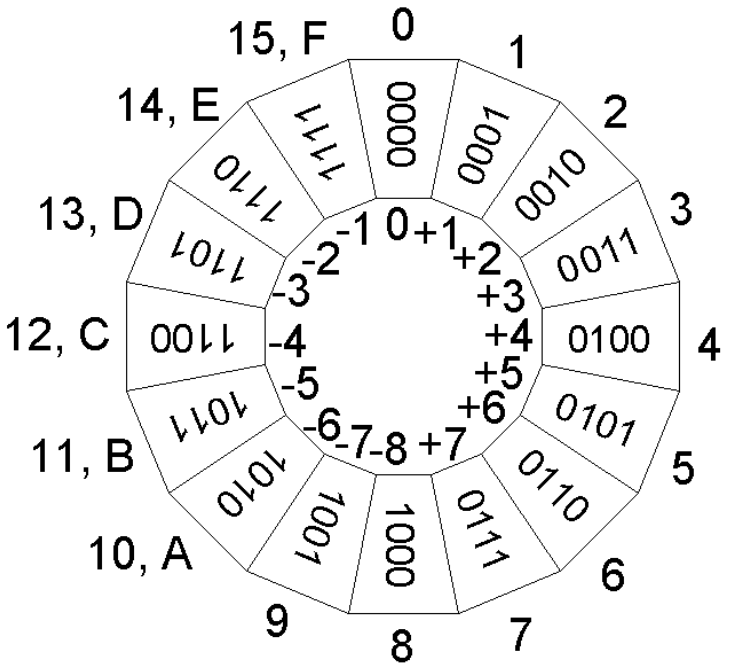
c)

	0	1	1	1	=7
+	1	0	0	0	=-8
	1	1	1	1	=-1

-3-5=-8

d)

1	1	1	1		
	1	1	0	1	=-3
+	1	0	1	1	=-5
~~1~~	1	0	0	0	=-8



William Sandqvist william@kth.se

Ex 2.3 a,b mul

Multiplicera för hand följande par av teckenlösa binära tal.

a) 110·010 b) 1110·1001

110·010=(6·2=12)=1100

a)

```
    1 1 0  =6
  × 0 1 0  =2
-----------
    0 0 0
  1 1 0
+ 0 0 0
-----------
  0 1 1 0 0  =12
```

1110·1001=1111110

b)

```
    1 1 1 0  =14
  × 1 0 0 1  =9
-------------
    1 1 1 0
  0 0 0 0
0 0 0 0
+ 1 1 1 0
-------------
  1 1 1 1 1 1 0  =126
```

William Sandqvist william@kth.se

Ex 2.3 c,d mul

Multiplicera för hand följande par av teckenlösa binära tal.

c)

$$110011.01 \cdot 111.1 = 110000000.011$$

$$\begin{array}{r} 1100101 \\ \times \quad 111 \\ \hline 1100101 \\ 1100101 \\ 1100101 \\ +\,1100101 \\ \hline 110000000 \end{array}$$

$$= 110000000.011$$

(51,25·7,5 =384,376)

d)

$$0.1101 \cdot 0.1110 = 0.10110110$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times \quad 1110 \\ \hline 0000 \\ 1101 \\ 1101 \\ +\quad 1101 \\ \hline 10110110 \end{array}$$

$$= 0.10110110$$

(0,8125·0,875 =0.7109375)

Fixpunktsberäkning är en ”heltalsmultiplikation”, binärpunkten sätts in först i resultatet.

Ex 2.4 div

Dividera för hand följande par av teckenlösa binära tal.

Trappan:

110/010=(6/2=3)=011

a)

```
        1 1
    ------
1 0 | 1 1 0
    - 1 0
    -----
      1 0
    - 1 0
    -----
        0
```

William Sandqvist william@kth.se

Ex 2.4

Dividera för hand följande par av teckenlösa binära tal.

Trappan:

110/010=(6/2=3)=011

a)

```
      1 1
  ---------
1 0 | 1 1 0
    - 1 0
    -------
        1 0
      - 1 0
      -----
          0
```

1110/1001=(14/9)=1.10…

b)

```
          1. 1 0 0 0 1…
  -------------------
1 0 0 1 | 1 1 1 0
        - 1 0 0 1
        ---------
            1 0 1 0
          - 1 0 0 1
          ---------
                1 0 0 0 0
              - 1 0 0 1
              ---------
                  1 1 1…
```

Vid heltalsdivision blir svaret i stället 1.

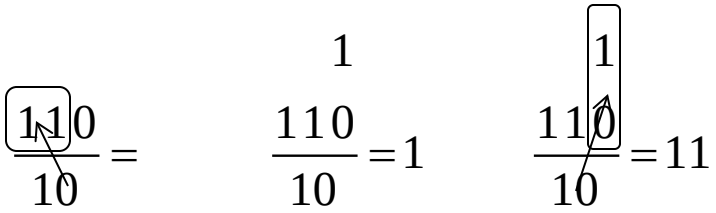
William Sandqvist william@kth.se

Ex 2.4

Dividera för hand följande par av teckenlösa binära tal.

Kort division:

a) 110/010=(6/2=3)=011



William Sandqvist william@kth.se

Ex 2.4

Dividera för hand följande par av teckenlösa binära tal.

Kort division:

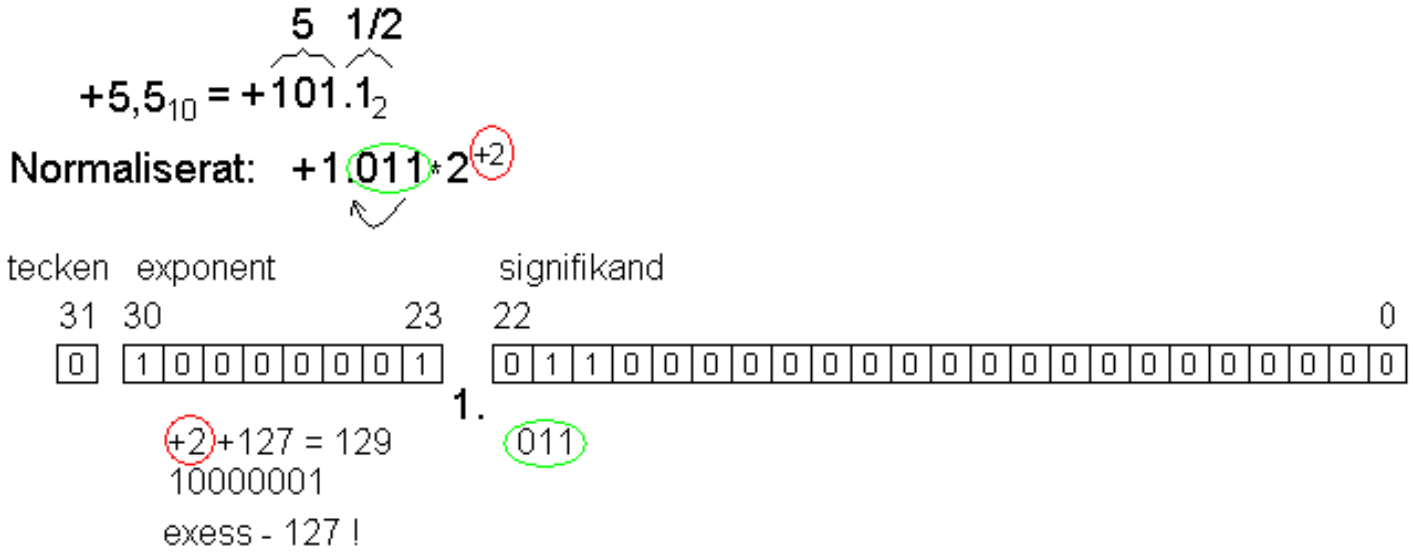
b) 1110/1001=(14/9=1,55…)=1.10…

$$\frac{1110}{1001} = \quad \begin{array}{l} 101 \\ \frac{1110}{1001} = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1010 \\ \frac{1110.}{1001} = 1. \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ \frac{1110.}{1001} = 1.1 \end{array} \quad \ldots$$

Vid heltalsdivision blir svaret i stället 1.

William Sandqvist william@kth.se

IEEE – 32 bit float



Genom att exponenteten skrivs exess–127 kan flyttal storlekssorteras med vanlig heltalsaritmetik!

Dec → IEEE-754

William Sandqvist william@kth.se

2.5 Flyttalsformat

IEEE 32 bit flyttal

```
s  eeeeeeee fffffffffffffffffffffff
31 30    23 22                    0
```

2.5 Flyttalsformat

IEEE 32 bit flyttal

```
s  eeeeeeee fffffffffffffffffffff
31 30    23 22                   0
```

Vad blir:

```
   4   0   C   8   0   0   0   0
01000000110010000000000000000000
```

2.5 Flyttalsformat

IEEE 32 bit flyttal

```
s  eeeeeeee fffffffffffffffffffff
31 30    23 22                   0
```

Vad blir:

```
   4   0   C   8   0   0   0   0
01000000110010000000000000000000

0 10000001 10010000000000000000000

+  129-127    1 + 0.5+0.0625
```

2.5 Flyttalsformat

IEEE 32 bit flyttal

```
s  eeeeeeee fffffffffffffffffffff
31 30    23 22                   0
```

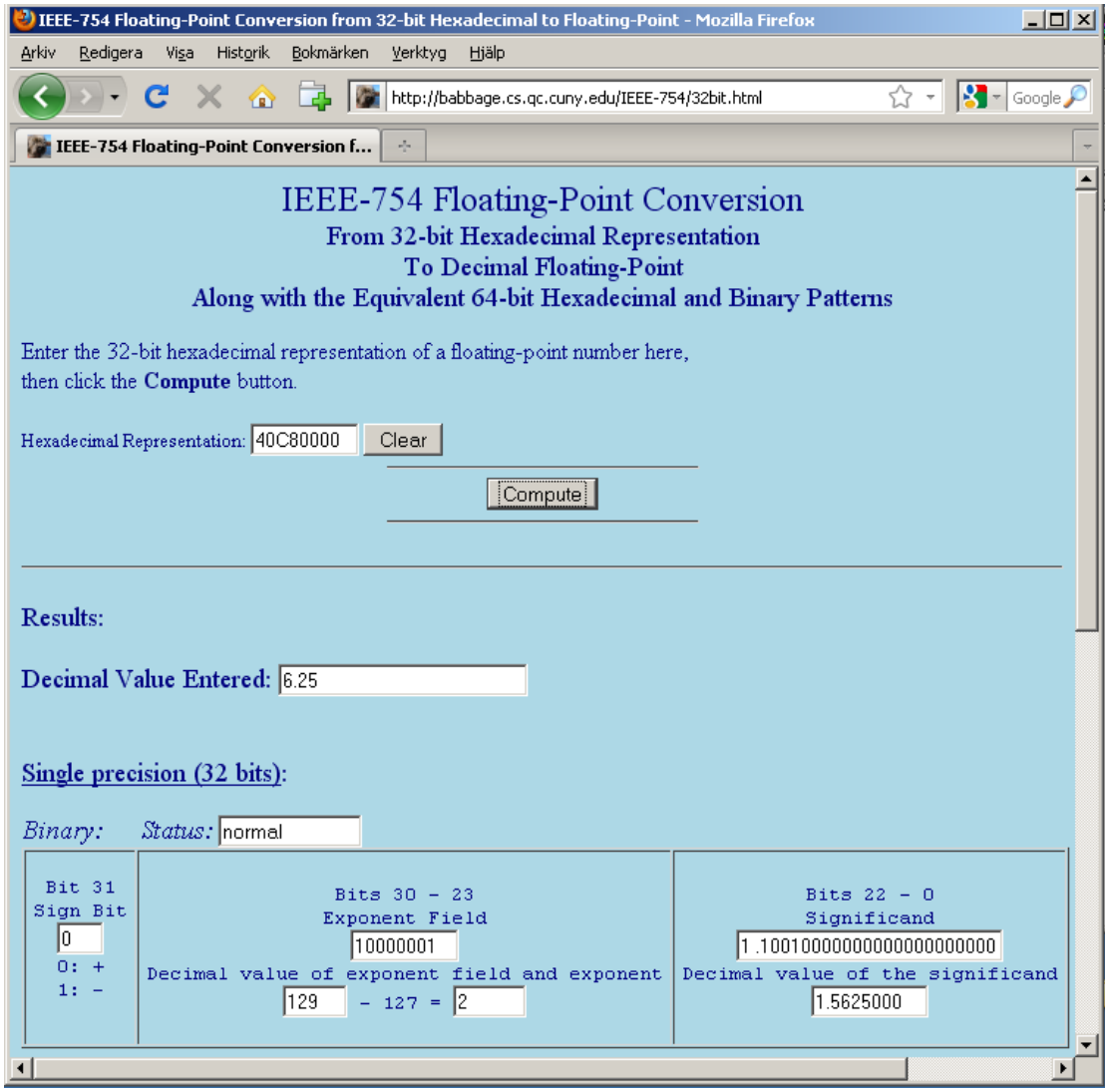
Vad blir:

```
   4   0   C   8   0   0   0   0
01000000110010000000000000000000

0 10000001 10010000000000000000000

+  129-127    1 + 0.5+0.0625
```

$+1{,}5625 \cdot 2^2 = +6{,}25$



http://babbage.cs.qc.cuny.edu/IEEE-754.old/Decimal.html

William Sandqvist william@kth.se

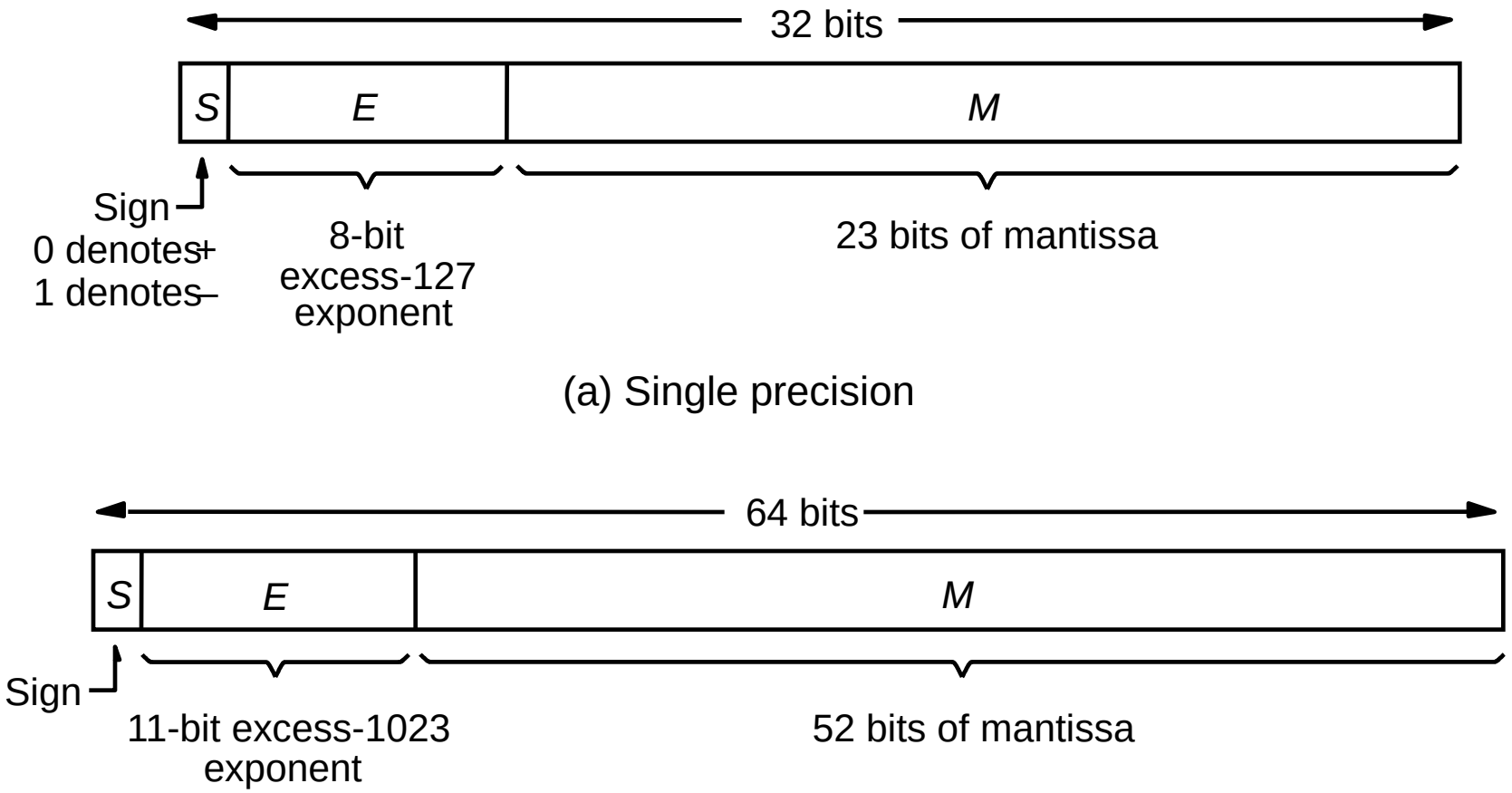
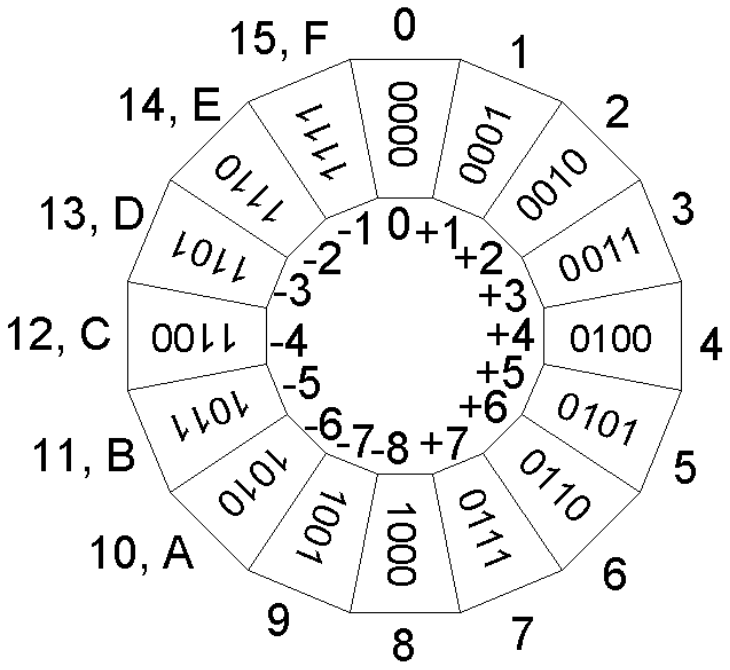


Figure 5.34. IEEE Standard floating-point formats.

Overflow



När man räknar med ”tal med tecken” kan summan av två positiva tal *felaktigt* bli negativ
(tex. ”+4” + ”+5” = ”-7”), liksom summan av två negativa tal *felaktigt* kan bli positiv (tex. ”-6” + ”-7” = ”+3”).

Detta kallas för **Overflow**.

William Sandqvist william@kth.se

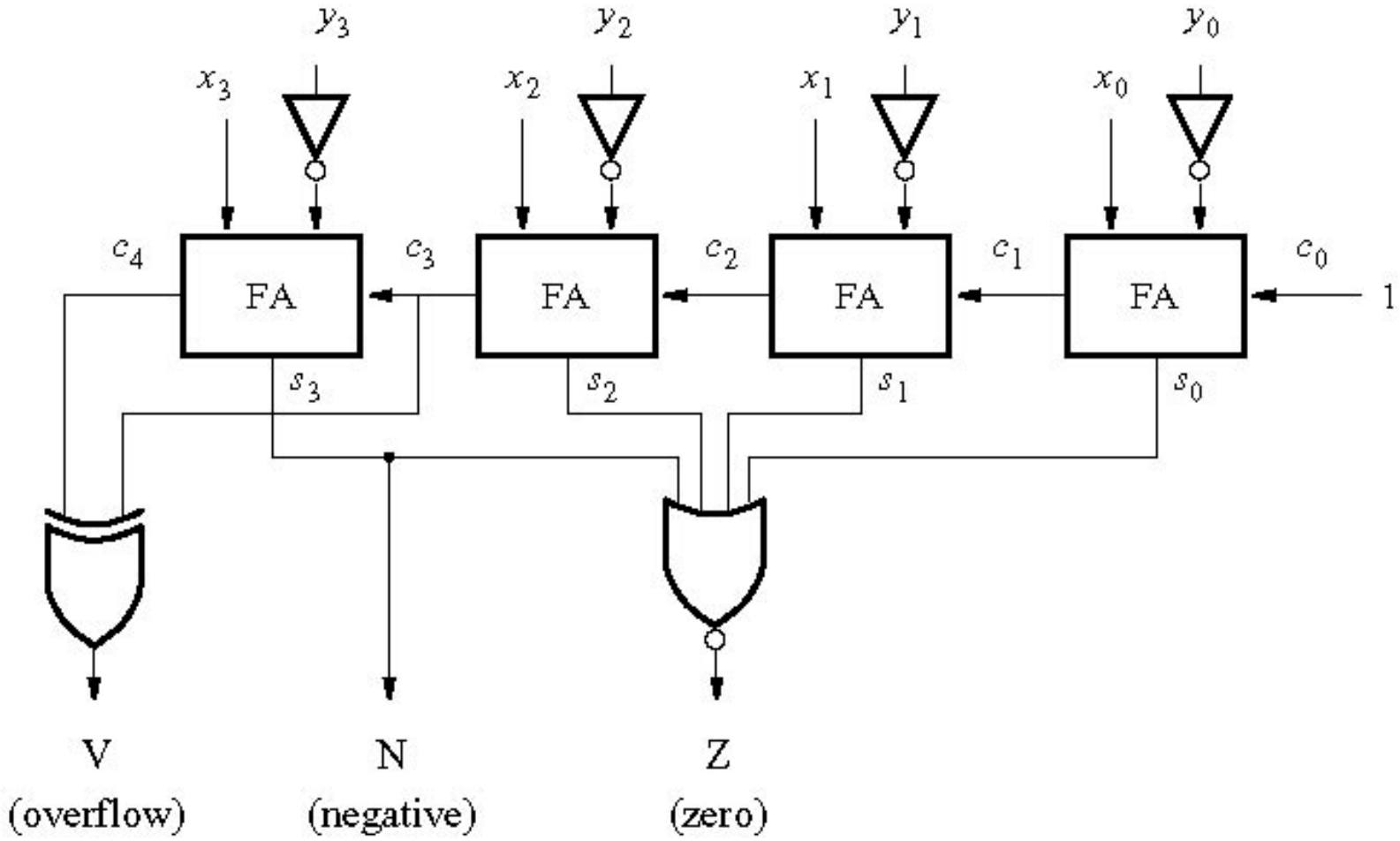
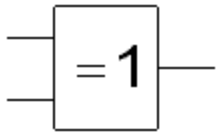


Figure 5.42. A comparator circuit.

Logik för att detektera overflow



XOR testar ”olikhet”

För 4-bit-tal

Overflow om c_3 och c_4 är *olika*

Annars är det inte overflow

$$\text{Overflow} = c_3\overline{c}_4 + \overline{c}_3 c_4 = c_3 \oplus c_4$$

För *n*-bit-tal

$$\text{Overflow} = c_{n-1} \oplus c_n$$

William Sandqvist william@kth.se

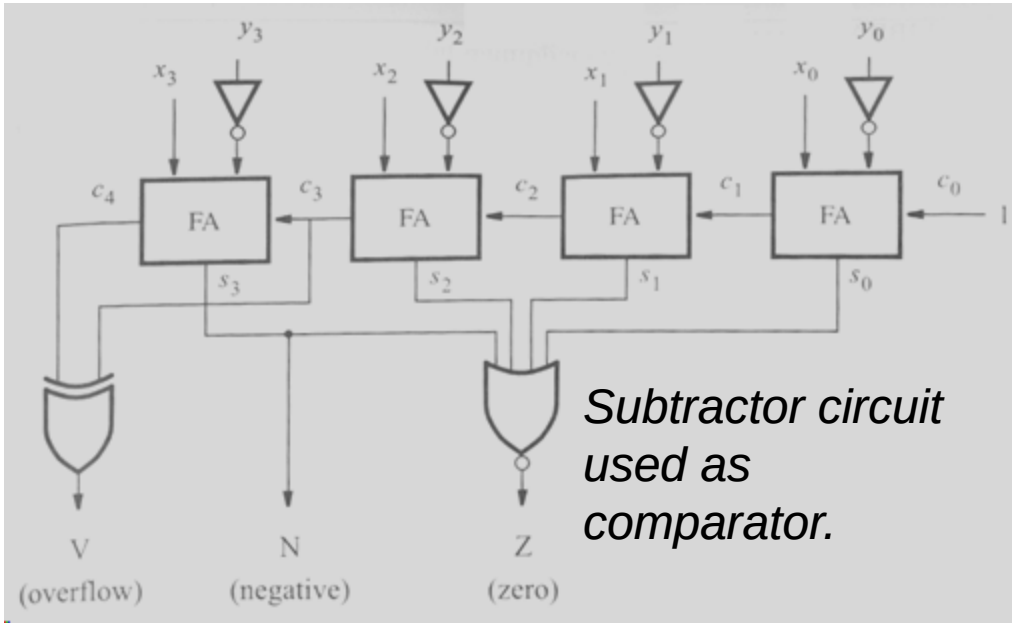
BV ex 5.10, < > =

Flags, Comparator. Two four-bit signed numbers, $X = x_3x_2x_1x_0$ and Y = $y_3y_2y_1y_0$, can be compared by using a subtractor circuit, which performs the operation $X - Y$. The three Flag-outputs denote the following:

- $Z = 1$ if the result is 0; otherwise $Z = 0$
- $N = 1$ if the result is negative; otherwise $N = 0$
- $V = 1$ if aritmetic overflow occurs; otherwise $V = 0$

Show how Z, N, and V can be used to determine the cases

$X = Y$, $X < Y$, $X > Y$.

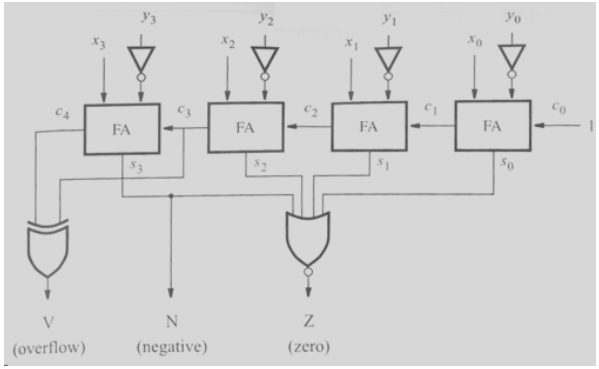


Subtractor circuit used as comparator.

William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10 X=Y

X = Y ?

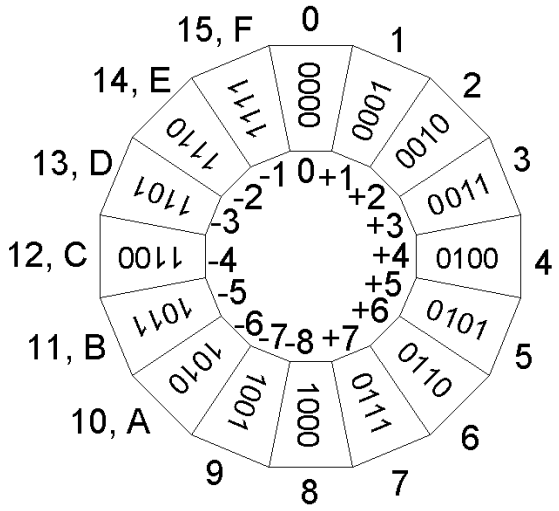


$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

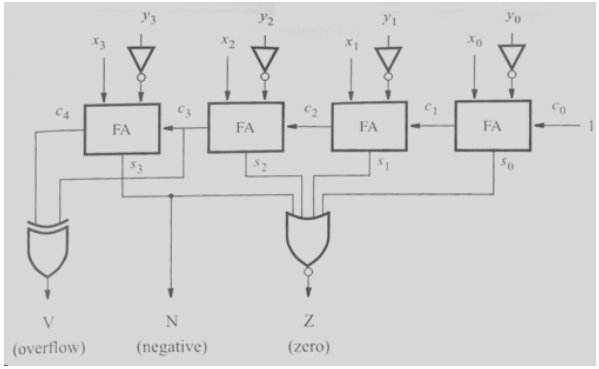
X = Y ?



William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10 X=Y

X = Y ?



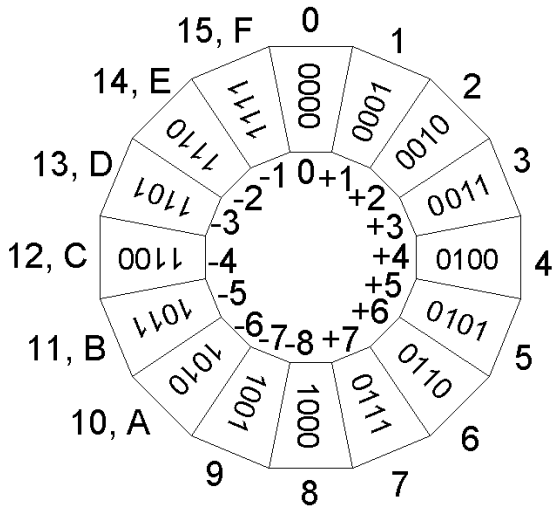
$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

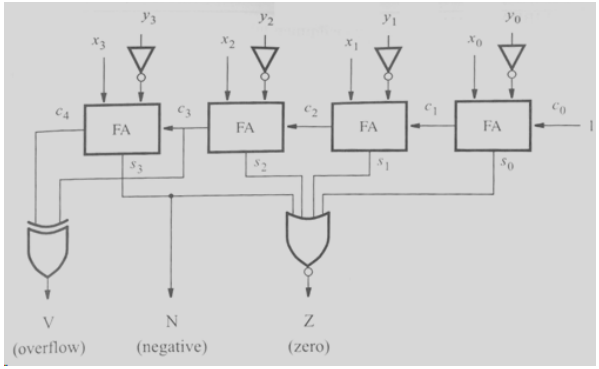
X = Y ?

$$X = Y \quad \Rightarrow \quad Z = 1$$



William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10 X<Y



$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

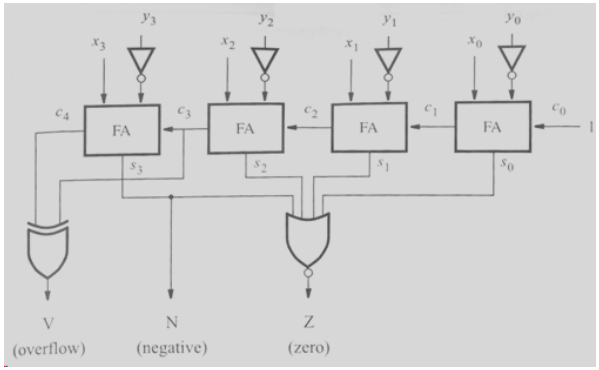
X < Y ?

Några testtal med X<Y:

X	Y	$X - Y$	V	N
3	4	$3-4=-1$	0	1
–4	–3	$-4--3=-1$	0	1
–3	4	$-3-4=-7$	0	1
–5	4	$-5-4=+7$	1	0

William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10 X<Y



$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

X < Y ?

Om *X* och *Y* har samma tecken kommer *X* - *Y* alltid att ligga inom talområdet. Dvs. *V* = 0. *X*, *Y* positiva tex. 3 – 4 *N* = 1. *X*, *Y* negativa tex. -4 – (-3) *N* = 1.

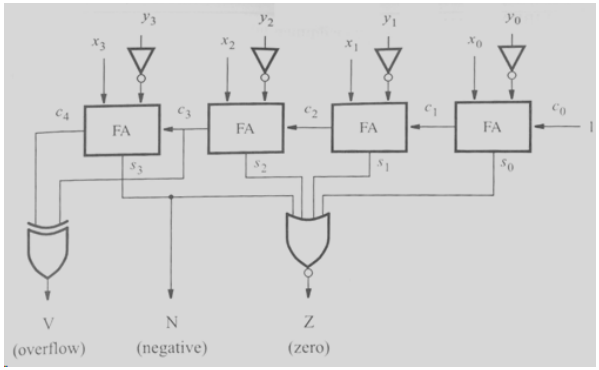
Om *X* neg och *Y* pos och *X* – *Y* ligger inom talområdet, blir *V* = 0 och *N* = 1. Tex. -3 – 4.

Om *X* neg och *Y* pos men *X* – *Y* ligger utanför talområdet, blir *V* = 1. Då blir *N* = 0. Ex. -5 – 4 .

- Vid *X*<*Y* blir flaggorna *V* och *N* således *alltid olika*. Detta kan indikeras med XOR.

William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10 X<Y



$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \quad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

X < Y ?

Om *X* och *Y* har samma tecken kommer *X* - *Y* alltid att ligga inom talområdet. Dvs. *V* = 0. *X*, *Y* positiva tex. 3 – 4 *N* = 1. *X*, *Y* negativa tex. -4 – (-3) *N* = 1.

Om *X* neg och *Y* pos och *X* – *Y* ligger inom talområdet, blir *V* = 0 och *N* = 1. Tex. -3 – 4.

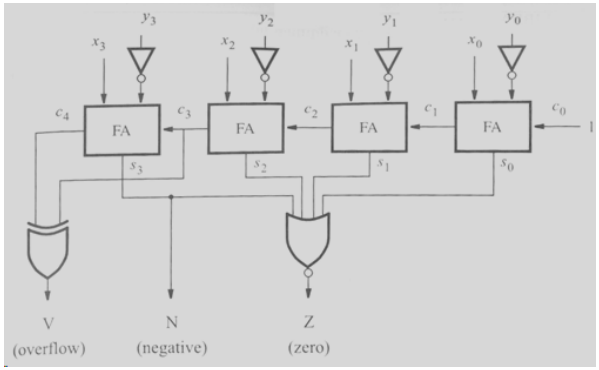
Om *X* neg och *Y* pos men *X* – *Y* ligger utanför talområdet, blir *V* = 1. Då blir *N* = 0. Ex. -5 – 4 .

• Vid *X*<*Y* blir flaggorna *V* och *N* således *alltid olika*. Detta kan indikeras med XOR.

$$X < Y \quad \Rightarrow \quad N \oplus V$$

William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10 more compares



$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

$$X = Y \quad \Rightarrow \quad Z = 1$$

$$X < Y \quad \Rightarrow \quad N \oplus V$$

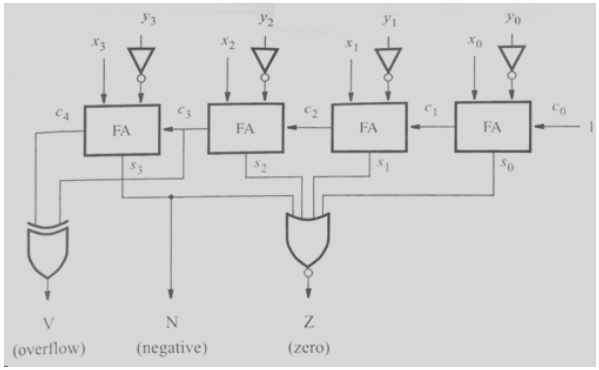
$$X \leq Y \quad \Rightarrow$$

$$X > Y \quad \Rightarrow$$

$$X \geq Y \quad \Rightarrow$$

William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10



$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

$$X = Y \quad \Rightarrow \quad Z = 1$$

$$X < Y \quad \Rightarrow \quad N \oplus V$$

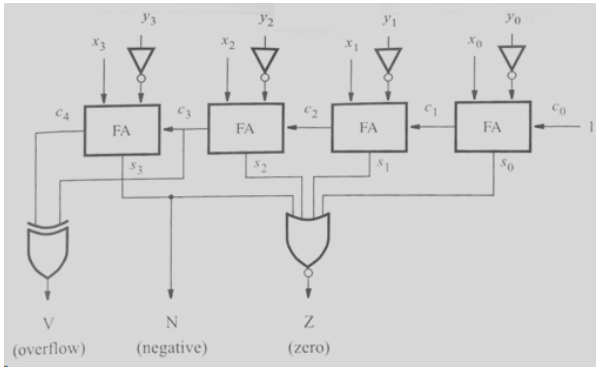
$$X \leq Y \quad \Rightarrow \quad Z + N \oplus V$$

$$X > Y \quad \Rightarrow \quad \overline{Z + N \oplus V} = \overline{Z} \cdot (\overline{N \oplus V})$$

$$X \geq Y \quad \Rightarrow \quad \overline{N \oplus V}$$

William Sandqvist william@kth.se

BV ex 5.10



$$X - Y$$

$$V = c_4 \oplus c_3 \qquad N = s_3$$

$$Z = \overline{(s_3 + s_2 + s_1 + s_0)}$$

$$X = Y \quad \Rightarrow \quad Z = 1$$

$$X < Y \quad \Rightarrow \quad N \oplus V$$

$$X \leq Y \quad \Rightarrow \quad Z + N \oplus V$$

$$X > Y \quad \Rightarrow \quad \overline{Z + N \oplus V} = \overline{Z} \cdot (\overline{N \oplus V})$$

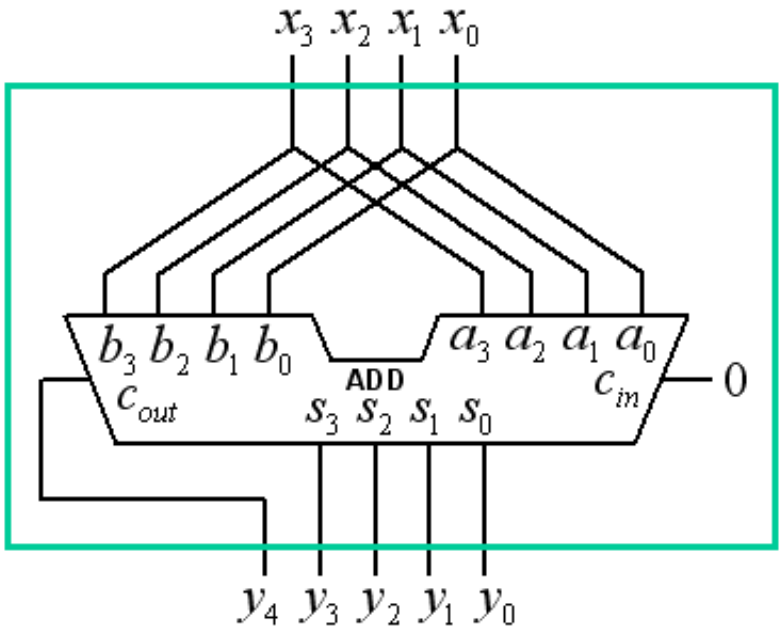
$$X \geq Y \quad \Rightarrow \quad \overline{N \oplus V}$$

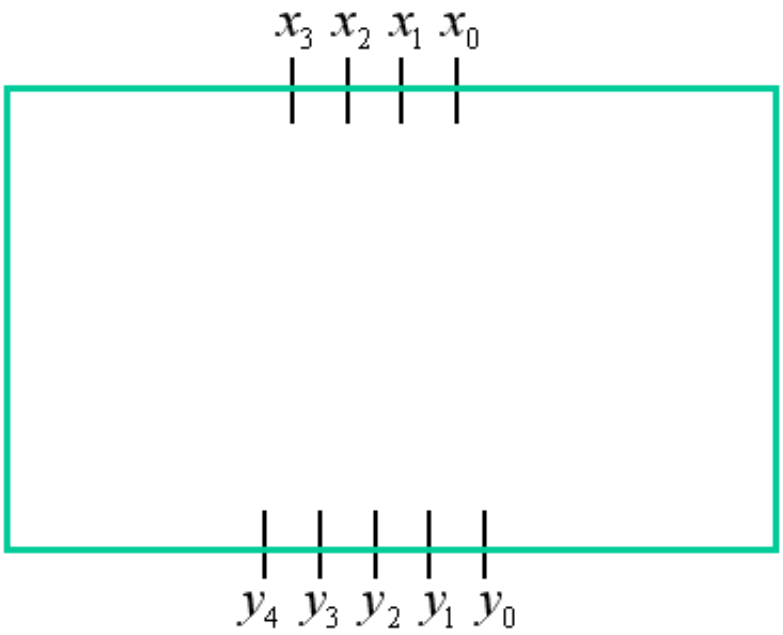
Så här kan en dator göra de vanligaste jämförelserna …

William Sandqvist william@kth.se

William Sandqvist william@kth.se

(Ex 8.12) Adderarkrets

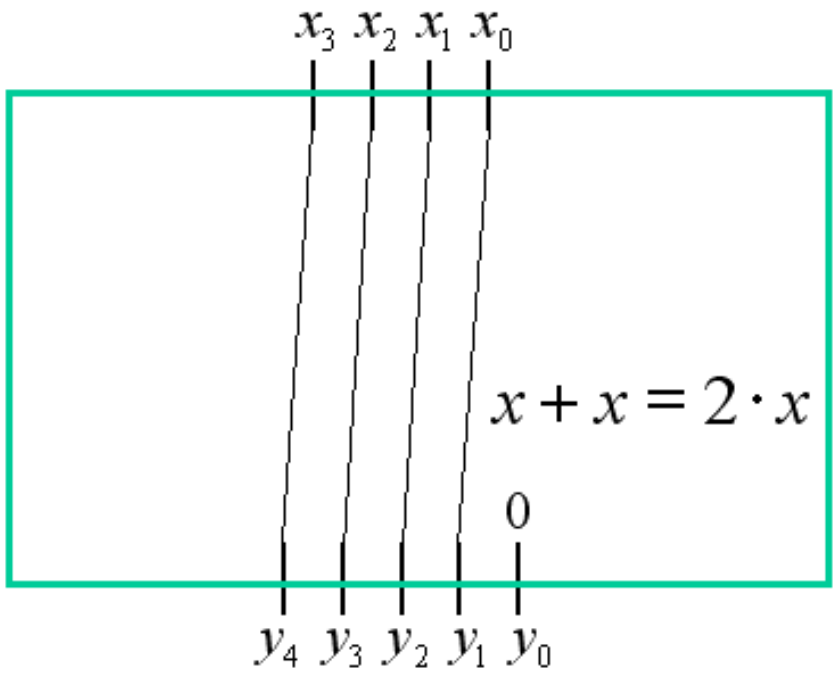




Ett fyrabitars teckenlöst tal x ($x_3x_2x_1x_0$) är anslutet till en 4-bits adderare som figuren visar. Resultatet blir ett 5-bitars tal y ($y_4y_3y_2y_1y_0$). Rita in i figuren till höger hur samma resultat kan fås ***utan användning av adderaren***. Konstanter med värdet 0 eller 1 finns tillgängliga.

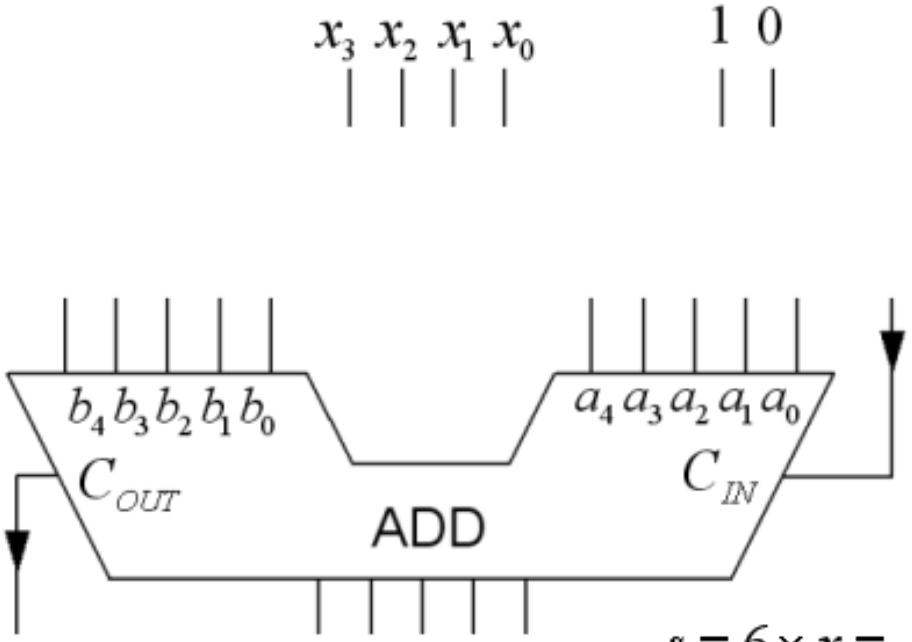
William Sandqvist william@kth.se

(Ex 8.12) Adderarkrets



William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.11 Multiply with 6 ?

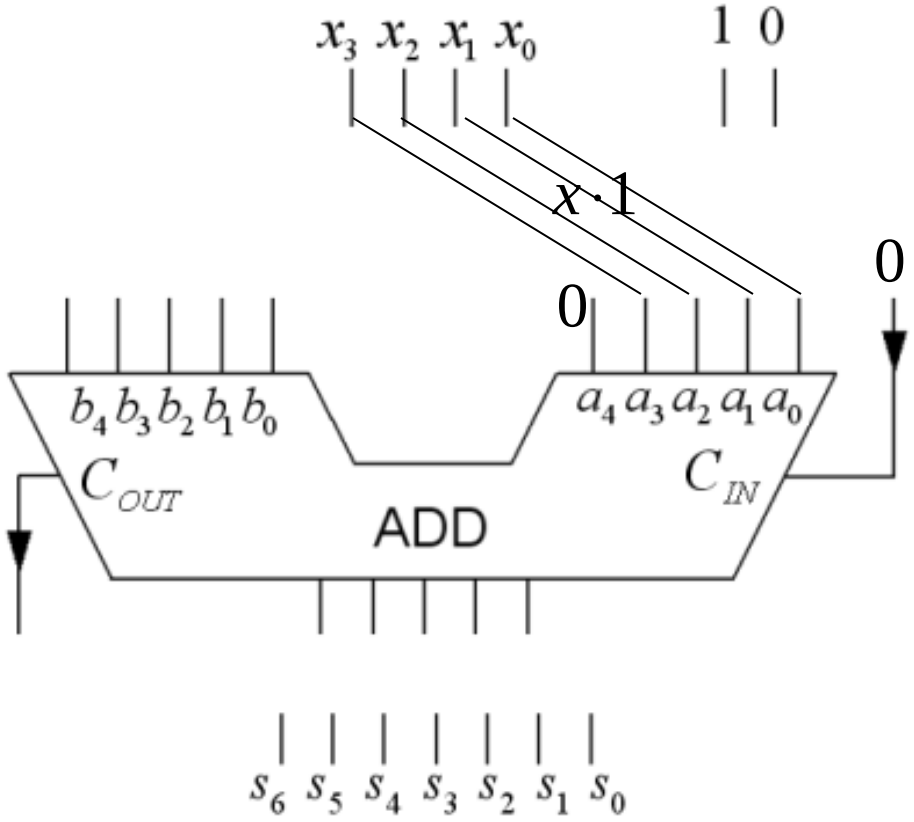


$$s = 6 \times x =$$

$$= 2 \times (2 \times x + 1 \times x)$$

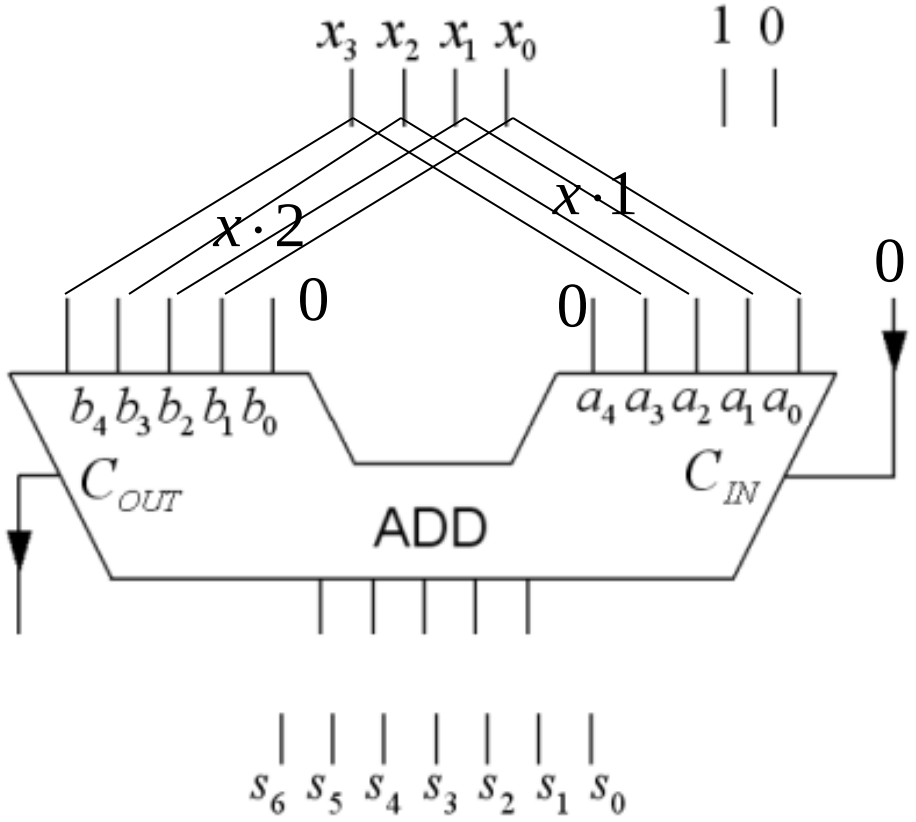
William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.11 Multiply with 6 !



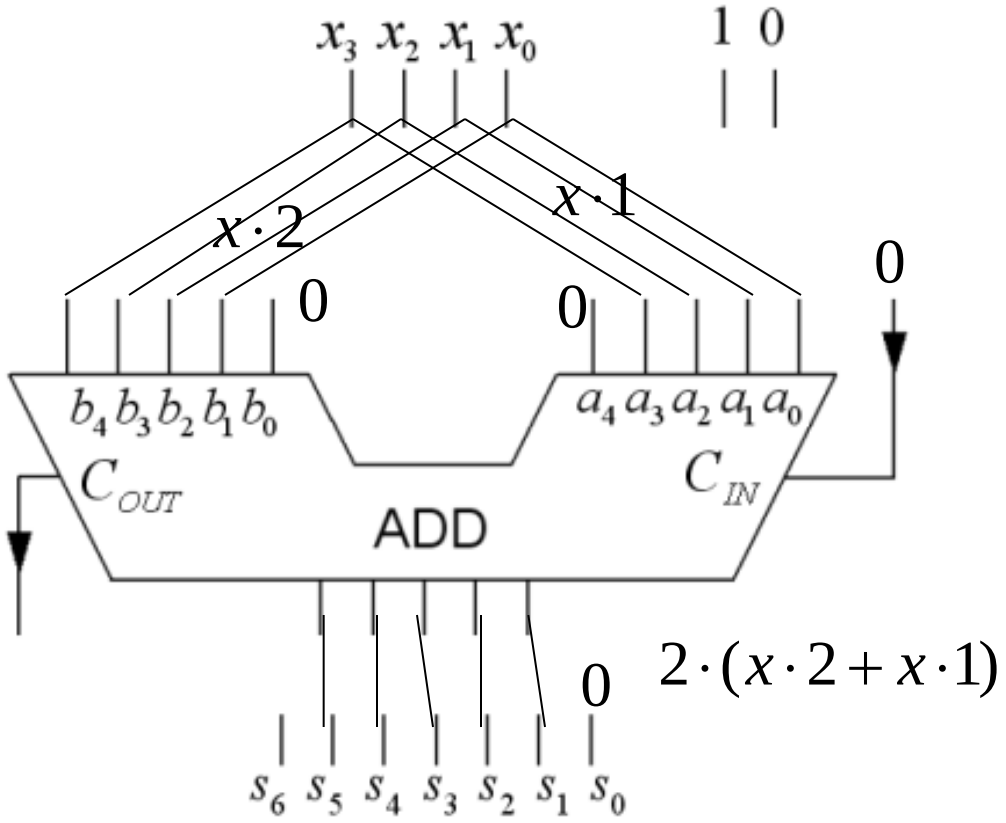
William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.11 Multiply with 6 !



William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.11 Multiply with 6 !

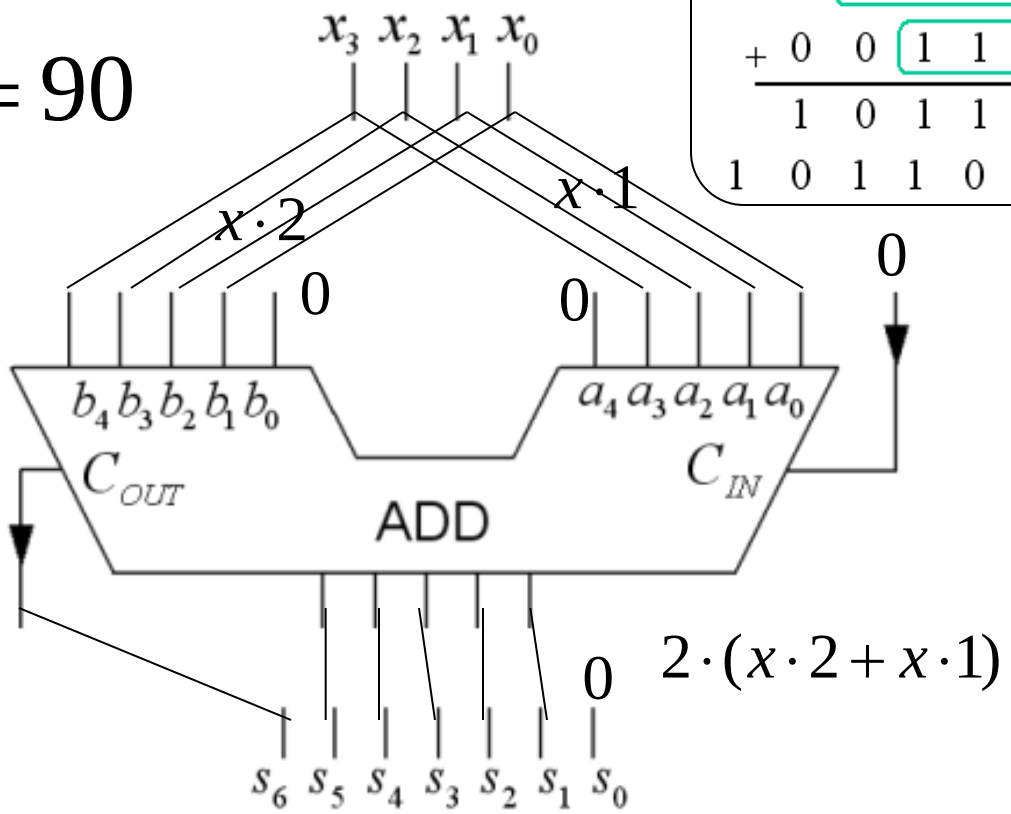


William Sandqvist william@kth.se

Ex 8.11 Multiply with 6 !

$$15 \cdot 6 = 90$$

$$1111 = 15$$



$$2 \cdot (x \cdot 2 + x \cdot 1)$$

	1	1	1	1	0	0	
	0	1	1	1	1	0	15×2
+	0	0	1	1	1	1	15×1
	1	0	1	1	0	1	
1	0	1	1	0	1	0	$\times 2$

$$1011010 = 90$$

William Sandqvist william@kth.se

William Sandqvist william@kth.se