

# Mängder

## 1. Mängder med reella tal

Mängderna  $A$ ,  $B$  och  $C$  består av reella tal:

$$A = \{x \in R \mid (x < 1 \vee x \geq 4) \wedge x > 2\},$$

$$B = \{x \in R \mid (x > 1 \wedge x \leq 4) \vee x \geq 2\},$$

$$C = \{x \in R \mid (x > 1 \wedge x \leq 4) \vee (x \geq -1 \wedge x \leq 0)\}$$

- Formulera dessa mängder med ord.
- Rita grafer till dessa mängder.
- Formulera mängderna  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  och  $\bar{C}$ , och rita deras grafer.

## 2. Mängder med reella tal

Mängderna  $A$ ,  $B$ ,  $C$  och  $D$  består av reella tal:

$$A = \{x \in R \mid x \geq 1 \wedge x < 4\},$$

$$B = \{x \in R \mid x \geq 1\} \cap \{x \in R \mid x < 4\},$$

$$C = \{x \in R \mid x < 0 \vee x \geq 4\},$$

$$D = \{x \in R \mid x < 0\} \cup \{x \in R \mid x \geq 4\}$$

- Formulera dessa mängder med ord.
- Rita grafer till dessa mängder.
- Bestäm mängderna  $A \setminus B$  och  $D \setminus C$ .

## 3. Mängder med naturliga tal

Mängderna  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  och  $F$  består av naturliga tal:

$$\begin{aligned}A &= \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 12 \wedge n \text{ primtal}\}, \\B &= \{n \in \mathbb{N} \mid (\exists k \in \mathbb{N}) (n = 2k + 1)\}, \\C &= \{n \in \mathbb{N} \mid 5 \mid n \wedge n \text{ udda}\}\end{aligned}$$

- a) Formulera mängden  $A$  genom att explicit ange alla dess element.
- b) Bestäm mängderna  $A \cap B$  och  $A \cup B$ .
- c) Vilken är relation mellan mängderna  $B$  och  $C$ ?

#### 4. Mängder med heltal

Mängderna  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  och  $F$  består av heltal:

$$\begin{aligned}A &= \{n \in \mathbb{Z} \mid n < 1\}, \\B &= \{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq 1 \wedge n < 4\}, \\C &= \{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq 4\}\end{aligned}$$

- a) Bestäm mängderna  $A \cap B$ ,  $B \cap C$ ,  $C \cap A$  och  $A \cup B \cup C$ .  
Vad märker du?

Yttra dina observationer i termer *disjunkta mängder* och *partition*.

- b) Bestäm mängderna  $\overline{A \cup B \cup C}$  och  $A \cap \overline{C}$ .
- c) Bestäm sanningsvärde av propositioner  $\overline{B} \subset A$  och  $A \subseteq \overline{C}$ .
- d) Bestäm potensmängden  $\mathcal{P}(B)$ .
- e) Bestäm  $|\mathcal{P}(A)|$ .

#### 5. Mängder med ordnade n-tupler

Mängderna  $A$ ,  $B$  och  $C$  består av ordnade  $n$ -tupler:

$$\begin{aligned}
 A &= \{(m, n) \in N \times N \mid m^2 + n^2 = 25\}, \\
 B &= \{(k, m, n) \in N \times N \times N \mid k < m < n \\
 &\quad \wedge k + m + n = 6\}, \\
 C &= \{(k, m, n) \in N \times N \times N \mid (n, m, k) \in B\}
 \end{aligned}$$

- a) Formulera mängderna  $A$ ,  $B$  och  $C$  genom att explicit ange alla deras element.
- b) Bestäm sanningsvärde av propositionen  $C = \overline{B}$ .

## 6. En mängd med punkter

Mängden  $A$  består av punkter i ett koordinatsystem:

$$\begin{aligned}
 A &= \{(x, y) \in R \times R \mid y \geq -x + 1 \\
 &\quad \wedge y \geq x - 1 \wedge x + 3y \leq 5\}
 \end{aligned}$$

- a) Formulera den här mängden med ord.
- b) Rita mängden  $A$ .
- c) Bevisa att mängden representerar en rätvinklig triangel. Bestäm längder av triangelns kateter och dess area.

## 7. En mängd med punkter

Mängden  $A$  består av punkter i ett koordinatsystem:

$A$ : de punkter som ligger på och under parabelen  $y = -x^2 + 1$ , och över  $x$ -axeln.

- a) Rita mängden  $A$ .
- b) Formulera mängden  $A$  med matematisk notation.

c) Rita mängden  $\bar{A}$ .

d) Formulera mängden  $\bar{A}$  med matematisk notation.

## 8. En mängd med punkter

Mängden  $A$  består av punkter i ett koordinatsystem:

$A$ : de punkter som ligger både inuti cirkeln  $x^2 + y^2 = 1$  och inuti cirkeln  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ .

a) Rita mängden  $A$ .

b) Formulera mängden  $A$  med matematisk notation.

c) Rita mängden  $\bar{A}$ .

d) Formulera mängden  $\bar{A}$  med matematisk notation.

## 9. En mängd med punkter

Mängden  $A$  består av punkter i ett koordinatsystem:

$$A = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 \leq 0 \\ \wedge x \leq -2 \wedge y \geq 1\}$$

a) Rita mängden  $A$ .

b) Formulera mängden med ord.

c) Bestäm ett element  $e$  sådant att

$$e \in \bar{A} \cap \{(x, y) \in R \times R \mid x = 0\}.$$