

ГУАП

КАФЕДРА № 41

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

старший преподаватель		Е. К. Григорьев
должн., уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С ЗАДАНЫМ
ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МЕТОДОМ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

по курсу: МОДЕЛИРОВАНИЕ.

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №	4217		У. А. Мазориев
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Цель работы:

Получить навыки моделирования наиболее известных генераторов равномерно распределенных псевдослучайных чисел в программной среде Python, а также первичной оценки качества полученных псевдослучайных чисел.

Результат выполнения работы

Программный код можно посмотреть, перейдя по ссылке на GitHub:
<https://github.com/Mrx112426/Modelirovanie/tree/main>

Ход выполнения работы

Распределение Рэлея — распределение вероятностей X случайной величины

$$f(x; \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), x \geq 0, \sigma > 0,$$

где σ — параметр масштаба. Соответствующая функция распределения имеет вид

$$P(X \leq x) = \int_0^x f(\xi) d\xi = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), x \geq 0.$$

На рисунке 1 показан график плотности распределения вероятностей распределение Рэлея.

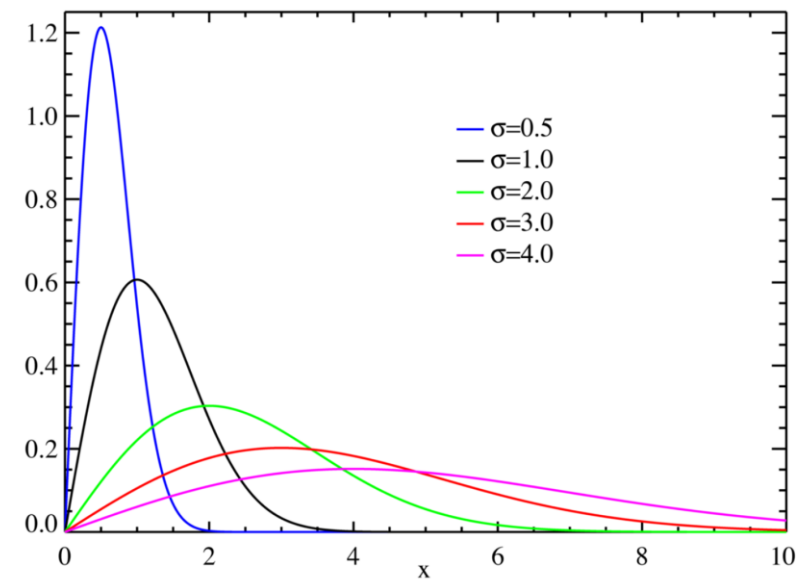


Рисунок 1 - Плотность распределения вероятностей

На рисунке 2 показан график функции распределения.

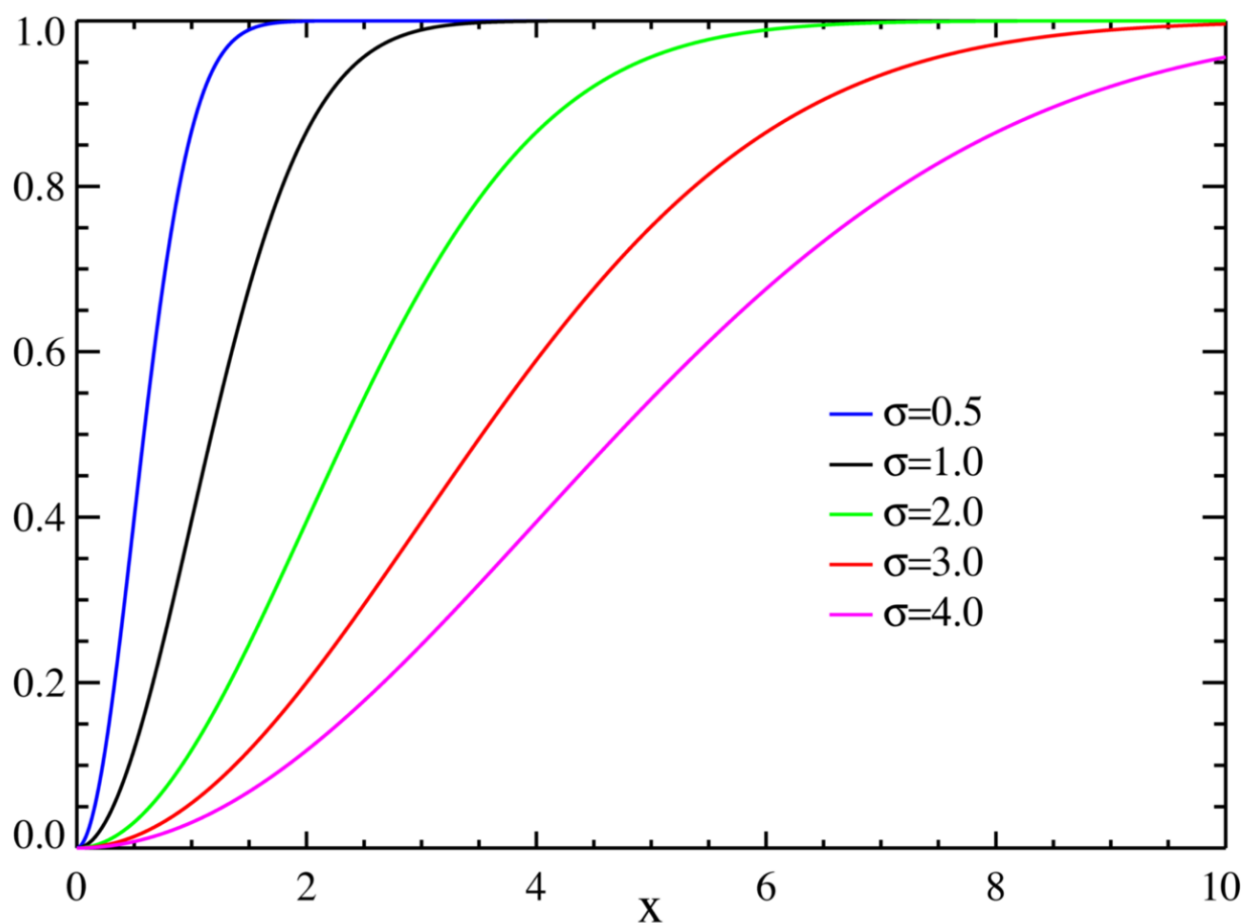


Рисунок 2 - График функции распределения

Метод обратной функции - метод для генерации случайных величин с заданным распределением на основе того, что функция распределения известна. Суть метода заключается в том, чтобы найти обратную функцию от распределения и применить её для получения случайных чисел с нужной функцией распределения.

Если U - случайная величина, распределенная равномерно на $[0,1]$, то значение X , распределённое по $F_X(X) = U$ можно получить из уравнения:

$$F_X(X) = U$$

Здесь $F_X(X)$ - функция распределения случайной величины X .

$$X = F_X^{-1}(U)$$

После реализуется скрипт на Python, результаты для $N = [1000, 5000, 10000]$, результаты показаны на рисунках 3 - 5.

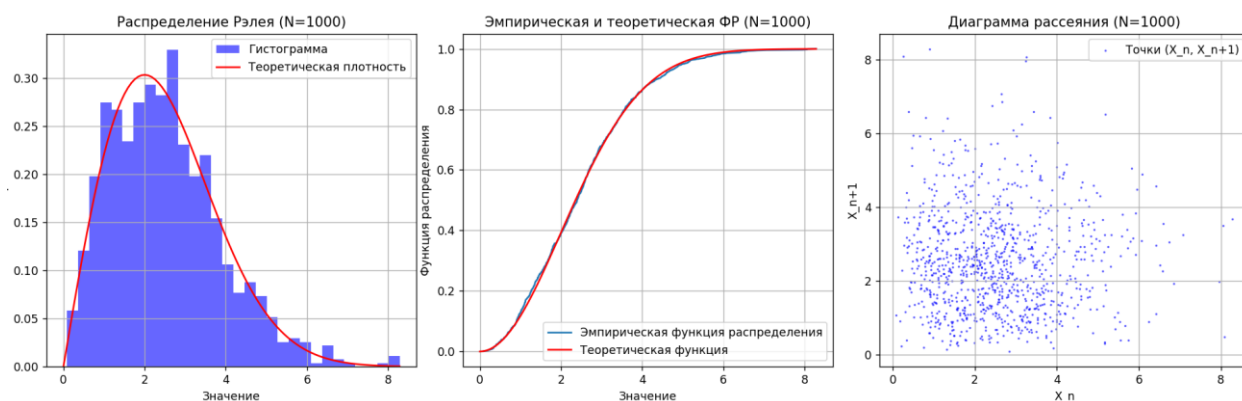


Рисунок 3 - Визуализация графиков $N = 1000$

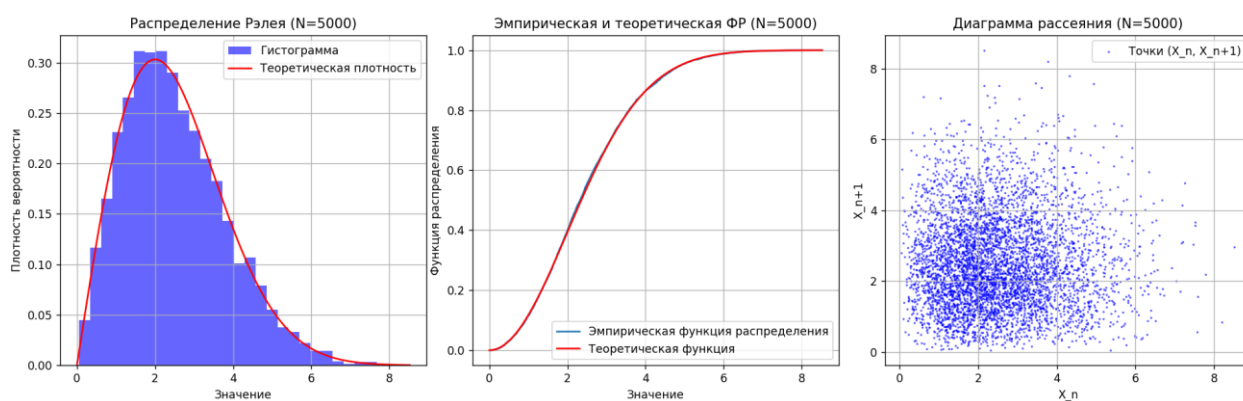


Рисунок 4 - Визуализация графиков $N = 5000$

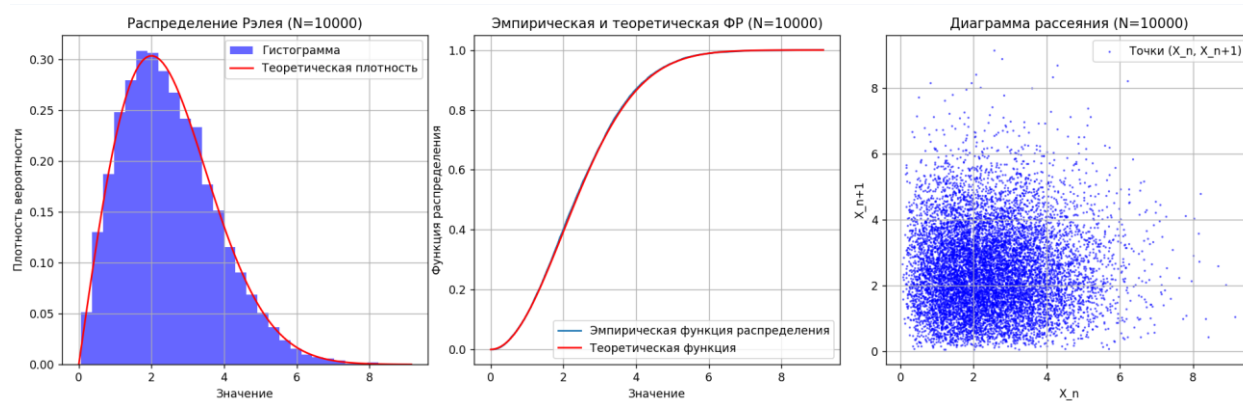


Рисунок 5 - Визуализация графиков $N = 10000$

Также выводятся основные характеристики (рис. 6).

Для $N = 1000$:

Среднее: 2.4955 (теор. 2.5066)
Дисперсия: 1.5350 (теор. 1.7168)
СКО: 1.2389 (теор. 1.3103)
Медиана: 2.3471
Мода: 0.0993
Размах: 6.9795
Количество интервалов: 31
Длина интервала: 0.2251
Коэффициент асимметрии: 0.5836
Коэффициент эксцесса (без коррекции): 3.0946

Для $N = 5000$:

Среднее: 2.5086 (теор. 2.5066)
Дисперсия: 1.7113 (теор. 1.7168)
СКО: 1.3082 (теор. 1.3103)
Медиана: 2.3766
Мода: 0.0723
Размах: 8.7211
Количество интервалов: 70
Длина интервала: 0.1246
Коэффициент асимметрии: 0.6125
Коэффициент эксцесса (без коррекции): 3.2596

Для $N = 10000$:

Среднее: 2.5128 (теор. 2.5066)
Дисперсия: 1.7518 (теор. 1.7168)
СКО: 1.3236 (теор. 1.3103)
Медиана: 2.3551
Мода: 0.0507
Размах: 9.2040
Количество интервалов: 100
Длина интервала: 0.0920
Коэффициент асимметрии: 0.6809
Коэффициент эксцесса (без коррекции): 3.4134

Рисунок 6 - Подсчитанные характеристики для $N = [1000, 5000, 10000]$

Проделанная работа показывает, что генератор псевдослучайных чисел работает хорошо, с увеличением объёма выборки наблюдается сходимость выборочных характеристик к теоретическим значениям, что подтверждается уменьшением разницы между расчетными и ожидаемыми средними, дисперсией и стандартным отклонением. С ростом выборки увеличивается размах данных, что связано с большей вероятностью появления редких значений в более крупных выборках. Коэффициенты асимметрии и эксцесса остаются положительными, что свидетельствует о скошенности распределения вправо и его более вытянутой форме по сравнению с нормальным распределением.

Вывод

В ходе лабораторной работы были получены навыки моделирования случайных величин с заданным законом распределения методом обратной функции в программной среде Python, а также первичной оценки качества полученных псевдослучайных чисел.