

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق

درس سیستم های کنترل خطی
استاد: دکتر حمید رضا تقی راد
پاسخ تمرین سری ششم

نام و نام خانوادگی	محمد امین محمدیون شبستری
شماره دانشجویی	۴۰۱۲۲۵۰۳
تاریخ	۱۴۰۳ دی



فهرست مطالب

۶	سوال اول
۶	رسم نمودار تابع تبدیل حلقه باز
۷	۱.۱ کد متلب تابع $G(s)$
۷	بهتر کردن خطای 30° برابر بهتر از حالت فعلی
۸	طراحی کنترلر Lag
۸	رسم نمودار تابع تبدیل حلقه باز به همراه جبران‌ساز پس فاز
۹	۱.۴.۱ کد متلب تابع $G(s)*C(s)$
۹	بررسی خطای سیستم
۱۰	سوال دوم
۱۰	بررسی خطای ماندگار
۱۰	بررسی فرکانس پهنهای باند (فرکانس گذر بهره)
۱۱	بررسی حاشیه فاز
۱۱	طراحی جبران‌ساز Lead
۱۲	پاسخ به سوالات
۱۲	الف - نوع کنترل کننده مناسب را با ذکر دلیل بیان کنید.
۱۲	ب - کنترل کننده نهایی را به همراه پارامترهای آن با توجه به اطلاعات داده شده در شکل پاسخ فرکانسی ارائه نمایید.
۱۲	سوال سوم
۱۲	بررسی فراجهش
۱۳	پیدا کردن حاشیه فاز
۱۳	بررسی $G(s)$
۱۳	محاسبه فاز $G(j0.98)$
۱۴	طراحی کنترلر
۱۴	نمودارهای سیستم
۱۵	تقریب زمان نشست
۱۶	بررسی زمان نشست و فراجهش واقعی سیستم
۱۷	نکته: تاخیر
۱۷	سوال چهارم
۱۷	بررسی خطای ماندگار به ورودی پله
۱۸	بررسی بهره ثابت k
۱۸	بررسی حاشیه فاز
۱۹	طراحی جبران‌ساز پیش فاز



۲۱	بررسی خطای حالت ماندگار به ورودی شبیه طراحی جبران‌ساز پس‌فاز	۵.۴
۲۱	۶.۴
۲۲	سیستم کلی طراحی شده	۷.۴
۲۳	نتیجه نهایی	۸.۴
۲۳		سوال پنجم
۲۳	الف: طراحی کنترلر برای فراجهش صفر و زمان نشست کمتر از ۳ ثانیه	۱.۵
۲۴	بررسی زمان نشست	۱.۱.۵
۲۴	بررسی فراجهش	۲.۱.۵
۲۴	بررسی حاشیه فاز	۳.۱.۵
۲۴	$\omega_c = 0.33$	۴.۱.۵
۲۶	$\omega_c = 0.8$	۵.۱.۵
۲۶	$\omega_c = 1$	۶.۱.۵
۲۶	طراحی نهایی کنترلر	۷.۱.۵
۲۸	ب: طراحی کنترلر برای $K_v = 1$ و بیشترین حاشیه فاز ممکن	۲.۵
۲۸	بررسی K_v	۱.۲.۵
۲۸	بررسی K_d	۲.۲.۵
۳۰	نتیجه‌گیری	۳.۲.۵



فهرست تصاویر

۶	Margin(G(s))	۱
۶	G(s) Function Transfer Simplified	۲
۸	lead) Margin(G(s)C(s)	۳
۹	G(s)C(s) of function transfer Simplified	۴
۱۰	system of response Frequency	۵
۱۴	Margin(G(s))	۶
۱۵	Margin(G(s)C(s))	۷
۱۶	response Step	۸
۱۶	Stepinfo	۹
۱۸	Margin(G(s))	۱۰
۲۰	Margin(G(s)C(s)-lead)	۱۱
۲۰	Tf(G(s)C_lead(s))	۱۲
۲۲	Margin(G(s)C(s)-lead*C(S)-lag)	۱۳
۲۲	Tf(G(s)C(s)-lead*C(S)-lag)	۱۴
۲۳	Margin(G)	۱۵
۲۵	Margin(G(s)*Kp)	۱۶
۲۵	Margin(G(s)C(s))	۱۷
۱۸		
		۲۶
۲۷	Margin(G(s)C(s))	۱۹
۲۸	K _d = 0.1	۲۰
۲۹	K _d = 0.3	۲۱
۲۹	K _d = 0.5	۲۲



فهرست جداول



فهرست برنامه‌ها

۷	code related to G(s)	۱
۹	code related to $G(s)*C(s)$	۲
۱۵	Matlab code G(s)	۳
۱۵	Matlab code $G(s)*C(s)$	۴
۱۷	response step code Matlab	۵
۱۸	Matlab code for G(s)	۶
۲۰	Matlab code for $G(s)C(s)$	۷
۲۲	$G(s)C(s)-lead*C(S)-lag$ for code Matlab	۸
۲۷	code Matlab	۹
۳۰	code Matlab	۱۰



۱ سوال اول

برای حل این سوال ابتدا در نظر می‌گیریم که بهره ما مطابق گفته سوال برابر با ۲ و میزان فراجهش نیز ۱۱% می‌باشد.

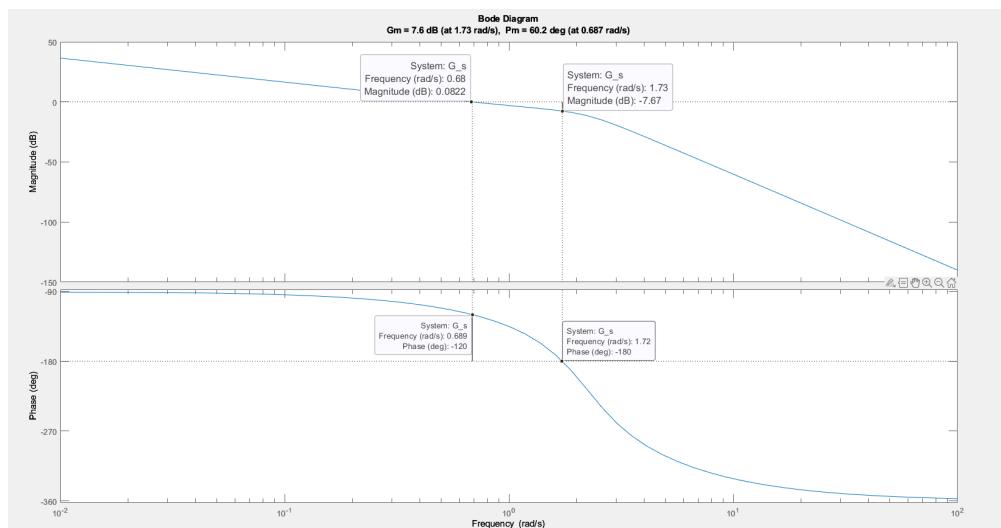
$$G(s) = \frac{5}{s(s+2)+5} \cdot \frac{1 \cdot k}{s(s+3)} \quad (1)$$

اگر داشته باشیم $k = 2$

$$\text{overshoot} = 11\% \quad (2)$$

۱.۱ رسم نمودار تابع تبدیل حلقه باز

نمودار زیر مربوط به تابع تبدیل حلقه باز است:



شكل ۱: Margin($G(s)$)

ans =

$$10 \\ \hline s^4 + 5 s^3 + 11 s^2 + 15 s$$

شكل ۲: G(s) Function Transfer Simplified

همانطور که در نمودار قابل مشاهده است داریم:



$$Pm = 60.2 \text{ @ frequency } \omega = 0.687 \text{ rad/sec} \quad (3)$$

$$Gm = 7.6 \text{ @ frequency } \omega = 1.73 \text{ rad/sec} \quad (4)$$

کد متلب تابع $G(s)$ ۱.۱.۱

```
s = tf('s');
num = 5 * 2;
den = (s*(s+2) + 5)*s*(s + 3);
G_s = num / den;
margin(G_s)
simplify(G_s)
```

code related to $G(s)$:\ Code

۲.۱ بهتر کردن خطای 30 برابر بهتر از حالت فعلی)

قرار است کاری کنیم که خطای ما 30 برابر بهتر شود. در حال حاضر خطای را برای ورودی شیب به دست می‌آوریم.
- چرا شیب؟ چون در $G(s)$ یک انتگرال‌گیر داریم و خطای نسبت به پله صفر است.

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad (5)$$

$$\text{ess} = \frac{1}{K_v} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad (6)$$

خطای ما باید 30 برابر بهتر از این مقدار باشد:

$$K_v^{\text{modified}} = 30 \cdot K_v = 20 \quad (7)$$

$$\text{ess}_{\text{new}} = \frac{1}{20} = 0.05 \quad (8)$$



۳.۱ طراحی کنترلر Lag

برای این کار اول باید بررسی کیم که چقدر باید بهره ما افزایش پیدا کند:

$$K_c = \frac{20}{2/3} = 30 \quad \Rightarrow \quad k_1 = K_c - 1 = 29 \quad (4)$$

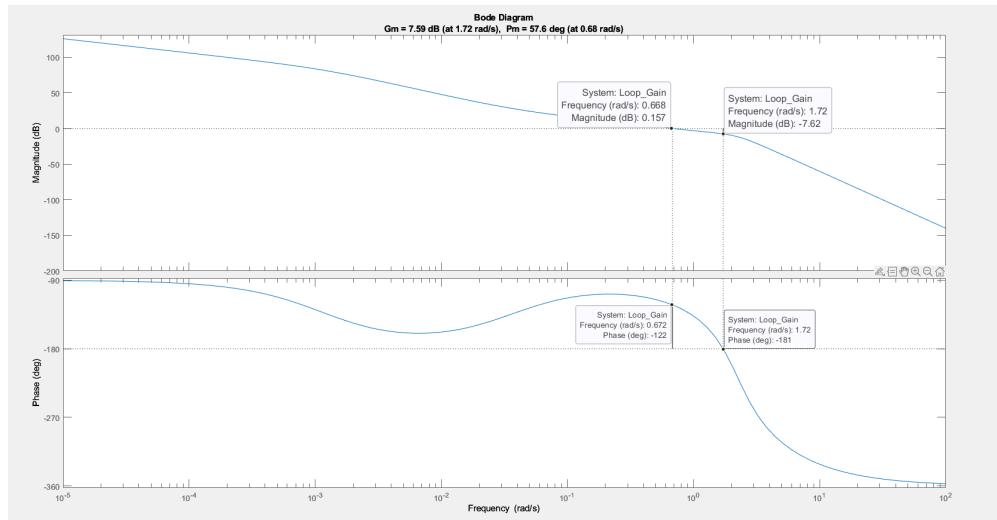
$$T = \frac{1}{\omega_{\text{crossover}}} \sqrt{\left(\frac{k_1}{\epsilon}\right)^2 - 1} \quad (10)$$

$$\epsilon = 0.05 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{0.687} \sqrt{\left(\frac{29}{0.05}\right)^2 - 1} = 844.2 \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{1}{K_c} = \frac{1}{30} = 0.033 \quad (12)$$

$$C(s)_{\text{lag}} = K_c \cdot \frac{T\alpha s + 1}{Ts + 1} = 30 \cdot \frac{0.033 \cdot 844.2s + 1}{844.2s + 1} \quad (13)$$

۴.۱ رسم نمودار تابع تبدیل حلقه باز به همراه جبران‌ساز پس فاز



شکل ۳: lead) Margin($G(s)C(s)$)

با توجه به نمودار بالا داریم:



```
ans =
-----  
8358 s + 300  
-----  
844.2 s^5 + 4222 s^4 + 9291 s^3 + 12674 s^2 + 15 s
```

شکل ۴: $G(s)C(s)$ of function transfer Simplified

$$Pm = 57.6 \text{ @ frequency } \omega = 0.681 \text{ rad/sec} \quad (14)$$

$$Gm = 7.6 \text{ @ frequency } \omega = 1.73 \text{ rad/sec} \quad (15)$$

همانطور که مشخص شد مقدار حاشیه فاز کمی تغییر کرده است. در این سوال مد نظر ما نیست ولی اگر قرار بود ثابت نگهش داریم می‌توانستیم یک جبران‌ساز lead دیگر به سیستم اضافه کنیم.

۱.۴.۱ کد مطلب تابع $G(s)*C(s)$

```
s = tf('s');
num = 5 * 2;
den = (s*(s+2) + 5)*s*(s + 3);
G_s = num / den;
num_c = (30*(0.033*844.2*s + 1));
den_c = (844.2*s + 1);
C_lead = num_c / den_c;
Loop_Gain = G_s*C_lead;
margin(Loop_Gain)
simplify(Loop_Gain)
```

code related to $G(s)*C(s)$: ۲ Code

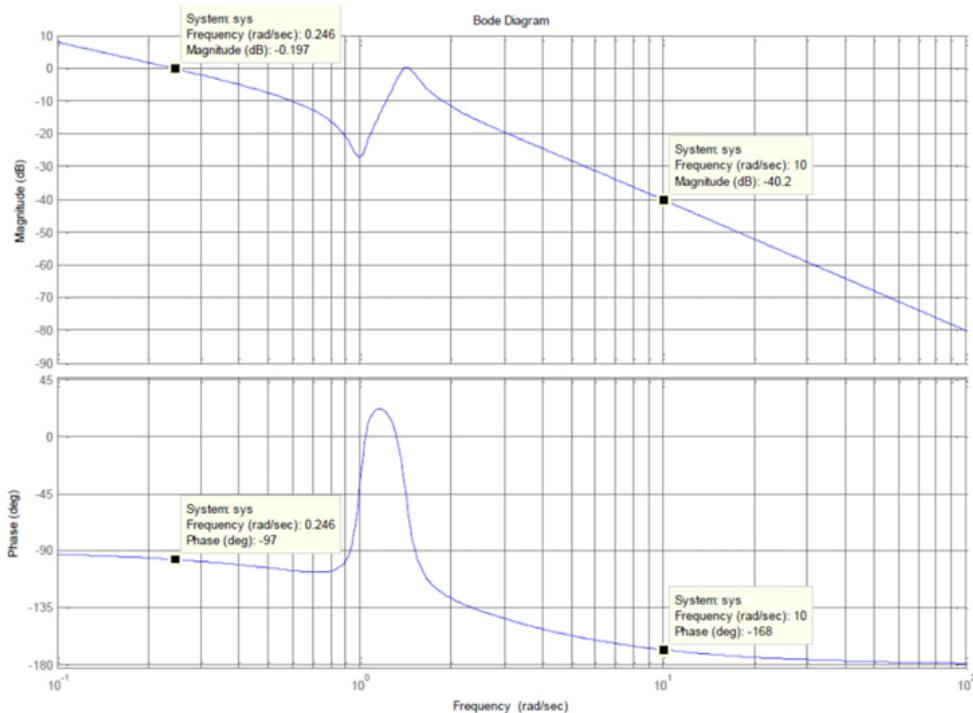
۵.۱ بررسی خطای سیستم

$$K_v = \frac{300}{15} = 20 \quad \Rightarrow \quad ess = \frac{1}{K_v} = 0.05 \quad (16)$$

در نتیجه خطای ما 30° برابر بهتر شده است.



۲ سوال دوم



شکل ۵ system of response Frequency

در این سوال مطابق صورت سوال باید طراحی را طوری انجام دهیم که:

$$Pm > 32 \bullet$$

$$\omega_{wb} > 10 \text{ rad/sec} \bullet$$

$$ess \text{ for step input} = 0 \bullet$$

۱.۲ بررسی خطای ماندگار

همانطور که داخل نمودار مشاهده می‌شود، در فرکانس صفر بهره ما با شیب -20 db/sec در حال کاهش است و فاز نیز -90° است. این بدان معنی است که داخل سیستم یک انتگرال‌گیر داریم و در حالت کلی خطای ماندگار ما به ورودی پله صفر است. در نتیجه این شرط برقرار است.

۲.۲ بررسی فرکانس پهنه‌ای باند (فرکانس گذربهره)

در این فرکانس بهره ما 3 db است که ما برای محاسبه ساده‌تر آن را با فرکانس گذربهره در نظر گرفته و بهره را صفر در نظر می‌گیریم.



با توجه به نمودار سوال، بهره ما در این فرکانس برابر 40.2 dB است و برای اینکه جابه‌جا شود و به صفر برسد باید اندازه 40.2 dB جابه‌جا شود:

$$20 \log_{10}(k) = 40.2 \quad (17)$$

$$k = 10^{2.01} = 102.33 \quad (18)$$

بهره مناسب ما 102.33 است.

۳.۲ بررسی حاشیه فاز

$$\omega = 10 \text{ rad/sec} \quad (19)$$

$$\text{Phase } @ \omega = 10 \text{ rad/sec} = -168 \quad (20)$$

$$Pm = 180 - 168 = 12 \quad (21)$$

$$\phi = 32 - 12 = 20 \quad (22)$$

به اندازه 20 درجه حاشیه فاز ما باید تغییر کند.

۴.۲ طراحی جبران‌ساز

$$\phi = 20 \quad (23)$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} = 2.03 \quad (24)$$

$$T = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{2.03}} = 0.07 \quad (25)$$



$$C(s)_{\text{lead}} = \frac{k/\sqrt{\alpha}}{\alpha Ts + 1} \cdot \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} \quad (26)$$

$$C(s)_{\text{lead}} = 71.59 \cdot \frac{0.142S + 1}{0.07S + 1} \quad (27)$$

۵.۲ پاسخ به سوالات

۱.۵.۲ الف - نوع کنترل کننده مناسب را با ذکر دلیل بیان کنید.

پاسخ - از کنترل کننده lead استفاده کردم زیرا قرار بود مقدار فاز را جایه جا کنم. توسط جبران ساز پیش فاز می توانیم سرعت سیستم را تغییر دهیم؛ در فرکانس های بالا بهره افزایش می یابد و در فرکانس های میانی فاز را افزایش می دهیم.

۲.۵.۲ ب - کنترل کننده نهایی را به همراه پارامترهای آن با توجه به اطلاعات داده شده در شکل پاسخ فرکانسی ارائه نمایید.

پاسخ:

$$C(s)_{\text{lead}} = 71.59 \cdot \frac{0.142S + 1}{0.07S + 1} \quad (28)$$

۳ سوال سوم

در این سوال تابع تبدیل سیستم حلقه باز ما به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{K_i}{s} \cdot \frac{e^{-0.4s}}{0.2s + 1} \quad (29)$$

کنترلر ما نیز به شکل زیر تعریف شده است:

$$Gc(s) = \frac{K_p s}{K_i} + 1 \quad (30)$$

۱.۳ بررسی فراجهش

با توجه به اطلاعاتی که سوال به ما داده است، فراجهش باید کمتر از ۱۰ درصد باشد:

$$M_p \leq \frac{10}{100} \quad (31)$$

$$M_p = \frac{e^{-\zeta\pi}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (32)$$



برای یافتن ζ داریم:

$$\zeta = \frac{-\ln(M_p/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(M_p/100)^2}} \quad (33)$$

$$\zeta = 0.59 \quad (34)$$

۲.۳ پیدا کردن حاشیه فاز

می‌توانیم با تقریب خوبی حاشیه فاز را پیدا کنیم:

$$Pm = 100 \cdot \zeta \quad (35)$$

$$Pm = 59 \quad (36)$$

۳.۳ بررسی $G(s)$

برای محاسبه $|G(j\omega)| = 1$:

$$\frac{1}{\omega\sqrt{0.04\omega^2 + 1}} = 1 \quad (37)$$

معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$\omega^4 + 0.04\omega^2 - 1 = 0 \quad (38)$$

$$\omega^2 = 0.962 \quad \text{و} \quad \omega^2 = -25.962 \quad (39)$$

مقدار دوم که منفی است، قابل قبول نیست. در نتیجه:

$$\omega^2 = 0.962 \quad \Rightarrow \quad \omega = 0.98 \text{ rad/sec} \quad (40)$$

۴.۳ محاسبه فاز $G(j0.98)$

$$\text{Phase}(j0.98) = -0.4\omega \frac{180}{\pi} - 90 - \arctan(0.2\omega) \quad (41)$$

$$\text{Phase}(j0.98) = -123.53^\circ \quad (42)$$

$$Pm = 180 - 123.53 = 56.47 \quad (43)$$



۵.۳ طراحی کنترلر

فاز ما باید به مقدار زیر تغییر کند:

$$\phi = 59 - 56.47 = 2.53^\circ \quad (44)$$

$$T = \frac{\tan(\phi)}{\omega} = \frac{\tan(2.53^\circ)}{0.98} = 0.045 \quad (45)$$

کنترلر ما به شکل زیر تعریف شده است:

$$Gc(s) = \frac{K_p s}{K_i} + 1 = Ts + 1 \quad (46)$$

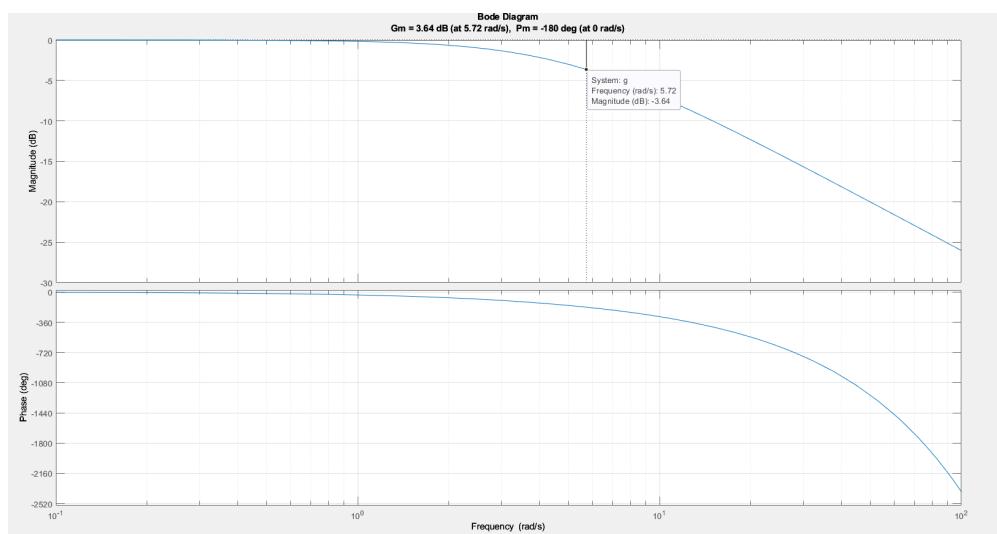
با فرض اینکه $K_i = 1$, داریم

$$K_p = 0.045 \quad (47)$$

در نتیجه کنترلر طراحی شده:

$$G(s) \cdot C(s) = \left(\frac{0.045s}{1} + 1 \right) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-0.4s}}{0.2s + 1} \quad (48)$$

۶.۳ نمودارهای سیستم

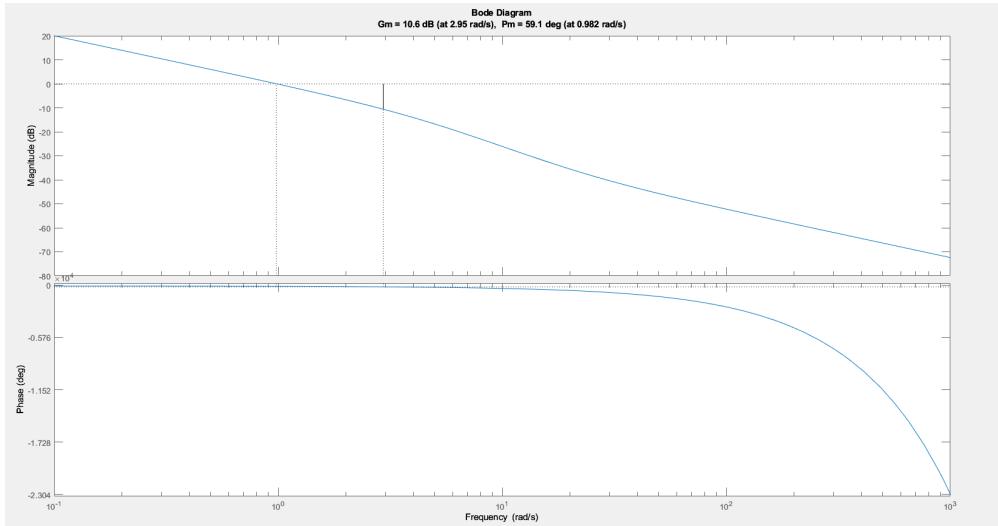


شکل ۶: Margin($G(s)$)



```
s = tf('s');
num = pxe(-0.4*s);
den = 0.2*s + 1;
g* = num /den;
margin(g)
```

Matlab code G(s) :۳ Code



Margin(G(s)C(s)) :۷ شکل

```
s = tf('s');
num = pxe(-0.4*s);
den = 0.2*s + 1;
ki = 1;
kp = 0.048;
g* = num /(den);
ip = (ki/s)*(kp*s/ki + 1);
l* = ip*g;
margin(1)
```

Matlab code G(s)*C(s) :۴ Code

۷.۳ تقریب زمان نشست

به طور تقریبی می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

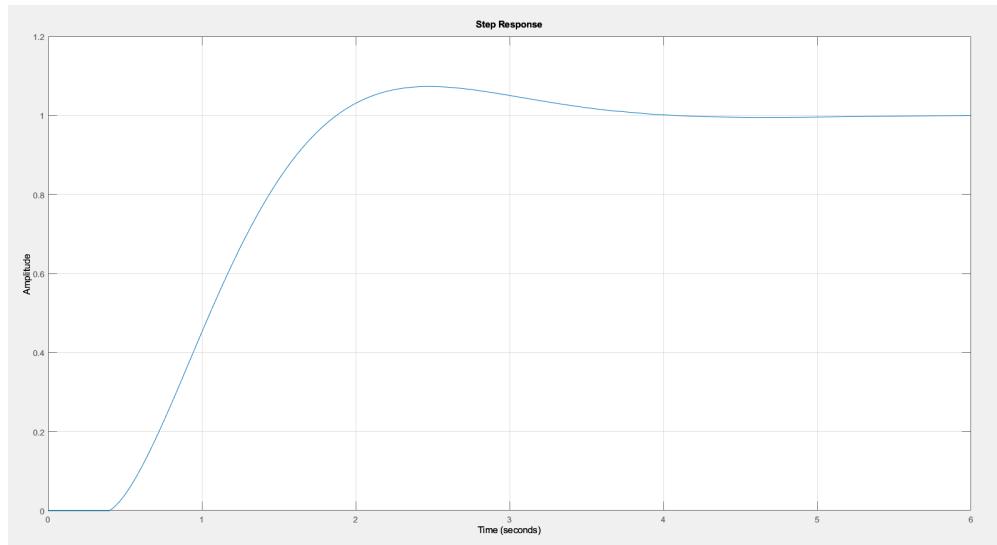
$$t_s = \frac{1}{\omega_{\text{crossover}}} \quad (49)$$



$$t_s = \frac{1}{0.98} = 1.02 \text{ ثانیه} \quad (50)$$

۸.۳ بررسی زمان نشست و فراجهش واقعی سیستم

مطابق تصویر زیر، نتیجه پاسخ سیستم به ورودی پله مشاهده می‌شود:



شكل ۸: response Step

```
ans =
struct with fields:
    RiseTime: 1.0216
    TransientTime: 3.4872
    SettlingTime: 3.4872
    SettlingMin: 0.9009
    SettlingMax: 1.0730
    Overshoot: 7.2961
    Undershoot: 0
    Peak: 1.0730
    PeakTime: 2.4757
```

شكل ۹: Stepinfo



```
s = tf('s');
num = pxe(-0.4*s);
den = 0.2*s + 1;
ki = 1;
kp = 0.048;
g* = num /(den);
ip = (ki/s)*(kp*s/ki + 1);
l* = ip*g;
closed_loop = l / (1+l);
stepinfo(closed_loop)
margin(l)
```

response step code Matlab :^۵ Code

مطابق این نتایج، میزان فراجهش ما 7.2% است که از مقدار 10% مطابق خواسته سوال کمتر است.
زمان نشست ما نیز ثانیه 3.48 است که با مقدار تقریبی ثانیه 2.46 تفاوت دارد.

۹.۳ نکته: تاخیر

تاخیر نیز در نمودار پاسخ زمانی قابل مشاهده است، جایی که از ثانیه 0.4 نمودار شروع به افزایش کرده است.

۴ سوال چهارم

در این سوالتابع تبدیل ما به صورت زیر داده شده است:

$$G(s) = \frac{2500 \cdot k}{s(s+25)} \quad (51)$$

باید تابع تبدیلی طراحی کنیم که:

- خطای حالت ماندگار به ورودی پله را صفر کند.
- حاشیه فاز بزرگتر از ۴۵ درجه باشد.
- خطای ماندگار به شبکه کمتر از ۱ درصد باشد.

۱۰.۴ بررسی خطای ماندگار به ورودی پله

داخل تابع تبدیل $G(s)$ یک انتگرال گیر داریم. وجود انتگرال باعث می‌شود که خطای حالت ماندگار ما به ورودی پله صفر شود.

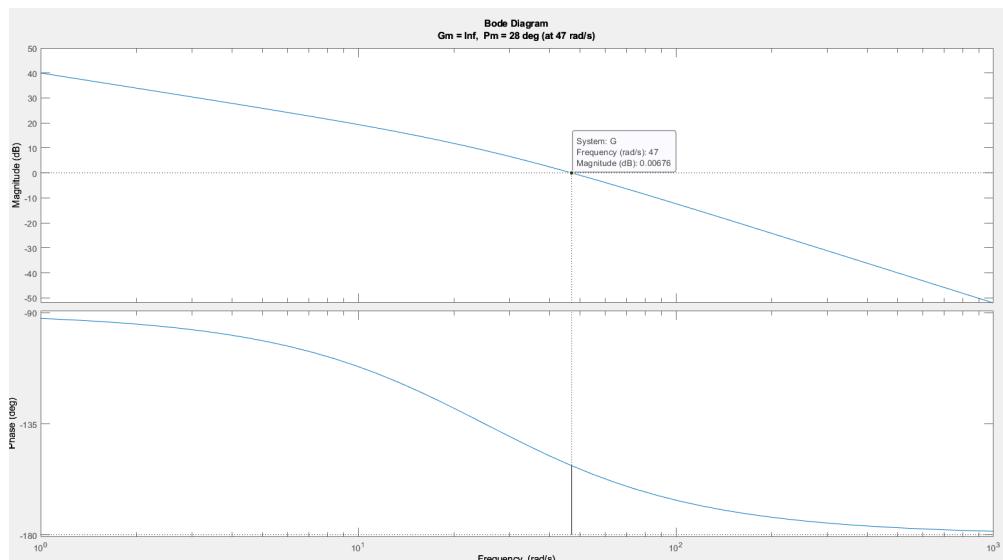
۲.۴ بررسی بهره ثابت k

در ابتدا برای شروع $k = 1$ در نظر می‌گیریم. با این کار خطای حالت ماندگار به ورودی شبکه ۱% می‌شود:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 100 \quad (52)$$

$$\text{ess} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\% \quad (53)$$

۳.۴ بررسی حاشیه فاز

Margin($G(s)$) : ۱۰

```
s = tf('s');
num = 2500;
den = s*(s+25);
G = num / den;
margin(G)
```

Matlab code for $G(s)$:

با توجه به نمودار بالا مقادیر زیر به دست می‌آیند:

$$|G| = 1 \quad \omega = 47.05 \text{ rad/sec} \quad (54)$$



$$\text{Phase} @ \omega = 47.05 = -152.5^\circ \quad (55)$$

$$Pm = 180 - 152.5 = 27.5 \quad (56)$$

حاشیه فاز مورد نظر ما برابر است با 45° . در نتیجه:

$$45 - 27.5 = 17.5 \quad (57)$$

به این اندازه باید فاز ما زیاد شود.

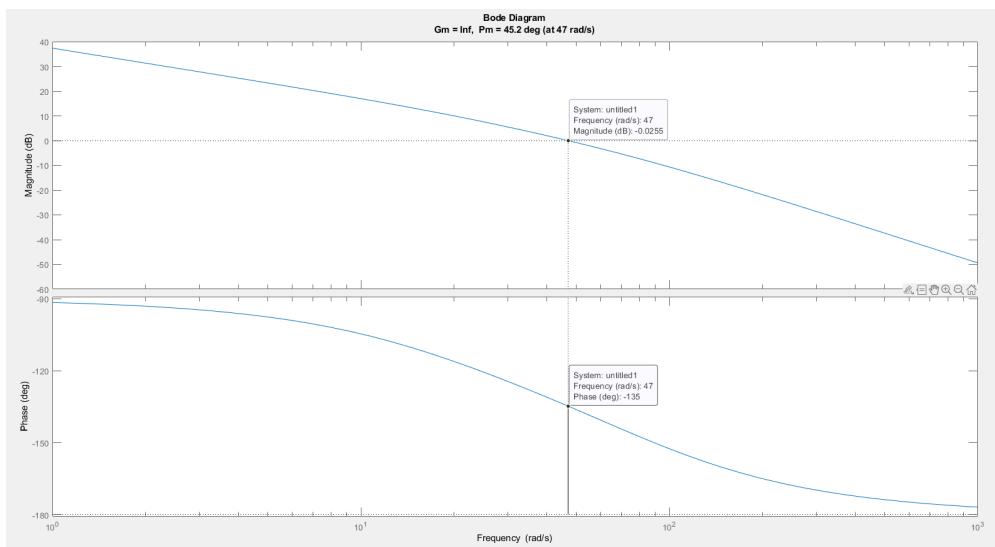
۴.۴ طراحی جرمان‌ساز پیش‌فاز

$$\phi = 17.5^\circ \quad (58)$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin(\phi)}{1 - \sin(\phi)} = 1.84 \quad (59)$$

$$T = \frac{1}{\omega\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{47.05 \cdot \sqrt{1.84}} = 0.0157 \quad (60)$$

$$C(s)_{\text{lead}} = \frac{1/\sqrt{1.84} \cdot (0.0157 \cdot 1.84 \cdot s + 1)}{0.0157 \cdot s + 1} \quad (61)$$

شکل ۱۱: Margin($G(s)C(s)$ -lead)

```
ans =
53.24 s + 1843
-----
0.0157 s^3 + 1.393 s^2 + 25 s
```

شکل ۱۲: $Tf(G(s)C_lead(s))$

```
s = tf('s');
num = 2500;
den = s*(s+25);
G = num / den;
Lead = (1/trqs(1.84)) * (0.0157*1.84*s + 1) / (0.0157*s + 1);
margin(G*Lead)
G*Lead
```

Matlab code for $G(s)C(s)$: v Code

با توجه به نمودار بالا حاشیه فاز ما درست شده است. ولی باید مجدد خط را بررسی کنیم، چون با بهره ثابت خط را تنظیم کرده بودیم و اکنون ممکن است به هم ریخته باشد.



۵.۴ بررسی خطای حالت ماندگار به ورودی شیب

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)C_{\text{lead}} = 74 \quad (62)$$

$$\text{ess} = \frac{1}{K_v} = 0.0135 = 1.35\% \quad (63)$$

همانطور که مشخص است ۰.۳۵٪ بیشتر از خطای مورد نظر داریم. برای اینکه این مشکل را حل کنیم بدون اینکه فاز به هم بخورد باید از جبران‌ساز پس‌فاز استفاده کنیم.

۶.۴ طراحی جبران‌ساز پس‌فاز

$$G(s)_{\text{new}} = G(s) \cdot C(s)_{\text{lead}} \quad (64)$$

$$\text{ess} \leq \frac{1}{100} \quad \Rightarrow \quad K_v \geq 100 \quad (65)$$

در نظر می‌گیریم که $K_v = 100$

$$K_c = \frac{K_v}{K_v^{\text{old}}} = \frac{100}{74} = 1.35 \quad (66)$$

به اندازه K_c بهره باید زیاد شود:

$$K_1 = K_c - 1 = 0.35 \quad (67)$$

$$T = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{K_1}{\epsilon}\right)^2 - 1} \quad (68)$$

در اینجا ϵ را از مقدار ۰.۰۱ تا مقدار ۰.۱ می‌توان در نظر گرفت. با مقداردهی $\epsilon = 0.05$:

$$T = \frac{1}{47.05} \sqrt{\left(\frac{0.35}{0.05}\right)^2 - 1} = 0.147 \quad (69)$$

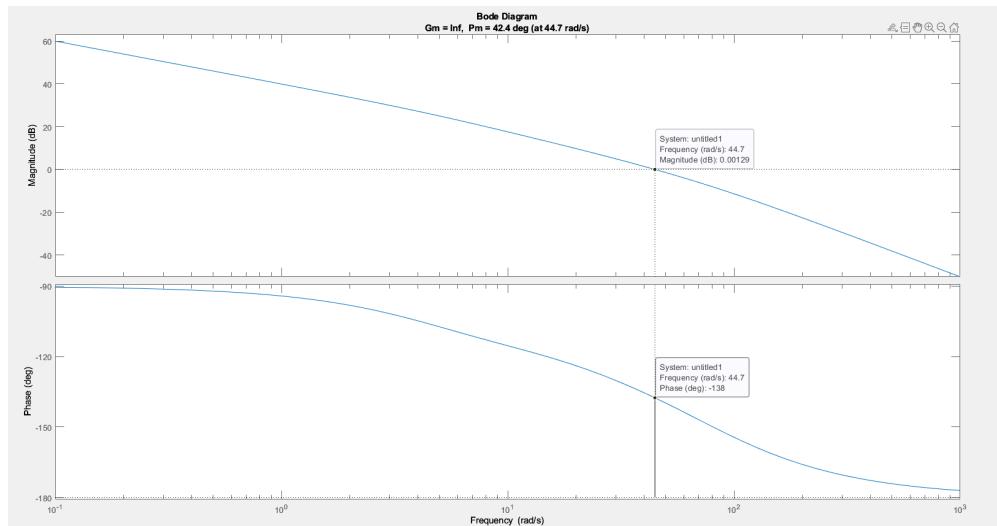
$$\alpha = \frac{1}{K_c} = 0.74 \quad (70)$$

$$C(s)_{\text{lag}} = 1.35 \cdot \frac{0.1s + 1}{0.147s + 1} \quad (71)$$



۷.۴ سیستم کلی طراحی شده

$$G(s) \cdot C(s)_{\text{lead}} \cdot C(s)_{\text{lag}} = \left(\frac{1/\sqrt{1.84} \cdot (0.0157 \cdot 1.84 \cdot s + 1)}{0.0157 \cdot s + 1} \right) \cdot \frac{2500}{s(s+25)} \cdot \left(1.35 \cdot \frac{0.1s + 1}{0.147s + 1} \right) \quad (۷۲)$$



شکل ۱۳ Margin(G(s)C(s)-lead*C(S)-lag)

```
ans =
7.188 s^2 + 320.7 s + 2488
-----
0.002308 s^4 + 0.2204 s^3 + 5.067 s^2 + 25 s
```

شکل ۱۴ Tf(G(s)C(s)-lead*C(S)-lag)

```
s = tf('s');
num = 2500;
den = s*(s+25);
G = num / den;
Lead = (1/trqs(1.84)) * (0.0157*1.84*s + 1) / (0.0157*s + 1);
Lag = 1.35 * ( 0.1*s + 1 ) / (0.147*s+1);
margin(G*Lead*Lag)
G*Lead*Lag
```

G(s)C(s)-lead*C(S)-lag for code Matlab :Λ Code



۸.۴ نتیجه نهایی

با توجه به نتایج حاصل شده خطای حالت ماندگار ما به ورودی شبیه برابر است با:

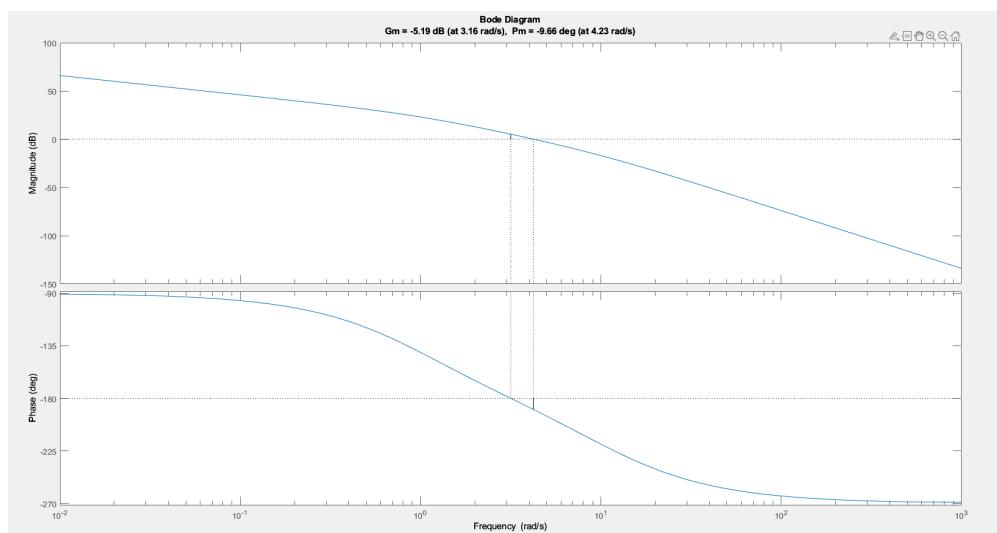
$$K_v = \frac{2488}{25} = 99.52 \quad \Rightarrow \quad \text{ess} = \frac{1}{K_v} = 1\% \quad (73)$$

اما همانطور که مشخص است مقدار حاشیه فاز به مقدار کمی جایه جا شده که می‌توان از آن صرف نظر کرد و سیستم طراحی شده را نسبتاً مناسب در نظر گرفت.

۵ سوال پنجم

۱.۵ الف: طراحی کنترلر برای فراجهش صفر و زمان نشست کمتر از ۳ ثانیه

برای این کار ابتدا $G(s)$ را بررسی می‌کنیم:



شکل ۱۵: Margin(G)

همانطور که مشخص است داریم:

$$PM = -9.66 \text{ at } 4.23 \text{ rad/sec} \quad (74)$$

$$GM = -5.19 \text{ at } 3.16 \text{ rad/sec} \quad (75)$$

$$G(s) = \frac{200}{s(s+1)(s+10)} \quad (76)$$



کنترلر به صورت زیر تعریف شده است:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{K_d s}{K_p} \right) \quad (77)$$

۱.۱.۵ بررسی زمان نشست

$$T_s \leq 3 \text{ sec} \quad (78)$$

$$T_s \leq \frac{1}{\omega_c} \Rightarrow \omega_c \geq 0.333 \quad (79)$$

۲.۱.۵ بررسی فراجهش

برای فراجهش صفر درصد باید مقدار $1 = \zeta$ باشد.

۳.۱.۵ بررسی حاشیه فاز

با تقریب خوبی داریم:

$$PM = 100 \cdot \zeta \quad (80)$$

$$PM = 100 \quad (81)$$

در نتیجه باید مقدار حاشیه فاز از $9.66 - 100$ برسد. چنین تغییری تنها با یک کنترلر PD امکان‌پذیر نیست. بنابراین باید بهره را تغییر دهیم و بین حاشیه فاز و زمان نشست مصالحه‌ای انجام شود.

۴.۱.۵ $\omega_c = 0.33$

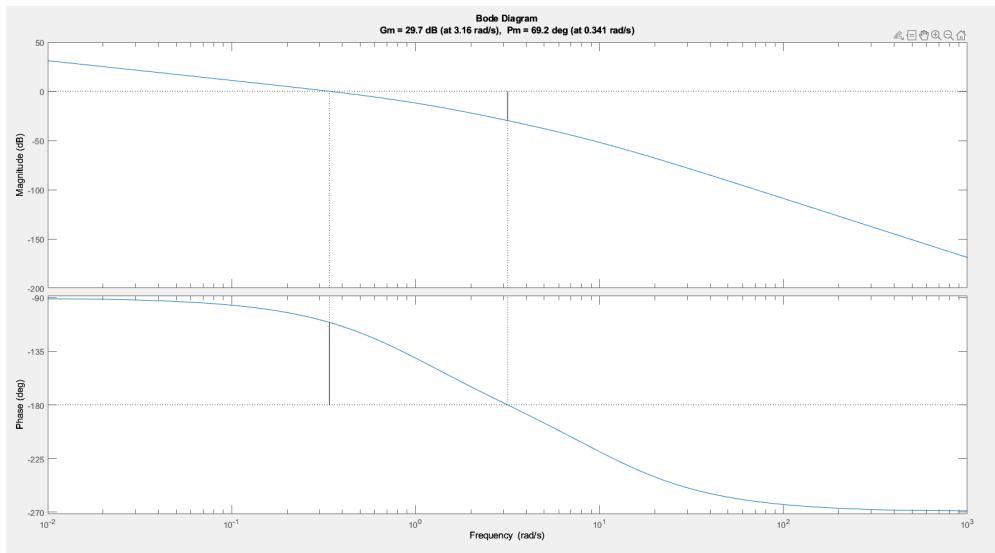
برای اینکه این فرکانس، فرکانس گذر بهره باشد، باید بهره 35 dB جابه‌جا شود. مطابق فرمول زیر:

$$-20 \log_{10}(k) = \text{Gain in dB} \quad (82)$$

$$k = 0.018 \quad (83)$$

در این حالت، حاشیه فاز برابر است با:

$$PM = 69.2 \quad (84)$$

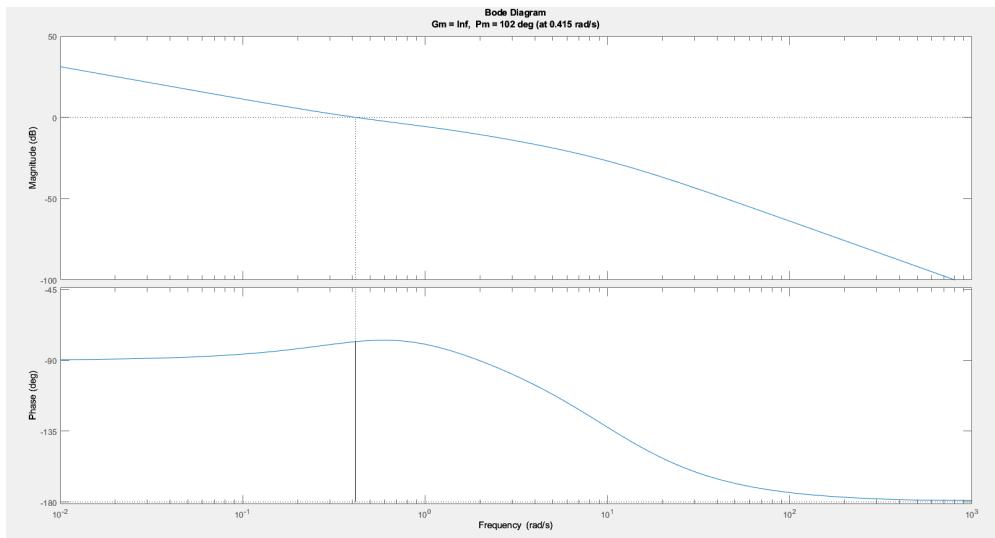

شکل ۱۶ Margin($G(s)*K_p$)

باید به اندازه:

$$100 - 69.2 = 30.8 \quad (85)$$

افزایش یابد:

$$T = \frac{\tan(30.8^\circ)}{\omega_c} = \frac{\tan(30.8^\circ)}{0.33} = 1.8 \quad (86)$$


شکل ۱۷ Margin($G(s)C(s)$)

با توجه به نتایج به دست آمده داریم:

$$PM = 102 \quad T_s = 9.87 \text{ sec} \quad (87)$$



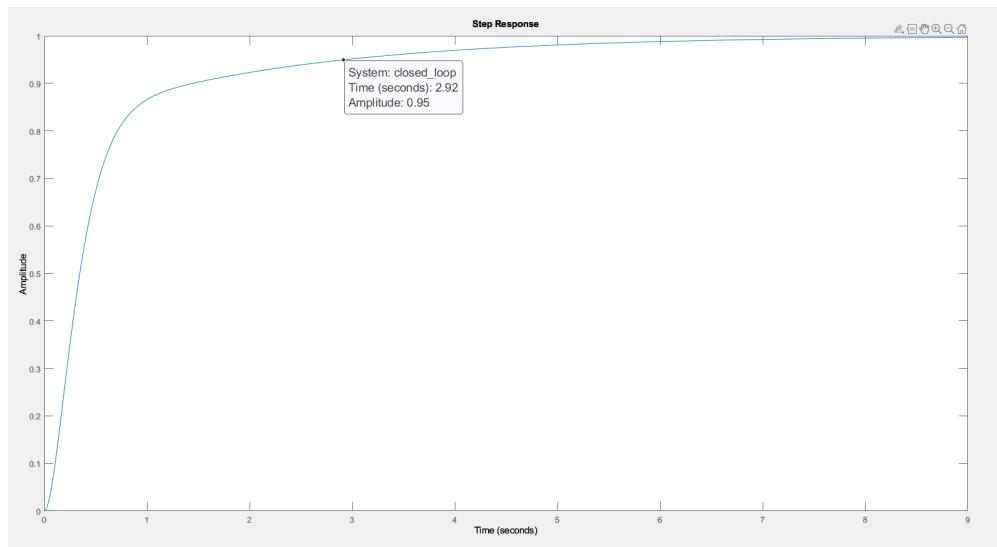
زمان نشست بسیار زیاد است. بنابراین فرکانس را افزایش می‌دهیم و مراحل را برای فرکانس‌های دیگر تکرار می‌کنیم.

$$\omega_c = 0.8 \quad 5.1.5$$

$$K_p = 0.051 \quad T = 1.66 \quad PM = 93 \quad T_s = 5.8 \text{ sec} \quad (88)$$

$$\omega_c = 1 \quad 6.1.5$$

$$K_p = 0.0716 \quad T = 1.8 \quad PM = 86.3 \quad T_s = 2.92 \text{ sec} \quad (89)$$



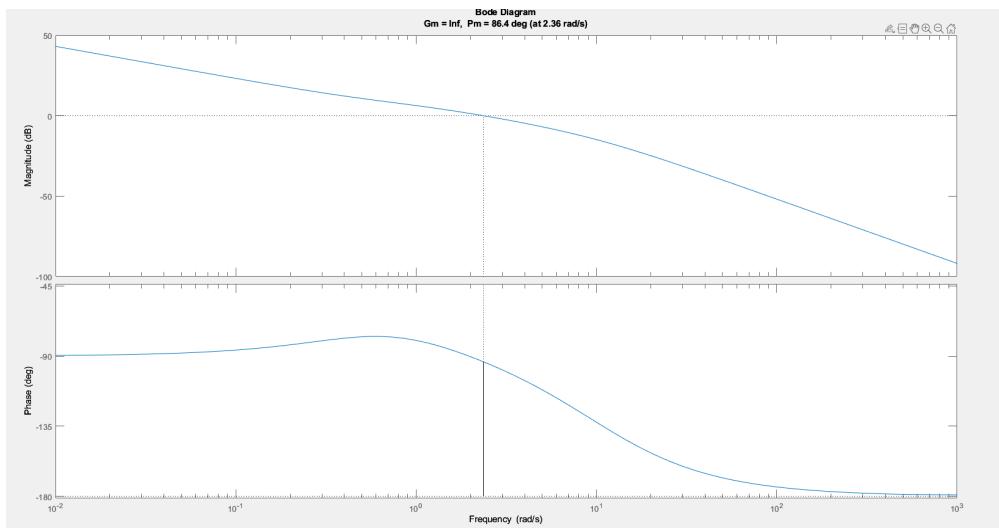
شکل ۱۸:
response Step

$$7.1.5 \quad \text{طراحی نهایی کنترلر}$$

در نهایت، مصالحه‌ای بین مقدار حاشیه فاز و زمان نشست انجام می‌شود و کنترلر به صورت زیر طراحی می‌گردد:

$$\text{Gain } K_p = 0.0716 \quad (90)$$

$$C(s)_{pd} = 1 + 1.8s \quad (91)$$



شکل Margin(G(s)C(s)) :۱۹

```

s = tf('s');
num = 200;
den = s*(s+1)*(s+10);
g = num / den;

kp = 0.0716;
T = 1.8;
kd = kp*T;

p = kp * (1 + kd*s/kp);
l = g*p;
closed_loop= l /(1 + l);

margin(l)
stepinfo(closed_loop)
step(closed_loop)

```

code Matlab :۹ Code



۲.۵ ب: طراحی کنترلر برای $K_v = 1$ و بیشترین حاشیه فاز ممکن

بررسی ۱.۲.۵ K_v

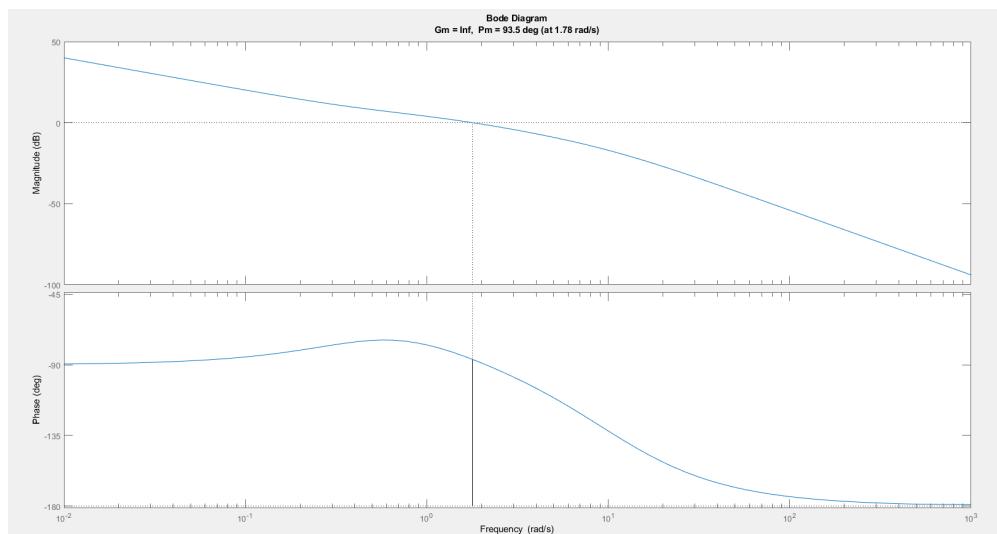
$$K_v = 1 \quad (92)$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \cdot K_p = 20 \cdot K_p \quad (93)$$

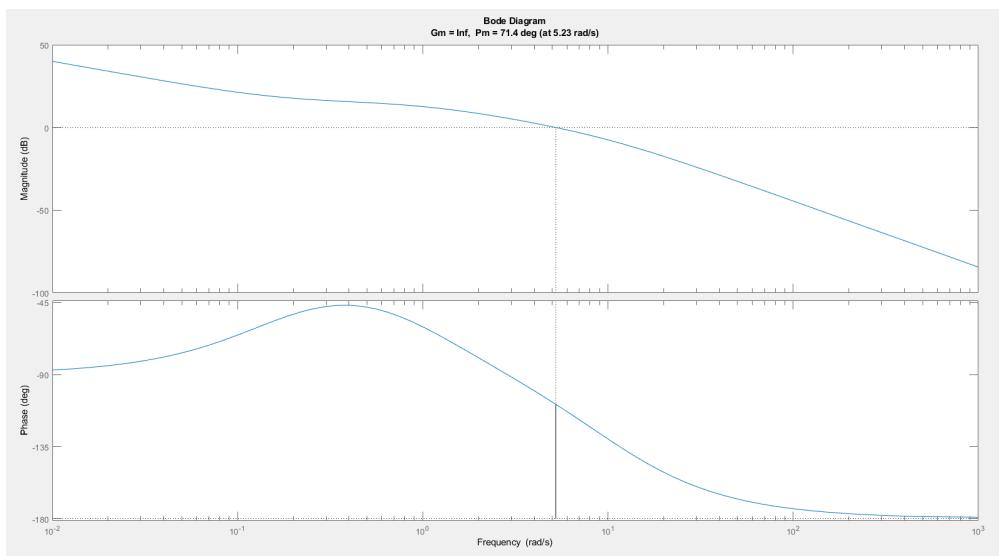
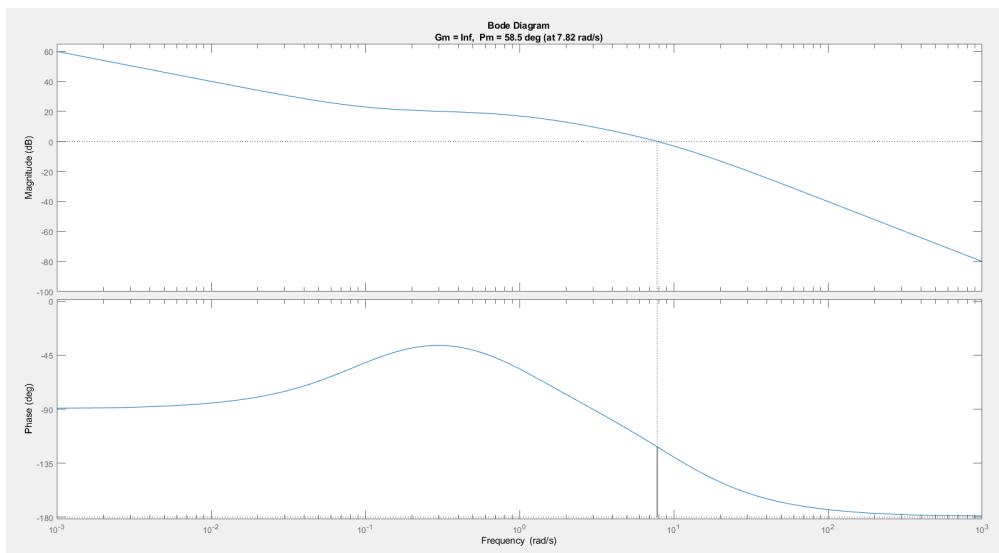
$$K_p = \frac{1}{20} = 0.05 \quad (94)$$

بررسی ۲.۲.۵ K_d

در این قسمت، K_d را از ۰.۱ تا ۰.۵ تغییر می‌دهیم و نتایج را بررسی می‌کنیم. در مقدار $K_d = 0.1$ ، بیشترین حاشیه فاز را خواهیم داشت.



شکل ۲۰: $K_d = 0.1$

شکل ۲۱ : $K_d = 0.3$ شکل ۲۲ : $K_d = 0.5$



۳.۲.۵ نتیجه‌گیری

همانطور که مشخص است، در $K_d = 0.1$ و $K_p = 0.05$ ، بیشترین حاشیه فاز ممکن به دست می‌آید. همچنین، فرکانس گذر بهره $\omega = 1.78$ است که تقریباً می‌توان آن را برابر با پهنه‌ای باند در نظر گرفت. حاشیه فاز در این حالت برابر با بی‌نهایت می‌باشد.

```
'  
s = tf('s');  
num = 200;  
den = s*(s+1)*(s+10);  
g = num / den;  
  
'  
kp = 0.05;  
kd = 0.5; %,1.0[ ,2.0 ,3.0 ,4.0 ]5.0  
  
'  
p = kp + kd*s;  
l = g*p;  
  
'  
margin(1)
```

code Matlab :۱۰ Code