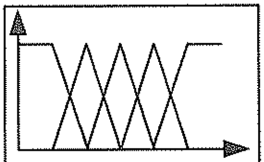


Yedinci Bölüm

Bulanık Mantık

- Bulanık Mantık
- Bulanık Sistemlerinin Gelişimi
- Bulanık Küme Kuramı ve Bulanık Mantık
- Bulanık Kümeler ve Olasılık
- Bulanık Çıkarım
- Bulanık Mantık Denetleyicinin Üstünlük ve Sakıncaları

7.1. Bulanık Mantık

Endüstriyel bir süreç denetiminden; sistemin güvenliği ve kararlılığını sağlaması, kolay, anlaşılır, tamir edilebilir ve değiştirilebilir olması, sistemin performansını istenen seviyeye çıkarması, yatırım ve işletme açısından ucuz olması istenir. Bu koşulların gerçekleştirilmesi için denetlenecek sistemin yapısının ve dinamik özelliklerinin çok iyi bilinip matematiksel modellemesi gerekir. Bazı sistemlerin matematiksel modellemesi mümkün olmayabilir. Sistemin değişkenleri matematiksel modelleme yapılabilecek kadar kesin olarak bilinmeyebilir veya bu değişkenler zaman içinde değişiklik gösterebilir.

Bazı sistemlerde modelleme doğru şekilde yapılsa bile elde edilen modelin denetleyici tasarımında kullanımı karmaşık problemlere ve oldukça yüksek maliyete neden olabilir. Bu nedenle, bazı denetim algoritmalarının belirsiz, doğru olmayan, iyi tanımlanmamış, zamanla değişen ve karmaşık sistemlere uygulanması mümkün olmayabilir. Bu durumda ya hiç çözüm üretilememekte ya da elde edilen denetleyicinin performansı yeterince iyi olmamaktadır.

Bu gibi durumlarda genellikle bir uzman kişinin bilgi ve deneyimlerinden yararlanılma yoluna gidilir. Uzman kişi az, çok, pek az, pek çok, biraz az, biraz çok gibi günlük hayatta sıkça kullanılan dilsel niteleyiciler doğrultusunda bir denetim gerçekleştirir. Bu dilsel ifadeler doğru bir şekilde bilgisayara aktarılırsa hem uzman kişiye ihtiyaç kalmamakta hem de uzman kişiler arasındaki denetim farkı ortadan kalkmaktadır. Böylece denetim mekanizması esnek bir yapıya kavuşmaktadır. Temeli insanın herhangi bir sistemi denetlemedeki düşünce ve sezgilerine bağlı davranışının, benzetimine dayanmaktadır. Dolayısıyla bir insan bir sistemin bulunduğu gerçek durumdan, istenilen duruma götürmek için sezgilerine ve deneyimlerine bağlı olarak bir denetim stratejisi uygulayarak amaca ulaşmaktadır.

İşte bulanık denetim bu tür mantık ilişkileri üzerine kurulmuştur. Bulanık mantık için, matematiğin gerçek dünyaya uygulanması denilebilir. Çünkü gerçek dünyada her an değişen durumlarda değişik sonuçlar çıkabilir.

Bulanık Mantık Yaklaşımı, makinelere insanların özel verilerini işleyebilme ve onların deneyimlerinden ve önsezilerinden yararlanarak çalışabilme yeteneği verir. Bu yeteneği kazandırırken sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanır. İşte bu sembolik ifadelerin makinelere aktarılması matematiksel bir temele dayanır. Bu matematiksel temel Bulanık Mantık Kümeler Kuramı ve buna dayanan Bulanık Mantıktır.

Bulanık mantık denetleyicinin temeli bu tür sözlü ifadeler ve bunlar arasındaki mantıksal ilişkiler üzerine kurulmuştur. Bulanık mantık denetleyici uygulanırken sistemin matematiksel modellenmesi şart değildir.

Sözel ifadelerin bilgisayara aktarılması matematiksel bir temele dayanmaktadır. Bu matematiksel temel, bulanık kümeler kuramı ve bulanık mantık olarak adlandırılır. Bulanık mantık bilinen klasik mantık gibi (0, 1) olmak üzere iki seviyeli değil, [0, 1] aralığında çok seviyeli işlemleri ifade etmektedir.

Örneğin odadaki klimanın motoru otomatik olarak değil de, bir insan tarafından denetlendiği varsayılsın; Eğer oda sıcaklığı biraz arttıysa işletmen motorun hızını biraz artıracaktır, eğer oda sıcaklığı çok düştüyse motor hızını çok azaltacaktır. Burada kullanılan 'biraz', 'çok' terimleri dilsel terimler olup "bulanık değişkenler" olarak isimlendirilirler. Bulanık mantık denetimi dilsel olarak tanımlanmış denetim stratejisini uzman tabanlı otomatik denetim algoritmasına çevirir. Deneyimler bulanık mantık denetimi ile elde edilen çıkış performansının klasik yöntemlerle elde edilene göre daha iyi olduğunu göstermiştir. Özellikle sistemin karmaşık olduğu ve analizinin klasik yöntemlerle yapılamadığı ve bilgilerin niteliklerinin belirsiz veya kesin olmadığı durumlarda bulanık mantık denetim yöntemi çok uygun olmaktadır.

Bu yaklaşım ilk defa Amerika Birleşik Devletlerinde düzenlenen bir konferansta 1956 yılında duyurulmuştur. Ancak bu konudaki ilk ciddi adım 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından yayınlanan bir makalede bulanık mantık veya bulanık küme kuramı adı altında ortaya konulmuştur. Zadeh bu çalışmasında insan düşüncesinin büyük çoğunluğunun bulanık olduğunu, kesin olmadığını belirtmiştir. Bu yüzden 0 ve 1 ile temsil edilen boolean mantık bu düşünce işlemini yeterli bir şekilde ifade edememektedir. İnsan mantığı, açık, kapalı, sıcak, soğuk, 0 ve 1 gibi değişkenlerden oluşan kesin ifadelerin yanı sıra, az açık, az kapalı, serin, ılık gibi ara değerleri de göz önüne almaktadır. Bulanık mantık klasik mantığın aksine iki seviyeli değil, çok seviyeli işlemleri kullanmaktadır. Ayrıca Zadeh insanların denetim alanında, mevcut makinelerden daha iyi olduğunu ve kesin olmayan dilsel bilgilere bağlı olarak etkili kararlar alabildiklerini savunmuştur. Klasik denetim uygulamalarında karşılaşılan zorluklar nedeniyle, bulanık mantık denetimi alternatif yöntem olarak çok hızlı gelişmiş ve modern denetim alanında geniş uygulama alanı bulmuştur.

Bulanık mantığın genel özellikleri Zadeh tarafından şu şekilde ifade edilmiştir;

- Bulanık mantıkta, kesin değerlere dayanan düşünme yerine, yaklaşık düşünme kullanılır.
- Bulanık mantıkta her şey [0,1] aralığında belirli bir derece ile gösterilir.
- Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok az gibi dilsel ifadeler şeklindedir.
- Bulanık çıkarım işlemi dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılır.
- Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilir.
- Bulanık mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için çok uygundur.

Bulanık mantık tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir.

7.2. Bulanık Sistemlerinin Gelişimi

Geçmiş birkaç yıl içinde özellikle Japonya, Amerika ve Almanya'da yaklaşık 1000'den fazla ticari ve endüstriyel bulanık sistemleri başarıyla gerçekleştirilmiştir. Yakın gelecekte ticari ve endüstriyel uygulamalarda dünya çapında önemli oranda arttığı görülecektir.

Bulanık mantığın ilk uygulaması, Mamdani tarafından 1974 yılında bir buhar makinesinin bulanık denetiminin gerçekleştirilmesi olmuştur. 1980 yılında bir Hollanda şirketi çimento fırınlarının denetiminde bulanık mantık denetimi uygulamıştır. 3 yıl sonra Fuji elektrik şirketi su arıtma alanları için kimyasal püskürtme aleti üzerine çalışmalar yapmıştır. 1987'de ikinci IFSA kongresinde ilk bulanık mantık denetleyicileri sergilenmiştir. Bu denetimler 1984 yılında araştırmalara başlayan Omron şirketinin 700'den fazla yaptığı uygulamaları içermektedir.1987 yılında ise Hitachi takımının tasarladığı Japon Sendai metrosu denetleyicisi çalışmaya başlamıştır. Bu bulanık mantık denetim metroda daha rahat bir seyahat, düzgün bir yavaşlama ve hızlanma sağlamıştır. 1989 yılında Omron şirketi Japonya'nın Harumi şehrinde bulunan çalışma merkezinde yapmış olduğu bulanık sonuç-board'la yapılan depolama, tekrar etme ve bulanık sonuçlarını elde etmek için kullanılan (RISC) bilgisayara dayalı olan çalışmaları tanıtmıştır.

Bulanık kuramının uygulamalarının ürünleri Japonya'da 1990 yılında tüketicilere sunulmuştur. Örneğin, bulanık denetimli çamaşır makinesi, bu makine çamaşırın cinsine miktarına, kirliliğine göre en etkili çamaşır yıkama ve su kullanım programını seçebilmektedir.

Bulanık mantık uygulamalarına diğer bir örnek arabalarda yakıt püskürtme ve ateşleme sisteminin denetimidir. Ayrıca, elektrik süpürgesi, televizyon ve müzik kümeleri gibi aygıtlarda da bulanık mantık denetim kullanılmaktadır.

1993 yılında Sony, The Palm Top sistemini tanıtmıştır. Burada bulanık mantıkla elle yazılan kanji karakterlerinin makine tarafından tanınması sağlanmıştır. Örneğin eğer 253 yazılırsa, burada Sony Palmtop S harfinden 5 sayısını ayırt edebilmektedir.

Bugün elektronik pazarında, pek çok üretim bulanık mantık temeline dayanmaktadır. Bulanık mantık denetim sistemlerinin pek çoğu tüketiciler için SEA/Japonya'da üretilmektedir. Bulanık mantığa dayanan pek çok otomotiv ürünleri piyasaya sunulmuştur. Çizelge 7.1'de bulanık mantık yaklaşımının kullanıldığı birkaç örnek görülmektedir.

Bulanık mantık uygulamaları, ısı, elektrik akımı, sıvı gaz akımı denetimi, kimyasal ve fiziksel süreç denetimlerinde kullanılmaktadır.

Bulanık mantık yaklaşımı uygulandığında öncelikle problemin özellikleri tanımlanır. Bulanık mantık yaklaşımlarının kullanıldığı sistemler klasik sistemlere göre daha etkin ısı ve hız denetimi yapabilmektedir. Ayrıca, enerji tasarrufu sağlanmakta ve aygıt ömrü uzamaktadır.

Çizelge 7.1 Bulanık Mantık Denetimin Endüstriyel Uygulamaları

ÜRÜN	ŞİRKET
Çamaşır makinesi	AEG, Sharp, Goldstar
Pirinç fırını	Goldstar
Fırın/Kızartıcı	Tefal
Mikrodalga fırın	Sharp
Elektrikli Tıraş Makinesi	Sharp
Buzdolabı	Whirlpool
Batarya şarj cihazı	Bosch
Elektrikli Süpürge	Philips, Siemens
Camcorder	Canon, Sanyo, JVC
Klima Denetimi	Ford
Isı Denetimi	NASA inspace shuttle
Kredi Kartı	GE Corporation

Bulanık sistemlerde denetim kurallarının tanıtımı genellikle daha kolay ve basittir. Genel olarak bulanık mantık denetleyiciler daha az kural gerektirmekte ve daha yüksek performans sağlamaktadırlar.

Bulanık mantık işlemleri problemin analiz edilmesi ve tanımlanması, kümelerin ve mantıksal ilişkilerin oluşturulması, mevcut bilgilerin bulanık kümelere dönüştürülmesi ve modelin yorumlanması aşamalarından oluşmaktadır. Birçok önkoşul kullanılarak bulanık mantığın problemi çözüme götürüp götüremeyeceğine karar verilebilir. Bu önkoşullara sonucun tutarlılık oranını ve verilerin belirlilik ölçüleri de dahildir.

Öncelikle çözülecek problem için bulanık mantık yaklaşımının doğru bir seçenek olup olmadığına karar verilir. Eğer uygulanacak sistemin davranışı kurallarla ifade edilebiliyorsa veya karmaşık bir matematiksel işlem gerektiriyorsa, bulanık mantık yaklaşımı uygulanabilir. Aksi taktirde bulanık mantık ile elde edilen sonuçlar büyük olasılıkla istenilen değerleri vermeyecektir.

Sistemin her bir çıkış ve giriş değişkenleri için üyelik işlevi tanımlanmalıdır. Üyelik işlevinin sayısı sistemin davranışına bağlı olmakla birlikte, aynı zamanda tasarımcı seçimine de bağlıdır. Kaç tane kural gerektiğine tasarımcı karar verir.

Bulanık mantık çok değişkenli mantıktır. Yani bu mantıkta küme üyeleri derecelendirilebilir. Bu basit bir örnek ile açıklanacak olursa; bilgisayar dünyasında büyük önemi olan ikili sayılarda, sayı 0 yada 1 olabilir, bilgisayar mantığına uygulanırsa ya doğru yada yanlış olabilir.

Bulanık mantık kuramının en büyük özelliği 'klasik' bilgide olduğu gibi sayılardan çok sembolik bilgilerin kullanılmasıdır. Bu bilgi kavramları nesneleri düşünürken bir insanın göz önünde bulundurduğu olguların aynılarını temsil eder. Bu sayısal işlem yöntemlerinin kullanılmasını dışlamaz, ancak sonuçların incelenmesi genellikle sembole dayalı olarak yapılır. Bulanık mantıkta bulunan ikinci bir kavramda klasik algoritma metotlarının tersine 'tecrübeye dayalı bilgi' metotları kavramıdır.

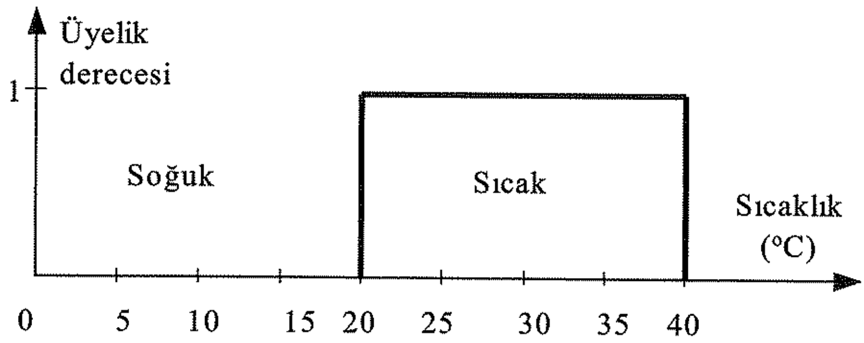
Bulanık mantığın bir başka özelliği de işlenen verilerin ve bilgilerin belirsiz, eksik, yanlış ve hatta çelişkili olduğu durumlarla yetinmesidir. Bulanık mantık çok karmaşık bir problemi tamamen çözmese de etkili metotlar geliştirir.

Bulanık mantık ile tasarlanan ürünlerin kullanımı, tasarlanması, denenmesi daha kolay ve standart sistemlere göre daha iyi bir denetim sağlamaktadır. Ayrıca bulanık mantığın uygulamaya geçirilişi kolay, hızlı ve ekonomiktir.

7.3. Bulanık Küme Kuramı ve Bulanık Mantık

Klasik küme kuramında bir eleman o kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Hiç bir zaman kısmi üyelik olmaz. Nesnenin üyelik değeri 1 ise kümenin tam elemanı, 0 ise elemanı değildir. Başka bir deyişle klasik veya yeni ürün kümelerinde elemanların üyelikleri $\{0,1\}$ değerlerini alır. Bulanık mantık, insanın günlük yaşantısında nesnelere verdiği üyelik değerlerini, dolayısıyla insan davranışlarını taklit eder. Örneğin elini suya sokan bir kişi hiçbir zaman tam olarak ısısını bilemez, onun yerine sıcak, az sıcak, soğuk, çok soğuk gibi dilsel niteleyiciler kullanır.

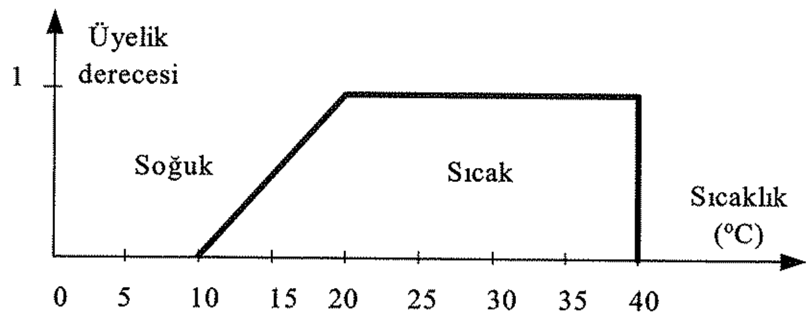
Klasik kümelere örnek Şekil 7.1'de verilmiştir. Eğer sıcaklık 20 ^{0}C'nin altına düşerse sıcak değildir. Yani klasik mantık kuramına göre 19,5 ^{0}C sıcak değildir. Doğal olarak bu mantığın hiç bir esnekliği yoktur. Gerçek dünyada ise sınırlar bu kadar keskin değildir. Endüstriyel denetleyici için bu durum ele alınırsa, denetleyicideki fiziksel büyüklüklerin dahil olduğu kümeler birbirlerinden böyle keskin sınırlarla ayrılmışlarsa denetim çıktısının ani değişiklikler göstermesi kaçınılmaz olacaktır. Bir de üyelik durumunun belirsizliği söz konusudur. Çok sık olarak, gerçek fiziki kelimelerle karşı karşıya gelen nesnelerin kümeleri, üyeliklerin önkoşullarını tam olarak tanımlayamaz. Örneğin, hayvanlar kümesi açıkça köpekleri, atları, kuşları vb. ve onların üyeliklerini kapsar. Fakat bakteriler vb. hayvanlar kümesiyle ilişkide belirsiz yapılara sahiptirler. Gerçek küme tanımlaması, bilginin iletişimi, insan düşüncesindeki özellikle modellerin tanınması, soyut düşünce alanlarında önemli rol oynar.



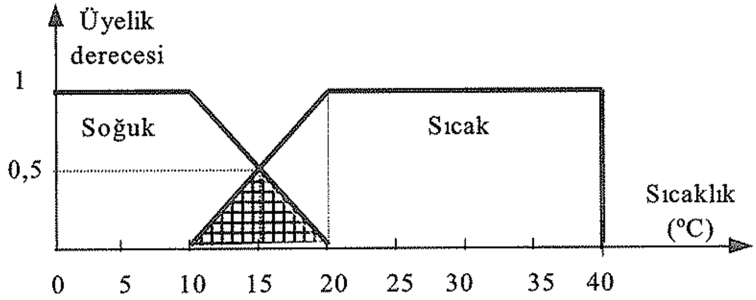
Şekil 7.1 Sıcaklık için bir keskin küme örneği

Klasik kümelerin aksine bulanık kümelerde elemanların üyelik dereceleri [0, 1] aralığında sonsuz sayıda değişebilir. Bunlar üyeliğin derecelerinin devamlı ve aralıksız bütünüyle bir kümedir. Keskin kümelerdeki soğuk-sıcak, hızlı-yavaş, aydınlık-karanlık gibi ikili değişkenler, bulanık mantıkta biraz soğuk, biraz sıcak, biraz karanlık gibi esnek niteleyicilerle yumuşatılarak gerçek dünyaya benzetilir. En önemli fark, böyle bir çatıda bilginin kaynağındaki küme üyeliğinin kesin tanımlanmış önkoşullarının olmayışı ve daha çok problemlerle rasgele değişkenlerin hazır bulunmasındaki iş yapılan doğal yolu hazırlamasıdır.

Bulanık kümeler için Şekil 7.2'de bir örnek verilmiştir. Burada 10-40 ^{0}C arasındaki değerler sıcak kümesine üyedirler. 20-40 ^{0}C arasındaki değerler üyelik dereceleri 1'dir, 10-20 ^{0}C derece arasındaki sıcaklıkların ise üyelik dereceleri 0 ile 1 değerleri arasında değişecektir. Başka bir deyişle örneğin 11 ^{0}C az sıcak, 15 ^{0}C biraz sıcak olarak değerlendirilecektir. 20 ^{0}C'yi oda sıcaklığı kabul ederek, soğuk bulanık kümesi oluşturulduğunda Şekil 7.3 elde edilir.



Şekil 7.2 Sıcaklık için bulanık küme örneği

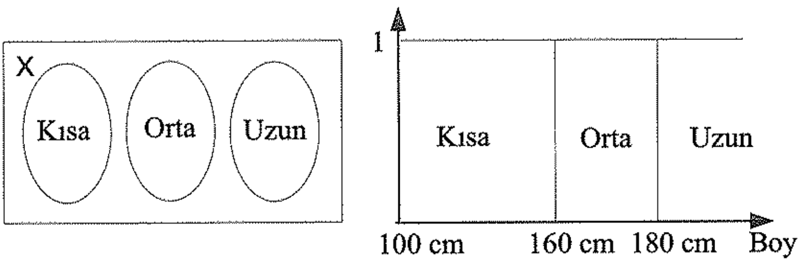


Şekil 7.3 Bulanık kümelerde örtüşüm

Şekil 7.3'te görüldüğü gibi, 15 ^{0}C 0,5 üyelik derecesi ile hem sıcak bulanık kümesine, hem de soğuk bulanık kümesine üyedir. 10 ile 20 derece arasındaki değerler hem sıcak hem de soğuk kümesine aittirler. Şekilde taralı olarak gösterilen bu bölge bulanık kümelerin kesişim bölgesidir ve bulanık kümelerin örtüşümü olarak adlandırılır.

Bulanık mantık denetleyici herhangi bir $x \in X$'e [0, 1] kapalı aralığında bir üyelik derecesi belirler. Bulanık mantık kesin olmayan ya da matematiksel olarak tam modellenemeyen bilgilerle ilgilenmesine rağmen, sözel nitelikli matematiksel kurama dayanmaktadır.

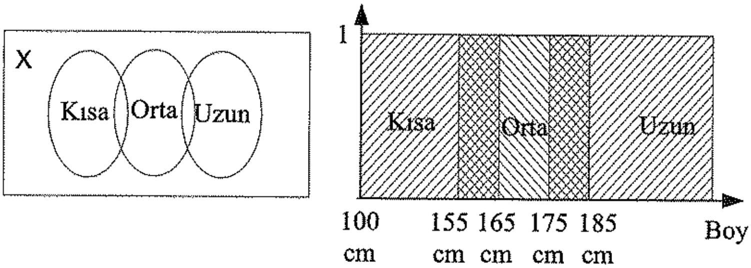
Geleneksel kümeler olarak bilinen keskin kümeler ait olduğu evrensel kümenin her bir elemanına 1 veya 0 değerini atayarak, o elemanın kendisiyle ilişkisini belirtirler. Bir nesne 1 değerini alırsa kümenin elemanı, 0 değerini alırsa kümenin elemanı değildir. Örneğin bir evrensel küme X, cm olarak insanların boy uzunluklarının kümesi olsun. Burada tanımlanacak K kısa boyluların, O orta boyluların ve U uzun boyluların kümesi Şekil 7.4'deki gibi gösterilebilir.



Şekil 7.4 Klasik boy uzunlukları kümeleri

Şekil 7.4'de görüldüğü gibi 160 cm'nin altı kısa boylu, 160 cm ile 180 cm arası orta boylu ve 180 cm'nin üstü uzun boylu olarak kabul edilmiştir. Burada 159 cm boyunda olan bir kişi kısa, 161 cm boyunda olan bir kişi orta boylu, aynı şekilde 179 cm uzunluğundaki bir kişi orta boylu iken, 181 cm uzunluğunda olan birisi uzun boylu olarak ifade edilmektedir. Oysa gerçek hayatta

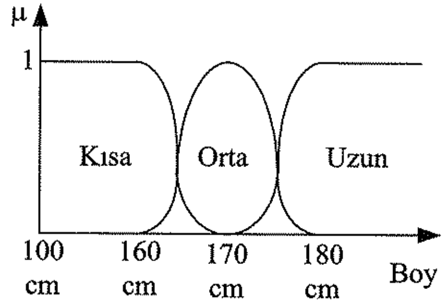
159 cm uzunluğunda olan birisi ile 161 cm olan veya 179 cm uzunluğunda olan birisi ile 181 cm olan birisi arasında çok fazla fark yoktur. 159 cm orta boylu sayılabileceği gibi 161 cm'de kısa boylu sayılabilir. Eğer bu değerler her iki kümeye ait olarak düşünülürse o zamanda Şekil 7.5'deki durum ortaya çıkmaktadır.



Şekil 7.5 Klasik kümelerde kesişim

Burada da görüldüğü gibi 155 cm ile 165 cm arası hem kısa boylu hem de orta boylu, 175 cm ile 185 cm arası hem orta boylu hem de uzun boylu kabul edilmiştir. Bir önceki durumda ortaya çıkan keskin geçişler daha değişik şekildedir ve ortaya yeni bir problem çıkmıştır. 164 cm olan birisi ile 156 cm olan birisinin hem K kümesine hem de O kümesine aitlik derecesi 1 değerinde olmuştur. Gerçekte 164 cm olan birisi 156 cm olan birisine göre daha çok O kümesine aittir, aynı durumlar ısı ve hız ile ilgili ifadelerde de meydana gelmektedir.

İşte bu problemlere, bulanık küme kuramı çok güzel bir çözüm getirmiştir. Nesnelere keskin kümelerin {0,1} değerler vererek eleman olup olmadığına karar veren işlevine karşılık, [0,1] aralığında değişebilen değerler veren bir işlev ortaya çıkardı. Bulanık küme tarafından tanımlanan ve büyük değerlere 1'e doğru büyüyen, küçük değerlere 0'a doğru küçülen üyelik değeri verebilen bu işleve üyelik işlevi denilmektedir. Boy uzunlukları ile ilgili kümeler bulanık kümelerle Şekil 7.6'daki gibi gösterilebilir.



Şekil 7.6 Boy uzunlukları bulanık kümeleri

Şekil 7.6'da görüldüğü gibi 160 cm'den 170 cm'ye doğru büyüyen değerler için K kümesine ait olma derecesi düşerken, O kümesine ait olma derecesi artmaktadır. Üyelik derecesi olarak adlandırılan bu değerler 170 cm ile 180 cm arasında değişen değerler içinde O ve U kümesine aitlik seviyesini göstermektedir.

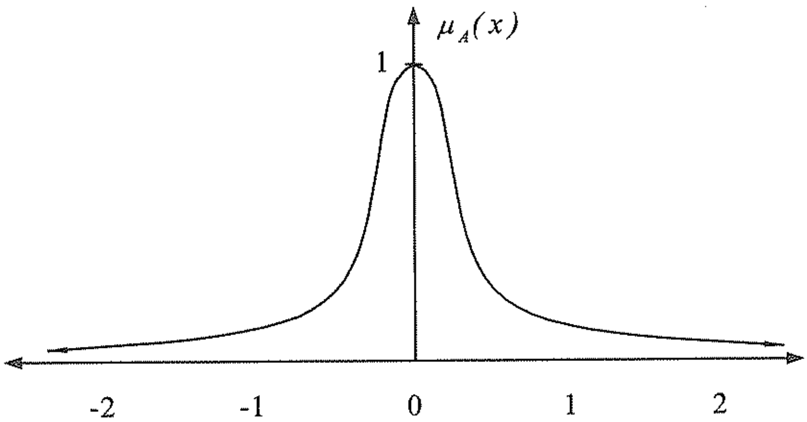
X evrensel kümesinde tanımlanan, bulanık küme A için μ_A üyelik işlevi şöyle ifade edilir;

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] \tag{7.1}$$

μ_A üyelik işlevi $[0,1]$ kapalı aralığında gerçek bir sayıyı göstermektedir. Örnek olarak gerçek sayılar kümesinde üyelik işlevi $\mu_A(x)$ Eş. 7.2'deki gibi tanımlanabilir;

$$\mu F = \frac{1}{1+10x^2} \tag{7.2}$$

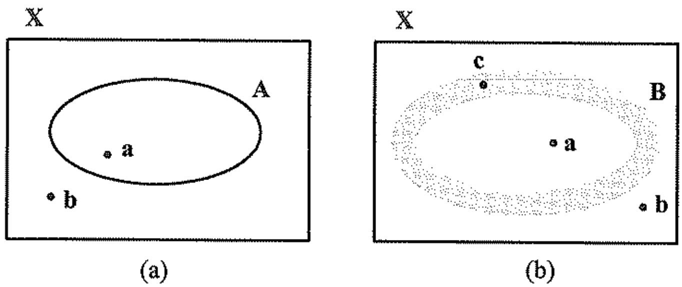
Bu işlevin eğrisi Şekil 7.7'de görülmektedir.



Şekil 7.7 Örnek üyelik işlevi eğrisi

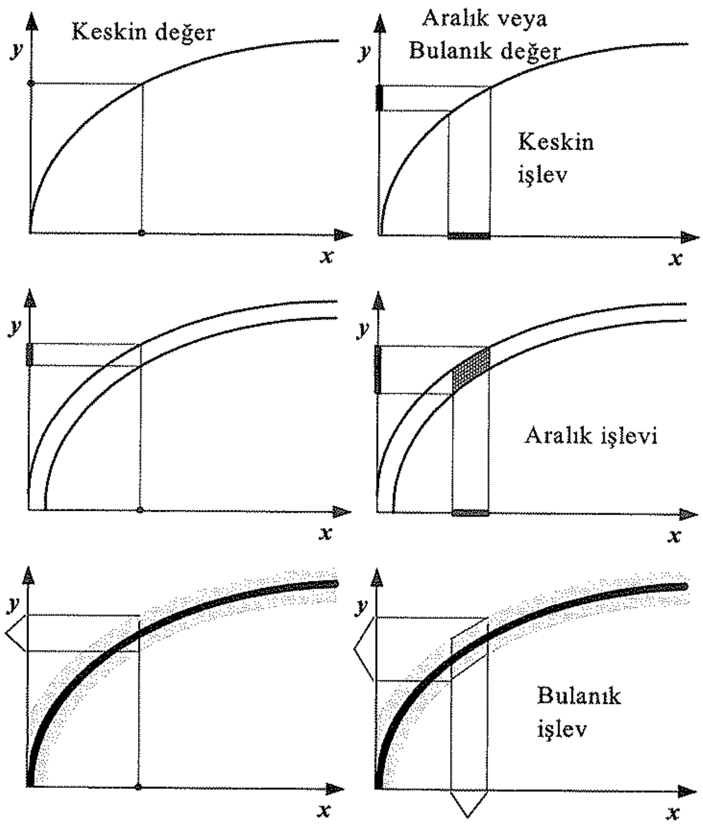
A bulanık kümesine ait olan herhangi bir gerçek sayının üyelik derecesi bu işlev kullanılarak bulunabilir. Örneğin 3 sayısının üyelik derecesi 0.01, 1 sayısının 0.09, 0.25 sayısının üyelik derecesi 0.62 ve 0 sayısının üyelik derecesi de 1 olarak bulunur.

X evrensel kümesinde tanımlanmış A keskin kümesi ile B bulanık kümesi Şekil 7.8'de görülmektedir.



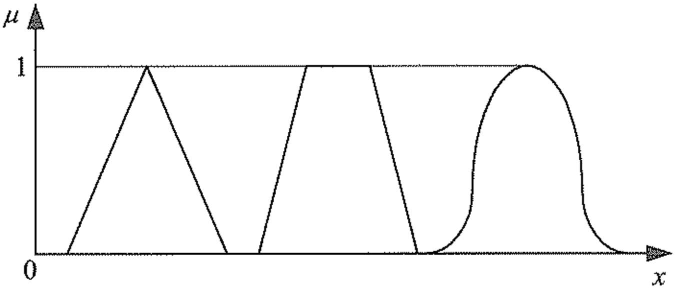
Şekil 7.8. (a) A keskin kümesi (b) B bulanık kümesi

Şekil 7.9'da ise keskin, aralıklı ve bulanık işlevler verilmiştir.



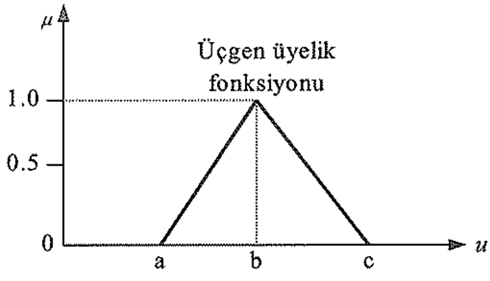
Şekil 7.9 Keskin, aralık ve bulanık işlevler

Bulanık mantık sisteminin temeli, üyelik işlevlerinden ortaya çıkarılan dilsel değişkenlerin oluşturduğu girişleri karar verme sürecinde kullanmaktır. Bu değişkenler, dilsel EĞER-O HALDE kuralların ön şartları tarafından birbirleriyle eşleşirler. Her bir kuralın sonucu, girişlerin üyelik derecelerinden, durulaştırma metoduyla sayısal bir değer elde edilmesiyle belirlenir. Bulanık mantık sistemin kural listesi ve üyelik işlevi dizaynı için genellikle uzman işletmenden sağlanan bilgiler kullanılmaktadır. Üyelik işlevleri Şekil 7.10'da görüldüğü gibi üçgen, yamuk, çan eğrisi olarak kullanılmaktadır. Denetimi yapılan sistemin özelliğine göre bunların dışında uygun bir işlevde kullanılabilir.



Şekil 7.10. Üçgen, yamuk ve çan eğrisi üyelik işlevleri

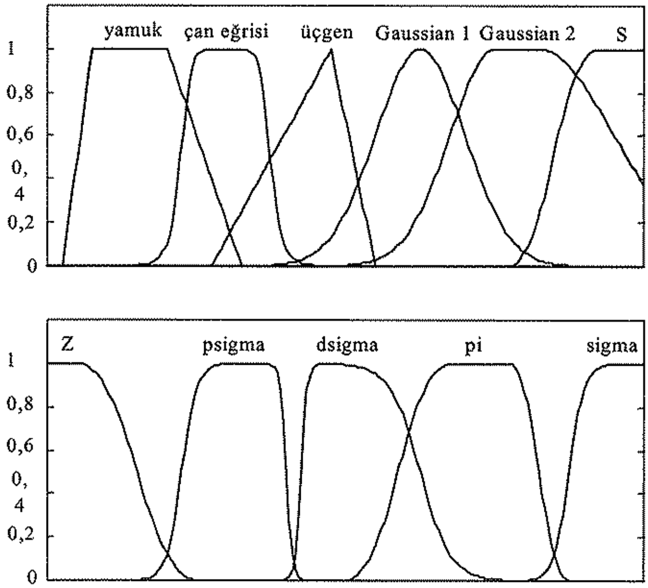
Bulanık kümelerin üyelik işlevlerinin tanımlanmasında sayısal ve işlevsel olmak üzere iki yol vardır. Sayısal tanımlama, bulanık kümenin üyelik işlevini ve üyelik derecesini belirten sayılardan oluşmuş vektör olarak tanımlar. Bu vektörün boyutu ayrıklaştırma seviyesine bağlıdır veya bir başka deyişle uzaydaki süreksiz elemanların sayısına bağlıdır. İşlevsel tanımlama ise bulanık kümenin üyelik işlevini, tanım uzayındaki her bir eleman için üyelik derecesini hesaplayabilen analitik deyimlerle tanımlar. Üyelik işlevlerinde genel olarak gerçek sayılar kullanılır. Bu işlevler [0,1] aralığında bir üyelik derecesine sahiptirler. Örnek olarak, üçgen üyelik işlevi Şekil 7.11'de gösterildiği gibi a, b, c değişkenlerinin seçimi ile tanımlanır.



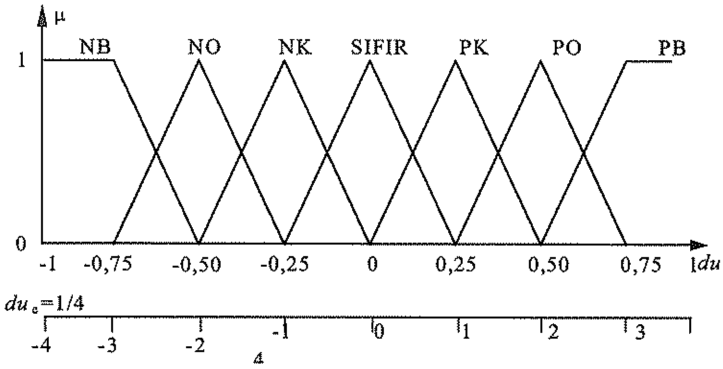
Şekil 7.11 Üçgen üyelik işlevinin değişkenleri

Pratikte üyelik işlevleri denetlenecek sistemin durumuna göre uygulayıcı tarafından yamuk, üçgen, çan eğrisi gibi çok değişik şekillerde seçilebilir. Bunlardan sıkça karşılaşılabilecek bazı üyelik işlevleri örnek olarak Şekil 7.12'de verilmiştir.

Üyelik işlevleri genellikle küçük, orta, büyük olarak 3, küçük, orta küçük, orta, orta büyük, büyük olarak 5 veya çok küçük, küçük, az küçük, sıfır, az büyük, büyük, çok büyük olarak 7 etiketle tek sayı olarak tanımlanmaktadır. Örnek olarak 7 etiketli olarak oluşturulmuş ölçeklendirilmiş üçgen üyelik işlevleri Şekil 7.13'de verilmiştir. Burada bulanık bölümleme için ölçeklendirme katsayısı 1/4 olarak alınmıştır. Bu değer 1/4, 1/8 gibi denetim stratejisine uygun herhangi bir değer olabilir.



Şekil 7.12 Değişik üyelik işlevleri



Şekil 7.13 Yedi ayrı etiketli üyelik işlevleri ve örnek ölçeklendirme katsayısı

Sonuç olarak bir bulanık küme, o kümenin elemanları ve elemanların üyelik dereceleri ile oluşturulabilir. A bir bulanık küme olmak üzere Eş. (7.3)'deki gibi tanımlanabilir;

$$A=\{u/\mu_A(u) \mid u \in U\} \tag{7.3}$$

Burada u, A kümesinin bir elemanı, $\mu_A(u)$ üyelik işlevi, U ise A kümesinin tanımlandığı evrendir.

Üyelik işlevi bir kümenin elemanlarının o kümeye hangi üyelik derecesi ile ait olduğunu gösteren ve [0,1] arasında değer alabilen bir işlev olduğuna göre Eş.(7.1)'deki gibi tanımlanabilir;

$$\mu_A(u): \mathrm{U} \rightarrow [0,1];\ \mu_A(u): \in [0,1] \qquad (7.4)$$

Burada A bir bulanık küme, U ise A kümesinin üzerinde tanımlandığı evren, $\mu_A(u)$ ise üyelik işlevidir.

7.4. Bulanık Kümeler ve Olasılık

Olasılık ile bulanıklık arasındaki en önemli ve temel farklılık bulanıklığın tespit edilebilir belirsizlik olmasıdır. Buna örnek olarak içi sıvı dolu bir şişe üzerinde söylenen aşağıdaki iki ifade gösterilebilir;

- Şişenin içindeki sıvı %50 ihtimalle saf sudur.
- Şişenin içindeki sıvı %50 oranında saf sudur.

Bu ifadelerden birincisi olasılık ifade eder ve sıvının tamamı ya saf sudur yada başka bir sıvıdır. İkinci ifadede ise sıvı %50 oranında saf sudur.

Random ile Bulanıklık arasında da kuramsal ve fikir olarak farklılık vardır. Random sistemlerde sonuç değer herhangi bir değişkene bağlı olmadan rasgele alınmasına rağmen, Bulanık sistemde sonuç en az bir giriş değişkenine ve uzman kişinin deneyimlerine bağlı olarak alınmaktadır. Bunun yanında her ikisi de bazı yönlerden birbirine benzemektedir. Her ikisi de [0, 1] aralığındaki kesin olmayan sayılar tespit ederler.

7.5. Bulanık Çıkarım

Klasik mantıkta, verilen önermelerden bir sonuca varmaya çıkarım denmektedir. Klasik mantıkta önermeler kesin ve açıktır. Çıkarım ise önermelerin birbiri ile tam olarak uyuştuğu zaman yapılabilir.

Örneğin;

Önerme: Kuşlar uçar

Önerme: Şahin bir kuştur

Çıkarım: Şahin uçar.

Bulanık sistemlerde girişler orta, soğuk, yüksek gibi dilsel değişkenlerden oluştuğundan dolayı; bu girişler hakkında sonuca varma ve karar verme ancak EĞER - O HALDE (IF - THEN) türünden kuralların kullanılması ile mümkündür. Örneğin;

Bilgi: Hava çok soğuksa çok sıkı giyinirim.

Gerçek: Hava biraz soğuk.

Çıkarım: Biraz sıkı giyin.

Bu örnekten de anlaşılacağı üzere, eldeki gerçeğin verilen bilgiden biraz farklı olması bulanık çıkarımda bir problem teşkil etmemektedir.

7.6. Bulanık Mantık Denetleyicinin Üstünlük ve Sakıncaları

Bulanık mantık yaklaşımının klasik yaklaşımlara göre bir takım üstünlük ve sakıncaları bulunmaktadır.

7.6.1. Üstünlükler

Bulanık mantık kuramının insan düşünüş tarzına çok yakın olması en büyük üstünlüğünü oluşturmaktadır. Bilindiği gibi denetim işlemlerinin bir çoğu dilsel niteleyicilerle yapılmaktadır.

Bulanık mantık yaklaşımı matematiksel modele ihtiyaç duymadığından, matematiksel modeli iyi tanımlanamamış, zamanla değişen ve doğrusal olmayan sistemler en başarılı uygulama alanlarıdır.

Bulanık mantık yaklaşımında işaretlerin bir ön işlemeye tabi tutulmaları ve geniş bir alana yayılmış değerlerin az sayıda üyelik işlevlerine indirgenmeleri, uygulamaların daha hızlı bir şekilde sonuca ulaşmasını sağlar.

7.6.2. Sakıncalar

Bulanık mantık uygulamalarında mutlaka kuralların uzman deneyimlerine dayanarak tanımlanması gerekir. Üyelik işlevlerini ve bulanık mantık kurallarını tanımlamak her zaman kolay değildir.

Üyelik işlevlerinin değişkenlerinin belirlenmesinde kesin sonuç veren belirli bir yöntem ve öğrenme yeteneği yoktur. En uygun yöntem deneme-yanılma yöntemidir, bu da çok uzun zaman alabilir. Uzun testler yapmadan gerçekten ne kadar üyelik işlevi gerektiğini önceden kestirmek çok güçtür.

Sistemlerin kararlılık, gözlemlenebilirlik ve denetlenebilirlik analizlerinin yapılmasında ispatlanmış kesin bir yöntemin olmayışı bulanık mantığın temel sorunudur. Günümüzde bu sadece pahalı deneyimlerle mümkün olmaktadır.

Bulanık mantık yaklaşımında üyelik işlevlerinin değişkenleri sisteme özeldir, başka sistemlere uyarlanması çok zordur

Bunun yanı sıra en sık belirtilen dezavantajları ise üyelik işlevlerinin ayarlanmasının uzun zaman alması ve öğrenme yeteneği olmamasıdır.

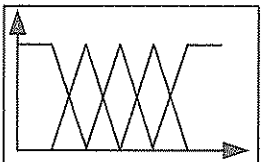
7.7. Kaynaklar

- Bay, Ö.F., Elmas, Ç., 1999, Fuzzy Logic Based Modelling of Inductance Variation of the Switched Reluctance Motor, Journal of Polytechnic, Vol. 2 No. 3 pp. 1-6.
- Bay, Ö.F., Elmas, Ç., Alçı, M., 1995, Fuzzy Logic Based Control of a Switched Reluctance Drive, ACEMP'95, June 5-7, Kuşadası, Türkiye.
- Bellman, R.A. and Zadeh, L.A.,1970, Decision making in a fuzzy environment, Management Sciences, Ser. B 17, 141-164.
- Bih, J.; 2006, Paradigm shift - an introduction to fuzzy logic, Potentials, IEEE, Volume 25, Issue 1, Page(s):6 – 21
- Dick, S.; 2005, Toward complex fuzzy logic, Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Volume 13, Issue 3, Page(s):405 – 414.
- Dote, Y.; Introduction to fuzzy logic, Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1995., Proceedings of the 1995 IEEE IECON 21st International Conference on , Volume 1, 6-10 Nov. 1995 Page(s):50 - 56 vol.1
- Dubois, D. and Prade, H., 1980 Fuzzy Sets and Systems, Theory and Application, Academic Press, Newyork.
- Dubois, D. and Prade, H., 1980, Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, London.
- Dubois, D. and Prade, H., 1984, Criteria aggretion and ranking of alternativas in the framework of fuzzy set theory, TIMS / Studies in the Management Sciences, 20, 209-240.
- Evans, G.W., 1989, Applications of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering, Elsevier, Amsterdam.
- Fedrizzi, M., Fedrizzi M. and Ostasiewicz W., 1993, Towards fuzzy modeling in economics, Fuzzy Sets and systems, 54, 259-268.
- Fodor, J.C. and Roubens, M., 1994, Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Aid, Kluwer Acedimic Publisher, Dordrecht.
- Grim, P.; 1993, Self-reference and chaos in fuzzy logic, Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Volume 1, Issue 4, Page(s):237 – 253
- Habib, M.K.; 2001, Designing fuzzy logic controllers for DC servomotors supported by fuzzy logic control development environment, Industrial Electronics Society, 2001. IECON '01. The 27th Annual Conference of the IEEE, Volume 3, 29 Nov.-2 Page(s):2093 - 2098 vol.3.
- Helgason, C.M.; Jobe, T.H.; Dickerson, J.A.; 2005, Introduction to the Special Section on Fuzzy Logic in Biologic Systems and Medicine, Systems, Man and Cybernetics, Part B, IEEE Transactions on, Volume 35, Issue 6, Page(s):1326 – 1327
- Hiam Hiok Lim; 2001, Bin Qiu; A predictive measurement-based fuzzy logic connection admission control, Communications, 2001. ICC 2001. IEEE International Conference on, Volume 3, Page(s):920 - 924 vol.3.

- Hudson, D.L.; Cohen, M.E.; 1994, Fuzzy logic in medical expert systems, Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE, Volume 13, Issue 5, Page(s):693 – 698
- Kosko, B., 1997, Fuzzy Engineering, Prentice Hall Inc., New Jersey, USA.
- Kosko, B., 1992, Fuzzy systems as universal approximators, in: Proc. IEEE 1992 Int. Conference Fuzzy Systems, San Diego, 1153-1162.
- Lee, C.C., 1990, Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller-Part I/part II, IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 20, No: 2, s. 404-435, March/April.
- Lee, C.C., 1990, Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller- Part II, IEEE Transactions on Syst., Lan, Cybern., 20, 419-435.
- Lee, C.C., 1990, Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller- Part I, IEEE Transactions on Syst., Man, Cybern., 20, 404-418.
- Lowen, R., 1980, Convex Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems, 3. pp. 291-310.
- Mamdani, E.H., 1977, Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Variables, IEEE Trans. on Computers, Vol. C-26, pp. 1182-1191.
- Mattila, J.K., 1986, On some logical points of fuzzy conditional decision making, Fuzzy Sets and systems, 20, 137-145.
- Mauer, G.F., 1995, A fuzzy logic controller for an ABS braking system, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 3, 381-388.
- Mendel, J.M.; 2007, Type-2 fuzzy sets and systems: an overview, Computational Intelligence Magazine, IEEE, Volume 2, Issue 1, Page(s):20 – 29
- Munakata, T., Jani, Y., 1994, Fuzzy system: an overview, Comminication of the ACM, Vol. 37, No. 3, 69-76.
- Nallathambi, N.; 2004, Neelakantan, P.N.; Fuzzy logic based power system stabilizer, E-Tech 2004, Page(s):68 – 73.
- Nauck, D., Klawonn, F., Kruse, R., 1992, Fuzzy sets, fuzzy controllers and neural networks, Scientific Journal of the Humboldt -University of Berlin, Series Medicine 41, no: 4, 99-120.
- Negoita, C.V., 1981, Fuzzy Systems, Abacus Press, Turnbridge- Wells.
- Nguyen, H.T., 1978, A note on the extension principle for fuzzy sets, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 64, 369-380.
- Novakovic, B.M.; Crnekovic, M.; Oluic, C.; 1997, An analytic fuzzy logic control of robots, Emerging Technologies and Factory Automation Proceedings, 1997. ETFA '97., 1997 6th International Conference on, Page(s):403 – 408.
- Novakovic, B.M.; Fuzzy logic robot control synthesis without any rule base, Advanced Robotics, 1997. ICAR '97. Proceedings., 8th International Conference on, 7-9 July 1997 Page(s):141 – 146

- Orlov, A.I., 1980, Problems of Optimization and Fuzzy Variables, Znaniye, Moscow.
- Patyra, M.J.; Long, J.E.; 1994, Synthesis of current mode building blocks for fuzzy logic control circuits, Circuits and Systems, 1994. ISCAS '94., 1994 IEEE International Symposium on, Volume 4, Page(s):283 - 286 vol.4
- Pedrycz, W., 1993, Fuzzy Control And Fuzzy System, Research Studies Press LTD., Second edition, Somerset, England.
- Pedrycz, W.; 1991, A referential scheme of fuzzy decision making and its neural network structure, Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on, Volume 21, Issue 6, Page(s):1593 – 1604
- Ramot, D.; Friedman, M.; Langholz, G.; Kandel, A.; 2003, Complex fuzzy logic, Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Volume 11, Issue 4, Page(s):450 – 461.
- Ross, T.J., 1995 Fuzzy Logic with Engineering Applications, McGraw-Hill Inc., America.
- Roy, A.; Miranda, R.; Fuzzy logic, neural networks, and brain-like learning, Neural Networks,1997., International Conference on, Volume 1, 9-12 June 1997 Page(s):522 - 527 vol.1.
- SangChul Ahn; 1996, Yong Ho Kim; Wook Hyun Kwon, Design of a fuzzy logic controller module for a loop controller, Industrial Technology, 1996. (ICIT '96), Proceedings of The IEEE International Conference on, Page(s):598 – 602.
- Sugeno, M., 1985, "An Introductory Survey of Fuzzy Control", Inf. Sci., Vol. 36, pp. 59-83.
- Sugeno, M., 1992, Industrial Applications of Fuzzy Control, North Holland, Amsterdam.
- Takagi, T. and Sugeno, M., 1985, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, IEEE Trans. Syst. Man Cybernet, 116-132.
- Tan, W.W.; Chua, T.W.; 2007, Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions (Mendel, J.M.; 2001) [book review], Computational Intelligence Magazine, IEEE, Volume 2, Issue 1, Page(s):72 – 73
- Wang Qi; Zhu Lingzhi; 2002, Zhou Shuangxi; A novel fuzzy logic secondary voltage controller, Power System Technology. Proceedings. PowerCon 2002. International Conference on, Volume 4, 13-17 Oct. 2002 Page(s):2589 - 2593 vol.4.
- Yager, R.R., 1974, A Note on Probabilities of Fuzzy Events, Inform. Sci., 18, 113-129.
- Yager, R.R., 1987, Fuzzy Sets and Applications, Selected Papers by L.A. Zadeh, John Wiley & Sons, New York.
- Yazıcıoğlu, H., Deperlioğlu, Ö., 1996, Bulanık mantık kontrolüne genel bir bakış ve örnek bir uygulama, Bursa 4. Bilgisayar ve Haberleşme sempozyumu, 179-182, Bursa.
- Yong-Hua Song; Johns, A.T.; 1997, Applications of fuzzy logic in power systems. I. General introduction to fuzzy logic, Power Engineering Journal Volume 11, Issue 5, Page(s):219 – 222.

- Zadeh, L.A., 1965, "Fuzzy Sets", Information and Control, Vol. 8, pp. 338-353, Academic Press, New York.
- Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy Sets, Information and Control, 8, 338-353.
- Zadeh, L.A., 1971, "On Fuzzy Algorithms", Electron. Res. Lab.., Univ. California, Berkeley, Memo. M-325.
- Zadeh, L.A., 1975, Concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, I, II, III, Information Sciences, 8 (1975) 199-249, 301-357; 9, 43-80.
- Zadeh, L.A., 1977, Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, Electronics Research Laboratory Memorandum M77/12. Barkeley: University. To Appear in Fuzzy Sets and System.
- Zadeh, L.A., 1979, A theory of approximate reasoning, In: J. Hayes, D. Michie and L.I. Mikulich eds., Machine Intelligence, Vol. 9, Halstead Press, New York, 149-194.
- Zadeh, L.A., 1987, A computational theory of dispositions, Int. Journal of Intelligent Systems, 2, 39-63.
- Zadeh, L.A., 1994, Fuzzy Logic and Soft Computing: Issues, Contentions and Perspectives, Proc. of the 3rd Int. Conf. on Fuzzy Logic, Neural Nets and Soft Computing, 1-2, Iizuka, Japan.
- Zadeh, L.A., Fu, K.S, Tanaka, K., Shimura, M., 1975, Fuzzy Sets and Their Applications to Congnitive and Decision Processes, Academic Press, pp. 1-39, New York.
- Zadeh, L.A.; Fuzzy logic: issues, contentions and perspectives, Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1994. ICASSP-94., 1994 IEEE International Conference on, Volume vi, 19-22 April 1994 Page(s):VI/183 vol.6.
- Zimmerman, H., 1991, Fuzzy set Theory and Its Applications, 2nd edition, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Germany.



Sekizinci Bölüm

Klasik ve Bulanık Kümeler

- Mantıksal Çıkarım Yaklaşım Kuramı
- Klasik Kümeler
- Bulanık Kümeler
- Bulanık Kümelerin Geometrisi

şeklinde ifade edilmektedir. $x' \in X$ verilmiş olsun. x''ne karşılık gelen bir $y' \in Y$'nin bulunması istenirse bu durumda;

R_1: EĞER $x = x_1$ ise O HALDE $y = y_1$

R_2: EĞER $x = x_2$ ise O HALDE $y = y_2$

....

R_n: EĞER $x = x_n$ ise O HALDE $y = y_n$

Olgu:	$x = x'$
Sonuç	$y = y'$

elde edilir.

x ve y değişkenlerini dilsel ifadelerle x büyük ve y küçük şeklinde etiketlersek, temel kurallardan $\{R_1, ... R_n\}$ ve A olgusundan C sonucunun üyelik fonksiyonları bulunursa;

R_1: EĞER $x=A_1$ ise O HALDE $y=C_1$ dir.

R_2: EĞER $x=A_2$ ise O HALDE $y=C_2$ dir.

....

R_n: EĞER $x=A_n$ ise O HALDE $y=C_n$ dir.

Olgu:	$x=A$ ise
Sonuç	$y=C$

elde edilir. Bu buradan görülmektedir ki önermeler veya terimler dilsel ifadeler-le etiketlenebilmektedir. Aşağıda bazı mantıksal çıkarım kuralları sıralanıştır.

Gereklilik kuralı

$X=A$ ise	Ece çok genç
$A \subset B$	Çok genç $\subset$ Genç
$x=B$ ise	Ece genç

Bağlaç Kuralı

$X=A$ ise	Basınç çok yüksek değil
$X=B$ ise	Basınç çok düşük değil
$x=A \cap B$ ise	Basınç çok yüksek ve çok düşük değil

Ayırma Kuralı

$X=A$ ise	Basınç çok yüksek değil
$x=B$ ise	Basınç çok düşük değil
$x=A \cup B$ ise	Basınç çok yüksek veya çok düşük değil

İzdüşüm Kuralı

(x, y) R kümesine ait — (x, y) R kümesine ait

x=Π_X (R) dir — y=Π_Y (R) dir

(x, y) (3, 2) ise — (x, y) (3, 2) ise

x=3 — y=2

Olumsuzluk Kuralı

$x \neq A$ — $x \neq$ yüksek

x A'ya eşit değildir — x yüksek deği

Temel Özellik

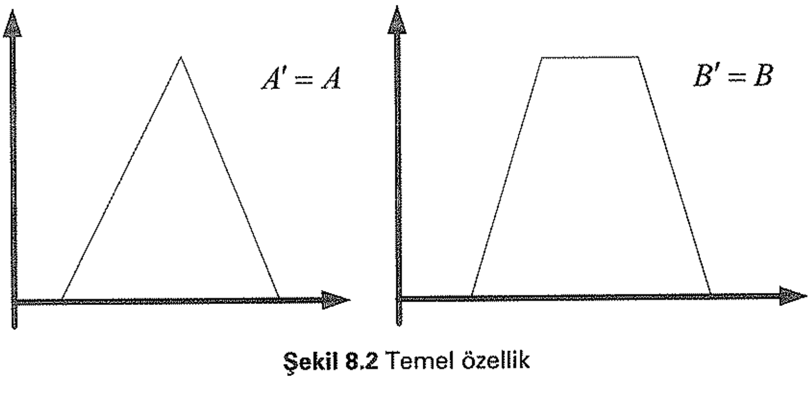
EĞER x=A ise O HALDE y=B dir

EĞER basınç büyük ise O HALDE ses küçük

X=A dır — Basınç büyük

Y=B dir — ses küçük

Şekil 8.2'de temel özelliğin eğrileri görülmektedir.



Şekil 8.2 Temel özellik

Toplam Belirsizlik

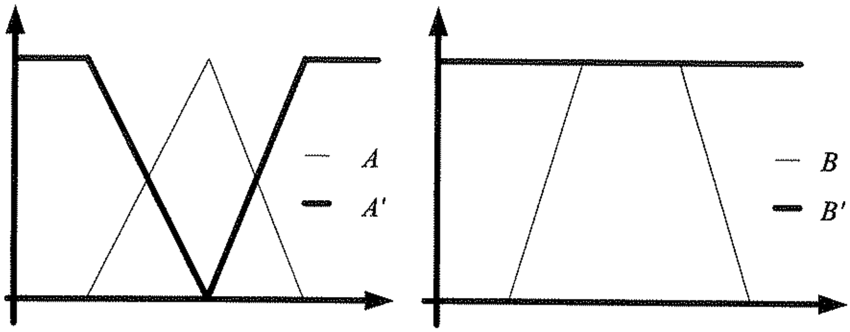
EĞER x=A ise O HALDE y=B dir

EĞER basınç büyük ise O HALDE ses küçük

$x \neq A$ dır — Basınç büyük değil

y bilinmiyor — ses bilinmiyor

Şekil 8.3'te toplam belirsizlik özelliğinin eğrileri görülmektedir.



Şekil 8.3 Toplam belirsizlik özelliği

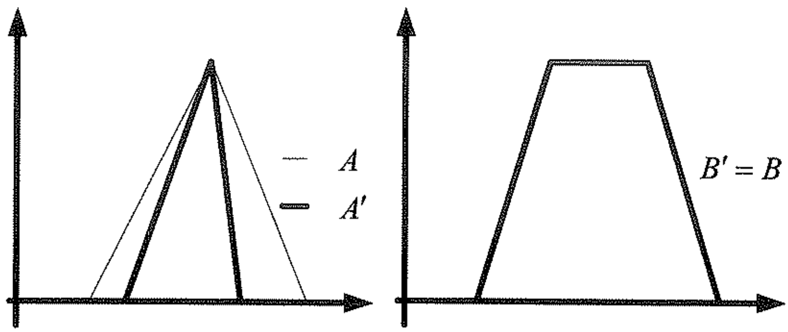
Altküme

EĞER $x=A$ ise O HALDE $y=B$ dir

EĞER basınç büyük ise O HALDE ses küçük

$$\frac{X=A' \subset A \text{ dır}}{Y=B \text{ dir}} \qquad \frac{\text{Basınç çok büyük}}{\text{ses küçük}}$$

Şekil 8.4'te altküme özelliğinin eğrileri görülmektedir.



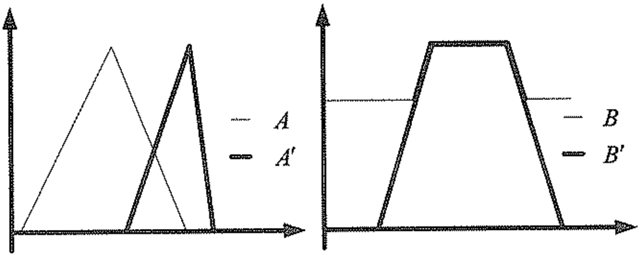
Şekil 8.4 Altküme özelliği

Üstküme

EĞER $x=A$ ise O HALDE $y=B$ dir

$$\frac{X=A' \text{ dır.}}{y=B' \supset B \text{ dir}}$$

Şekil 8.5'de üstküme özelliğinin eğrileri görülmektedir.



Şekil 8.5 Üstküme özelliği

8.1. Klasik Kümeler

Klasik küme kuramında bir eleman o kümenin *y*a elemanıdır *y*a da değildir. Hiç bir zaman kısmi ü*y*elik olmaz. Nesnenin ü*y*elik değeri 1 ise kümenin tam elemanı, 0 ise elemanı değildir. Başka bir de*y*işle klasik ve*y*a *y*eni ürün kümelerinde elemanların ü*y*elikleri {0,1} değerlerini alır.

8.1.1. Klasik Kümelerle İlgili Matematiksel İfadeler

Bir X evrensel kümesi

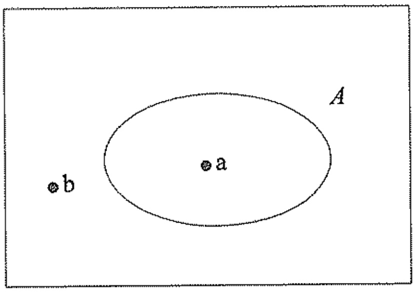
$X=\{A, b\}$ olsun.

Bu kümenin bir alt kümesi

$A=\{a\}$ olsun.

Bu ifadenin Venn şeması ile gösterimi Şekil 8.6'da görülmektedir.

X (evrensel küme)



Şekil 8.6 Klasik kümelerin Venn şeması ile gösterimi

Şekil 8.6'da görüldüğü gibi a elemanı A kümesinin elemanıdır. Bu ise a elemanının A kümesine göre ü*y*elik derecesinin 1 olduğu anlamını taşır. b elemanının A kümesine göre ü*y*elik derecesi ise 0 olarak ifade edilir. Bu,

$$\mu_A=\{1/a, 0/b\} \tag{8.1}$$

olarak ifade edilir.

8.1.2. Klasik Kümeler Üzerindeki İşlemler

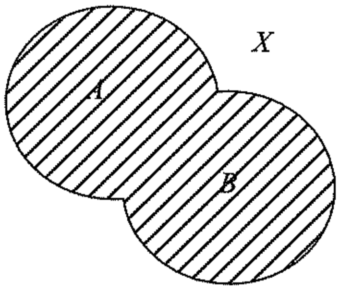
A ve B kümeleri X evrensel kümenin 2 alt kümesi olsun. Buna göre;

8.1.2.1. Birleşme (Union) İşlemi

A veya B'ye ait tüm elemanlarının oluşturduğu kümeye A ile B'nin birleşimi denir. Bu işlem

$$A \cup B=\{ x / x \in A \text{ veya } x \in B \} \tag{8.2}$$

olarak ifade edilir. Şekil 8.7'de klasik kümelerde birleşme işlemi görülmektedir.



Şekil 8.7 Klasik kümelerde birleşme işlemi

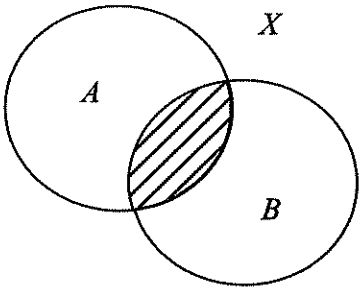
8.1.2.2. Kesişim (Intersection) İşlemi

A veya B'ye ait tüm elemanların oluşturduğu kümeye A ile B'nin kesişimi veya arakesiti denir.

Bu işlem

$$A \cap B=\{ x / x \in A \text{ ve } x \in B \} \tag{8.3}$$

olarak ifade edilir. Şekil 8.8'de klasik kümelerde kesişim işlemi görülmektedir.



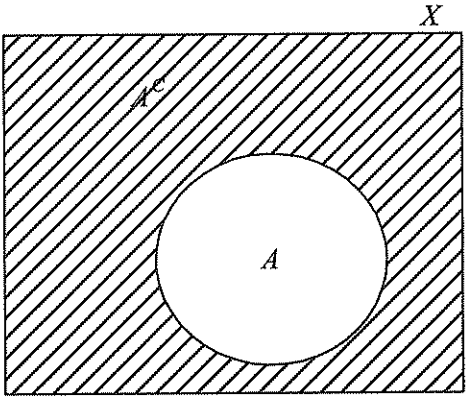
Şekil 8.8 Klasik kümelerde kesişim işlemi

8.1.2.3. Tümleme (Complement) İşlemi

A kümesine ait olmayan *X* evresel kümesine dahil olan kümeye *A*'nın tümleyeni denir. Bu işlem

$$A^c=\{x\,/\,x\notin A,\ x\in X\} \qquad (8.4)$$

olarak ifade edilir. Şekil 8.9'da klasik kümelerde tümleme işlemi görülmektedir.



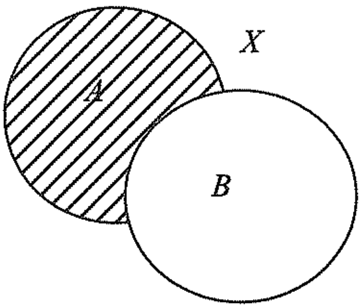
Şekil 8.9 Klasik kümelerde tümleme işlemi

8.1.2.4. Fark (Difference) İşlemi

A kümesine ait olup *B* kümesine ait olmayan elemanlardan oluşan kümeye *A* ile *B*'nin farkı denir. Bu işlem

$$A-B=\{x\,/\,x\in A \text{ ve } x\notin B\} \qquad (8.5)$$

olarak ifade edilir. Şekil 8.10'da klasik kümelerde fark işlemi görülmektedir.



Şekil 8.10 Klasik kümelerde fark işlemi

8.1.3. Klasik Kümelerin Özellikleri

1. $A \cup B = B \cup A$ (8.6)

   $A \cap B = B \cap A$ (8.7)

2. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (8.8)

   $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (8.9)

3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (8.10)

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (8.11)

4. $A \cup A = A$ (8.12)

   $A \cap A = A$ " (8.13)

5. $A \cup \varnothing = A$ $\quad A \cap \varnothing = \varnothing$ (8.14)

   $A \cap X = A$ $\quad A \cup X = X$ (8.15)

6. EĞER $A \subseteq B \subseteq C$ ise O HALDE $A \subseteq C$ (8.16)

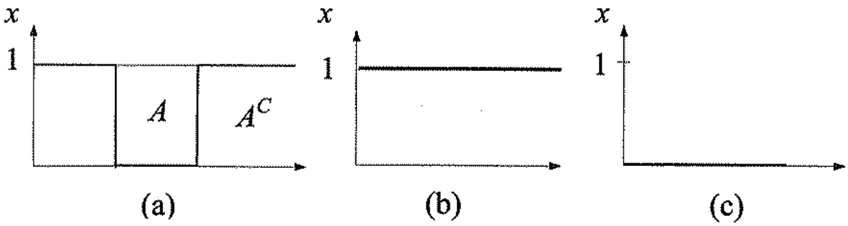
7. $(Ac)c = A$ (8.17)

Bu özelliklerin dışında Klasik kümeler ile Bulanık kümeleri birbirinden ayıran en önemli iki özellik aşağıda verilmiştir.

8. $A \cup Ac = X$ (8.18)

   $A \cap Ac = \varnothing$ (8.19)

Keskin kümelerin üyelik dereceleri [0, 1] aralığında alındığında Eş. (8.18) ve (8.19) bağıntısında verilen özellikler Şekil 8.11'de görülmektedir.



Şekil 8.11 a) A ve A^C klasik kümelerin [0, 1] aralığındaki eğrisi

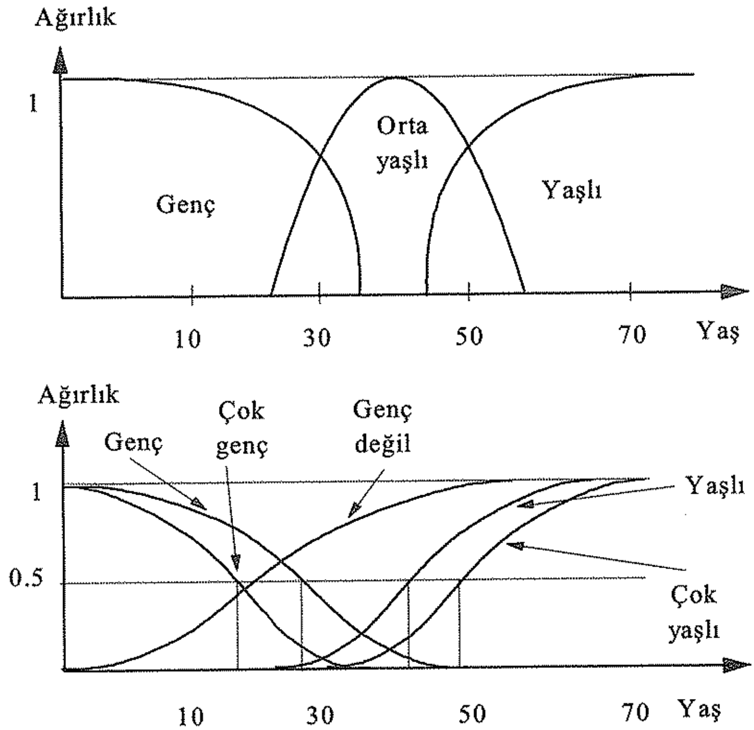
b) $A \cup A^C = X$ matematiksel ifadesinin [0, 1] aralığındaki eğrisi

c) $A \cap A^C = \varnothing$ matematiksel ifadesinin [0, 1] aralığındaki eğrisi

8.2. Bulanık Kümeler

Bilindiği gibi klasik kümeler kuramında birleşme, kesişme, tümleme gibi işlemler tanımlanmıştır. Bunlara karşılık gelecek bulanık işlemler de tanımlıdır.

Bulanık küme keskin kümedeki açık/kapalı, soğuk/sıcak gibi ikili (binary) denetim değişkenlerinden oluşan keskin dünyayı, Az açık/Az kapalı, Serin/Ilık, Biraz hızlı/Biraz yavaş gibi yumuşak (soft) niteleyicilerle gerçek dünyaya benzetir. Yani klasik kümelerdeki gibi bir değişken verilen kümenin ya elemanı yada elemanı değildir yaklaşımının tersine her değişken verilen kümede belirli bir üyelik derecesine sahiptir. Bu yaş konusuna uyguladığında 35 yaşındaki bir insana pek Orta yaşlı denemeyeceği gibi o kişi pek gençte sayılmaz, duruma göre belki genç tanımı belki de orta Yaşlı tanımı daha uygun düşer. İşte bulanık kümeler Şekil 8.12'de gösterildiği gibi böyle esnek bir düşünüşe imkan sağlar. Kümelerin birbirinden keskin olarak ayrılmamış olması, aralarında belirli bir örtüşüm (Overlap) olması 35 yaşın bir oranda hem orta Yaşlı hem Genç, ısı denetleyicisi örneğinde ise 20 °C ısının hem biraz soğuk hem de biraz sıcak olarak düşünülmesine imkan verir.

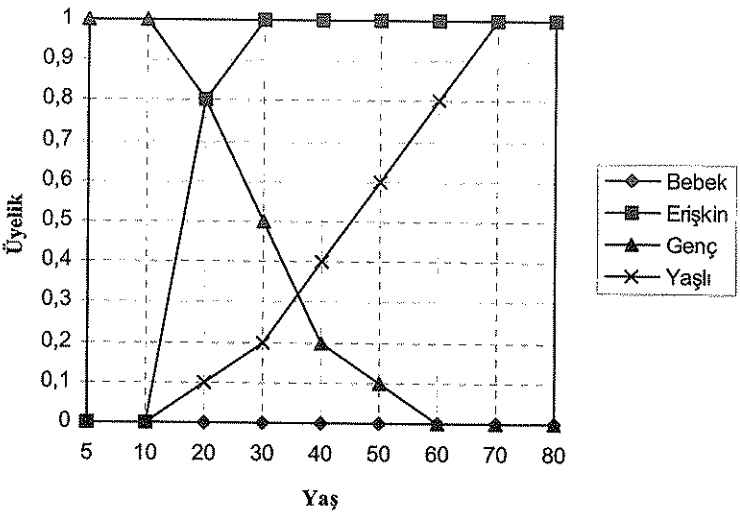


Şekil 8.12 Bulanık kümeler a) Yaşın üç gruba ayrıldığı kümeler b) Diğer bir kümelendirme

Bulanık kümelerde kullanılan semboller ve ifadeler ile keskin kümelerde kullanılan ifadelerin büyük bir bölümü benzemektedir. Küçük bir keskin evrensel kümenin elemanlarının dört farklı bulanık kümeye üyelik dereceleri Çizelge 8.1'de ve eğrisi Şekil 8.13'de gösterilmiştir. Burada $X = \{5,10,20,30,40,50,60,70,80\}$ bütün yaşların kümesini ve Bebek, Erişkin, Genç, Yaşlı bulanık kümeleri de X evrensel kümesinden seçilen değerlerin üyelik derecelerini göstermektedir.

Çizelge 8.1. Bulanık kümeler

Yaş	Bebek	Erişkin	Genç	Yaşlı
5	0	0	1	0
10	0	0	1	0
20	0	0,8	0,8	0,1
30	0	1	0,5	0,2
40	0	1	0,2	0,4
50	0	1	0,1	0,6
60	0	1	0	0,8
70	0	1	0	1
80	0	1	0	1

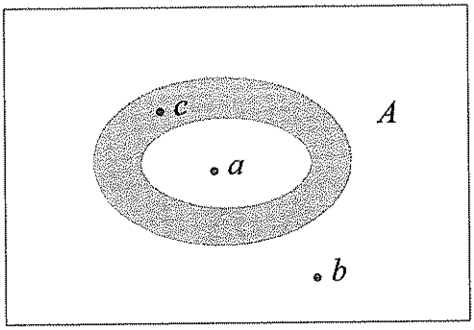


Şekil 8.13 Çizelge 8.1'de tanımlanan bulanık kümelerin eğrisi

8.2.1. Bulanık Kümelerle İlgili Matematiksel İfadeler

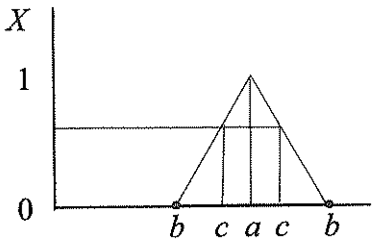
Şekil 8.14'de bulanık bir kümelerin Venn şeması ile ifadesi görülmektedir. Burada $\underset{\sim}{A}$ elemanı $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesinin kesin elemanıdır. Bu elemanın üyelik derecesi 1 olarak ifade edilir. b elemanı $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesine ait olmadığından üyelik derecesi 0 olarak kabul edilir. c elemanı ise $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesine belli bir seviyede üyedir. Bu da [0,1] aralığında bir üyelik derecesi ile gösterilir. Örneğin { 0.7/*c*}.

X (evrensel küme)



Şekil 8.14 Bulanık kümelerin Venn şeması ile gösterimi

Bu şeklin üyelik fonksiyonu biçiminde ifadesi Şekil 8.15'de gösterilmiştir.



Şekil 8.15 Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu ile gösterimi

8.2.2. Bulanık Kümeler Üzerindeki İşlemler

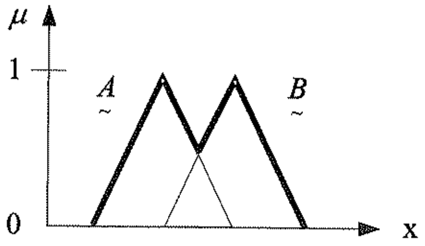
8.2.2.1. Birleşim Kümesi

X evrensel kümesi üzerinde tanımlanan $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümeleri verilsin, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerinin birleşimi $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}$ olarak gösterilir. Aynı zamanda $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}$ kümesi X

evrensel kümesinin bir bulanık alt kümesidir. Bu kümenin üyelik fonksiyonu biçimindeki matematiksel ifadesi şöyledir;

$$\mu_{\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}}(x) = \mathrm{MAX}(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)) \; x \in X \tag{8.19}$$

$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}$ kümesinin, herhangi bir $x \in X$ için elemanlarının üyelik derecesi, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerinden üyelik derecesi büyük olana eşittir. Bu tanımlamadan anlaşılacağı gibi $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerinin her biri $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}$ kümesinin alt kümesidir. Şekil 8.16'da $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ olarak tanımlanan iki bulanık kümenin birleşimi görülmektedir.



Şekil 8.16 Bulanık kümelerde birleşme işlemi

Genç ve Yaşlı kümelerinin birleşim kümesinin

Genç ∪ Yaşlı= 1/5+1/10+0.8/20+0.5/30+0.4/40+0.6/50+0.8/60+1/70+1/80,

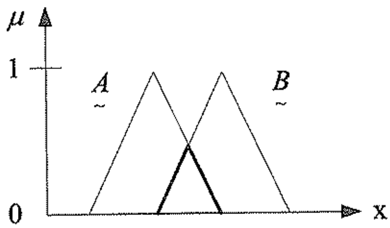
olduğu görülmektedir.

8.2.2.2. Kesişim (Intersection) Özelliği

X evrensel kümesi üzerinde tanımlanan $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümeleri verilsin, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerinin kesişimi $\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}$ olarak gösterilir. Aynı zamanda $\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}$ kümesi X evrensel kümesinin bir bulanık alt kümesidir. Bu kümenin üyelik fonksiyonu biçimindeki matematiksel ifadesi şöyledir;

$$\mu_{\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}}(x) = \mathrm{MIN}(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x), \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)) \; x \in X \tag{8.20}$$

$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}$ kümesinin, herhangi bir $x \in X$ için elemanlarının üyelik derecesi, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerinden üyelik derecesi küçük olana eşittir. Bu tanımlamadan anlaşılacağı gibi $\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}$ kümesi, $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümelerinin her birinin alt kümesidir. Şekil 8.16'da $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ olarak tanımlanan iki bulanık kümenin kesişimi görülmektedir.



Şekil 8.17 Bulanık kümelerde kesişme işlemi

Genç ve Yaşlı kümelerinin birleşim kümesinin

Genç $\cap$ Yaşlı = 0.1/20 + 0.2/30 + 0.2/40 + 0.1/50,

olduğu görülmektedir.

8.2.2.3. Tümleyen (Complement)

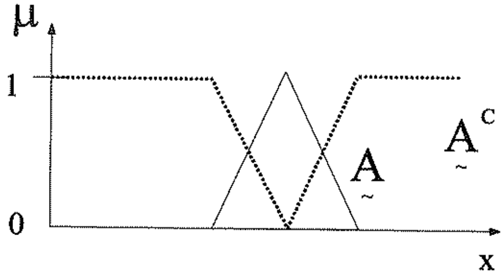
X evrensel kümesinde verilen bir $\underset{\sim}{A}$ kümesinin tümleyeninin üyelik fonksiyonun matematiksel ifadesi şöyledir;

$$\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(x)=1-\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \qquad (8.21)$$

Eğer herhangi bir elemanın $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesindeki üyelik derecesi 0.8 ise tümleyenindeki üyelik derecesi 0.2'dir. Çizelge 8.1'deki Yaşlı kümesinin tümleyeni;

$\overline{\text{Yaşlı}}$ = 1/5 + 1/10 + 0.9/20 + 0.8/30 + 0.6/40 + 0.4/50 + 0.2/60

olur. Yaşlı kümesinin tümleyeninin Genç kümesine eşit olmadığı görülmektedir. Bu ifadenin eğrisi Şekil 8.18'de görülmektedir.



Şekil 8.18 Bulanık kümelerde tümleme işlemi

8.2.2.4. Destek (Support) Keskin Kümesi

X evrensel kümesindeki bir $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesinin destek kümesi, keskin küme olup, X' in $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesinde 0' dan farklı üyelik derecesine sahip olan elemanlarının hepsini içermektedir. X' in bulanık kümelerinin destekleyicileri Eş.(8.22)'de ifade edilmiştir;

$$SuppA = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\} \tag{8.22}$$

Örneğin Genç bulanık kümesinin destek keskin kümesi Çizelge 8.1' den,

Supp(Genç)= {5, 10, 20, 30, 40, 50}

olarak bulunur.

8.2.2.5. α-Bölüm (Cut) Kümesi

Bulanık A kümesinin α-bölüm keskin kümesi A_α gösterilir ve X evrensel kümesinin A kümesindeki bütün elemanlarından üyelik derecesi α özel değerinden büyük veya eşit olanları içerir.

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha \tag{8.23}$$

Örneğin Genç kümesinin α=0.2 için α-bölüm kümesi Çizelge 8.1'den

Genç0.2 = {5, 10, 20, 30, 40},

α=0.8 için

Genç0.8 = {5, 10},

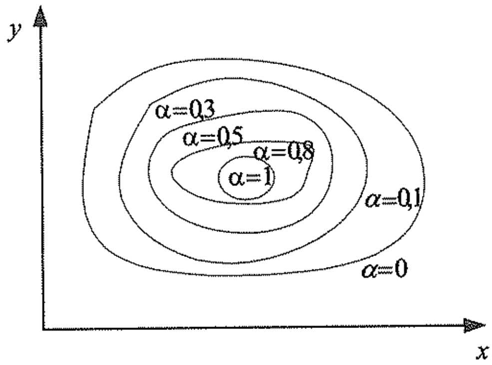
olarak elde edilir.

8.2.2.6. Seviye (Level) Kümesi

Bulanık $\underset{\sim}{A}$ kümesinin seviye keskin kümesi A_α gösterilir ve X evrensel kümesinin $\underset{\sim}{A}$ kümesindeki bütün elemanlarından üyelik derecesi α özel değerine eşit olanları içerir.

$$A_\alpha = \{\alpha \mid \mu_A(x) = \alpha, \quad x \in X\} \tag{8.24}$$

Şekil 8.19'da gerçek sayılarda tanımlı seviye kümeleri görülmektedir.



Şekil 8.19 Gerçek sayılarda tanımlı seviye kümeleri

8.2.2.7. Alt Kümeler ve Eşit Kümeler

Eğer X evrensel kümesinin her bir elemanının bulanık $\underset{\sim}{A}$ kümesindeki üyelik derecesi, bulanık $\underset{\sim}{B}$ kümesindeki üyelik derecesinden küçük veya eşitse $\underset{\sim}{A}$ kümesi $\underset{\sim}{B}$ kümesinin alt kümesidir.

$$\mu_A(x) \le \mu_B(x), \quad x \in X \tag{8.25}$$

$$\underset{\sim}{A} \subseteq \underset{\sim}{B},$$

Çizelge 8.1' deki Yaşlı kümesi Erişkin kümesinin alt kümesidir. Her $x \in X$ için $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ ise $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ bulanık kümeleri eşit kümeler olarak adlandırılır.

$$\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{B}$$

$\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{B}$ ise $\underset{\sim}{A} \subseteq \underset{\sim}{B}$ ve $\underset{\sim}{B} \subseteq \underset{\sim}{A}$ olur. Eğer herhangi bir $x \in X$ için $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$ ise $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ bulanık kümeleri eşit değildir. Çizelge 8.1' de gösterilen dört kümede birbirine eşit değildir. $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ 'nin alt kümesi ($\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$) ve $\underset{\sim}{A} \neq \underset{\sim}{B}$ ise, $\underset{\sim}{A}$ kümesi $\underset{\sim}{B}$ kümesinin tam alt kümesidir. Çizelge 8.1'deki Yaşlı kümesi Erişkin kümesinin alt kümesidir ve iki küme eşit değildir. Böylece Yaşlı kümesi Erişkin kümesinin tam alt kümesidir.

8.2.2.8. Eşitlik

Eğer $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ bulanık kümeleri aynı evrende tanımlanmışsa ve her ikisinin üyelik fonksiyonları da aynı ise $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ eşittir. Bu durum Eş. (8.26)'daki gibi gösterilebilir.

$$\mu_A(u) = \mu_B(u) \ her \ u \in U \tag{8.26}$$

Çizelge 8.2'de bulanık küme işlemleri kısaca özetlenmiştir.

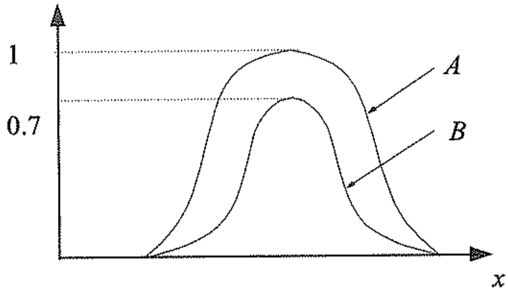
Çizelge 8.2 Bulanık küme işlemlerinin özeti

Bulanık küme işlemi	İşlem ifadesi	
Eşitlik	$\mu_A(u)=\mu_B(u)$	$u \in U$
Birleşme	$\mu_{A \cup B}(u)=\max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$	her $u \in U$
Kesişme	$\mu_{A \cap B}(u)=\min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$	her $u \in U$
Tümleme	$\mu_A(u)=1-\mu_A(u)$	$u \in U$
Normalizasyon	$\mu_{NORM(A)}(u)=\mu_A(u)/\max(\mu_A(u))$	$u \in U$
Konsantrasyon	$\mu_{CON(A)}(u)=(\mu_A(u))^2$	$u \in U$
Genişletme	$\mu_{DIL(A)}(u)=(\mu_A(u))^{0.5}$	$u \in U$
Şiddetlendirme	$\mu_{INT(A)}(u)=\begin{cases} 2(\mu_A(u))^2 \\ 1-2(1-\mu_A(u))^2 \end{cases}$	$0 \leq \mu_A(u) \leq 0.5$ $0.5 \leq \mu_A(u) \leq 1$
Aritmetik ürün	$\mu_{A \bullet B}(u)=\mu_A(u) \bullet \mu_B(u)$	her $u \in U$
Sınırlı toplam	$\mu_{A \oplus B}(u)=\min\{1, \mu_A(u)+\mu_B(u)\}$	her $u \in U$
Sınırlı ürün	$\mu_{A \oplus B}(u)=\max\{o, \mu_A(u)+\mu_B(u)-1\}$	her $u \in U$

Şiddetli ürün	$\mu_{A\otimes B}(u)=\begin{cases}\mu_A(u)\\ \mu_B(u)\\ 0\end{cases}$	$\mu_B(u)=1$ için $\mu_A(u)=1$ için $\mu_B(u),\mu_B(u)<1$ için

8.2.3. Normal ve Normal Olmayan Bulanık Küme

Bulanık $\underset{\sim}{A}$ kümesinin tüm elemanlarından en az bir tanesi, olabilecek maksimum değere eşitse $\underset{\sim}{A}$ kümesi normal kümedir. Başka bir deyişle [0,1] kapalı aralığında değişen üyelik derecelerinden en az bir tanesi 1 değerine eşit olmak zorundadır. Çizelge 8.1' de Erişkin, Genç ve Yaşlı kümelerinin normal olduğu görülebilir. Şekil 8.20'de normal ve normal olmayan bulanık kümeler gösterilmiştir.



Şekil 8.20 Normal ve normal olmayan bulanık kümeler

Şekilde $\underset{\sim}{A}$ kümesinin en az bir elemanı 1 değerine eşit olduğu için normal bulanık küme, $\underset{\sim}{B}$ kümesi ise hiçbir elemanı 1 değerine eşit olmadığı için normal olmayan bulanık kümedir.

8.2.4. Bileşke Bulanık Bağıntı

Uygulama açısından bileşke bulanık bağıntı önemli bir yere sahiptir.

R: $A\text{x}B \rightarrow [0,1]$ bulanık ilişki ve S: $B\text{x}C \rightarrow [0,1]$'de bulanık bağıntı olsun. A'dan C'ye tanımlanmış bileşke bulanık bağıntı Eş.(8.27)'deki gibi verilir.

$$R \bullet S = \bigcup_{A\text{x}C}\{\max(A.c)/\min\,[\mu_R(A,\,b),\mu_S(b,\,c)]\} \tag{8.27}$$

Bir bulanık bağıntıdan başka bir üyelik fonksiyonuna geçiş kısaca Eş.(8.28)'deki gibi de tanımlanabilir.

$\mu_B(y)$=max[min{$\mu_B(y||x),\mu_A(x)$}] (8.28)

$x \in E_1$, $y \in E_2$ olsun; x ve y arasındaki bulanık bağıntı $\mu_B(y||x)$, ayrıca $A \subset E_1$, $B \subset E_2$ ise Eş.(8.29) yazılabilir.

R: Ax$B \rightarrow [0,1]$ A'dan b'ye bağıntı

S: Bx$C \rightarrow [0,1]$ b'dan c'ye bağıntı ise

Sup-min bileşke bağıntısı Eş.(8.29)'daki gibi tanımlanırsa:

$$R \bullet S(A, c) = \sup_{z \in Z}\{\min [R(A, b), S(b, c)]\} \quad (8.29)$$

Bu da A'dan b'ye olan bulanık bağıntı ile b'den c'ye olan bulanık bağıntının güçsüz olanlarından bir küme oluşturur ve bu güçsüzlerin en güçlüsünü seç anlamına gelir. Kısaca sup-min ilişkisi kötülerin en iyisi anlamına gelir.

Inf-max bileşke bağıntısı Eş.(8.30)'daki gibi tanımlanır.

$$R \otimes S(A, c) = \inf_{z \in Z}\{\max [R(A, b), S(b, c)]\} \quad (8.30)$$

Bu da A'dan b'ye olan bulanık ilişki ile b'den c'ye olan bulanık ilişkilerin güçlü olanlarından bir küme oluştur ve bu güçlülerin en güçsüzünü seç anlamına gelir. Kısaca inf-max ilişkisi iyilerin kötüsü anlamına gelir.

Bulanık kümelerde $\cap$ işlemi min(minimum) işlemi ile $\cup$ birleşim işlemi de max(maksimum) işlemi ile ifade edildiğinden De Morgan kurallarına göre inf-max ve sup-min bağıntıları birbiri cinsinden ifade edilebilir [8].

$$\overline{R \bullet S} = \overline{R} \otimes \overline{S} \quad (8.31)$$

8.2.5. Bulanık Bağıntı

$\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{B}$ kümeleri arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\underset{\sim}{A}_1 = \{x_1, x_2\} \text{ ve } \underset{\sim}{B}_1 = \{y_1, y_2\} \quad (8.32)$$

$$\underset{\sim}{A} \times \underset{\sim}{B} = \{(x_1, y_1), (x_1, y_2), (x_2, y_1), (x_2, y_2)\} \quad (8.33)$$

Ağırlıklarıyla beraber yazılırsa;

$$G = \{0{,}3/(x_1, y_1) + 1/(x_1, y_2) + 0.5/(x_2, y_1) + 0/(x_2, y_2)\} \quad (8.34)$$

Bu bağıntının üyelik fonksiyonu

$\mu_{\underset{\sim}{R}}(x, y)=\{0{,}3,\ 1,\ 0{,}5,\ 0\}$'dir. (8.35)

İki bulanık bağıntının birleşimi

$\underset{\sim 1}{R}: X \rightarrow Y$, $\underset{\sim 2}{R}: Y \rightarrow Z$ bağıntı olsun. X ve Z arasındaki bağıntı;

$$\mu_{\underset{\sim 1}{R} \circ \underset{\sim 2}{R}}(x) = \max[\min(\mu_{\underset{\sim 1}{R}}(x, y), \mu_{\underset{\sim 2}{R}}(x, y))] \quad (8.36)$$

"o" operatörü bağıntı birleşimini gösterir.

Örnek olarak A =(0.3, 0.4, 0.8, 1) ve bulanık matris

$$M = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}8 & 0{,}7 \\ 0{,}7 & 0{,}6 & 0{,}6 \\ 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}5 \\ 0 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}_{4 \times 3} \quad (8.37)$$

olarak verilsin

$$\mu_{\underset{\sim 1}{R} \circ \underset{\sim 2}{R}}(j) = MAX[MIN(a_i, m_{ij})]\ 1 \leq i \leq n \quad (8.38)$$

$\mu_{\underset{\sim 1}{R} \circ \underset{\sim 2}{R}}(1)$=MAX[MIN(0.3, 0.2), MIN(0.4, 0.7), MIN(0.8, 0.8),
MIN(1, 0)] (8.39)
=MAX(0,2, 0,4, 0,8, 0)
=0,8

$\mu_{\underset{\sim 1}{R} \circ \underset{\sim 2}{R}}(2)$=MAX(0,3, 0,4, 0,1, 0,2) (8.40)

=0.4

$\mu_{\underset{\sim 1}{R} \circ \underset{\sim 2}{R}}(3)$=MAX(0,3, 0,4, 0,5, 0,3) (8.41)

=0,5

$\mu_{\underset{\sim 1}{R} \circ \underset{\sim 2}{R}}$=(0,8, 0,4, 0,5) (8.42)

Bulanık bağıntıdan başka bir üyelik fonksiyonuna geçiş

$x \in E_1, y \in E_2$ olsun; x ve y arasındaki bulanık bağıntı $\mu\underset{\sim}{B}$ $(y//x)$, ayrıca

$\underset{\sim}{A} \subset E_1, \underset{\sim}{B} \subset E_2$

ise,

$$\mu\underset{\sim}{B}(y) = MAX[MIN(\mu\underset{\sim}{B}(y//x), \mu\underset{\sim}{A}(x))] \quad (8.43)$$

olur. Bulanık bağıntının EĞER-O HALDE (IF-THEN) ile ifadesi;

EĞER $x = x_1$ İse O HALDE $y = y_2$

EĞER $x = x_2$ İse O HALDE $y = y_3$

EĞER $x = x_3$ İse O HALDE $y = y_1$

EĞER $x = x_4$ İse O HALDE $y = y_2$

E_2 / E_1	y_1	y_2	y_3
x_1	0	1	0
x_2	0	0	1
x_3	1	0	0
x_4	0	1	0

şeklinde bulanık bağıntı ifade edilebilir.

8.2.6. Bulanık Kümelerin Özellikleri

1. $\underset{\sim}{A} \cup (\underset{\sim}{B} \cup \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}) \cup \underset{\sim}{C}$ (8.44)

$\underset{\sim}{A} \cap (\underset{\sim}{B} \cap \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}) \cap \underset{\sim}{C}$ (8.45)

2. $\underset{\sim}{A} \cup (\underset{\sim}{B} \cap \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B}) \cap (\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{C})$ (8.46)

$\underset{\sim}{A} \cap (\underset{\sim}{B} \cup \underset{\sim}{C}) = (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}) \cup (\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{C})$ (8.47)

3. $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{A}$ (8.48)

$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{A}$ (8.49)

4. $\underset{\sim}{A} \cup \varnothing = \underset{\sim}{A}$ $\quad \underset{\sim}{A} \cap \varnothing = \varnothing$ (8.50)

$\underset{\sim}{A} \cap X = \underset{\sim}{A}$ $\quad \underset{\sim}{A} \cup X = X$ (8.51)

5. EĞER $\underset{\sim}{A} \subseteq \underset{\sim}{B} \subseteq \underset{\sim}{C}$ ise O HALDE $\underset{\sim}{A} \subseteq \underset{\sim}{C}$ (8.52)

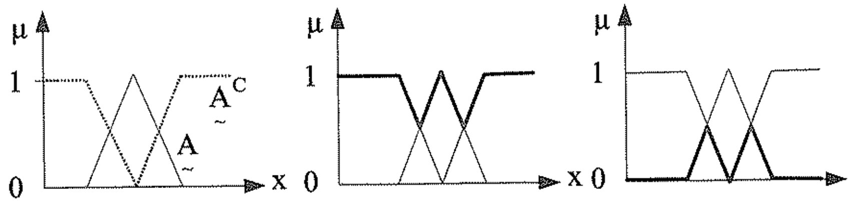
6. $\overline{\overline{\underset{\sim}{A}}} = \underset{\sim}{A}$ (8.53)

Son olarak bulanık mantığı klasik kümelerden ayıran en önemli iki özelliği aşağıda verilmiştir.

7. $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^C \neq X$ (8.54)

$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^C \neq \varnothing$ (8.55)

(8.47) ve (8.48) bağıntısında verilen önemli iki özellik grafiksel olarak şu şekilde ifade edilir.



(a) (b) (c)

Şekil 8.21 a) $\underset{\sim}{A}$ ve $\underset{\sim}{A}^C$ bulanık kümelerin [0, 1] aralığındaki eğrisi

b) $\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^C = X$ matematiksel ifadesinin [0, 1] aralığındaki eğrisi

c) $\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^C = \varnothing$ matematiksel ifadesinin [0, 1] aralığındaki eğrisi

Bu açıklamalardan sonra bulanık mantık işlemlerin bir örnek ile açıklanırsa;

$$\underset{\sim}{A} = \{ \frac{1}{2}, \frac{0,5}{3}, \frac{0,3}{4}, \frac{0,2}{5} \}$$

ve

$$\underset{\sim}{B} = \{ \frac{0,5}{2}, \frac{0,7}{3}, \frac{0,2}{4}, \frac{0,4}{5} \}$$

olsun.

Tümleyen:

$$\underset{\sim}{A}^{C} = \{ \frac{1}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0,5}{3}, \frac{0,7}{4}, \frac{0,8}{5} \}$$

$$\underset{\sim}{B}^{C} = \{ \frac{1}{1}, \frac{0,5}{2}, \frac{0,3}{3}, \frac{0,8}{4}, \frac{0,6}{5} \}$$

olur.

Birleşim:

$$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{B} = \{ \frac{1}{2}, \frac{0,7}{3}, \frac{0,3}{4}, \frac{0,4}{5} \}$$

olur.

Kesişim:

$$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B} = \{ \frac{0,5}{2}, \frac{0,5}{3}, \frac{0,2}{4}, \frac{0,2}{5} \}$$

olur.

Fark:

$$\underset{\sim}{A} \text{¾} \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{B}^{C} = \{ \frac{0,5}{2}, \frac{0,3}{3}, \frac{0,3}{4}, \frac{0,2}{5} \}$$

olur.

$$\underset{\sim}{B} \text{¾} \underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{B} \cap \underset{\sim}{A}^{C} = \{ \frac{0}{2}, \frac{0,5}{3}, \frac{0,2}{4}, \frac{0,4}{5} \}$$

olur.

Bulanık Kümeyi Klasik Kümeden Ayıran Özellikler:

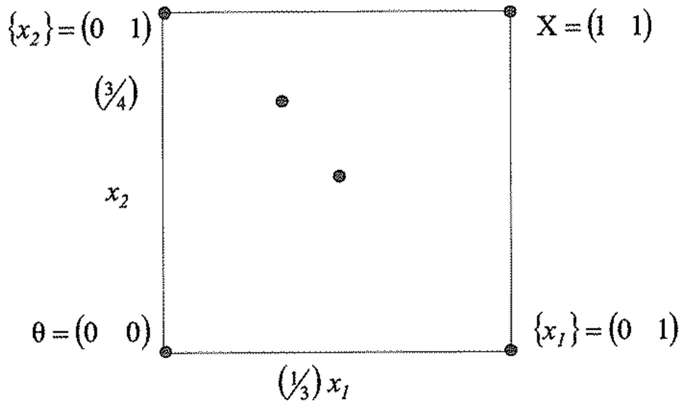
$$\underset{\sim}{A}^{C} \cup \underset{\sim}{A} = \{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{0,7}{4} + \frac{0,8}{5}\}$$

$$\underset{\sim}{B}^{C} \cap \underset{\sim}{B} = \{\frac{0,5}{2}, \frac{0,3}{3}, \frac{0,2}{4}, \frac{0,4}{5}\}$$

dir.

8.3. Bulanık Kümelerin Geometrisi

Bulanık kümelerine geometrik olarak bakmak, onlar üzerinde konuşurken kolaylık sağlar. Bulanık küme kuramcıları, üyelik fonksiyonlarını x ekseni üzerinde iki boyutlu grafikle göstermişlerdir. Bulanık kümelerin geometrisi $\mu\underset{\sim}{A}$: $x \rightarrow [0, 1]$ fonksiyonun [0, 1] aralığı ve $X=\{x_1,..., x_n\}$ eksenini içermektedir. Bulanık küme teoremleri, ispat edilmek istenildiğinde veya bulanık ifadeler tanımlamak istenildiğinde bulanık küme geometrisinden faydalanılabilir. Şekil 8.22'de noktalar kümesinin üyelik işlevleri görülmektedir.



Şekil 8.22 Noktalar kümesi

X'in bulanık alt kümeleri incelendiğinde, $\underset{\sim}{A}$ =(1/3, 3/4) bulanık altkümesinin üyelik fonksiyonu $\mu\underset{\sim}{A}$: $x \rightarrow [0, 1]$ olarak ifade edilir. Bu örnekte x_1 $\underset{\sim}{A}$ altkümesine 1/3 derecesinde aittir, x_2 üyelik değeri olarak 3/4 değerine eşittir. (1/3, 3/4) fit vektör olarak adlandırılır. $\mu\underset{\sim}{A}$ (x_i) i'inci fit vektöre veya bulanık ünite değerine eşittir. En çok bulanık olan noktadır. Bu noktanın bütün üyelik değerleri ½'ye eşittir. Sadece bu nokta için aşağıdaki eşitlik geçerlidir.

$$\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^C = \underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^C = \underset{\sim}{A}^C \tag{8.56}$$

Bulanık küme çiftlerinin, minimum, maksimum, ve tümleyeni alınarak bulanık olmayan kümeler gibi birleştirilebilirler. Bulanık kümelerin kesişimlerini minimum eşlemesiyle(iki değerden küçük olanı almakla), birleşimlerini maksimum eşlemesiyle(iki değerin büyük olanını almakla), tümleyeneni ise değerini 1'e tamamlayan değeri (1-$\mu\underset{\sim}{A}$) alınarak tanımlanabilirler.

$$\mu\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B} = \mathrm{MIN}(\mu\underset{\sim}{A}, \mu\underset{\sim}{B}) \tag{8.57}$$

$$\mu\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B} = \mathrm{MAX}(\mu\underset{\sim}{A}, \mu\underset{\sim}{B}) \tag{8.58}$$

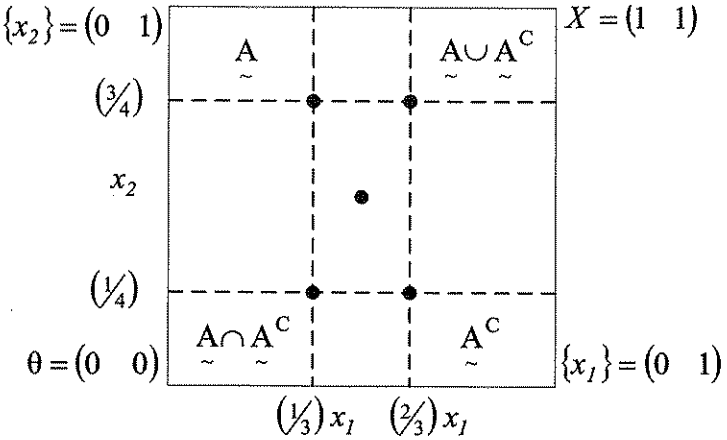
$$\mu\underset{\sim}{A}^C = (1-\mu\underset{\sim}{A}) \tag{8.59}$$

Teorem:

$$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^C \neq \varnothing \tag{8.60}$$

$$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^C \neq X \tag{8.61}$$

Bulanık karenin bütünü bu teoremleri gösterir. Şekil 8.23'de bulanıklığın tanımlandığı alan görülmektedir. Burada (1/3, 3/4) vektörüyle tanımlanmış $\underset{\sim}{A}$ bulanık kümesi tekrar incelenirse;



Şekil 8.23 Bulanıklığın tanımlandığı alan

Burada önce $\underset{\sim}{A}^{C}$ bulunup ve vektör çiftlerini minimum maksimum ile birleştirilince aşağıdaki eşitlikler bulunur.

$$\underset{\sim}{A} = (1/3, 3/4) \tag{8.62}$$

$$\underset{\sim}{A}^{C} = (2/3, 1/4) \tag{8.63}$$

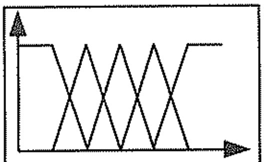
$$\underset{\sim}{A} \cap \underset{\sim}{A}^{C} = (1/3, 1/4) \tag{8.64}$$

$$\underset{\sim}{A} \cup \underset{\sim}{A}^{C} = (2/3, 3/4) \tag{8.65}$$

8.4. Kaynaklar

- Dombi, J., 1982, A general class of fuzzy operators, the DeMorgan class of fuzzy operators and fuziness measures induced by fuzzy operators, Fuzzy Sets and Systems, 81, 49-163.
- Dubois, D. and Prade, H., 1980 Fuzzy Sets and Systems, Theory and Application, Academic Press, Newyork.
- Dubois, D. and Prade, H., 1980, Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, London.
- Dubois, D.; Prade, H.; 1994, Fuzzy sets-a convenient fiction for modeling vagueness and possibility, Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, Volume 2, Issue 1, Page(s):16 – 21.
- Fisher, P.; 2007, What is Where? Type-2 Fuzzy Sets for Geographical Information, Computational Intelligence Magazine, IEEE, Volume 2, Issue 1, Page(s):9 – 14.
- Fodor, J.C., 1993, A new look at fuzzy connectives, Fuzzy Sets and system, 57, 141-148.
- Fuller, R., 1995, Neural Fuzzy Systems, Abo Akademis tryckeri, Abo, ESF Series A:443
- John, R.I.; 2002, Embedded interval valued type-2 fuzzy sets, Fuzzy Systems. FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on, Volume 2, Page(s):1316 – 1320.
- Joronen, T.T.; 2004, A philosophical study on meaning and fuzzy sets, Fuzzy Systems, 2004. Proceedings. 2004 IEEE International Conference on, Volume 3, Page(s):1601 - 1606 vol.3.
- Kaufmann A. and Gupta, M.M., 1991, Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications, Van Nostrand Reinhold, New york.
- Keleş A., Keleş A., 2008, ESTDD: Expert system for thyroid diseases diagnosis, Expert Systems with Applications, Volume 34, Issue 1, Pages 242-246.
- Klir, G.J., and Folger, T.A., 1988, Fuzzy Sets, Uncertainty and Information, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Klir, G.J.; 2004, Some issues of linguistic approximation, Intelligent Systems, 2004. Proceedings. 2004 2nd International IEEE Conference, Volume 1, Page(s):5 Vol.1.
- Kosko, B., 1997, Fuzzy Engineering, Prentice Hall Inc., New Jersey, USA.
- Lin, T.Y.; 1999, Measure theory on granular fuzzy sets, Fuzzy Information Processing Society, 1999. NAFIPS. 18th International Conference of the North American, Page(s):809 – 813.
- Louis Aimé Fono, 2007, Henri Gwet and Bernadette Bouchon-Meunier, Fuzzy implication operators for difference operations for fuzzy sets and cardinality-based measures of comparison, European Journal of Operational Research, Volume 183, Issue 1, Pages 314-326.
- Lowen, R., 1980, Convex Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems, 3.pp. 291-310.
- Mamdani, E.H., 1977, Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Variables, IEEE Trans.on Computers, Vol.C-26, pp. 1182-1191.

- Mendel, J.M.; 2003, Fuzzy sets for words: a new beginning, Fuzzy Systems, 2003. FUZZ '03. The 12th IEEE International Conference on, Volume 1, Page(s):37 - 42 vol.1.
- Mendel, J.M.; Hongwei Wu; Kreinovich, V.; Gang Xiang; 2006, Fast Computation of Centroids for Constant-Width Interval-Valued Fuzzy Sets, Fuzzy Information Processing Society, 2006. NAFIPS 2006. Annual meeting of the North American, Page(s):621 – 626.
- Negoita, C.V., 1981, Fuzzy Systems, Abacus Press, Turnbridge- Wells.
- Pedrycz, A.; Reformat, M.; 2006, An Optimization of ac-cuts of Fuzzy Sets Through Particle Swarm Optimization, Fuzzy Information Processing Society, 2006. NAFIPS 2006. Annual meeting of the North American, Page(s):57 – 62.
- Qinghua Hu, Zongxia Xie, Daren Yu, 2007, Hybrid attribute reduction based on a novel fuzzy-rough model and information granulation, Pattern Recognition, Volume 40, Issue 12, Pages 3509-3521.
- Ross, T.J., 1995 Fuzzy Logic with Engineering Applications, McGraw-Hill Inc., America.
- Shih-Ming Bai, Shyi-Ming Chen, 2008, Evaluating students' learning achievement using fuzzy membership functions and fuzzy rules, Expert Systems with Applications, Volume 34, Issue 1, Pages 399-410.
- Thomopoulos, R.; Buche, P.; Haemmerle, O.; 2006, Fuzzy Sets Defined on a Hierarchical Domain, Knowledge and Data Engineering, IEEE Transactions on, Volume 18, Issue 10, Page(s):1397 – 1410.
- Tsukamoto, M., 1979, An Aproach to Fuzzy Reasoning Method in GUPTA, M., RGADE, R.K., YAGER, R.R., Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, p. 137-149, North Holland, Amsterdam.
- Wen-June Wang; Chih-Hui Chin; 1997, Some properties of the entropy and information energy for fuzzy sets, Intelligent Processing Systems, 1997. ICIPS '97. 1997 IEEE International Conference on, Volume 1, Page(s):300 - 304 vol.1.
- Yager, R.R. and Filev, D., 1994, Essentials of Fuzzy Modeling and Control, Wiley, New York.
- Yager, R.R., 1974, A Note on Probabilities of Fuzzy Events, Inform. Sci., 18, 113-129.
- Yeong-Chyi Lee, Tzung-Pei Hong, Tien-Chin Wang., 2008, Multi-level fuzzy mining with multiple minimum supports, Expert Systems with Applications, Volume 34, Issue 1, Pages 459-468.
- Zadeh, L.A., 1975, Concept of A linguistic variable and its application to approximate reasoning, I, II, III, Information Sciences, 8, 199-249, 301-357; 9, 43-80.
- Zadeh, L.A., 1979, A theory of approximate reasoning, In: J. Hayes, D. Michie and L.I. Mikulich eds., Machine Intelligence, Vol. 9, Halstead Press, New York, 149-194.
- Zadeh, L.A., 1994, Fuzzy Logic and Soft Computing: Issues, Contentions and Perspectives, Proc.of the 3rd Int.Conf.on Fuzzy Logic, Neural Nets and Soft Computing, 1-2, Iizuka, Japan.
- Zadeh, L.A., 1987, A computational theory of dispositions, Int. Journal of Intelligent Systems, 2 39-63.



Dokuzuncu Bölüm

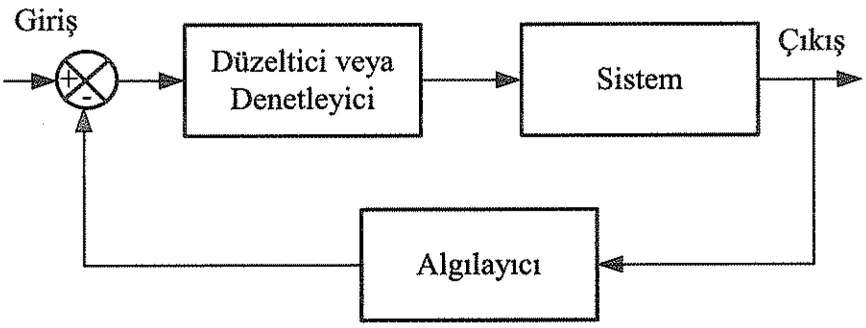
Bulanık Mantık Denetleyicili Sistemler

- Denetim Sistemleri Kuramı
- Bulanık Mantık Denetleyici Sistem Tasarımı
- Bulanık Denetim Kurallarının Oluşturulması
- Basit Bulanık Mantık Denetleyiciler
- Genel Bulanık Mantık Denetleyiciler

9. BULANIK MANTIK DENETLEYİCİLİ SİSTEMLER

Bir denetleyici sistemi başka bir fiziksel sistemin tepkisini veya davranışını denetleyen, düzelten, fiziksel elemanlardan oluşmaktadır. Denetim sistemleri genel olarak açık döngülü ve kapalı döngülü/geri beslemeli olarak iki tiptir. Açık döngülü denetim sistemlerinde denetim hareketi sistem çıkışından bağımsızdır, kapalı döngülü sistemlerde ise denetim hareketi sistem çıkışına bağlı olarak değişebilmektedir. Açık döngülü denetim sistemlerine örnek olarak tost makinesi ve otomatik çamaşır makinesi verilebilir. Tost makinesinde ısı miktarı kullanıcı tarafından ayarlanır, otomatik çamaşır makinesinde ise suyun ısısı veya makinenin devir sayısı kullanıcı tarafından seçilir. Her iki örnekte de denetim işlemi çıkış değerine bağlı olarak değişmemektedir. Kapalı döngü veya geri beslemeli denetim sistemlerine örnek olarak bir odanın ısısını ayarlayan termostat denetimi ve otomatik pilot denetimi verilebilir. Termostat denetiminde ısıtma ve soğutma ünitesinin çalışması, oda ısısının istenen değerin altında veya üstünde olmasına bağlıdır. Otomatik pilot denetiminde ise düzeltme işlemi pilot kabinindeki cihazlar tarafından ölçülen irtifa değişimine göre yapılır.

Herhangi bir fiziksel değişimin denetimi için öncelikle onun ölçülmesi gerekmektedir. Denetimi yapılan sinyalin ölçülmesi için algılayıcılar kullanılır. Kapalı döngülü denetim sistemlerinde giriş sinyal değerlerine, çıkış veya sistemin sonuç değerleri etki eder. Bu denetim sistemlerinde yeterli tepki elde edebilmek için döngü içinde ek olarak düzeltici veya denetleyici birimine gerek duyulur. Kapalı döngülü denetim sistemlerinin genel olarak gösterilişi Şekil 9.1'de görülmektedir.



Şekil 9.1 Kapalı döngülü denetim sistemi

Denetleyici sistemleri bazen de düzeltici veya izleyici olarak iki kısımda incelenir. Denetleyici sistemi fiziksel bir değişkeni sabit bir değerde tutuyorsa bu sistem düzeltici olarak adlandırılır. Eğer denetim sistemi zamana bağlı olarak değişen değerleri takip ediyorsa izleyici denetleyici olarak adlandırılır.

Oda ısısı denetimi veya otomatik pilot denetimi düzeltici denetleyicilere, uçağı otomatik olarak bir noktaya yumuşak indirme denetimi ise izleyici denetleyicilere örnek verilebilir.

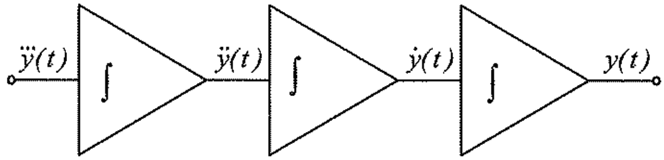
Denetimi yapılan fiziksel sistemin çıkışı veya tepkisi hata sinyali tarafından ayarlanır. Hata sinyali, istenen referans değer ile sistemin şu andaki çıkışı (algılayıcı tarafından ölçülen değer) arasındaki farka eşittir.

9.1. Denetim Sistemleri Kuramı

Fiziksel sistemlerin en geniş tanımını gösteren n. dereceden diferansiyel denklemin matematiksel modeli Eş.(9.1)'de ifade edilmiştir.

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = w\left[t, y(t), \dot{y}(t), \ldots, \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}}, u(t)\right] \tag{9.1}$$

burada t zaman parametresi, u giriş işlevi, w genel doğrusal olmayan işlev ve y sistemin çıkış veya tepki işlevidir. Şekil 9.2'de tek giriş tek çıkışlı bir açık-döngü sistem görülmektedir.



Şekil 9.2. Tek giriş tek çıkışlı açık-döngü sistem

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= y(t) \\
x_2(t) &= \dot{y}(t) \\
&\vdots \\
x_n(t) &= \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}}
\end{aligned} \tag{9.2}$$

olur. Eş.(9.2)'ye göre n. dereceden eşitlikler şu şekilde gösterilebilir;

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\
\dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\
&\vdots \\
\dot{x}_{n-1}(t) &= x_n(t) \\
\dot{x}_n(t) &= w[t, x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t), u(t)]
\end{aligned} \tag{9.3}$$

f ve g vektörel değerli işlevler kullanılarak genel durum ve çıkış denklemi,

$$\dot{x}(t) = f\left[t, x(t), u(t)\right] \tag{9.4}$$

$$y(t) = g\left[t, x(t), u(t)\right] \tag{9.5}$$

olarak gösterilebilir. Genel olarak bir sistemin $x(t)$ t anındaki durum vektörü, $u(t)$ giriş vektörü ve $y(t)$ çıkış vektörüdür.

Fiziksel sistem tanımlamalarında kullanılan durum uzay gösteriminde x_1, x_2, ..., x_n sistemin durum değişkenleridir. Doğrusal olmayan sürekli zamanlı sistemlerde denklemler şu şekilde ifade edilebilir;

$$\dot{x}(t) = f\left[x(t), u(t)\right] \tag{9.6}$$

$$y(t) = g\left[x(t), u(t)\right]. \tag{9.7}$$

Bu denklemler doğrusal ve sürekli zamanlı sistemler için,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{9.8}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{9.9}$$

şeklini alır. Burada A, B, C ve D sistem matrisleridir.

Tek girişli ve tek çıkışlı doğrusal olmayan birinci dereceden sistemlerin tanımlanmasında kesikli zamanlı Eş.(9.10) kullanılır:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) \tag{9.10}$$

burada x_{k+1}, $k+1$ anındaki, x_k ise k anındaki durum değerleri, u_k ise k anındaki giriş değeridir. n. dereceden tek giriş ve tek çıkışlı sistem Eş.(9.11)'de gösterilmiştir;

$$y_{k+n} = f(y_k, y_{k+1}, \ldots, y_{k+n-1}, u_k), \tag{9.11}$$

n. dereceden çok girişli ve tek çıkışlı ayrık-zamanlı sistem

$$y_{k+n} = f\left[y(k), y(k+1), \ldots, y(k+n-1), u_1(k), u_2(k), \ldots, u_p(k)\right], \tag{9.12}$$

şeklinde gösterilebilir.

9.1.1. Sistem Tanımlama Problemi

Fiziksel bir sistemin modellenmesinde genel problem, giriş, çıkış ve durum değişkenlerini ifade eden, doğrusal olmayan sistemler için, f ve g işlevlerini, doğrusal sistemler için, A, B, C ve D sistem matrislerini tanımlamaktır. Şu anda varolan denetim algoritmaları bu sistem parametrelerine giriş ve çıkış değerlerine bağlı sayısal değerler atayarak uygulanmaktadır. Bulanık denetim sistemleri ve yapay sinir ağları doğrusal olmayan sistem tanımlamalarını kolaylaştıran iki bilim dalıdır.

9.1.2. Denetim Sistem Tasarım Problemi

Kapalı döngü denetim sistem tasarımında genel problem doğrusal olmayan h işlevini tanımlamaktır.

$$u(t)=h[t,x(t),r(t)] \tag{9.13}$$

burada $u(t)$ denetlenen sisteme giriş, $r(t)$ denetleyicinin referans girişi ve $x(t)$ durum vektörüdür. Kapalı döngü denetim sistemlerinde h işlevini geri besleme miktarı ile istenen çıkış değerini elde etmeye çalışır.

Sabit zamanlı sistemlerde, genellikle düzeltici tip denetleyiciler kullanılarak referans giriş değeri sabit bir noktaya getirilmeye çalışılmaktadır. Çıkış geri beslemeli veya tüm durum geri beslemeli denetleyicilerin genel olarak denklemleri şu şekildedir;

$$u(t)=h[x(t)] \tag{9.14}$$

$$u(t)=h\left[y(t),\dot{y}(t),\int y(t)dt\right] \tag{9.15}$$

Tek giriş tek çıkışlı ve düzeltici tip denetleyicilerde h işlevi şu şekillerde gösterilebilir;

$$u(t)=K_p.e(t)+K_i.\int e(t)dt, \tag{9.16}$$

oransal-integral veya PI denetleyici,

Burada $e(t)$, $\int e(t)dt$ çıkış hata ve hata integral değeridir. Tüm durum geri beslemeli denetleyici için $u(t)$ değeri,

$$u(t)=-[k_1.x_1(t)+k_2.x_2(t)+\ldots+k_n.x_n(t)], \tag{9.17}$$

denklemiyle belirlenir. Denetim sistemlerinin tasarımındaki problem, doğrusal olmayan sistemler için, doğrusal olmayan *h* işlevi tanımı, doğrusal sistemlerden geri beslemeli sistemler için K_p ve K_i sabitlerinin ve tüm durum geri beslemeli sistemler için k_1, k_2,..., k_n sabitlerinin belirlenmesidir. Eş.(9.13, 9.14 ve 9.15' deki *h* işlevi denetim veya karar yüzeyini ifade etmektedir.

Yukarıda denklemleri çıkarılan denetim sistemleri klasik denetim yöntemleri olarak adlandırılırlar. Bu denetim sistemleri, denetim edilecek sistemin matematiksel modeli esas alınarak uygulanabilmektedir.

9.1.3. Denetim (Karar) Yüzeyi

Denetim yada karar yüzeyi kavramı, bulanık denetim sistemlerinin esasını oluşturur. Eş.(9.13) ve Eş.(9.14)'de tanımlanan *h* işlevi genel olarak n boyutlu uzayda *P* doğrusal olmayan hypersurface' *i* tanımlanmaktadır. Bu yüzey, denetim veya karar yüzeyidir. Bu denetim yüzeyi denetleyicinin dinamiklerini ve genel olarak zaman değişimli doğrusal olmayan yüzeyi ifade eder. Herhangi bir denetleyicinin tasarımında modellenemeyen dinamikler var ise, denetim yüzeyinin değişebilir ve ayarlanabilir olması gerekmektedir.

Bulanık mantık kural tabanlı uzman sistemleri, denetim yüzeyini oluştururken uzman bilgi tabanından çıkarılan bulanık kural deyimlerini kullanmaktadır. Bulanık mantık kural tabanlı denetleyiciler veya sistem tanımlayıcılar serbest modellerdir. Bulanık mantık kural tabanlı uzman sistemler, *n* adet bağımsız değişkeni veya bir tane bağlı değişkeni doğrusal olmayan işlev ile herhangi bir istenen değerde tutmaktadırlar.

Alternatif olarak yapay sinir ağları kıyas yoluyla ve/veya uygulama sırasında giriş ve çıkış ölçümlerinden elde edilen sayısal bilgileri öğrenmeyi esas almaktadır.

9.2. Bulanık Mantık Denetleyici Sistem Tasarımı

Bir bulanık mantık denetleyici tasarlarken gerekli temel aşamalar aşağıdaki gibi sıralanabilir. Bunlar genel olarak bütün sistemler için geçerlidir.

1. Öncelikle problemin çözümü için bulanık mantığın uygun olup olmadığı tespit edilir. Eğer sistemin davranışı hakkındaki bilgi klasik kuralların tanımlanması için yeterliyse bulanık mantık yeterlidir.
2. Ele alınan sistemin durum, giriş ve çıkış değişkenleri dizileri tanımlanır. Algılayıcılardan gelen ölçümler giriş, denetim ve çıkış değişkenleri dizilerini üretir.
3. Her bir giriş ve çıkış parametresi için üyelik işlevleri tanımlanır. Üyelik işlevlerinin sayısı tasarımcının seçimi ve sistem davranışlarına bağlıdır.
4. Bilginin esas bölümü, uzman dilsel kuralları, sezgisel olarak elde edilen bilgileri, giriş ve çıkış bilgilerinin ölçümlerini içerir. Böylece bulandırma yapılabilir ve hangi kuralın uygulanacağı belirlenir.

5. Bir kural tabanı tertip edilir. Kural tabanında tasarımcı, kuralların ne kadar önemli olduğunu tanımlar.
6. Oluşturulan kural tabanı ile bazı örnek girişler için sistemin çıkışlarına bakılır. Elde edilen çıkışların, doğruluğu ve verilen girişler kümesi için kural tabanına uygunluğu tespit edilir.
7. Uygulanan kurala göre sonuç tespit edilir.
8. Denetim işleminde, en uygun bir tane çözüm değil, yeterli derecede iyi bir çözüm elde edilmelidir.
9. Kabul edilebilir kesinlik aralığında, kullanılan bilgiyi en iyi denetim edecek denetleyici tasarım edilmelidir.

Daha sonra ise denetleyicinin dinamiklerini teşkil eden bulanık EĞER-O HALDE kurallarına dayalı yaklaşımlardan denetim yüzeyi h' yi içeren kurallar tanımlanır. Bulanık kural tabanlı uzman modeller, sistem tanımlama problemindeki f ve g işlevleri için tahmini değerleri kabul edebilir.

Bir bulanık denetleyici sistem dört yapıyı içermektedir.

1. Uzman karar vericinin dilsel stratejilerinden oluşan kuralların kümesi.
2. Giriş bilgilerinin kümesi.
3. İstenen hareketi (çıkışı) elde etmek için verilen verilere kuralların uygulanması.
4. Hedeflenen en iyi değerin elde edilmesi.

Giriş bilgisi, kurallar ve çıkış üyelik işlevleri, tanımlanan bulanık kümelerdir. Kuralların değerlendirilmesini sağlayan bu yöntem muhakeme (approximate reasoning) olarak adlandırılır.

Denetim yüzeyi yukarıdaki 4 parçadan oluşan yapıyı kullanarak denetim girişi ile durum veya çıkış değişkenlerini ilişkilendirir. İstenen çözümlere bağlı olarak kural tablosunu yapılandırır. Kural tablosu, mikroişlemcilere yüklenerek sistem için sabit bir denetleyici oluşturulabilir.

9.3. Bulanık Denetim Kurallarının Oluşturulması

Uzman bilgileri genellikle "eğer sistem şu durumda ise o halde şöyle bir denetim uygula" şeklindedir. Kısaca:

EĞER durum = x ise **O HALDE** denetim =y şeklindedir

veya

(**IF** durum=x **THEN** denetim=y) şeklindedir.

Bulanık denetim kuralı bir neden ve bir sonuçtan oluşur. Denetim kurallarındaki nedenler ve sonuçlar birden fazla olabilir. Örnek olarak iki girişli, bir çıkışlı (MISO) bir bulanık sistemin denetim kuralları Eş. (9.18)'deki gibi yazılabilir.

$$R^i: \text{EĞER } x = A_i \text{ ve } y = B_i \text{ ise O HALDE } z = C_i \quad i=1.2...,n \tag{9.18}$$

Buradaki x, y, z, dilsel değişkenlerdir ve sistem durum değişkenleri ile denetim değişkenini temsil ederler. A_i, B_i, C_i ise, sırasıyla U, V, W uzaylarında tanımlanmış x, y, z dilsel değişkenlerinin, dilsel değişken değerleridir. Yani $x \in U$, $y \in V$ ve $z \in W$' dir. $i=1,2,...$ n kural indisidir. Kurallar denetim değişkeni veya sonuç sistem durum değişkenlerinin işlevi olarak tanımlanmasıyla da yapılabilir. Eş. (9.19)'da buna örnek verilmiştir.

$$R^i: \text{EĞER } x = A_i \text{ ve } y = B_i \text{ ise O HALDE } z = f_i(x,...,y) \tag{9.19}$$

Eş. (9.18) ve Eş. (9.19)'daki bulanık denetim kuralları t zamanındaki sistem değişkenlerini hesaplayarak değerlendirir ve durum değişkenlerinin işlevi ile denetim hareketine karar verir.

"EĞER $x=A_I$ ve $y=B_I$ ise O HALDE $z=C_I$" bulanık denetim kuralı, bir bulanık içermedir ve Eş. (9.20)'deki gibi tanımlanır.

$$\mu_{RI}=\mu(A_I \text{ ve } B_I \rightarrow C_I)(u,v,w) = [\mu_{AI}(u) \text{ ve } \mu_{BI}(v)] \Rightarrow \mu_{CI}(w) \tag{9.20}$$

A_I ve B_I bulanık kümeleridir ve $A_I \times B_I \in$ UxV'dir.

$R_I=(A_I$ ve $B_I) \rightarrow C_I$ bulanık bağıntı

$R_I \in$ UxVxW'dir ve bulanık bağıntı işlevini gösterir. Daha önce Çizelge 9.1'de de verilen birçok bulanık içerme biçimi tanımlanabilir.

Bulanık mantık denetim kuralları sayısal değerlerden çok dilsel terimler olarak daha iyi formülüze edilebilir. Bu değişkenlerin seçiminde deneyimlerin ve mühendislik bilgisinin önemli bir rolü vardır. Özellikle dilsel değişkenlerin seçiminin bulanık mantık denetimin dilsel yapısı üzerinde güçlü bir etkisi vardır. Tipik olarak bulanık mantık denetimdeki dilsel değişkenler genellikle, durum değişkenleri, durum değişkenlerinin hatası, durum değişkenlerinin hatalarının türevi veya bir önceki adıma göre değişimi olarak sayılabilir.

Bulanık mantık denetleyicinin en temel birimi olan bilgi tabanındaki bulanık denetim kurallarının oluşturulmasında genellikle dört yaklaşım vardır. Fakat bunlar tamamen birbirinden bağımsız değildir. Çoğu kez bu yolların senteziyle kurallar türetilir. Bu yaklaşımlar aşağıdaki gibi sıralanabilir:

a. Uzman deneyimleri ve mühendislik bilgilerine dayanarak,

b. Sistemin bulanık modelinin kullanılmasına bağlı olarak,

c. Operatörün sistem üzerinde yaptığı denetim işlemlerine dayanarak,

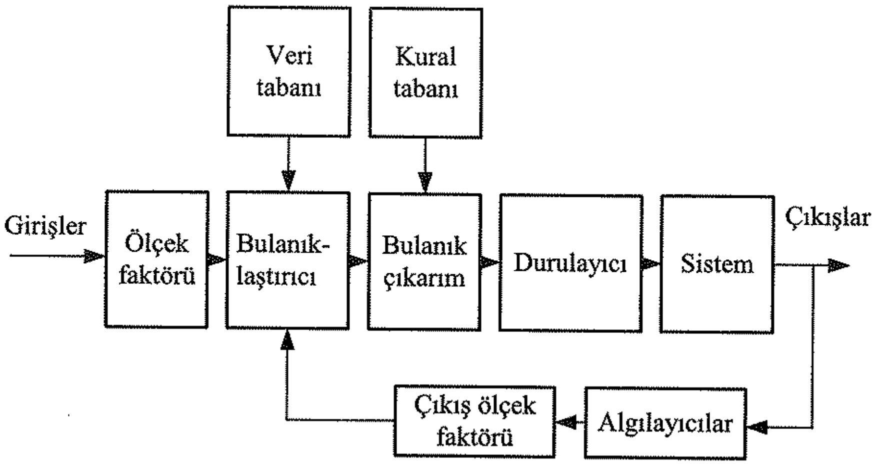
d. Öğrenmeye dayalı, bulanık denetim kurallarının oluşturulması.

9.4. Basit Bulanık Mantık Denetleyiciler

Bulanık mantık denetleyici için öncelikle giriş ve çıkış değişkenleri tanımlanır. Bulanık alt kümelerin her bir değişkeni için belirli bir aralık tanımlanır ve her birine dilsel etiket atanır. Daha sonra her bulanık alt küme için üyelik işlevi belirlenir. Giriş ve durum değişkenlerine ait bulanık altkümeleri ile çıkış değişkenine ait altkümeleri arasında bulanık ilişkiler kurulur. Değişkenlerin $[-1,1]$ aralığında olmasını sağlamak için ölçek faktörü tespit edilir. Denetleyici tarafından girişler bulanıklaştırılır. Bulanık kurallar kullanılarak bulanık çıkarım yapılır. Her kural tarafından işaret edilen bulanık çıkışlardan tek bir bulanık değer elde edilir. Durulama yapılır ve keskin çıkış değeri elde edilir. Bu şekilde hazırlanan bir bulanık mantık denetleyici şu özelliklere sahiptir;

- Giriş ve çıkış ölçek faktörleri sabittir.
- Kural tabanı değişmez ve kurallar arası etkileşim yoktur. Bütün kurallar aynı derecede kesin ve sabittir.
- Üyelik işlevleri sabittir.
- Kuralların sayısı giriş değişkenlerinin sayısı ile belirlenir.
- Çıkışı durulama ve kuralların sonuçlarını hesaplama yöntemi sabittir.

Genel olarak bir bulanık mantık denetleyicinin yapısını gösteren blok şema Şekil 9.3'de görülmektedir.



Şekil 9.3 Basit bir bulanık mantık denetleyici

Veri tabanı bütün bulanık giriş ve çıkış bölümlerine ait değerleri içerir. Bulanık kural tabanı, sistemin giriş değişkenlerini, üyelik işlevini oluşturan kümeleri ve denetlenen sistemin çıkış değişkenleri veya denetim hareketlerini içermektedir.

Basit bir bulanık mantık denetleyici tasarımı için aşağıdaki işlemler yapılır,

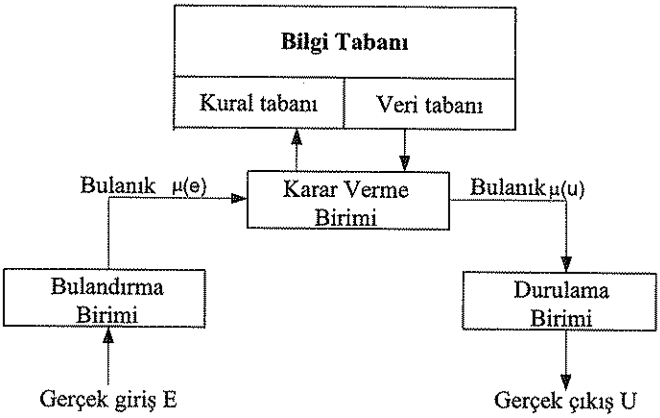
1. Sistemin giriş, durum ve çıkış değişkenleri tanımlanır.
2. Bulanık alt kümelerinin her bir değişkeni için belirli bir aralık tanımlanır ve her birine dilsel etiket atanır. Alt kümeler evrensel kümenin bütün elemanlarını kapsamalıdır.
3. Her bulanık alt küme için üyelik işlevi belirlenir.
4. Giriş ve durum değişkenlerine ait bulanık altkümeleri ile çıkış değişkenine ait altkümeleri arasında bulanık ilişkiler kurulur. Başka bir deyişle kural tabanı oluşturulur.
5. Değişkenlerin $[-1,1]$ kapalı aralığında olmasını sağlamak için ölçek faktörü tespit edilir.
6. Denetleyici tarafından girişler bulanıklaştırılır.
7. Bulanık kurallar kullanılarak bulanık çıkarım yapılır.
8. Her kural tarafından işaret edilen bulanık çıkışlardan tek bir bulanık değer elde edilir.
9. Durulama yapılır ve keskin çıkış değeri elde edilir.

Basit bir bulanık mantık denetleyici ifade edilen 9 kısımdan meydana gelmektedir. Hazırlanan basit bulanık mantık denetim sistemi şu özeliklere sahiptir;

1. Giriş ve çıkış ölçek faktörleri sabittir.
2. Kural tabanı değişmez ve kurallar arası etkileşim yoktur. Bütün kurallar aynı derecede kesin ve sabittir.
3. Üyelik işlevleri sabittir.
4. Kuralların sayısı giriş değişkenlerinin sayısı ile belirlenir.
5. Çıkışı durulama ve kuralların sonuçlarının toplanma yöntemi sabittir.
6. Hiyerarşik kural yapısı yoktur ve düşük seviyeli denetimdir.

9.5. Genel Bulanık Mantık Denetleyiciler

Bulanık mantık denetleyiciler, bilgi tabanı, bulandırma, karar verme ve durulama birimleri olmak üzere dört temel bileşenden oluşmuştur. Şekil 9.4'te bir bulanık mantık denetleyicinin temel yapısı görülmektedir.



Şekil 9.4 Bulanık mantık denetleyicinin temel yapısı

Sistem değişkenleri, denetlenen sistemden ölçülen E giriş değişkeni ve sistemi denetim için bulanık mantık denetleyici tarafından kullanılan U çıkış değişkeni olmak üzere iki çeşittir. Bulandırma birimi en son ölçülen verinin uygun dilsel değerlere dönüştürülmesini sağlar. Bulanık bilgi tabanı bilginin iki ana tipini kapsar: veri tabanı, her bir sistem değişkeninin değerleri gibi kullanılan bulanık kümelerin üyelik işlevlerini tanımlar, kural tabanı ise giriş bulanık değerlerin, çıkış bulanık değerlerine tam olarak eşlenmesini temsil eder. Karar verme birimi bulanık mantık denetleyicinin özüdür ve arzu edilen denetim stratejisine erişmek için, yaklaşık çıkarım sağlaması ile insan gibi karar verme yeteneğine sahiptir. Durulama birimi ise karar verme biriminden gelen bulanık bilgileri, gerçek değerlere dönüştürerek, sistemin tanıyabileceği denetim hareketi haline gelmesini sağlar.

9.5.1. Bulandırma Birimi

Bulandırma, sistemden alınan denetim giriş bilgilerini dilsel niteleyiciler olan sembolik değerlere dönüştürme işlemidir. Üyelik işlevinden faydalanılarak giriş bilgilerinin ait olduğu bulanık kümeyi/kümeleri ve üyelik derecesini tespit edip, girilen sayısal değere küçük, en küçük gibi dilsel değişken değerler atar. Sistemin verimli çalışmasını sağlamak amacıyla değişik şekillerde (üçgen, yamuk, çan eğrisi... vs.) bulanık kümeler seçilebilir.

9.5.2. Bilgi Tabanı

Bilgi tabanı, karar verme biriminin kural tabanının da kullandığı bilgileri aldığı veri tabanı (data base) ve denetim amaçlarına uygun dilsel denetim kurallarının bulunduğu kural tabanı (rule base) olmak üzere iki kısma ayrılabilir. Genel olarak da uygulama dönemindeki bilgilerden ve denetim amaçlarından oluşur. Dilsel denetim kurallarının tanımlanmasında ve bulanık mantık denetimdeki bulanık bilgi işleme süresince yararlanılır. Kurallar kümesi denetim amaçlarını ve denetim stratejisini belirler.

Denetimi yapılan sistemle ilgili, bulandırma, bulanık çıkarım, durulama işlemleri sırasında gerek duyulan üyelik işlevi ve kural tablosu bilgileri veri tabanından kullanıma sunulmaktadır.

Girişler ve çıkışlar arasındaki bağlantılar, kural tabanındaki kurallar kullanılarak sağlanır. A ve B girişler, C ise çıkış değişkeni olan bir sistem için,

EĞER $A=x$ ve $B=y$ ise O HALDE $C=z$,

şeklindeki bir kural A ve B' nin aldığı değerlere göre C çıkışının bulanık değerini belirlemektedir.

9.5.3. Karar Verme Birimi

Karar verme birimi, çıkarım motoru (Fuzzy Engine) olarak da adlandırılır. Bulanık mantık denetimin çekirdek kısmıdır. Bu kısım insanın karar verme ve çıkarım yapma yeteneğinin benzeri bir yolla bulanık kavramları işler ve çıkarım yaparak gerekli denetimi belirler. Burada birçok bulanık gerçekleme yapılır. Yani insan beyninin bir benzetimi yapılmaya çalışılmaktadır.

Bulanık mantık denetleyici içindeki bu benzetim bulanık içerme, bileşke kural çıkarımları ve cümle bağlayıcıları ile ilgilidir. Genel olarak bir bulanık denetim kuralı bir bulanık ilişkidir ve bulanık içerme ile açıklanır. Bulanık mantıkta bulanık içermeyi tanımlamanın bir çok yolu vardır ve bulanık mantık denetleyici içinde hangi tipin kullanılacağı daha çok sezgisel olarak belirlenir.

Bir çok farklı bulanık içerme işlevi bulunmaktadır. Bir bulanık denetim kuralı "EĞER $x=A$ O HALDE $y=B$" bulanık içerme işlevi ile gösterilen A ve B sırasıyla U, V uzaylarında tanımlanmış bulanık kümelerdir. μ_A ve μ_B ise bu kümelerin üyelik işlevleridir. Bulanık içerme işlevleri aşağıdaki 5 aileden birine aittir.

1. $A \rightarrow B = (A$ değil$) + B$
2. $A \rightarrow B = (A$ değil$) + (A*B)$
3. $A \rightarrow B = (A$ değil $*$ B değil$) + B$
4. $A \rightarrow B = \sup\{c \in [0,1], A*C \leq B\}$ Bu ileri veri sürümü çıkarım tanımıdır.
5. $A \rightarrow B = \inf\{t \in [0,1], B+1 \leq A\}$ Bu da geriye çıkarım tanımıdır.

Bulanık mantık denetim içerisinde genellikle ileri çıkarım tipinde bulanık içerme kullanılır.

Mamdani'nin min bulanık içermesi Eş.(9.21)'de gösterildiği gibidir.

$$R_c = AXB = \int_{UXV}^{+} \mu_A(\mathrm{U}) \cap \mu_B(U) \,/\, (\mathrm{U,V}) \qquad (9.21)$$

Eğer Eş.(9.21)'de min yerine cebirsel çarpım operatörü seçilirse Larsen bulanık içermesi Eş.(9.22)'deki gibi elde edilmiş olur.

$$R_p = AXB = \int_{UXV} \mu_A(U) \bullet \mu_B(U) \,/\, (U,V) \qquad (9.22)$$

Bu örneklerden sonra yaygın olarak kullanılan bulanık içermeler Çizelge 9.1'de verilmiştir. Çizelge 9.1'de verilen bulanık küme işlemleri t-norm, t-conormlar kullanılarak bulanık birleşme, bulanık ayrılma veya bulanık içermelerden türetilmiştir.

Çizelge 9.1 Bulanık içerme kuralları

Bulanık içerme kuralı	İçerme formülü	Bulanık içerme
R_c: min işlemi [Mamdani]	$a \to b = a \wedge b$	$= \mu_A(u) \wedge \mu_B(v)$
R_p: ürün işlemi [Larsen]	$a \to b = a \bullet b$	$= \mu_A(u) \bullet \mu_B(v)$
R_{bp}: sınırlı ürün	$a \to b = 0 \vee (a+b-1)$	$= 0 \vee [\mu_A(u) + \mu_B(v) - 1]$
R_{dp}: şiddetli ürün	$a \to b = \begin{cases} a, & b = 1 \\ b, & a = 1 \\ 0, & a,b < 1 \end{cases}$	$= \begin{cases} \mu_A(u), & \mu_B(v) = 1 \\ \mu_B(v), & \mu_A(u) = 1 \\ 0, & \mu_A(u), \mu_B(v) < 1 \end{cases}$
R_a: aritmetik ürün [Zadeh]	$a \to b = 1 \wedge (1-a+b)$	$= 1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v))$
R_m: max-min kuralı	$a \to b = (a \wedge b) \vee (1-a)$	$= (\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \vee (1 - \mu_A(u))$
R_s: standart düzen	$a \to b = \begin{cases} 1, & a \le b \\ 0, & a > b \end{cases}$	$= \begin{cases} 1, & \mu_A(u) \le \mu_B(v) \\ 0, & \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$
R_b: Boolean	$a \to b = (1-a) \vee b$	$= (1 - \mu_A(u)) \vee \mu_B(v)$
R_g: Gödelian mantık	$a \to b = \begin{cases} 1, a \le b \\ b, a > b \end{cases}$	$= \begin{cases} 1, & \mu_A(u) \le \mu_B(v) \\ \mu_B(v), & \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$
R_Δ: Goguen	$a \to b = \begin{cases} 1, & a \le b \\ b/a, & a > b \end{cases}$	$= \begin{cases} 1, \mu_A(u) \le \mu_B(v) \\ \mu_A(u)/\mu_B(v), \mu_A(u) > \mu_B(v) \end{cases}$

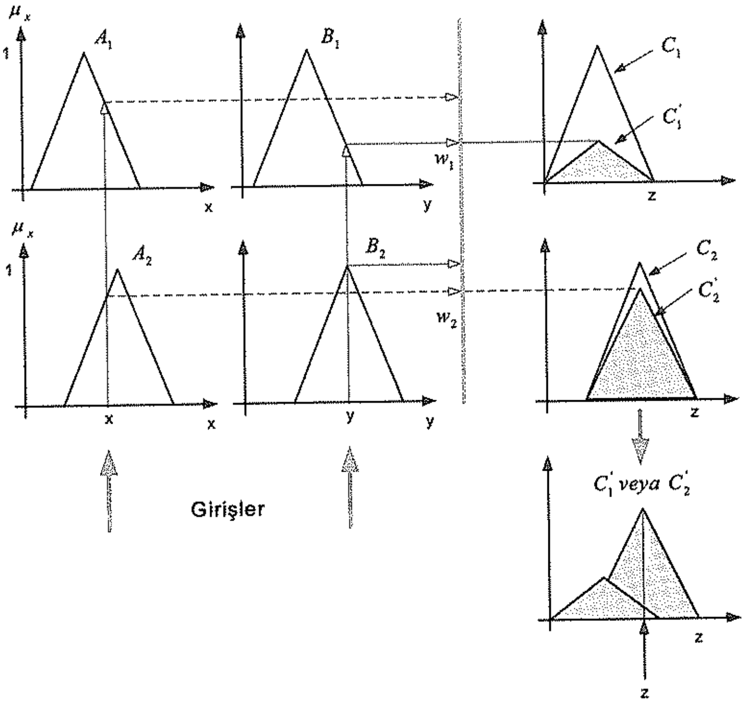
Çizelge 9.1'deki çeşitli bulanık içermelerden, Mamdani'in bulanık içermesi max-min kompozisyonu ile birleştirilerek, bulanık mantık denetim sistemlerinde çok sık kullanılır.

Bulandırma işlemiyle sayısal değerlerden, sembolik değerler çıkarılmıştı. Bulanık çıkarımda ise denetimi yapılan sistemi kullanan uzman operatörün kullandığı dilsel niteleyiciler ve kurallar kullanılarak sembolik sonuç elde edilir. Bulanık mantık denetimin beyni bulanık çıkarımdır. Burada veri tabanı ve karar verme mantığı kullanılmaktadır. Veri tabanı, bulanık kümelerin giriş-çıkış değişkenleri ile üyelik işlevini, kural tabanı ise bulanık kural cümlelerini içerir.

Bulanık çıkarım için bir çok farklı yapı bulunmaktadır. Aşağıda en çok kullanılan 4 çıkarım yöntemi verilmiştir.

9.5.3.1. Max-Dot

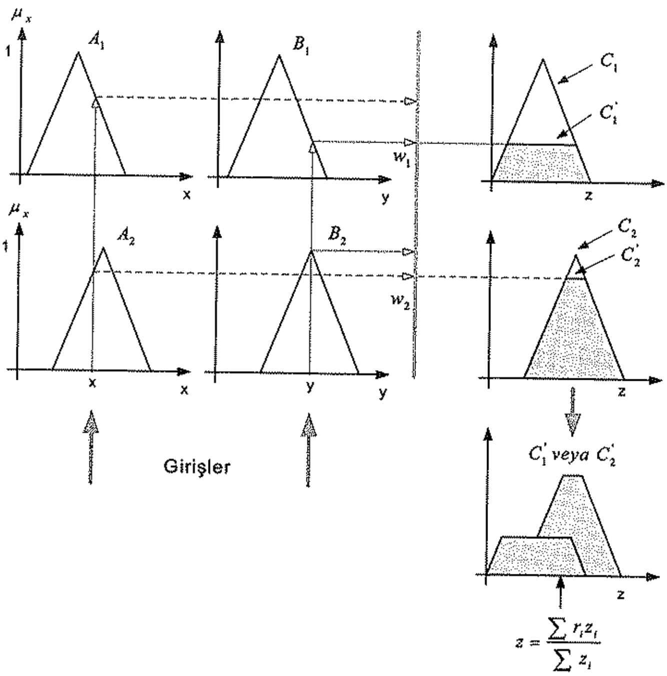
Her bir giriş değeri, ait olduğu üyelik işlevindeki üyelik derecesine bağlı olarak ilgili bulanık kümeyi yeniden ölçeklendirilir. Çıkış değeri tüm girişler için yeniden ölçeklendirilmiş bulanık kümeler içerisindeki maksimum değer alınarak bulunur. Max-Dot çıkarım Şekil 9.5'te görülmektedir.



Şekil 9.5 Max-Dot çıkarım

9.5.3.2. Min-Max

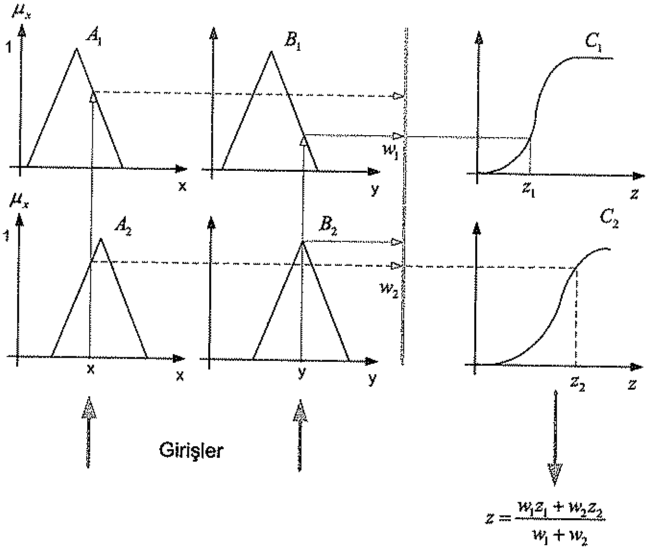
Her bir giriş değeri için ait olduğu üyelik işlevindeki üyelik derecesine bağlı olarak ilgili bulanık kümenin üyelik değerinin üstündeki kısmı kesilir. Çıkış değeri, elde edilen bu bulanık kümelere genellikle ağırlık ortalaması yönteminin uygulanmasıyla bulunur. Min-Max çıkarım Şekil 9.6'da görülmektedir.



Şekil 9.6 Min-Max çıkarım

9.5.3.3. Tsukamoto

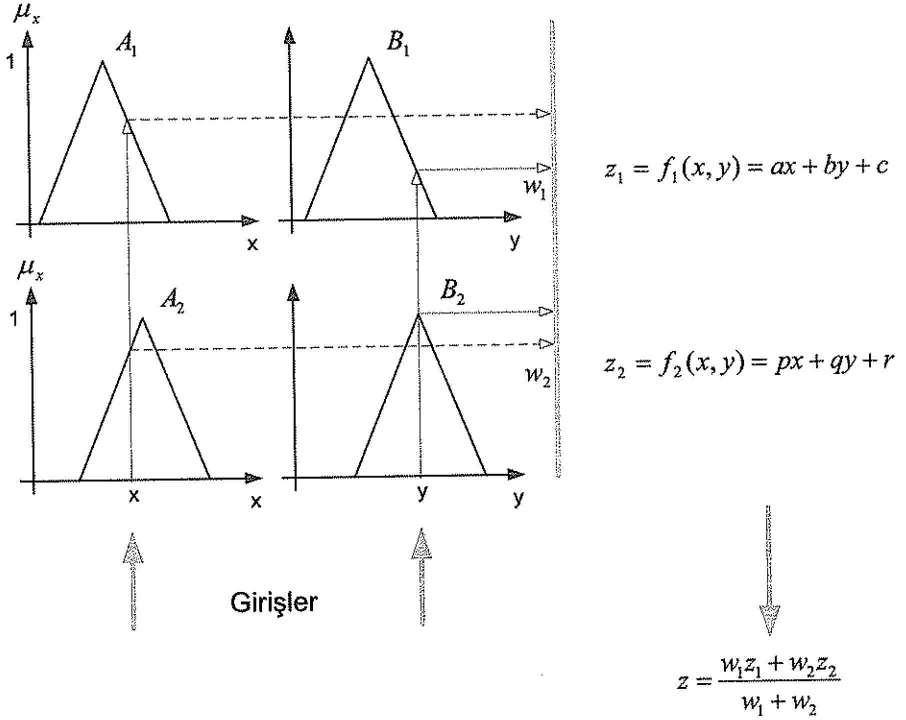
Bu yapıda çıkış üyelik işlevi tek yönlü artan bir işlev olarak seçilir. Çıkış değeri ise her bir kuralın keskin çıkış değerinin ağırlık ortalaması alınarak bulunur. Tsukamoto çıkarım Şekil 9.7'de görülmektedir.



Şekil 9.7 Tsukamoto çıkarım

9.5.3.4. Takagi-Sugeno

Her bir kuralın çıkışı giriş değerlerinin doğrusal birleşimiyle bulunur. Keskin çıkış değeri ise ağırlık ortalaması alınarak bulunur. Takagi-Sugeno çıkarım Şekil 9.8'de görülmektedir.



Şekil 9.8 Takagi-Sugeno çıkarım

9.5.4. Durulama Birimi

Bulanık çıkarımın sonucu bulanık bir kümedir. Bu sonucun tekrar sisteme uygulanması için giriş değeri gibi sayısal değere dönüştürülmesi gerekir. Bu işlem durulama olarak adlandırılır. Durulama birimi karar verme biriminden gelen bulanık bir bilgiden bulanık olmayan ve uygulamada kullanılacak gerçek değerlerin elde edilmesini sağlar.

Durulama işleminde değişik yöntemler kullanılmaktadır. Önce her kural için üyelik derecelerinden oluşan değer ve sonuç kural tespit edilir. Daha sonra en uygun yöntem seçilerek durulama yapılır. En çok kullanılan yöntemler şunlardır,

- Maksimum üyelik yöntemi,
- Ağırlık merkezi yöntemi,

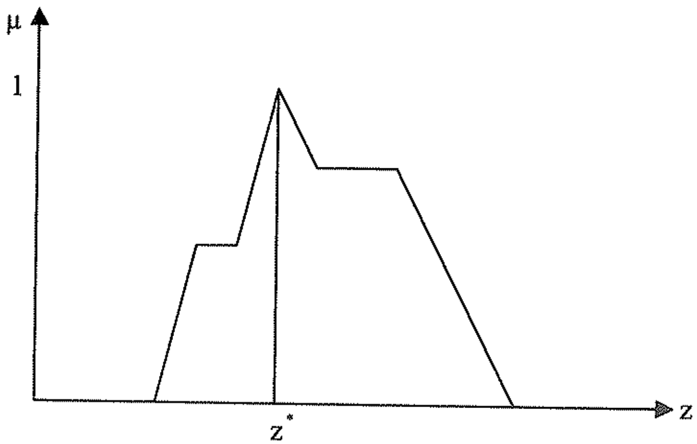
- Ağırlık ortalaması yöntemi,
- Mean-Max üyelik yöntemi,

9.5.4.1. Maksimum Üyelik Yöntemi

Yükseklik yöntemi olarak da adlandırılmaktadır. Bütün üyelik dereceleri içinde en büyük olana eşittir ve aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z^*) \geq \mu_{\underset{\sim}{C}}(z) z \in Z \tag{9.24}$$

z^* çıkış değerinin elde edilişi Şekil 9.9'da görülmektedir.



Şekil 9.9 Maksimum üyelik yöntemi

Burada $\underset{\sim}{C}$ çıkış üyelik işlevlerinin birleşimini, z üyelik değerlerini ifade eder.

9.5.4.2. Ağırlık Merkezi Yöntemi

Ağırlık merkezi veya alan merkezi olarak da bilinen bu yöntem en yaygın kullanılan durulama yöntemidir. Şu formülle ifade edilir (Sugeno, 1985)

$$z^* = \frac{\int \mu_{\underset{\sim}{C}}(z).zdz}{\int \mu_{\underset{\sim}{C}}(z)dz} \tag{9.25}$$