Лабораторная работа номер 2

Malkov Roman Sergeevich

01.06.2022

Цель работы

Изучить модели боевых действий Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

Теоретическое введение

Рассмотривается три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Задание

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 500000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 500000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Задание

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.86y(t) + sin(t+1)$$
$$\frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.73y(t) + cos(t+2)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.17x(t) - 0.65y(t) + sin(2t) + 2$$

Задачи

1. Построить модель боевых действий между регулярными войсками на языках Julia и OpenModelica
2. Построить модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на языках Julia и OpenModelica

Регулярная армия X против регулярной армии Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В первом пункте нами рассматривается как раз такая модель. Она является доработанной моделью Ланчестера, так его изначальная модель учитывала лишь члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$, то есть, на потери за промежуток времени влияли лишь численность армий и "эффективность оружия" (коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$).

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$$

Именно эти уравнения [3] и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Коэффициенты a, b, c и h всё так же будут положительными десятичными числами:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) - hy(t) + Q(t)$$

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```
using Plots
using DifferentialEquations
#X army quantity
x0 = 500000
#Y army quantity
y0 = 500000

a = 0.45 # army X casualties factor
b = 0.86 # Y army efficiency
c = 0.73 # X army efficiency
h = 0.49 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(t+1)
Q(t) = cos(t+2)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t)
    dF[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t)
end

v0 = [0,4]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,v0,p)
solution = solve(problem)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]


plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий - Регулярные армии", legend=:outerbottom)
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_1.png")
```

Программный код решения на Julia

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 500000
y0 = 500000
t0 = 0

a = 0.17 # army X casualties factor
b = 0.65 # Y army efficiency
c = 0.28 # X army efficiency
h = 0.31 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(2*t)
Q(t) = cos(t)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t) + 2
    dF[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t) + 2
end

T = [0.0,0.0005]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,T,p)
solution = solve(problem, dtmax = 0.000001)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]


plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель Регулярная армия vs Партизаны", legend=:outerbottom)
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_2.png")
```

Результаты работы кода на Julia

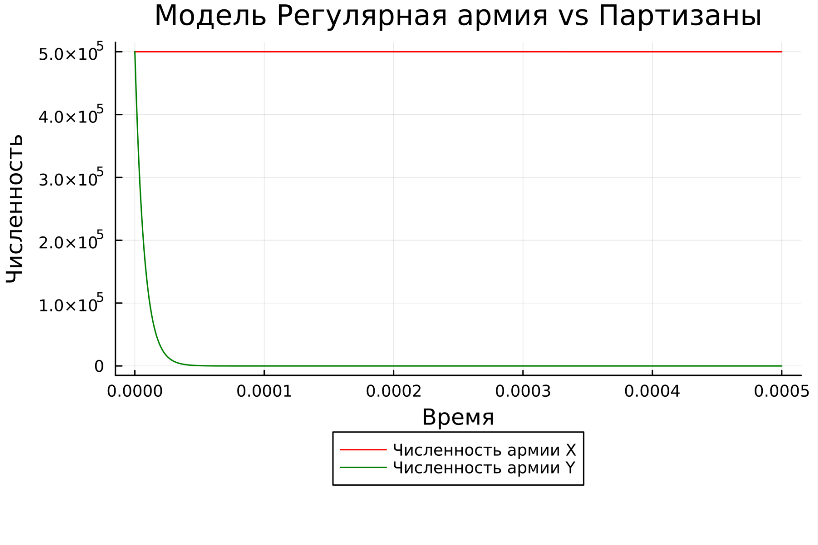

Рис. 2: “График в Julia. Второй случай”

Программный код решения на OpenModelica

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```
model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.45;
parameter Real b = 0.86;
parameter Real c = 0.73;
parameter Real h = 0.49;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(time + 1);
Q = sin(time + 2);
der(x) = - a * x - b * y + P;
der(y) = - c * x - h * y + Q;
end lab3;
```

Программный код решения на OpenModelica

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```
model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.17;
parameter Real b = 0.65;
parameter Real c = 0.28;
parameter Real h = 0.31;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(2*time);
Q = sin(time);
der(x) = - a * x - b * y + P + 2;
der(y) = - c * x * y - h * y + Q + 2;
end lab3;
```

Результаты работы кода на OpenModelica

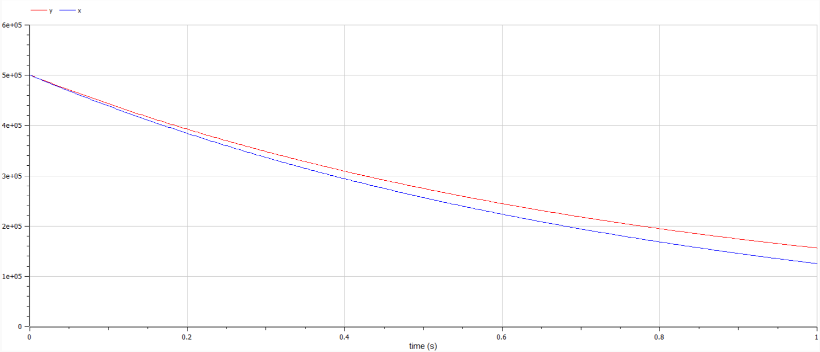

Рис. 3: “График в OpenModelica. Первый случай”

Результаты работы кода на OpenModelica

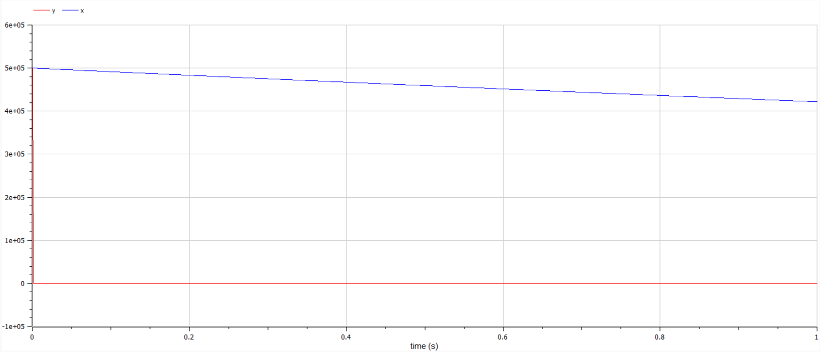

Рис. 4: “График в OpenModelica. Второй случай”

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

Графики для всех случаев в OpenModelica и в Julia индентичны в своей сути. Единственное отличие заключается в различии масштаба для графиков характеризующие боевые действия между регулярной армией и партизанами.

Вывод

Были изучены модели боевых действий Ланкастера. В результате были получены графики для двух случаев боевых действий.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Законы Ланчестера: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D

Цель работы

Изучить модели боевых действий Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

Теоретическое введение

Рассматривается три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Задание

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 500000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 500000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Задание

Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.86y(t) + sin(t+1)$$
$$\frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.73y(t) + cos(t+2)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.17x(t) - 0.65y(t) + sin(2t) + 2$$

Задачи

1. Построить модель боевых действий между регулярными войсками на языках Julia и OpenModelica
2. Построить модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на языках Julia и OpenModelica

Регулярная армия X против регулярной армии Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В первом пункте нами рассматривается как раз такая модель. Она является доработанной моделью Ланчестера, так его изначальная модель учитывала лишь члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$, то есть, на потери за промежуток времени влияли лишь численность армий и “эффективность оружия” (коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$).

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$$

Именно эти уравнения [3] и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по оси ox будет отображаться численность армии государства

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Коэффициенты a, b, c и h всё так же будут положительными десятичными числами:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) - hy(t) + Q(t)$$

Программный код решения на Julia

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```
using Plots
using DifferentialEquations
#X army quantity
x0 = 500000
#Y army quantity
y0 = 500000

a = 0.45 # army X casualties factor
b = 0.86 # Y army efficiency
c = 0.73 # X army efficiency
h = 0.49 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(t+1)
Q(t) = cos(t+2)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t)
    dF[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t)
end

v0 = [0,4]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,v0,p)
solution = solve(problem)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]


plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий - Регулярные армии", legend=:outerbottom)
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_1.png")
```

Программный код решения на Julia

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 500000
y0 = 500000
t0 = 0

a = 0.17 # army X casualties factor
b = 0.65 # Y army efficiency
c = 0.28 # X army efficiency
h = 0.31 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(2*t)
Q(t) = cos(t)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t) + 2
    dF[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t) + 2
end

T = [0.0,0.0005]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,T,p)
solution = solve(problem, dtmax = 0.000001)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]


plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель Регулярная армия vs Партизаны", legend=:outerbottom)
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_2.png")
```

Результаты работы кода на Julia

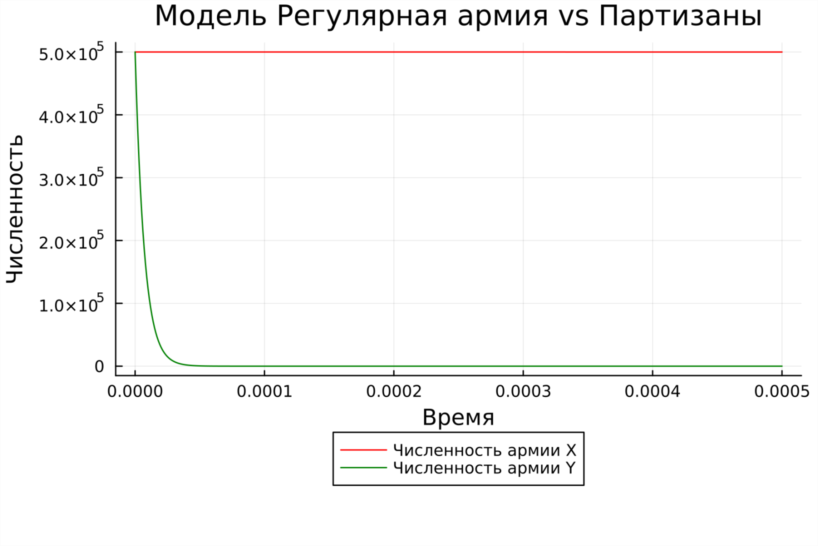

Рис. 6: “График в Julia. Второй случай”

Программный код решения на OpenModelica

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```
model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.45;
parameter Real b = 0.86;
parameter Real c = 0.73;
parameter Real h = 0.49;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(time + 1);
Q = sin(time + 2);
der(x) = - a * x - b * y + P;
der(y) = - c * x - h * y + Q;
end lab3;
```

Программный код решения на OpenModelica

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```
model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.17;
parameter Real b = 0.65;
parameter Real c = 0.28;
parameter Real h = 0.31;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(2*time);
Q = sin(time);
der(x) = - a * x - b * y + P + 2;
der(y) = - c * x * y - h * y + Q + 2;
end lab3;
```

Результаты работы кода на OpenModelica

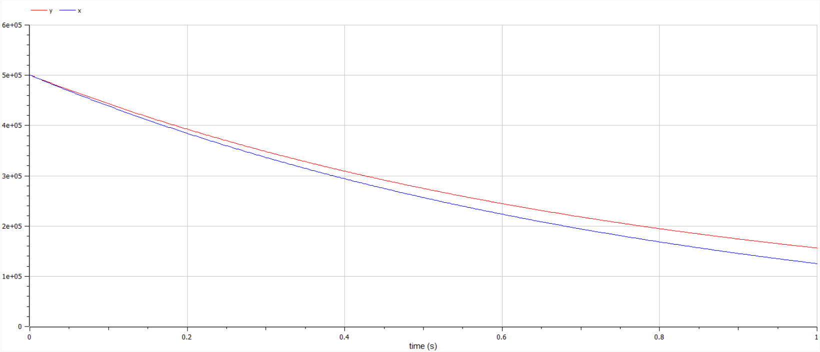

Рис. 7: “График в OpenModelica. Первый случай”

Результаты работы кода на OpenModelica

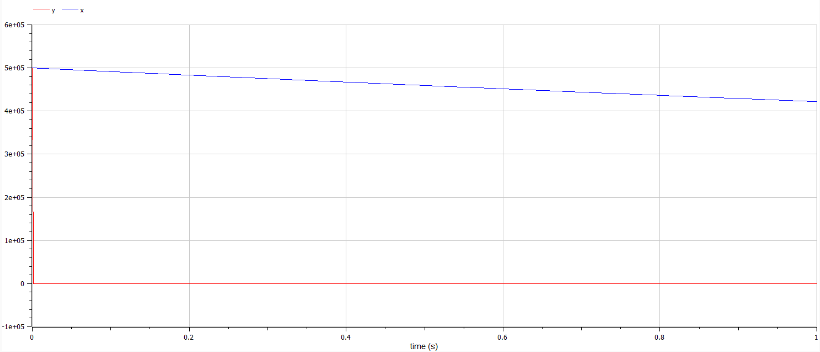

Рис. 8: “График в OpenModelica. Второй случай”

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

Графики для всех случаев в OpenModelica и в Julia индентичны в своей сути. Единственное отличие заключается в различии масштаба для графиков характеризующие боевые действия между регулярной армией и партизанами.

Вывод

Были изучены модели боевых действий Ланкастера. В результате были получены графики для двух случаев боевых действий.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Законы Ланчестера: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D