

Лабораторная работа номер 7

Malkov Roman Sergeevich

21.03.2024

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

Вариант 59

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.84 \cos t + 0.84 * t * n(t))(N - n(t))$ При этом объем аудитории $N = 709$, в начальный момент о товаре знает 4 человека.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Код программы для первого случая

$$\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t)):$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 709
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.74 + 0.000047*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Выполнение лабораторной работы

Код программы для второго случая

$$\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t)):$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 709
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000047 + 0.84*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,
    color = :red)
savefig(plt, "lab07_2.png")
```

Выполнение лабораторной работы

Код программы для третьего случая

$$\frac{dn}{dt} = (0.84 \cos t + 0.84 * t * n(t))(N - n(t)):$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 709
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.84*sin(t) + 0.84*t*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

savefig(plt, "lab07_3.png")
```

Выполнение лабораторной работы

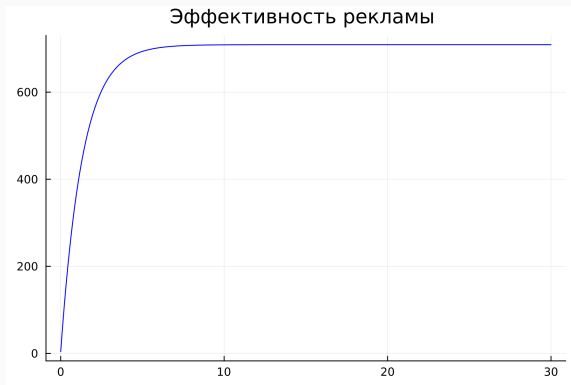


Рис. 1: График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

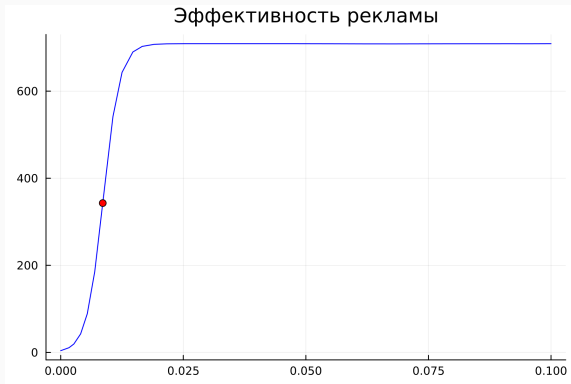


Рис. 2: График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

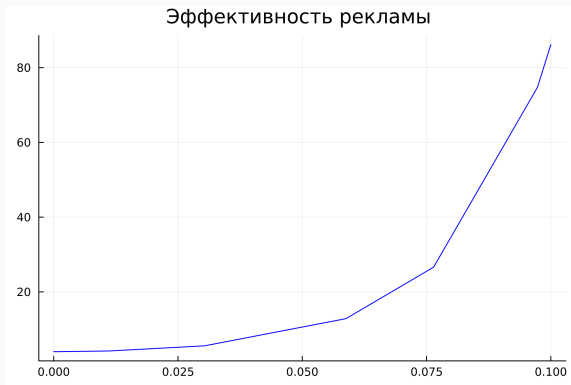


Рис. 3: График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia

Код программы для первого случая

$$\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t)):$$

```
model lab07_1
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.74 + 0.000047*n)*(N-n);
annotation(
  experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.05));
end lab07_1;
```

Код программы для второго случая

$$\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t)):$$

```
model lab07_2
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.000047 + 0.84*n)*(N-n);
annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.002));
end lab07_2;
```


Код программы для третьего случая

$$\frac{dn}{dt} = (0.84 \cos t + 0.84 * t * n(t))(N - n(t)):$$

```
model lab07_3
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.84 * sin(time) + 0.84*time*n)*(N-n);
annotation(
  experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.002));
end lab07_3;
```

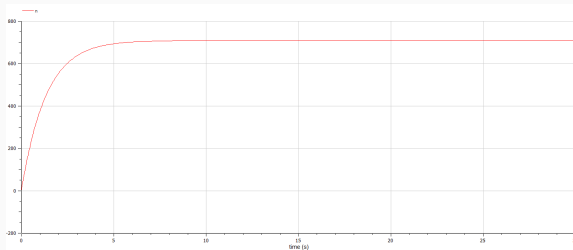


Рис. 4: График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

Выполнение лабораторной работы

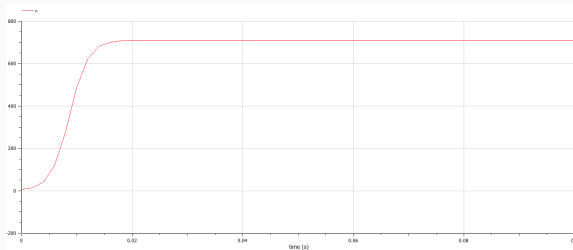


Рис. 5: График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

Выполнение лабораторной работы

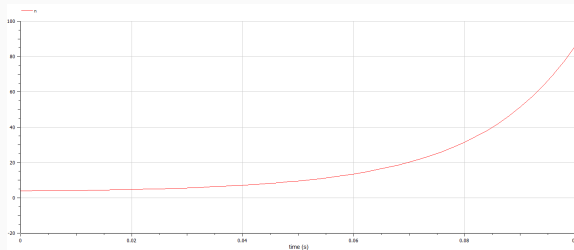


Рис. 6: График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография.

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>

[2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>

[3] Решение дифференциальных уравнений:
<https://www.wolframalpha.com/>

[4] Мальтузианская модель роста:
<https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>