

Отчёт по лабораторной работе №7

Математическое моделирование

Модель распространения рекламы. Вариант №59

Мальков Роман Сергеевич,
НФИбд-02-21, 1032217048

Содержание

Цель работы	4
Теоретическое введение. Построение математической модели.	5
Задание	7
Выполнение лабораторной работы	8
Решение с помощью программ	8
Julia	8
Результаты работы кода на Julia	12
OpenModelica	13
Результаты работы кода на OpenModelica	15
Анализ полученных результатов. Сравнение языков.	17
Вывод	18
Список литературы. Библиография.	19

Список иллюстраций

1	График решения уравнения модели Мальтуса	6
2	График логистической кривой	6
1	График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia	12
2	График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia	13
3	График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia	13
4	График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica	15
5	График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica	15
6	График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica	16

Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность

рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

График решения уравнения модели Мальтуса

Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

График логистической кривой

Рис. 2: График логистической кривой

Задание

Вариант 59

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.84 \cos t + 0.84 * t * n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 709$, в начальный момент о товаре знает 4 человека.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Решение с помощью программ

Julia

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 709
```

```
n0 = 4
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.74 + 0.000047*u[1])*(N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 30.0)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspans)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```



```

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

savefig(plt, "lab07_1.png")

```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$:

```

using Plots
using DifferentialEquations

```

```

N = 709
n0 = 4

```

```

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000047 + 0.84*u[1])*(N - u[1])
end

```

```

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)

```

```

sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,

```

```
color = :red)
```

```
savefig(plt, "lab07_2.png")
```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 \sin t + 0.66 \sin(6t))n(t)(N - n(t))$:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
N = 709
```

```
n0 = 4
```

```
function ode_fn(du, u, p, t)
```

```
    (n) = u
```

```
    du[1] = (0.84*sin(t) + 0.84*t*u[1])*(N - u[1])
```

```
end
```

```
v0 = [n0]
```

```
tspan = (0.0, 0.1)
```

```
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(
```

```
    dpi = 300,
```

```
    title = "Эффективность рекламы ",
```

```
    legend = false)
```

```
plot!(
```

```
    plt,
```

```
T,  
n,  
color = :blue)
```

```
savefig(plt, "lab07_3.png")
```

Результаты работы кода на Julia

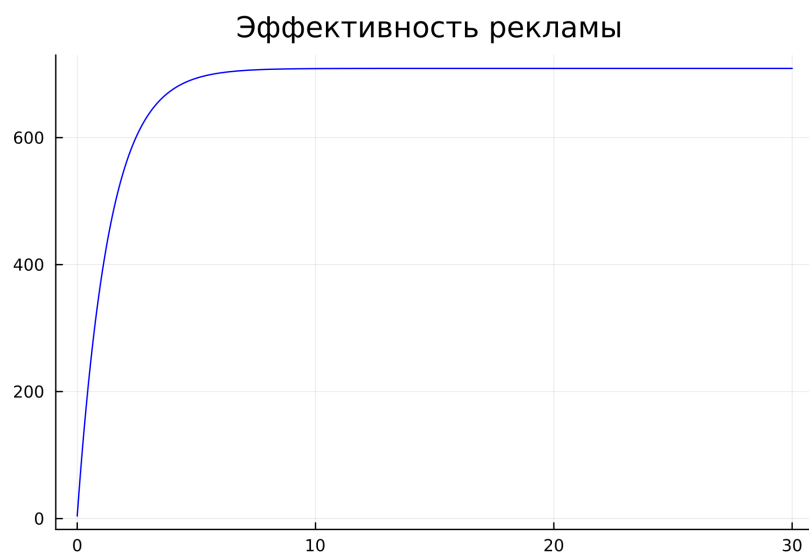


Рис. 1: График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia

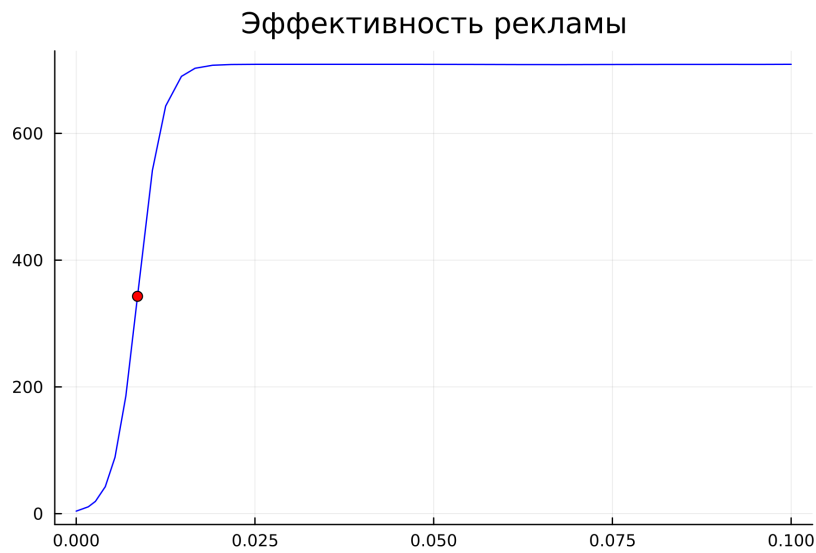


Рис. 2: График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia



Рис. 3: График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia

OpenModelica

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$:

```

model lab07_1
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.74 + 0.000047*n)*(N-n);
annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.05));
end lab07_1;

```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$:

```

model lab07_2
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.000047 + 0.84*n)*(N-n);
annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.002));
end lab07_2;

```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.66 \sin t + 0.66 \sin(6t)n(t))(N - n(t))$:

```

model lab07_3
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;

```

```

equation
der(n) = (0.84 * sin(time) + 0.84*time*n)*(N-n);
annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.002));
end lab07_3;

```

Результаты работы кода на OpenModelica

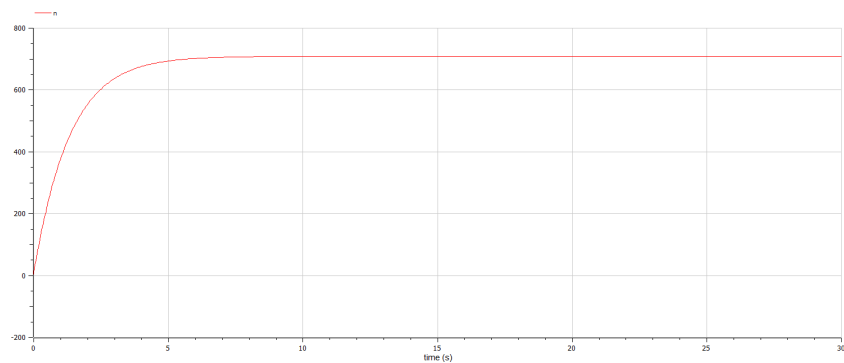


Рис. 4: График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

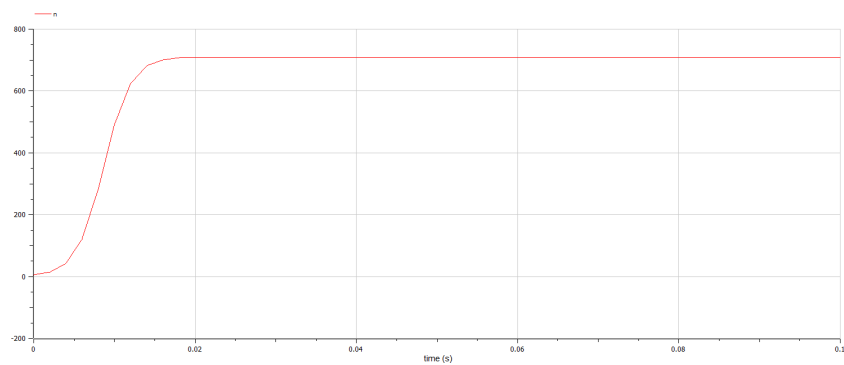


Рис. 5: График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

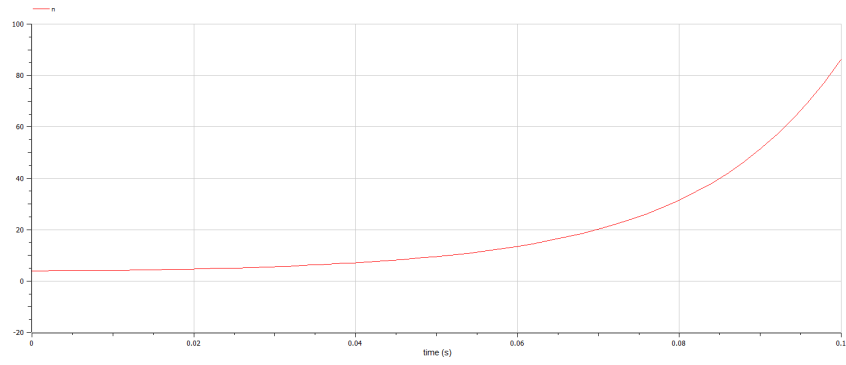


Рис. 6: График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica

Анализ полученных результатов.

Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста: <https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>