Лабораторная работа 2

Работа в GIT

Мальков Роман

Содержание

Цель работы

Рассмотреть пример построения математической модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Рассмотреть задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2 раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру,чтобы догнать лодку

Задание:

1. Провести рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз (значение n задайте самостоятельно)
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев. (Задайте самостоятельно начальные значения) Определить по графику точку пересечения катера и лодки

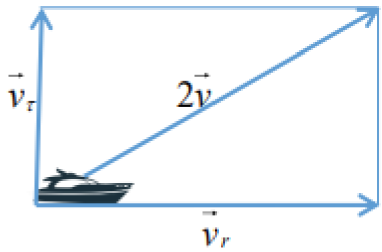
#Ход выполнения работы

1. Принимаем $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = k$ - место о нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0 (\theta = x_0 = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или как $\frac{k-x}{nv}$ ($\frac{k+x}{nv}$ для второго случая). Так как время одно и то же, то эти ве-

личины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{k-x}{nv}$ в первом случае или $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{nv}$ во втором.

Отсюда проучим два занчения $x_1 = \frac{k}{n+1}$ и $x_1 = \frac{k}{n-1}$.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости



$\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_r = r\frac{d\theta}{dt}$ (Screen 1) Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt[2]{4v^2 - v^2} = \sqrt[2]{3}v$. Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt[2]{3}v$.

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{d\theta}{dt} = \sqrt[2]{3}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \theta r \sqrt[2]{3}$

Для решения задачи напишем такой код

’’’ //# загружаем библиотеки using Plots using DifferentialEquations

//# distance between coastguard boat and smuggler’s boat const s = 20.3 const n = 5.2

//#distance from the spiral beginning const r01 = s/(n+1) const r02 = s/(n-1) //# Интервалы const I1 = (-1, 3*pi) const I2 = (-pi, pi) //# Функция function F(u,p,t) return u / sqrt(n*n -1) end

//#diff equation and it’s solution problem = ODEProblem(F,r01,I1)

res = solve(problem, abstol=1e-8,reltol=1e-8) @show res.u @show res.t

dxR = rand(1:size(res.t)[1]) rAng = [res.t[dxR] for i in 1:size(res.t)[1]]

//#canvas1 plt = plot(proj=:polar, aspect_ratio =:equal, dpi = 1000, legend=true,bg=:white) plot!(plt,xlabel=“theta”,ylabel=“r(t)”,title=“Chase task - case 1”, legend=:outerbottom) plot!(plt,[rAng[1],rAng[2]], [0.0,res.u[size(res.u)[1]]],label=“smuggler’s boat trajectory”, color=:blue,lw = 1) scatter!(plt,rAng,res.u,label = ““,mc=:blue,ms=0.0005) plot!(plt,res.t,res.u,xlabel =”theta”, ylabel = “r(t)”, label = “coastguard boat trajectory”, colot=:green, lw = 1) scatter!(plt,res.t,res.u,label=““,mc=:green, ms=0.0005)

savefig(plt, “lab02_01.png”)

problem = ODEProblem(F,r02,I2) res = solve(problem, abstol=1e-8,reltol=1e-8) dxR = rand(1:size(res.t)[1]) rAng = [res.t[dxR] for i in 1:size(res.t)[1]]

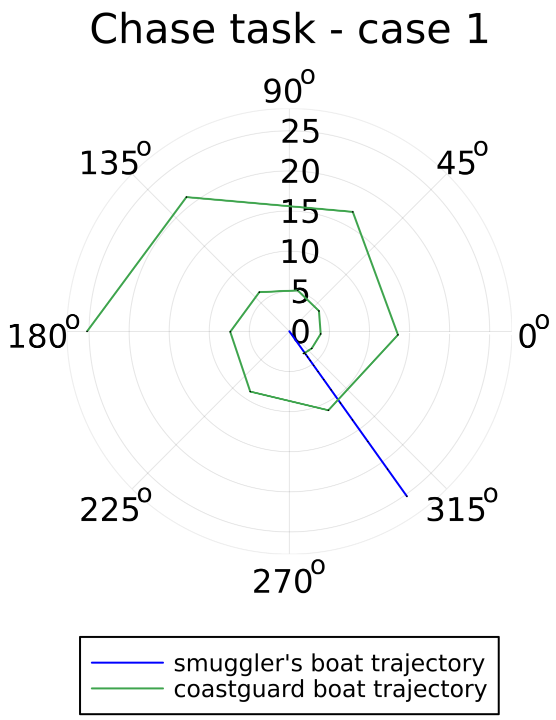
//#canvas2 plt2 = plot(proj=:polar, aspect_ratio =:equal, dpi = 1000, legend=true,bg=:white) plot!(plt2,xlabel=“theta”,ylabel=“r(t)”,title=“Chase task - case 1”, legend=:outerbottom) plot!(plt2,[rAng[1],rAng[2]], [0.0,res.u[size(res.u)[1]]],label=“smuggler’s boat trajectory”, color=:blue,lw = 1) scatter!(plt2,rAng,res.u,label = ““,mc=:blue,ms=0.0005) plot!(plt2,res.t,res.u,xlabel =”theta”, ylabel = “r(t)”, label = “coastguard boat trajectory”, colot=:green, lw = 1) scatter!(plt2,res.t,res.u,label=““,mc=:green, ms=0.0005)

savefig(plt2, “lab02_02.png”) ’’’

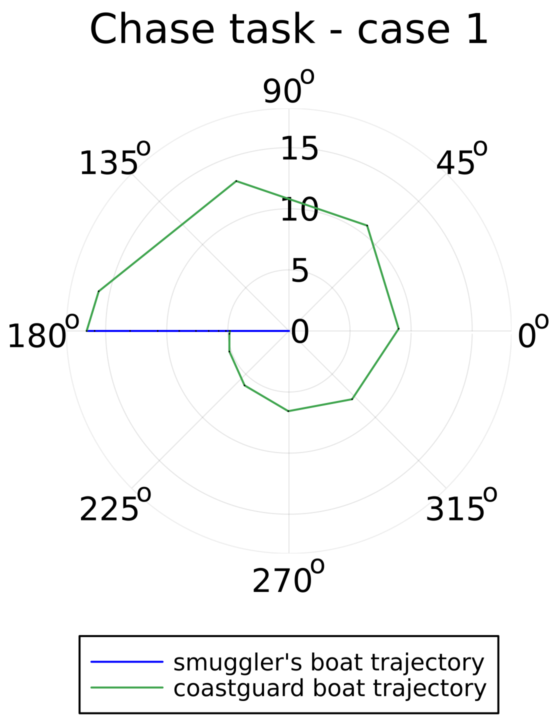
Резульатат:

```
PS M:\> cd M:\projects\math_modeling2024\lab02
PS M:\projects\math_modeling2024\lab02> julia lab02.jl
res.u = [3.274193548387097, 3.305703429422659, 3.507162105616348, 3.919664333719066, 4.4832727225445455, 5.2105734208657
175, 6.161025134819635, 7.383001074062188, 8.956702729564856, 10.973790852959699, 13.55916593601245, 16.86845552795925,
21.104066228028337, 25.2535793620602]
res.t = [-1.0, -0.9511255959193943, -0.6492463370958174, -0.08180535598125527, 0.6037607827662956, 1.370919548874501, 2.
2259338896021093, 3.1492447256667817, 4.135244831089191, 5.171690894826499, 6.251233186512234, 7.365626407499233, 8.5087
8910629965, 9.42477796076938]
```

(Screen 2)



(Screen 3)



(Screen 4)

Координаты встречи 1: 300,-8 Координаты встречи 2: 180,0

#Заключение Цели выполнены, задачи достигнуты. Был рассмотрен пример математической модели погони а также были построены графики к этой модели.