作业一：

解下列递归方程：

1. $f(n)=3f(n-1)$, $f(0)=5$

2. $f(n)=5f(n-1) - 6f(n-2)$, $f(0)=1$, $f(1)=1$

3. $f(n)= -6f(n-1) - 9f(n-2)$, $f(0)=3$, $f(1)=-3$

答案：

1. $f(n)=3f(n-1)$，$f(0)=5$

$X-3=0$ 得 $x=3$;

因为 $f(n)=c*3^n$ 得 $c=5$,

所以 $f(n)=5*3^n$

2. $f(n)=5f(n-1) - 6f(n-2)$, $f(0)=1$, $f(1)=1$

$X^2-5X+6=0$ 得 $X_1=2$，$X_2=3$

设 $f(n)=c_1 2^n+c_2 3^n$

代入 $f(0)$,$f(1)$得 $c_1=2$，$c_2=-1$

所以 $f(n)=2^{n+1}-3^n$

3. $f(n)= -6f(n-1) - 9f(n-2)$, $f(0)=3$, $f(1)=-3$

$X^2+6X+9=0$ 得 $X_1=X_2=-3$

设 $f(n)=(c_1 n+c_2)(-3)^n$

代入 $f(0)$,$f(1)$得 $c_1=-2$，$c_2=3$

所以 $f(n)=(3-2n)(-3)^n$

作业二

1. $f(n)=2f(n-1)+n$, $f(0)=1$

2. $f(n)=3f(n-1)+2^n$, $f(0)=3$

3. $f(n)=-2f(n-1)+2^n-n^2$, $f(0)=1$

1 $f(n)=2f(n-1)+n$, $f(0)=1$

齐次方程为 $x=2$;

得到通解 $f'(n)=c_1*2^n$

设特解为 $g(n)=A_1*n+A_2$

带入递归公式得到方程为

$-A_1*n+2*A_1-A_2=n$

得到 $A_1=-1$ $A_2=-2$

$f(n)=c_1*2^n-n-2$

由于 $f(0)=1$ 得到 $c_1=3$

所以 $f(n)=3*2^n-n-2$

2. $f(n)=3f(n-1)+2^n$, $f(0)=3$

齐次方程为 $x-3=0$

通解为 $f'(n)=c_1*3^n$

由于 a=2 不是齐次方程的重根设 $g(n)=A_1*2^n$

带入递归方程 $A_1=-2$ 得 $g(n)=-2^{n+1}$

得 $f(n)= -2^{n+1}+c_1*3^n$

由于 $f(0)=3$ 得到 $c_1=5$

得到 $f(n) = -2^{n+1}+5*3^n$

3. $f(n)= — 2f(n-1) + 2^n —n^2, f(0)=1$

齐次方程为 $x+2=0$

得到通解为 $f'(x)=c_1*(-2)^n$

另特解为 $g(n)=A_1*2^n+B_1 *n^2+B_2*n+B_3$

带入递归方程得到

$A_1= 1/2$ $B_1=-1/3$ $B_2= -4/9$ $B_3=-2/27$

得到 $c_1=31/54$

得 $f(n)=31/54*(-2)^n +2^{n-1} -1/3*n^2 -4/9*n-2/27$