$\{H_i\}_{k=1}^{N}$ – полная группа событий
$P(A) = \sum\limits_{i=1}^{N} P\{A|H_i\}P\{H_i\}$
$P(H_i|A) = \frac{P(A|H_i)P(H_i)}{P(A)}$

Первое задание

28. Из урны, содержащей W белых, B черных и R красных шаров, без возвращения по одному извлекают шары до появления первого красного шара. Воспользовавшись задачей 11, с. 77, найти вероятность того, что:

i) будет вынуто w белых шаров и b черных;

ii) не появится ни одного белого шара;

iii) всего будет вынуто k шаров.

i) будет вытянуто w белых шаров и w черных:

H_i–вытянули w белых шаров и b черных $\implies$ действием №$(w+b)$ вытянули красный
$P(H_i) = \frac{R}{W+B+R-(w+b)}$
$P(A|H_i) = 1$
Первым вытянули либо белый $\frac{W}{W+B} * \frac{W+B}{W+B+R}$ или черный $\frac{B}{W+B} * \frac{W+B}{W+B+R}$

$$\frac{W}{W+B} * \frac{W+B}{W+B+R} + \frac{B}{W+B} * \frac{W+B}{W+B+R} = \left(\frac{W}{W+B} + \frac{B}{W+B}\right) * \frac{W+B}{W+B+R} = \frac{W+B}{W+B+}$$

$$\frac{W+B}{W+B+R}$$

Вторым тоже:

$$\frac{W-1}{W+B-1} * \frac{W+B-1}{W+B+R-1} + \frac{B-1}{W+B-1} * \frac{W+B-1}{W+B+R-1} = \frac{W-1}{W+B+R-1} + \frac{B-1}{W+B+R-}$$

$$\frac{W+B-2}{W+B+R-1}$$

i-м:

$$\frac{W+B-2i}{W+B+R-i}$$

Таким образом вероятность вытащить $w+b$ не красных шаров будет:

$$P(A)=\sum_{i=0}^{w+b}\frac{W+B-2i}{W+B+R-i}$$

а итоговая вероятность:

$$P(H_i|A)=\frac{\frac{R}{W+B+R-(w+b)}}{\sum_{i=0}^{w+b}\frac{W+B-2i}{W+B+R-i}}$$

---

ii) Не появиться ни одного белого шара:

H_i вытянули b черных шаров и не вытянули белых шаров

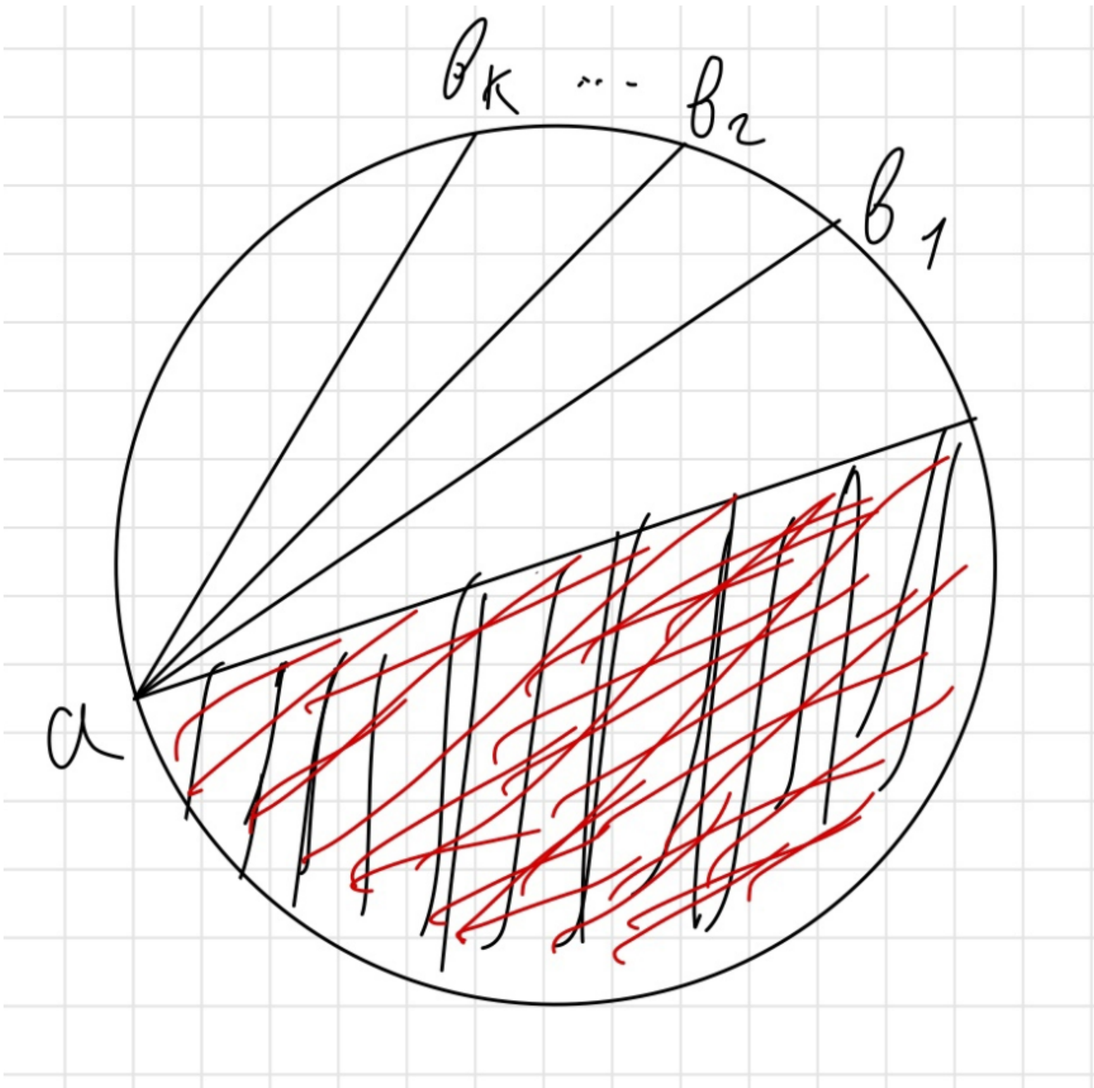
Второе задание

6. В круге единичного радиуса случайно проводится хорда. Обозначим ρ ее длину. Найти вероятность $\mathbf{P}\{\rho < x\}$ как функцию x, если середина хорды равномерно распределена в круге.

7. Решить задачу 6, если один конец хорды закреплен, а другой — равномерно распределен на окружности.

---

1. Рассмотрим окружностьс центром в O
   a – закреплённая точка
   b_n– точки, которые образуют хорду
   B – точка, в которой aB образует диаметр
   Мы можем разделить окрудность O по диаметру, который проходит через точку a



2. $x > 2 \implies \hat{P}(A) = 1$ таким образом наша функция выглядит:

$P(x) = \begin{cases} 1; & x > 2 \\ \overline{P}(x); & x < 2 \end{cases}$; где $\overline{P}(x)$ некотарая функция вероятности для $x < 2$

3. Теперь получим функцию $\overline{P}(x)$:

4.

- Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу: $\beta = \frac{\alpha}{2}$.
- Длина хорды: $l = 2r \cdot sin\frac{\alpha}{2} = 2r \cdot sin\beta$.
- Длина дуги: $l = \alpha \cdot r$, угол α в радианах.
- Длина окружности: $L = 2\pi \cdot r$
.
- Площадь круга: $S = \pi r^2$.

$$\overline{P}(x) = \frac{|\, a\overset{\frown}{b_n} \,|}{|\, a\overset{\frown}{B} \,|} = \frac{\alpha}{\pi}$$

$$2r * \sin\frac{\alpha}{2} = x$$

$$\alpha = 2\arcsin\frac{x}{2r}$$

$$\overline{P}(x) = \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{x}{2r}$$

4. Таким образом функция вероятности от x выглядит:

$$P(x) = \begin{cases} 1; \;\; x > 2 \\ \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{x}{2r}; \;\; x < 2 \end{cases};$$