

- ① Найти все значения a и b такие, чтобы
 a делило b
 а) 39 и 5
 б) -102 и -3

$$\frac{x}{y} = a + b$$

1) $\frac{39}{5} = 5 + b \Rightarrow \begin{matrix} \text{Ответ:} \\ b = 15 - 5 = 14 \\ b = 16 - 5 = 11 \\ b = 17 - 5 = 12 \end{matrix}$

2) $\frac{-102}{-3} = -7 + b \Rightarrow \begin{matrix} \text{Ответ:} \\ b = 15 - 7 = 8 \\ b = 16 - 7 = 9 \\ b = 17 - 7 = 10 \end{matrix}$

- ② а) Ответ: может быть равно нулю при $a = 12$
 б) $5^{1000} + 4^{10000}$ и 5^{100} . Справедливо

в) $p \geq 12n + 6$ $0 \leq b \leq 11$.

p - простое \Rightarrow ост. делится на p

Примеры: $1, 5, 7, 11$. Ответ: $1, 5, 7, 11$.

г) Разложение: $3^2 + 4^2 = 5^2$.

доказать, что $\frac{10000}{2} \geq 5000$; Попробуем:

$$(3^2 + 4^2)^{5000} = 5^{10000}$$

$$3^{10000} + 4^{10000} + (5^{10000}) = 5^{10000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^{10000} > 3^{10000} + 4^{10000}$$

Ответ: 5 делит

- ③ $46a \geq 81b$, a, b - простое и их составные

$$46a = 81b$$

$$46a + 7a = 54 = 81b.$$

$$81a - 81b = 50.$$

$$81(a-b) = 50;$$

$$\text{НОД}(81, 50) = 1 \Rightarrow (a-b) : 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-b) - \text{составное.}$$

$$\text{Ответ: } (a-b) - \text{составное}$$

- ④ Если $xy \geq 5$ простое. \Rightarrow предп. δ huge $p = y^3 - x^3$

$$y^3 - x^3 = (y-x)(y^2 + xy + x^2)$$

$$\text{это число } y, x \text{ простое} \Rightarrow y-x=1.$$

$$y = x+1 \Rightarrow (x+1)^2 + (x+1)x + x^2 = 3x^2 + 3x + 1.$$

$$x = 2 \Rightarrow 19 = 3^2 - 2^3$$

$$x = 3 \Rightarrow 37 = 4^3 - 3^3$$

$$x = 4 \Rightarrow 61 = 5^3 - 4^3$$

$$x = 5 \Rightarrow 91 = 6^3 - 5^3$$

$$x = 6 \Rightarrow 127 = 7^3 - 6^3$$

$$\text{Ответ: } 19, 37, 61, 91, 127$$

- ⑤ Найти все $n \in \mathbb{N}$: $n+16$ и $n+29$ - простые

$$n=2 \Rightarrow 2, 18, 31$$

$$n=3 \Rightarrow 3, 19, 32.$$

$$n=5 \Rightarrow 5, 21, 34$$

Ответ: для всех n и $n+29$ - простые

и $n+16$ - простые

② $a=648, b=382$, C пом. пом. и т.д. Единица нечетного MOD

$$ax + by = \text{НОД}(a, b).$$

Учг	Задача f_i	Остаток r_i	S_i	t_i
0		648	1	0
1		382	0	1
2	$\frac{648}{382} = 1$	266	$1 - 0 = 1$	$0 - 1 = -1$
3	$\frac{382}{266} = 1$	116	$0 - 1 = -1$	$1 - 1(-1) = 1$
4	$\frac{266}{116} = 2$	34	$1 - 2(-1) = 3$	$-1 - 2 \cdot 1 = -5$
5	$\frac{116}{34} = 3$	14	$-1 - 3 \cdot 3 = -10$	$2 - 3(-5) = 17$
6	$\frac{34}{14} = 2$	6	$3 - 2(-10) = 23$	$-5 - 2(17) = -39$
7	$\frac{14}{6} = 2$	2	-56	95
8	$\frac{6}{2} = 3$	0	$23 - 3(-56) = 175$	$-39 - 3 \cdot 95 = -324$

$$648(-56) + 382(95) = 2.$$

Ответ:

$$\text{НОД}(648, 382) = 2$$

⑨ Проверка $n \in \mathbb{N} \quad n \leq 2100: n \not\equiv 7 \pmod{11}, n \not\equiv 11 \pmod{7}$

$$n \equiv 7 \pmod{7} \text{ и } n \equiv 11 \pmod{11} \Rightarrow n \equiv 77 \pmod{77}$$

$$\left\lfloor \frac{2100}{77} \right\rfloor = 27 \text{ чисел } \equiv 77 \pmod{77}$$

$$\text{в } [1, 2100] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Чисел } \not\equiv 77 \pmod{77} \quad 2100 - 27 = 2073$$

Ответ: 2073

⑪ $n \in \mathbb{N} : n < 720, \text{НОД}(n, 720) = 40$

$$\text{Числа } X \equiv 40$$

$$40, 80, 120, 160, 200, 240, 280$$

$$320, 360, 400, 440, 480, 520, 560$$

$$600, 640, 680$$

Уз. чисел \subset чисел $n < 720$ $\text{НОД} = 40$

Ответ:

$$40, 200, 280, 440, 520, 680$$

$$\text{Ответ: } n \in \{40, 200, 280, 440, 520, 680\}$$