

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(-1) + f(1)$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

2. 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 均为 R 上的奇函数, 且 $h(x) = af(x) + bg(x) + 2$, $h(5) = 6$, 则 $h(-5)$ 的值为 ()

- A. -2 B. -8 C. -6 D. 6

3. 已知函数 $f(x) = 2^{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}$, 则使得 $f(2x) > f(x-3)$ 成立的 x 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -3)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-3, -1)$ D. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

二、填空题

4. 用区间表示下列数集.

(1) $\{x|x \geq 2\} =$ _____;

(2) $\{x|3 < x \leq 4\} =$ _____;

(3) $\{x|x > 1 \text{ 且 } x \neq 2\} =$ _____.

5. 幂函数 $y = x^{n(n+1)+1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的图像关于 _____ 对称.

三、解答题

6. 证明: 函数 $f(x) = \lg \frac{1-x}{1+x}$ ($-1 < x < 1$) 是奇函数.

参考答案:

1. A

【解析】根据分段函数各段的定义域求解.

【详解】因为函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$,

所以 $f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$, $f(1) = \ln 1 = 0$,

所以 $f(-1) + f(1) = \frac{1}{2}$,

故选: A

2. A

【分析】代入 $x = -5$, 和 $x = 5$, 利用奇函数的性质, 两式相加求值.

【详解】 $h(5) = af(5) + bg(5) + 2$, ① $h(-5) = af(-5) + bg(-5) + 2$,

$\because f(x)$ 和 $g(x)$ 都是奇函数,

$\therefore f(-5) = -f(5), g(-5) = -g(5)$

即 $h(-5) = -af(5) - bg(5) + 2$ ②

①+②可得 $h(5) + h(-5) = 4$

$h(-5) = 4 - h(5) = -2$.

故选 A.

【点睛】本题考查了奇函数的性质求值, 属于基础题型.

3. D

【分析】判断函数 $f(x)$ 为偶函数, 讨论 $x > 0$ 时, $f(x)$ 为增函数, 再由偶函数的性质: $f(|x|) = f(x)$, 以及单调性, 可得 $|2x| > |x-3|$, 解不等式即可得到所求解集.

【详解】函数 $f(x) = 2^{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}$, $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(-x) = f(x)$, $f(x)$ 为偶函数,

当 $x > 0$ 时, 可得 $y = 2^{1+x^2}$ 递增, $y = -\frac{1}{1+x^2}$ 递增.

则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 递增, 且有 $f(|x|) = f(x)$, 则 $f(2x) > f(x-3)$,

即为 $f(|2x|) > f(|x-3|)$, 即 $|2x| > |x-3|$, 则 $|2x|^2 > |x-3|^2$, 即为 $(x+3)(3x-3) > 0$,

解得 $x > 1$ 或 $x < -3$. 故选 D.

【点睛】本题考查函数的奇偶性和单调性的运用: 解不等式, 注意运用复合函数的单调性和

偶函数的性质，考查运算能力，属于中档题.

4. $[2, +\infty)$ $(3,4]$ $(1,2)\cup(2, +\infty)$

【详解】由区间表示法知：

(1) $[2, +\infty)$;

(2) $(3,4]$;

(3) $(1,2)\cup(2, +\infty)$.

5. 原点## $(0, 0)$

【分析】由已知得 $n(n+1)+1$ 为正奇数，因此有 $f(-x)=-f(x)$ ，得该幂函数为奇函数，根据奇函数的图象性质可得答案.

【详解】解：令 $y=f(x)=x^{n(n+1)+1} (n\in\mathbf{N}^*)$,

因为 $n(n+1)+1$ 为正奇数，所以 $f(-x)=(-x)^{n(n+1)+1}=-x^{n(n+1)+1}=-f(x)$ ，所以幂函数为奇函数，所以幂函数 $y=x^{n(n+1)+1} (n\in\mathbf{N}^*)$ 的图像关于原点对称，

故答案为：原点.

6. 证明见解析.

【分析】算出 $f(-x)=-f(x)$ 即可.

【详解】因为 $f(x)$ 的定义域是 $(-1,1)$ ， $f(-x)=\lg\frac{1+x}{1-x}=-\lg\frac{1-x}{1+x}=-f(x)$

所以函数 $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x} (-1<x<1)$ 是奇函数