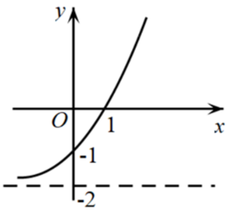
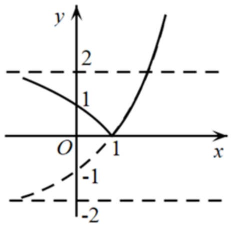
小何的2022年10月24日高中数学作业

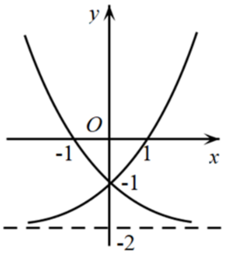
未命名

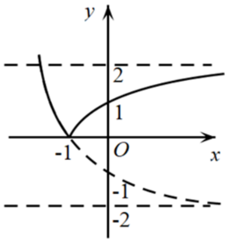
一、单选题

1．如图所示，函数 $y=\left|2^{x}-2\right|$ 的图像是（　　）

A． 

B． 

C． 

D． 

2．设 $a=3^{0.7}$， $b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}$ ， $c=\log_{0.7}0.8$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A． $a<b<c$　　B． $b<a<c$　　C． $b<c<a$　　D． $c<a<b$

3．函数 $f(x)=\frac{4^{x}+2^{x+1}+5}{2^{x}+1}$ 的值域为（　　）

A． $[5,+\infty)$　　B． $[4,+\infty)$　　C． $(5,+\infty)$　　D． $(4,+\infty)$

4．若实数 x， y 满足 $2022^{x}+2023^{-y}<2022^{y}+2023^{-x}$，则（　　）

A． $\frac{x}{y}>1$　　B． $\frac{x}{y}<1$

C． $x-y<0$　　D． $x-y>0$

二、填空题

5．函数 $f\left(x\right)=4^{x}-2^{x+1}+3$ 在 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ 的值域为______.

6．函数 f（x）$=\frac{3^{x}-3^{-x}}{3^{x}+3^{-x}}+2$，若有 f（a）$+f$（$a-2$）>4，则 a 的取值范围是________.

三、解答题

7．已知函数 $f(x)=a\cdot 2^{x}-2^{1-x}$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.

(1)求实数 a 的值；

(2)求不等式 $f(f(x)-2)>3$ 的解集；

(3)若关于 x 的不等式 $f(x)>\frac{k}{2^{x-1}}+2$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】将原函数变形为分段函数，根据$x=1$及$x\neq 1$时的函数值即可得解.

【详解】$\because y=\left|2^x-2\right|=\begin{cases}2^x-2, x\geq 1\\ 2-2^x, x<1\end{cases}$，

$\therefore x=1$时，$y=0, x\neq 1$时，$y>0$.

故选：B.

2．D

【分析】利用指数函数与对数函数的性质，即可得出a,b,c的大小关系.

【详解】因为$a=3^{0.7}>1$，

$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}=3^{0.8}>3^{0.7}=a$，

$c=\log_{0.7}0.8<\log_{0.7}0.7=1$，

所以$c<1<a<b$.

故选：D.

【点睛】本题考查的是有关指数幂和对数值的比较大小问题，在解题的过程中，注意应用指数函数和对数函数的单调性，确定其对应值的范围.

比较指对幂形式的数的大小关系，常用方法：

（1）利用指数函数的单调性：$y=a^x$，当$a>1$时，函数递增；当$0<a<1$时，函数递减；

（2）利用对数函数的单调性：$y=\log_a x$，当$a>1$时，函数递增；当$0<a<1$时，函数递减；

（3）借助于中间值，例如：0 或 1 等.

3．B

【分析】把2^x+1作为一个整体，求出其范围，再利用基本不等式求解.

【详解】由已知$f(x)=\frac{(2^x+1)^2+4}{2^x+1}=(2^x+1)+\frac{4}{2^x+1}\geq 2\sqrt{(2^x+1)\times\frac{4}{2^x+1}}=4$，

当且仅当$2^x+1=\frac{4}{2^x+1}$，即$x=0$时等号成立，

所以$f(x)$的值域是$[4,+\infty)$.

故选：B.

4．C

【分析】由指数函数的性质可知$f\left(x\right)=2022^{x}-2023^{-x}$是**R**上的增函数；根据题意可知

$2022^{x}-2023^{-x}<2022^{y}-2023^{-y}$，即$f\left(x\right)<f\left(y\right)$，再根据函数的单调性，可得$x<y$，由此即可得到结果.

【详解】令$f\left(x\right)=2022^{x}-2023^{-x}$，由于$y=2022^{x}$，$y=-2023^{-x}$均为R上的增函数，所以

$f\left(x\right)=2022^{x}-2023^{-x}$是R上的增函数.

因为$2022^{x}+2023^{-y}<2022^{y}+2023^{-x}$，所以$2022^{x}-2023^{-x}<2022^{y}-2023^{-y}$，即

$f\left(x\right)<f\left(y\right)$，所以$x<y$，所以$x-y<0$.

故选：C.

5．$\left[2,3\right)$

【分析】令$2^{x}=t$，结合二次函数的性质即可得出答案.

【详解】解：$f\left(x\right)=\left(2^{x}\right)^{2}-2\times2^{x}+3=\left(2^{x}-1\right)^{2}+2$，

设$2^{x}=t$，

当$x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$时，$0<t\le\sqrt{2}$，所以$2\le\left(t-1\right)^{2}+2<3$，

所以$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$的值域为$\left[2,3\right)$.

故答案为：$\left[2,3\right)$.

6．（1，+∞）

【分析】构造函数F（x）=f（x）－2，则f（a）+f（a－2）＞4等价于F（a）+F（a－2）＞0，分析$F\left(x\right)$奇偶性和单调性即可求解.

【详解】设F（x）=f（x）－2，则F（x）=$\frac{3^{x}-3^{-x}}{3^{x}+3^{-x}}$，易知$F$（$x$）是奇函数，$F$（$x$）=$\frac{3^{x}-3^{-x}}{3^{x}+3^{-x}}$

=$\frac{3^{2x}-1}{3^{2x}+1}$=$1-\frac{2}{3^{2x}+1}$在$R$上是增函数，

由f（a）+f（a－2）＞4得F（a）+F（a－2）＞0，

于是可得F（a）＞F（2－a），即a＞2－a，解得a＞1.

答案：（1，+∞）

7．(1) $a=2$

(2) $\left(1,+\infty\right)$

(3)$\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right)$

【分析】（1）根据奇函数满足$f(-x)+f(x)=0$，即可求解;（2）根据$f(x)$的单调性，即可根据函数值的大小确定自变量的大小，即可转化求解，（3）将恒成立问题转化为最值问题，即可利用二次函数的性质求最值进行求解.

（1）

因为$f(x)=a\cdot 2^{x}-2^{1-x}$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，所以$f(-x)+f(x)=0$，

即$a\cdot 2^{-x}-2^{1+x}+a\cdot 2^{x}-2^{1-x}=0$，即$(a-2)\left(2^{x}+\frac{1}{2^{x}}\right)=0$，

因为$2^{x}+\frac{1}{2^{x}}>0$，所以$a\text{-}2=0$，所以$a=2$（经检验，$a=2$符合题意）

（2）

由（1）得$f(x)=2^{1+x}-2^{1-x}$，

因为$y=2^{1+x}$与$y=-2^{1-x}$在$\mathbf{R}$上均为增函数，所以$f(x)=2^{1+x}-2^{1-x}$在$\mathbf{R}$上为增函数，

又$f(1)=3$，所以$f(f(x)-2)>f(1)$，

所以$f(x)-2>1$，即$f(x)>3=f(1)$，

所以$x>1$，所以不等式$f[f(x)-2]>3$的解集是$(1,+\infty)$.

（3）

因为关于x的不等式$f(x)>\frac{k}{2^{x-1}}+2$恒成立，即$2^{1+x}-2^{1-x}>\frac{k}{2^{x-1}}+2$恒成立，

所以$k<2^{2x}-2^{x}-1$恒成立，所以$k<\left(2^{2x}-2^{x}-1\right)_{\min}$，

因为$2^{2x}-2^{x}-1=\left(2^{x}-\frac{1}{2}\right)^{2}-\frac{5}{4}$，

所以当$2^{x}=\frac{1}{2}$，即$x=-1$时，$2^{2x}-2^{x}-1$取得最小值$-\frac{5}{4}$.

所以$k<-\frac{5}{4}$，即实数k的取值范围是$\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right)$