# 2022年10月23日高中数学作业

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

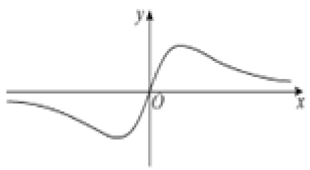
## 一、单选题

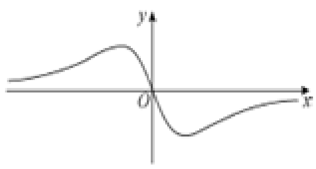
1．已知$f(x)$是定义在**R**上的奇函数，当$x<0$时，$f(x)=x-x^2$，则当$x>0$时，$f(x)=$（　）

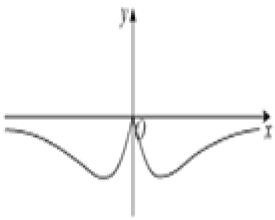
A．$x-x^2$　　　　B．$-x-x^2$

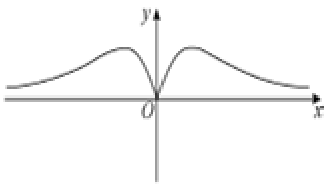
C．$-x+x^2$　　　　D．$x+x^2$

2．函数$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$的图像大致为（　）

A．


B．


C．


D．


3．函数$f(x)=\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}(a\in R)$，若对于任意的$x\in \mathrm{N}^*$，$f(x)\geq 3$恒成立，则$a$的取值范围是（　）

A．$\left[-\dfrac{8}{3},+\infty\right)$　　B．$\left[-\dfrac{2}{3},+\infty\right)$　　C．$\left[-\dfrac{1}{3},+\infty\right)$　　D．$[-1,+\infty)$

## 二、填空题

4．已知定义在$R$上的奇函数$y=f(x)$在区间$(-\infty,0]$上单调递减，若$f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq f(0)$，则实数$m$的取值范围为__________.

5．已知定义域为$[1-3a,a+1]$的奇函数$f\left(x\right)=x^3+bx^2+x$，则$f\left(3x+b\right)+f\left(x+a\right)\geq 0$的解集为_______.

## 三、解答题

6．已知$f\left(x\right)=\begin{cases}-x\left(x+4\right), x\leq 0\\ x\quad, x>0\end{cases}$

（1）求 $f\left(f\left(-1\right)\right)$；

（2）若 $f\left(a\right)=12$，求 $a$ 的值；

（3）若其图像与 $y=b$ 有三个交点，求 $b$ 的取值范围.

**参考答案：**

1．D

【分析】利用奇函数的等式$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$求解.

【详解】因为$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，

所以$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，$x\in\mathbf{R}$.

当$x>0$时，$-x<0$，$f\left(x\right)=-f\left(-x\right)=-\left[\left(-x\right)-\left(-x\right)^2\right]=x+x^2$.

故选：D.

2．A

【分析】判断函数的奇偶性和对称性，当$x>0$时，$f(x)>0$，利用排除法进行判断即可.

【详解】解：$f(-x)=\dfrac{-2x}{(-x)^2+1}=-\dfrac{2x}{x^2+1}=-f(x)$，即$f(x)$是奇函数，图象关于原点对称，排除$C$，$D$，

当$x>0$时，$f(x)>0$，排除$B$，

故选：$A$.

3．A

【分析】恒成立求参数取值范围问题，在定义域满足的情况下，可以进行参变分离，构造新函数，通过求新函数的最值，进而得到参数取值范围.

【详解】对任意$x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)\geq 3$恒成立，即$\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}\geq 3$恒成立，即知$a\geq -\left(x+\dfrac{8}{x}\right)+3$.

设$g(x)=x+\dfrac{8}{x}$，$x\in\mathbf{N}^*$，则$g(2)=6$，$g(3)=\dfrac{17}{3}$.

$\because g(2)>g(3)$，$\therefore g(x)_{\min}=\dfrac{17}{3}$，

$\therefore -\left(x+\dfrac{8}{x}\right)+3\leq -\dfrac{8}{3}$，

$\therefore a\geq -\dfrac{8}{3}$，故$a$的取值范围是$\left[-\dfrac{8}{3},+\infty\right)$.

故选：A.

4．$[-2,\dfrac{1}{2}]$.

【分析】由题意，得到$f\left(0\right)=0$，且在区间$(-\infty,0]$上单调递减，在区间$(0,+\infty)$为单调递减函数，把$f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq f(0)$，转化为$f\left(2m^2+m\right)\geq f(2-2m)$，结合单调性，即可求解.

【详解】因为函数 $y=f(x)$ 是 $R$ 上的奇函数，所以 $f(0)=0$，

又由 $y=f(x)$ 在区间 $(-\infty,0]$ 上单调递减，所以 $y=f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 也是单调递减函数，

又因为不等式 $f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq f(0)$，即 $f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq 0$，

即 $f\left(2m^2+m\right)\geq -f(2m-2)=f(2-2m)$，

可得 $2m^2+m\leq 2-2m$，即 $2m^2+3m-2\leq 0$，解得 $-2\leq m\leq \frac{1}{2}$，

即实数 $m$ 的取值范围为 $[-2,\frac{1}{2}]$.

5．$\left[-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$

【分析】根据奇函数的性质及定义域的对称性，求得参数 $a$，$b$ 的值，求得函数解析式，并判断单调性. $f\left(3x+b\right)+f\left(x+a\right)\geq 0$ 等价于 $f\left(3x\right)\geq -f\left(x+1\right)=f\left[-\left(x+1\right)\right]$，根据单调性将不等式转化为自变量的大小关系，结合定义域求得解集.

【详解】由题知，$f\left(-x\right)=-x^3+bx^2-x=-f\left(x\right)=-x^3-bx^2-x$，

所以 $2bx^2=0$ 恒成立，即 $b=0$.

又因为奇函数的定义域关于原点对称，

所以 $1-3a+\left(a+1\right)=0$，解得 $a=1$，

因此 $f\left(x\right)=x^3+x$，$x\in\left[-2,2\right]$，

由 $y=x^3$ 单调递增，$y=x$ 单调递增，

易知函数 $f\left(x\right)$ 单调递增，

故 $f\left(3x+b\right)+f\left(x+a\right)\geq 0$ 等价于 $f\left(3x\right)+f\left(x+1\right)\geq 0$

等价于 $f\left(3x\right)\geq -f\left(x+1\right)=f\left[-\left(x+1\right)\right]$

即 $\begin{cases}3x\geq -\left(x+1\right)\\-2\leq 3x\leq 2\\-2\leq x+1\leq 2\end{cases}$，解得 $x\in\left[-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$.

故答案为：$\left[-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$

6．（1）3（2）12（3）$0<b<4$

【分析】（1）根据分段函数解析式直接求解；

（2）根据函数解析式，分段讨论，解方程即可；

（3）作出函数图象，数形结合即可.

【详解】（1）$\because f\left(x\right)=\begin{cases}-x\left(x+4\right), x\le 0\\ x\ \ \ , \ x>0\end{cases}$，

$\therefore f\left(f\left(-1\right)\right)=f(3)=3$，

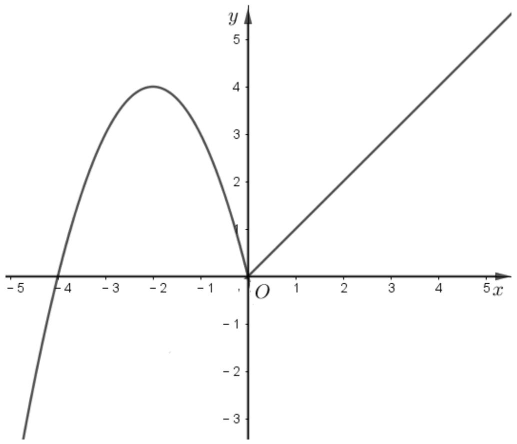
（2）当$a>0$时，$f\left(a\right)=a=12$，

当$a\le 0$时，$f(a)=-a(a+4)=12$，

解得$a\in\phi$，

综上，$a=12$

（3）作出$f\left(x\right)=\begin{cases}-x\left(x+4\right), x\le 0\\ x\ \ \ , \ x>0\end{cases}$的图象，如图，




由图象可知，当$0<b<4$时，与 $y$=$b$ 有三个交点.