

高中数学平行组卷 2022-10-23

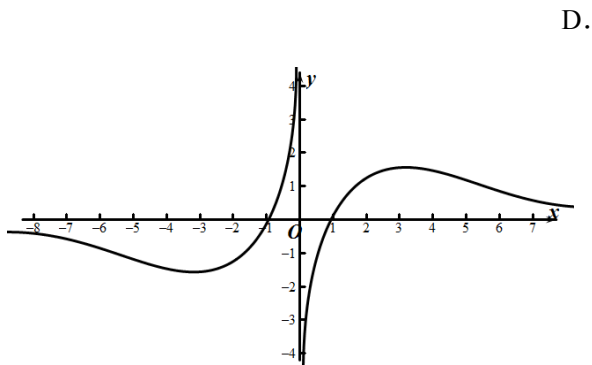
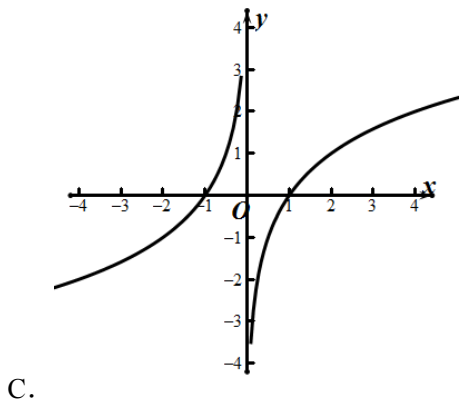
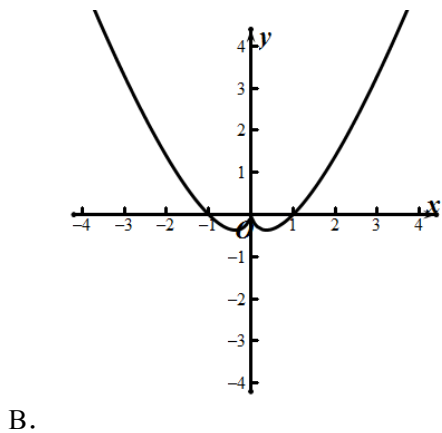
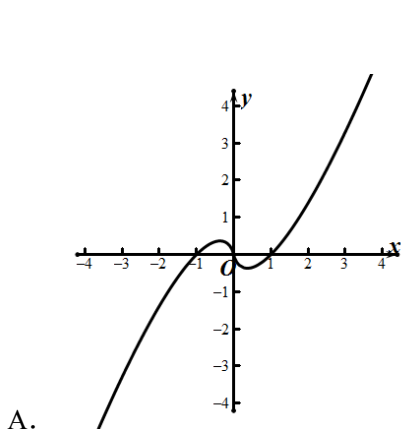
学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 已知  $f(x) = \frac{\log_a(3-x)}{x-2}$ , 则函数  $f(x)$  的定义域为( )

- A.  $(-\infty, 3)$
- B.  $(-\infty, 2) \cup (2, 3]$
- C.  $(-\infty, 2) \cup (2, 3)$
- D.  $(3, +\infty)$

2. 函数  $y = x \ln|x|$  的图象大致是 ( )



3. 已知函数  $f(x) = (m^2 - m - 5)x^{m^2 - 6}$  是幂函数, 对任意  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 满

足  $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ , 若  $a, b \in R$ , 且  $a+b > 0$ , 则  $f(a)+f(b)$  的值 ( )

- A. 恒大于 0                  B. 恒小于 0                  C. 等于 0                  D. 无法判断

## 二、填空题

4. 不等式  $x^2 - 3x - 18 < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

5. 已知  $f(x) = |3^x - 1| + 1$ , 若关于  $x$  的方程  $[f(x)]^2 - (2+a)f(x) + 2a = 0$  有三个实根, 则实数  $a$  的取值范围\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

6. 已知定义在  $R$  上的函数  $f(x) = \frac{1-2^x}{2^x+1}$ .

(1) 判断函数  $f(x)$  在定义域中的单调性;

(2) 判断  $f(x)$  的奇偶性;

(3) 若对任意的  $t \in R$ , 不等式  $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.

参考答案:

1. C

【详解】试题分析: 易得  $\begin{cases} 3-x > 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 2) \cup (2, 3)$ , 故选 C.

考点: 函数的定义域.

2. A

【分析】先利用函数奇偶性进行排除, 然后估算当  $x$  取无穷大时,  $y$  的取值即可得出结果.

【详解】解  $y = f(x) = x \ln|x|$ , 则  $f(-x) = -x \ln|-x| = -x \ln|x|$ , 故  $f(x) = -f(-x)$ , 函数为奇函数, 排除 B;

另外, 当  $x > 0$  时, 若  $x \rightarrow +\infty$ , 则  $y = x \ln|x| \rightarrow +\infty$ , 排除 D

当  $x = 3$  时,  $y = f(3) = 3 \ln 3 > 3$ , 故排除 C

A 符合,

故选: A.

【点睛】本题考查函数图像的识别, 充分利用函数的奇偶性以及估算函数值的正负进行排除是解题的关键, 是基础题.

3. A

【解析】利用幂函数的定义求出  $m$ , 利用函数的单调性和奇偶性即可求解.

【详解】 $\because$  函数  $f(x) = (m^2 - m - 5)x^{m^2 - 6}$  是幂函数,

$\therefore m^2 - m - 5 = 1$ , 解得:  $m = -2$  或  $m = 3$ .

$\because$  对任意  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 满足  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ ,

$\therefore$  函数  $f(x)$  为增函数,

$\therefore m^2 - 6 > 0$ ,

$\therefore m = 3$  ( $m = -2$  舍去)

$\therefore f(x) = x^3$  为增函数.

对任意  $a, b \in R$ , 且  $a + b > 0$ ,

则  $a > -b$ ,  $\therefore f(a) > f(-b) = -f(b)$

$\therefore f(a) + f(b) > 0$ .

故选：A

【点睛】(1)由幂函数的定义求参数的值要严格按照解析式， $x$  前的系数为 1；

(2)函数的单调性和奇偶性是函数常用性质，通常一起应用.

4.  $(-3,6)$

【分析】不等式左边分解因式，利用二次不等式的解法直接求解即可.

【详解】原不等式等价于  $(x-6)(x+3)<0$ ，故原不等式的解集为  $(-3,6)$ .

【点睛】本题主要考查了一元二次不等式的解法，属于容易题，

5.  $(1,2)$

【分析】先分解因式，求出  $f(x)=2$  或  $f(x)=a$ ，再数形结合求出  $a$  的取值范围

【详解】由  $[f(x)]^2 - (2+a)f(x) + 2a = 0$

可得  $[f(x)-a][f(x)-2]=0$

$\therefore f(x)-a=0$  或  $f(x)-2=0$

即  $f(x)=a$  或  $f(x)=2$ ,

由  $f(x)=2$ , 可得  $|3^x-1|+1=2$

即  $|3^x-1|=1$ ,

$\therefore 3^x-1=1$  或  $3^x-1=-1$  (舍)

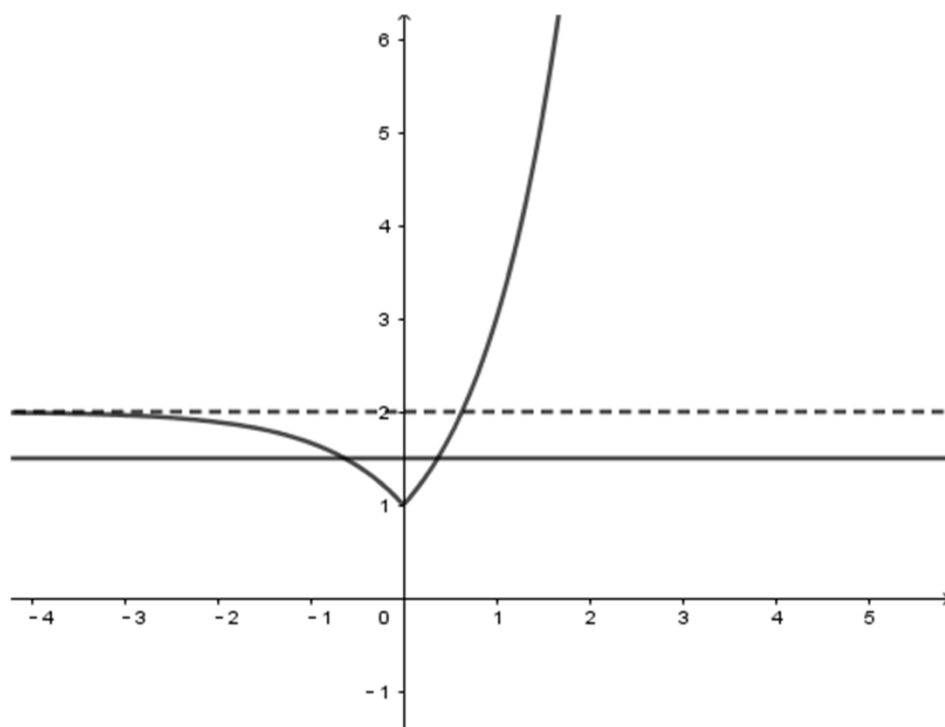
即  $3^x=2$ , 解得  $x=\log_3 2$ .

$\therefore [f(x)]^2 - (2+a)f(x) + 2a = 0$  有三个实根

$\therefore f(x)=a$  有两个根,且不为  $\log_3 2$

$\therefore$  函数  $y=f(x)$  与  $y=a$  的图象有两个交点, 且交点坐标不是  $(\log_3 2, 2)$

作出函数  $y=f(x)$  的图象, 如图所示,



由图可得实数的取值范围为 $(1,2)$ ,

故答案为:  $(1,2)$

6. (1)减函数

(2)奇函数

(3) $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$

【分析】(1) 利用单调性的定义即可判断;

(2) 利用奇偶性的定义即可判断;

(3) 利用单调性与奇偶性即可将不等式转化为二次函数求最值问题, 进而求出实数 $k$ 的取值范围.

(1)

解: 设 $x_1, x_2 \in R$  且  $x_1 < x_2$

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{1-2^{x_1}}{2^{x_1}+1} - \frac{1-2^{x_2}}{2^{x_2}+1} = \frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)} > 0,$$

$$\therefore f(x_1) > f(x_2)$$

$\therefore f(x)$  为  $R$  上的减函数.

(2)

解：由题知， $f(x) = \frac{1-2^x}{2^x+1}$

$$\therefore f(-x) = \frac{1-2^{-x}}{2^{-x}+1} = \frac{2^x-1}{1+2^x} = -f(x)$$

$\therefore f(x)$  为奇函数

(3)

解：不等式  $f(t^2-2t) + f(2t^2-k) < 0$  等价于  $f(t^2-2t) < f(k-2t^2)$

又  $f(x)$  是  $R$  上的减函数，

所以  $t^2-2t > k-2t^2$

所以  $k < 3t^2-2t$

$$\text{令 } g(t) = 3t^2-2t = 3\left(t-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} \geq -\frac{1}{3}$$

对  $t \in R$  恒成立，所以  $k < -\frac{1}{3}$

即实数  $k$  的取值范围是  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$ .