2022 年 10 月 23 日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的奇函数，当 $x<0$ 时，$f(x)=x-x^2$，则当 $x>0$ 时，$f(x)=$（　）

A．$x-x^2$　　B．$-x-x^2$

C．$-x+x^2$　　D．$x+x^2$

2．已知定义在 R 上的奇函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x+2\right)=-f\left(x\right)$，当 $0\le x\le 1$ 时，$f\left(x\right)=x^2$，则 $f\left(1\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+\cdots+f\left(2021\right)=$（　）

A．2021　　B．0　　C．-1　　D．1

3．2020 年 3 月，国内新冠肺炎疫情得到有效控制，人们开始走出家门享受春光.某旅游景点为吸引游客，推出团体购票优惠方案如下表：

购票人数	1~50	51~100	100 以上
门票价格	13 元/人	11 元/人	9 元/人

两个旅游团队计划游览该景点.若分别购票，则共需支付门票费 1290 元；若合并成个团队购票，则需支付门票费 990 元，那么这两个旅游团队的人数之差为（　）A．20　　B．30　　C．35　　D．40

二、填空题

4．集合 $A=\{x|x\le 5$ 且 $x\ne 1\}$用区间表示____________.

5．已知具有性质：$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$的函数，我们称为满足“倒负”变换的函数，下列函数：① $f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$；② $f\left(x\right)=x+\frac{1}{x}$；③ $f\left(x\right)=\begin{cases}x,0<x<1\\0,x=1\\-\frac{1}{x},x>1\end{cases}$，其中满足“倒负”变换的函数是______.

三、解答题

6．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{\sqrt{3-ax}}{a-1}\left(a\ne 1\right)$.

（1）若 $a>0$，求 $f\left(x\right)$的定义域;

（2）若 $f\left(x\right)$在区间$\left(0,1\right]$上是减函数，求实数 a 的取值范围.

参考答案：

1．D

【分析】利用奇函数的等式$f(-x)=-f(x)$求解.

【详解】因为$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，

所以$f(-x)=-f(x)$，$x\in\mathbf{R}$.

当$x>0$时，$-x<0$，$f(x)=-f(-x)=-\left[(-x)-(-x)^2\right]=x+x^2$.

故选：D.

2．D

【分析】推导出函数$f(x)$是周期为4的周期函数，求出$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(4)$的值，即可得解.

【详解】由$f(x+2)=-f(x)$得$f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，

所以函数$f(x)$是周期为4的周期函数，

又$f(x)$是奇函数，所以$f(1)=1$，$f(2)=-f(0)=0$，$f(3)=f(-1)=-f(1)=-1$，

$f(4)=f(0)=0$，

所以$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=0$，

所以$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2021)=505\times\left[f(1)+f(2)+f(3)+f(4)\right]+f(1)=1$，

故选：D.

3．B

【解析】根据990不能被13整除，得到两个部门的人数之和为$a+b\geq 51$，然后结合门票价格和人数之间的关系，建立方程组，即可求解.

【详解】由题意，990不能被13整除，所以两个部门的人数之和为$a+b\geq 51$，

（1）若$51\leq a+b\leq 100$，则$11(a+b)=990$，可得$a+b=90$，……(1)

由共需支付门票为1290元，可知$11a+13b=1290$,………(2)

联立方程组，可得$b=150,a=-60$（舍去）；

（2）若$a+b\geq 100$，则$9(a+b)=990$，可得$a+b=110$，……(3)

由共需支付门票为1290元，可知$1\leq b\leq 50,51\leq a\leq 100$，可得$11a+13b=1290$，…(4)

联立方程组可得$a=70,b=40$，

所以两个部门的人数之差为$70-40=30$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了函数的实际应用问题，其中解答中认真审题，结合门票价格和人数之间的关系，建立方程组是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力.

4．$(-\infty,1)\cup(1,5]$

【分析】利用区间的定义即可求解.

【详解】因为集合$A=\{x|x\le 5$ 且 $x\ne 1\}$，表示从负无穷到5（包括5）去掉1，所以用区间表示为$(-\infty,1)\cup(1,5]$.

【点睛】本题考查集合与区间的转化，考查区间的定义以及断点的区间表示，属于基础题.

5．①③

【分析】验证①②③中的函数是否满足$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$，由此可得出结论.

【详解】对于①，$\because f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$，该函数的定义域为$\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，

对任意的$x\in\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}-x=-f\left(x\right)$，满足条件；

对于②，$\because f\left(x\right)=x+\frac{1}{x}$，该函数的定义域为$\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，

对任意的$x\in\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x=f\left(x\right)$，不满足条件；

对于③，因为$f\left(x\right)=\begin{cases}x,0<x<1\\0,x=1\\-\frac{1}{x},x>1\end{cases}$，当$0<x<1$时，$\frac{1}{x}>1$，则$f\left(\frac{1}{x}\right)=-x=-f\left(x\right)$，

当$x>1$时，$0<\frac{1}{x}<1$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=-x=-f\left(x\right)$，

当$x=1$时，$f\left(\frac{1}{1}\right)=0=-f\left(1\right)$.

所以，对任意的$x>0$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$.

综上可知，满足“倒负”变换的函数是①③.

故答案为：①③.

6.（1）$\left(-\infty,\frac{3}{a}\right]$；（2）$\left(-\infty,0\right)\cup\left(1,3\right]$.

【分析】（1）根据被开方数是非负数，结合a的范围，即可容易求得结果；

（2）利用复合函数单调性的判断原则，列出不等式，即可容易求得参数范围.

【详解】（1）$a>0,a\neq 1$时，由$3-ax\geq 0$得$x\leq \dfrac{3}{a}$，

即函数$f\left(x\right)$的定义域是$\left(-\infty,\dfrac{3}{a}\right]$.

（2）当$a-1>0$即$a>1$时，令$t=3-ax$

要使$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right]$上是减函数，则函数$t=3-ax$在$\left(0,1\right]$上为减函数，

即$-a<0$，并且$3-a\times 1\geq 0$，解得$1<a\leq 3$；

当$a-1<0$即$a<1$时 ，令$t=3-ax$

要使$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right]$上是减函数，则函数$t=3-ax$在$\left(0,1\right]$为增函数，

即$-a>0$，并且$3\geq 0$，解得$a<0$

综上可知，所求实数a的取值范围是$\left(-\infty,0\right)\cup\left(1,3\right]$.

【点睛】本题考查函数定义域的求解，以及根据函数单调性求参数范围，属综合基础题.

2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．函数 $f(x)=\sqrt{x-5}$ 的定义域是（　　）

A．（-2，　+∞）　　B．（-2，　0）　　C．[5，　+∞）　　D．（0，1]

2．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}1+x^2, & x\le 0\\ 1, & x>0\end{cases}$，若 $f\left(x-4\right)>f\left(2x-3\right)$，则实数 x 的取值范围是（　）

A．$\left(-1,+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,-1\right)$　　C．$\left(-1,4\right)$　　D．$\left(-\infty,1\right)$

3．已知函数 f（x）的定义域为（0，+∞），且 $f\left(x\right)-2f\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x}=-1$，则 f（x）＝（　）

A．$\frac{1}{3}\sqrt{x}+\frac{2}{3}\left(x>0\right)$　　B．$\frac{2}{3}\sqrt{x}+\frac{1}{3}\left(x>0\right)$

C．$\sqrt{x}+1\left(x>0\right)$　　D．$\sqrt{x}-1\left(x>0\right)$

二、填空题

4．函数 $y=\sqrt{x^2-1}$ 的单调递减区间为___________.

5．设函数 $f\left(x\right)=ax^3+bx-1$，且 $f\left(-1\right)=3$，则 $f\left(1\right)$ 等于______.

三、解答题

6．已知二次函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x+1\right)-f\left(x\right)=2x$， $f\left(0\right)=1$.

（1）求 $f\left(x\right)$ 的解析式.

（2）求 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-1,1\right]$ 上的最大值.

参考答案：

1．C

【分析】根据函数解析式可得$x-5\geq 0$，求解即可

【详解】由$f(x)=\sqrt{x-5}$，则$x-5\geq 0$，

解得$x\geqslant 5$

所以函数的定义域为$[5,+\infty)$.

故选：C.

2．C

【分析】根据函数的解析式，分析函数的单调性，进而可将$f(x-4)>f(2x-3)$转化为：

$\begin{cases}x-4<0\\2x-3\geqslant 0\end{cases}$或$x-4<2x-3\leqslant 0$，解得答案.

【详解】$\because$函数$f(x)=\begin{cases}1+x^2,x\leqslant 0\\1,x>0\end{cases}$，

$\therefore$函数在$(-\infty$，$0]$上为减函数，在$(0,+\infty)$上函数值保持不变，

若$f(x-4)>f(2x-3)$，

则$\begin{cases}x-4<0\\2x-3\geqslant 0\end{cases}$或$x-4<2x-3\leqslant 0$，

解得：$x\in(-1,4)$，

故选：C.

【点睛】本题主要考查的知识点是分段函数的解析式、单调性，函数单调性的应用，难度中档.

3．B

【分析】在原等式中把x与$\frac{1}{x}$互换后用解方程组的方法求得$f(x)$.

【详解】$\because f\left(x\right)-2f\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x}=-1$，①$x>0$，

$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right)-2f(x)\cdot\sqrt{\frac{1}{x}}=-1$，②

①②联立方程组可解得$f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x}+\frac{1}{3}$（$x>0$）.

故选：B.

【点睛】本题考查求函数解析式，解题方法是方程组法.

4．$(-\infty,-1]$(或$(-\infty,-1)$都对)

【解析】利用复合函数的单调性，同增异减，即可得到答案；

【详解】令$t=x^2-1$，则$y=\sqrt{t}$，

$\because t=x^2-1$在$(-\infty,-1)$单调递减，$y=\sqrt{t}$在$(0,+\infty)$单调递增，

根据复合函数的单调性可得：$y=\sqrt{x^2-1}$在$(-\infty,-1)$单调递减，

故答案为：$(-\infty,-1)$.

5．-5

【分析】构造函数$g(x)=f(x)+1$，然后利用函数的奇偶性求值.

【详解】设$g(x)=f(x)+1=ax^3+bx$，则$g(-x)=a(-x)^3+b(-x)=-ax^3-bx=-g(x)$，所以$g(x)$是奇函数，

$g(-1)=f(-1)+1=4$，所以$g(-1)=f(-1)+1=-g(1)=-4$，$f(-1)=-5$.

故答案为：-5.

6.（1）$f\left(x\right)=x^2-x+1$；（2）3.

【分析】（1）设$f(x)=ax^2+bx+c$，$\left(a\neq 0\right)$，代入求解$f(x+1)-f(x)=2x$，化简求解系数.

（2）将二次函数配成顶点式，分析其单调性，即可求出其最值.

【详解】（1）设$f\left(x\right)=ax^2+bx+c$，$\left(a\neq 0\right)$，则

$f\left(x+1\right)-f\left(x\right)=a\left(x+1\right)^2+b\left(x+1\right)+c-\left(ax^2+bx+c\right)=2ax+a+b$，

$\therefore$由题$c=1$，$2ax+a+b=2x$恒成立

$\therefore 2a=2$，$a+b=0$，$c=1$得$a=1$，$b=-1$，$c=1$，

$\therefore f\left(x\right)=x^2-x+1$.

（2）由（1）可得$f\left(x\right)=x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$，

所以$f\left(x\right)$在$\left[-1,\frac{1}{2}\right]$单调递减，在$\left[\frac{1}{2},1\right]$单调递增，且$f\left(-1\right)=3$，$f\left(1\right)=1$

$\therefore f\left(x\right)_{\max}=f\left(-1\right)=3$.