2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知 $f(x)=\begin{cases}3x+1, & x\leqslant 1,\\ x^2+3, & x>1,\end{cases}$ 则 $f(3)=$（　）

A．7　　B．2　　C．10　　D．12

2．函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递减，且为奇函数．若 $f(1)=-1$，则满足 $-1\le f(x-2)\le 1$ 的 x 的取值范围是（　）

A．[－2，2]　　B．[－1，2]　　C．[0，4]　　D．[1，3]

3．定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递减，若 $f(1)=-1$，则满足 $-1\le f(x-2)\le 1$ 的 x 的取值范围是（　）．

A．$[-2,2]$　　B．$[-1,1]$

C．$[0,4]$　　D．$[1,3]$

二、填空题

4．集合 $A=\{x|x\le 5$ 且 $x\ne 1\}$用区间表示____________．

5．已知 $\alpha\in\left\{-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,2,3\right\}$.若幂函数 $f(x)=x\alpha$ 为奇函数，且在(0，＋∞)上递减，则 $\alpha=$______.

三、解答题

6．已知函数 $f\left(x\right)=\left|x+a\right|-\sqrt{1-x^2}$．

（1）若 $a=\sqrt{2}$，求函数 $f(x)$ 的零点；

（2）针对实数 a 的不同取值，讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性．

参考答案：

1．D

【分析】根据分段函数的定义计算.

【详解】由题意 $f(3)=3^2+3=12$.

故选：D.

2．D

【分析】根据奇函数的性质，并根据函数的单调性求解即可.

【详解】由函数 $f(x)$ 为奇函数，得 $f(-1)=-f(1)=1$ ，

不等式 $-1\leq f(x-2)\leq 1$ 即为 $f(1)\leq f(x-2)\leq f(-1)$ ，

又 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递减，$\therefore$得 $1\geq x-2\geq -1$ ，即 $1\leq x\leq 3$.

故选：D.

3．D

【解析】由函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数且在 R 单调递减，求得 $f(-1)=1$ ，结合函数的单调性，把不等式 $-1\leq f(x-2)\leq 1$ 转化为 $f(1)\leq f(x-2)\leq f(-1)$ ，得到 $-1\leq x-2\leq 1$ ，即可求解.

【详解】由题意，函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数且在 R 单调递减，

因为 $f(1)=-1$ ，可得 $f(-1)=-f\left(1\right)=1$ ，

要使不等式 $-1\leq f(x-2)\leq 1$ 成立，即 $f(1)\leq f(x-2)\leq f(-1)$ 成立，

则实数 x 满足 $-1\leq x-2\leq 1$ ，解得 $1\leq x\leq 3$ ，

所以实数 x 的取值范围为[1▯3].

故选：D.

【点睛】本题主要考查了函数的奇偶性和单调性的应用，其中解答中结合函数的单调性和奇偶性合理转化为 $f(1)\leq f(x-2)\leq f(-1)$ 是解答的关键，着重考查推理与运算能力.

4． $(-\infty,1)\cup(1,5]$

【分析】利用区间的定义即可求解.

【详解】因为集合 $A=\{x|x\leq 5$ 且 $x\neq 1\}$，表示从负无穷到5（包括5）去掉1，所以用区间表示为 $(-\infty,1)\cup(1,5]$.

【点睛】本题考查集合与区间的转化，考查区间的定义以及断点的区间表示，属于基础题.

5．-1

【分析】根据幂函数 $f\left(x\right)=x^{\alpha}$，当 α 为奇数时，函数为奇函数，$\alpha<0$ 时，函数在(0，＋∞)上递减，即可得出答案.

【详解】解：∵幂函数 $f(x)=x\alpha$ 为奇函数，∴α 可取－1，1，3，

又 $f(x)=x\alpha$ 在(0，＋∞)上递减，∴α＜0，故 α＝－1.

故答案为：-1.

6.（1）$x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$；（2）当 a＝0 时，函数 f（x）为偶函数，当 a≠0 时，函数 f（x）为非奇非偶函数.

【分析】(1) 根据解析式，求得定义域，当 $a=\sqrt{2}$ 时，令 $\left|x+\sqrt{2}\right|-\sqrt{1-x^{2}}=0$，解得 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ∈[-1，1]，所以零点为 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（2）若 f（x）为奇函数，则必有 f（-1）+f（1）＝0，代入求得 a 不存在，若函数 f（x）为偶函数，由 f（-1）＝f（1），解得 a=0，经检验符合题意，即可得答案.

【详解】(1) 根据题意，函数 $f\left(x\right)=\left|x+a\right|-\sqrt{1-x^{2}}$，则有 1-$x^2$≥0，解可得-1≤$x$≤1，

即函数 f（x）的定义域为[-1，1]，

由 $a=\sqrt{2}$，得 $\left|x+\sqrt{2}\right|-\sqrt{1-x^{2}}=0$，

化简得 $2x^{2}+2\sqrt{2}x+1=0$，即 $\left(\sqrt{2}x+1\right)^{2}=0$，则 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ∈[-1，1]，

所以，函数 f（x）的零点为 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）函数 f（x）的定义域为[-1，1]，若函数 f（x）为奇函数，则必有 f（-1）+f（1）＝0；

代入得|a+1|+|a-1|＝0 于是 $\begin{cases}a=1\\a=-1\end{cases}$ 无解，所以函数 f（x）不能为奇函数，

若函数 f（x）为偶函数，由 f（-1）＝f（1）得|-1+a|＝|1+a|解得 a＝0；

又当 a＝0 时，$f\left(x\right)=\left|x\right|-\sqrt{1-x^{2}}$，

则 $f\left(-x\right)=\left|-x\right|-\sqrt{1-x^{2}}=\left|x\right|-\sqrt{1-x^{2}}=f\left(x\right)$；

对任意 x∈[-1，1]都成立，

综上，当 a＝0 时，函数 f（x）为偶函数，当 a≠0 时，函数 f（x）为非奇非偶函数.