高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列幂函数中是偶函数的是（　　）

A． $f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$　　B． $f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}$　　C． $f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}$　　D．f（x）$=x^3$

2．下列幂函数中图象过点(0，0)，(1，1)，且是偶函数的是(　)

A． $y=x^{\frac{1}{2}}$　　B． $y=x^4$　　C． $y=x^{-2}$　　D． $y=x^{\frac{1}{3}}$

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．某同学在研究函数$f(x)=\dfrac{2x}{|x|+1}(x\in R)$时，给出下列结论：①$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=0$对任意$x\in\mathbf{R}$成立；②函数$f\left(x\right)$的值域是$\left(-2,2\right)$；③若$x_1\neq x_2$，则一定有$f\left(x_1\right)\neq f\left(x_2\right)$；④函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-2x$在$R$上有三个零点．则正确结论的序号是_______.

5．给出下面四个条件：①$\begin{cases}0<a<1\\x<0\end{cases}$，②$\begin{cases}0<a<1\\x>0\end{cases}$，③$\begin{cases}a>1\\x<0\end{cases}$，④$\begin{cases}a>1\\x>0\end{cases}$，能使函数$y=\log_a x^{-2}$为单调减函数的是________.

三、解答题

6．已知$f(x)=(m^2-2m-2)x^{m-1}$是幂函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，

(1)求m的值

(2)求函数$g(x)=f(x)-5x+3$在区间$\left[-1,4\right]$上的值域

参考答案：

1．B

【分析】利用幂函数的性质以及偶函数的定义即可求解.

【详解】对于A，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故A不正确;

对于B，$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$，定义域为$R$，且$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

故函数为偶函数，故B正确；

对于C，$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}=\sqrt{x^3}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故C不正确；

对于D，$f\left(x\right)=x^3$，定义域为R，且$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，此函数为奇函数，故D不正确；

故选：B

【点睛】本题考查了幂函数的性质，考查了基本知识的掌握情况，属于基础题.

2．B

【分析】对于A，求得定义域为$[0,+\infty)$，不满足是偶函数；

对于B，判断函数为偶函数，且过点(0，0)，(1，1)，故正确；

对于C，函数$y=x^{-2}$不过点（0，0），故不正确；

对于D，函数为奇函数，不满足偶函数，故不正确.

【详解】解：对于A，由$y=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，可得$x\geq 0$，不满足是偶函数，故不正确；

对于B，由$y=x^4$可得$x\in \mathrm{R}$，且$f(-x)=(-x)^4=x^4=f(x), f(0)=0, f(1)=1$，故满足条件；

对于C，由$y=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$，不过（0，0），故不正确；

对于D，由$y=x^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{x}$，可得$x\in \mathrm{R}$且

$f(-x)=\sqrt[3]{-x}=-\sqrt[3]{x}=-f(x)$，不满足是偶函数，故不正确.

故选：B.

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

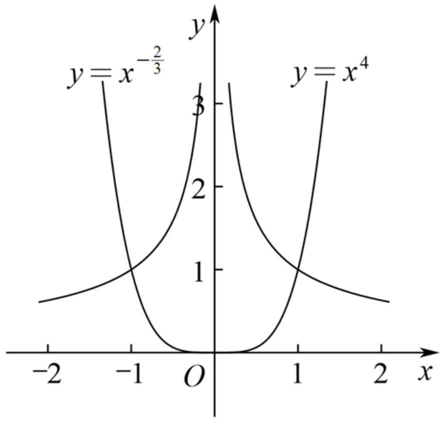
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

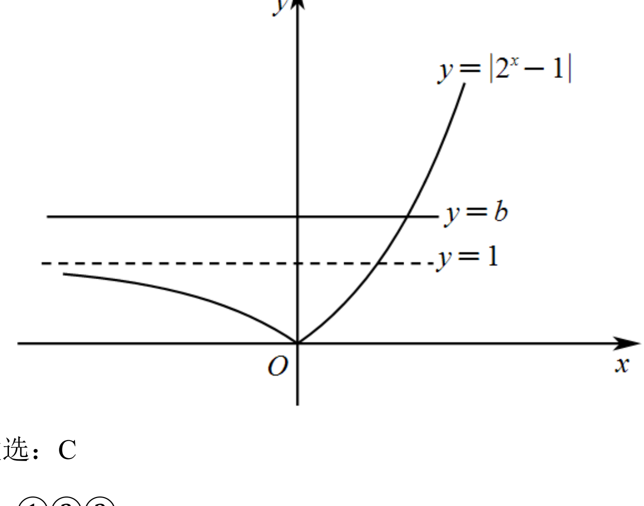
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ ，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．①②③

【分析】由奇偶性判断①，结合①对$x>0$，$x<0$，$x=0$三种情况讨论求值域，判断②，

由单调性判断③，由③可知$f(x)$的图像与函数$y=2x$的图像只有两个交点，进而判断④，从而得出答案．

【详解】①$f\left(-x\right)=\dfrac{-2x}{\left|-x\right|+1}=-\dfrac{2x}{\left|x\right|+1}=-f\left(x\right)$，即$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=0$，故正确；

②当$x>0$时，$f(x)=\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{x}}\in\left(0,2\right)$，由①可知当$x<0$时，$f(x)\in\left(-2,0\right)$，当$x=0$时，

$f\left(0\right)=0$，所以函数$f\left(x\right)$的值域是$\left(-2,2\right)$，正确；

③当$x>0$时，$f(x)=\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{x}}$，由反比例函数的单调性可知，$f(x)$在$\left(0,+\infty\right)$上是增函数，由①可知$f(x)$在$\left(-\infty,0\right)$上也是增函数，所以若$x_1\neq x_2$，则一定有$f\left(x_1\right)\neq f\left(x_2\right)$，正确；

④由③可知$f(x)$的图像与函数$y=2x$的图像只有两个交点，故错误．

综上正确结论的序号是①②③

【点睛】本题考查函数的基本性质，包括奇偶性，单调性，值域等，属于一般题．

5．①④

【分析】令$t=x^{-2}$，则$y=\log_a t$，根据对数函数与幂函数的单调性，以及复合函数的单调性，逐项判定，即可求解．

【详解】令$t=x^{-2}$，则$y=\log_a t$，

当$\begin{cases}0<a<1\\x<0\end{cases}$时，$t=x^{-2}$为增函数，$y=\log_a t$为减函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数$y=\log_a x^{-2}$为减函数，所以①满足条件；

当$\begin{cases}0<a<1\\x>0\end{cases}$时，$t=x^{-2}$为减函数，$y=\log_a t$为减函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数$y=\log_a x^{-2}$为增函数，所以②不满足条件；

当$\begin{cases}a>1\\x<0\end{cases}$时，$t=x^{-2}$为增函数，$y=\log_a t$为增函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为增函数，所以③不满足条件；

当$\begin{cases} a>1 \\ x>0 \end{cases}$时，$t=x^{-2}$ 为减函数，$y=\log_a t$ 为增函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为减函数，所以④满足条件.

故选：①④.

【点睛】本题主要考查了对数函数与幂函数的图象与性质的应用，其中解答中熟记对数函数和幂函数的单调性，以及复合函数的单调性的判定方法是解答的关键，着重考查了推理与论证能力.

6．(1)3

(2)$\left[-\frac{13}{4},9\right]$

【分析】（1）根据幂函数的定义及幂函数的单调性求出 m 即可；

（2）利用二次函数的单调性求函数的最值即可得出值域.

(1)

由题意知$m^2-2m-2=1$，则$m=-1$或3

当$m=-1$时，$f(x)=x^{-2}$ 在$(0,+\infty)$上单调递减，不符合题意，舍去

当$m=3$时，$f(x)=x^2$ 在$(0,+\infty)$上单调递增，符合题意

综上可知，$m=3$；

(2)

$g(x)=x^2-5x+3=(x-\frac{5}{2})^2-\frac{13}{4}$

则$g(x)$在$\left[-1,\frac{5}{2}\right]$上单调递减，在$\left[\frac{5}{2},4\right]$上单调递增

当$x=-1$时，$g(x)_{\max}=g(-1)=9$；当$x=\frac{5}{2}$时，$g(x)_{\min}=g(\frac{5}{2})=-\frac{13}{4}$

综上可知，$g(x)$的值域为$\left[-\frac{13}{4},9\right]$.