

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 下列函数为偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数的是 ()

A. $y = \ln x$ B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ C. $y = x^2 - 1$ D. $y = \frac{1}{x}$

2. 下列函数中, 图像关于 y 轴对称的是 ()

A. $y = \log_2 x$ B. $y = \sqrt{x}$
C. $y = x|x|$ D. $y = x^{-\frac{4}{3}}$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $(-2, 2)$, 则函数 $y = \frac{f(2x)}{e^x}$ 的定义域为_____.

5. 若函数 $f(x) = (m+2)x^a$ 是幂函数, 且其图像过点 $(2, 4)$, 则 $g(x) = \log_a(x^2 + 2mx + 3m)$ 的单调递增区间为_____.

三、解答题

6. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$, $D = \{x | m \leq x \leq m+6\}$.

(1) 求 $\complement_{\mathbb{R}} B$ 及 $A \cap B$;

(2) 若 $B \cup D = \mathbb{R}$, 求实数 m 的取值范围.

参考答案:

1. B

【解析】利用对数函数、指数函数以及幂函数的单调性、奇偶性依次判断即可.

【详解】对于 A, $y = \ln x$, 为非奇非偶函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 故 A 不选;

对于 B, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$, 函数为偶函数; 当 $x > 0$ 时, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 为减函数, 故 B 满足题意;

对于 C, $y = x^2 - 1$, 函数为偶函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 故 C 不选;

对于 D, $y = \frac{1}{x}$, 在定义域内为奇函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 故 D 不选;

故选: B

【点睛】本题考查了判断函数的奇偶性和单调性, 属于基础题.

2. D

【详解】A: $y = \log_2 x$, 图象不关于 y 轴对称;

B: $y = \sqrt{x}$, 图象不关于 y 轴对称;

C: $y = x|x|$, $f(-x) = -x|x| = -f(x)$, 为奇函数, 则不关于 y 轴对称;

D: $y = x^{-\frac{4}{3}}$, $f(x) = x^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x^4}}$, $f(-x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^4}} = f(x)$, 且定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 为偶函数, 关于 y 轴对称,

故选 D.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

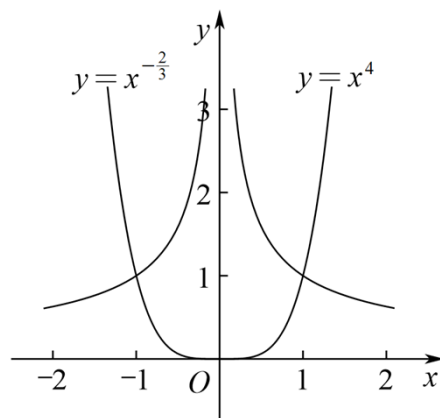
【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 故②对

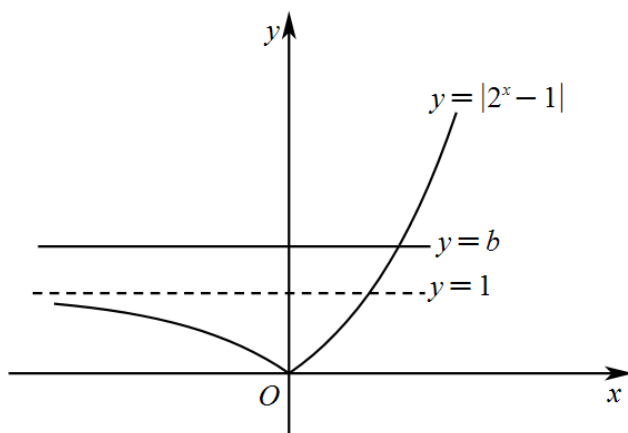
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(-1, 1)$

【分析】由函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $(-2, 2)$ ，得到函数 $y = \frac{f(2x)}{e^x}$ 满足 $\begin{cases} -2 < 2x < 2 \\ e^x \neq 0 \end{cases}$ ，即可求解.

【详解】由题意，函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $(-2, 2)$ ，

则函数 $y = \frac{f(2x)}{e^x}$ 满足 $\begin{cases} -2 < 2x < 2 \\ e^x \neq 0 \end{cases}$ ，解得 $-1 < x < 1$ ，

即函数的定义为 $(-1,1)$.

故答案为： $(-1,1)$.

【点睛】本题主要考查了抽象函数的定义域的求解，其中解答中熟记抽象函数的定义域的求解方法，得函数的解析式有意义的条件是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

5. $(3, +\infty)$

【分析】由题意利用幂函数的定义和性质，先求出函数的解析式，再根据复合函数的单调性即可得结论.

【详解】 \because 函数 $f(x) = (m+2)x^a$ 是幂函数，且其图象过点 $(2,4)$ ，

$\therefore m+2=1$ ，且 $2^a=4$ ，求得 $m=-1$ ， $a=2$ ，可得 $f(x)=x^2$ ，

则函数 $g(x) = \log_a(x^2 + 2mx + 3m) = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ ，

令 $x^2 - 2x - 3 > 0$ ，解得： $x > 3$ 或 $x < -1$ ，且 $y = x^2 - 2x - 3$ 的对称轴是 $x=1$ ，

故函数 $g(x)$ 在 $(3, +\infty)$ 递增，

故答案为： $(3, +\infty)$.

6. (1) $\complement_R B = \{x | -3 \leq x \leq 1\}$ ， $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$ ；(2) $[-5, -3]$.

【分析】(1) 根据补集和交集的运算即可得出答案；

(2) 根据 $B \cup D = R$ ，列出不等式组，即可得出答案.

【详解】(1) \because 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$ ， $B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$ ，

$\therefore \complement_R B = \{x | -3 \leq x \leq 1\}$ ，

$\therefore A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$ ；

(2) $\because B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$ ， $D = \{x | m \leq x \leq m+6\}$ ， $B \cup D = R$ ，

$\therefore \begin{cases} m \leq -3 \\ m+6 \geq 1 \end{cases}$ ，解得 $-5 \leq m \leq -3$.

\therefore 实数 m 的取值范围是 $[-5, -3]$.