高中数学平行组卷2022-10-21

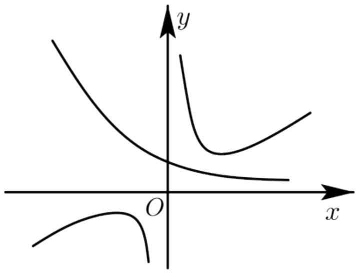
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

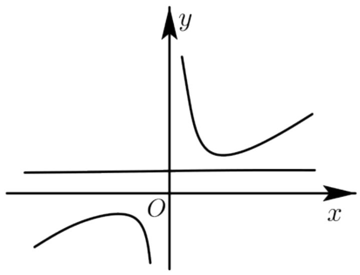
1．设$\alpha=\left\{-1,\frac{1}{2},1,2,3\right\}$，则使得$f\left(x\right)=x^{\alpha}$为奇函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增的$\alpha$的个数是（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

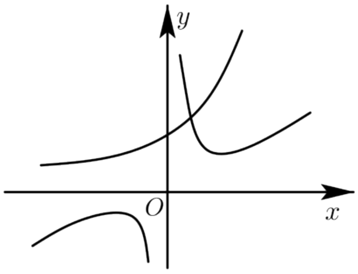
2．已知a是大于0的常数，把函数$y=a^{x}$和$y=\frac{1}{ax}+x$的图像画在同一坐标系中，下列选项中不可能出现的是



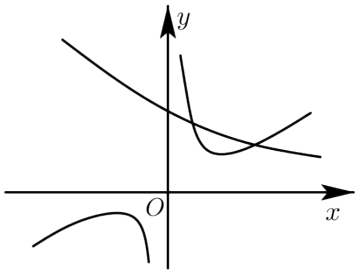
A．



B．



C．



D．

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\frac{1}{x^{2}+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\frac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^{4}$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^{x}-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

二、填空题

4．函数 $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\lg(3-x)}$ 的定义域为____________.

5．已知函数 $f\left(x\right)=a^{x-1}\left(x\geq 0\right)$ 的图象经过点 $(2,\dfrac{1}{2})$,其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$,则函数 $y=f(x)(x\geq 0)$ 的值域是________.

三、解答题

6．若集合 $A=\left\{x\middle|x^2+5x-6=0\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2+\left(2m+1\right)x+m^2-3=0\right\}$.

（1）若 $m=0$，写出 $A\bigcup B$ 的子集;

（2）若 $A\bigcap B=B$，求实数 m 的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】首先根据函数$f\left(x\right)$为奇函数确定α的可能取值，然后根据$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上的单调性确定α的准确值，由此确定正确选项.

【详解】$\because f\left(x\right)=x^{\alpha}$为奇函数，

$\therefore \alpha=-1,1,3$.

又$\because f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上为增函数，$\therefore \alpha=1$或3符合.

所以满足条件α的个数是2个.

故选：B.

2．D

【分析】利用指数函数和对勾函数的图像性质判定.

【详解】若$0<a<1$，则$y'=\dfrac{-1}{ax^2}+1=\dfrac{1}{x^2}(x-\dfrac{1}{\sqrt{a}})(x+\dfrac{1}{\sqrt{a}})$，则函数在$x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{a}}$取极值$\pm\dfrac{2}{\sqrt{a}}$，由于$\dfrac{2}{\sqrt{a}}>1$，函数$y=a^x$过点$\left(0,1\right)$，故 A 正确、D 不正确；

若$a=1$，$y=1$为直线，$y=\dfrac{1}{x}+x$极值为±2，故 B 正确；

若$a>1$，则$y'=\dfrac{1}{x^2}(x-\dfrac{1}{\sqrt{a}})(x+\dfrac{1}{\sqrt{a}})$，则函数在$x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{a}}$取极值$\pm\dfrac{2}{\sqrt{a}}$，故 C 正确.

故选：D.

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

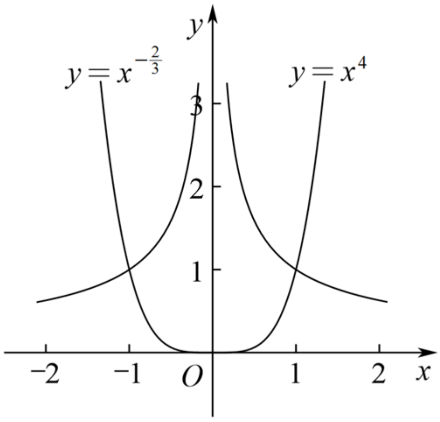
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

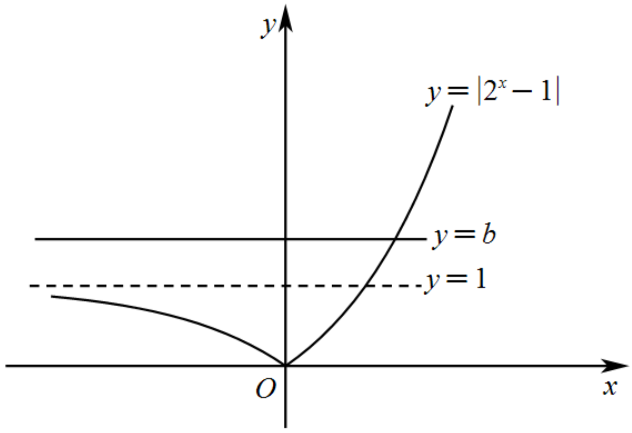
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$(1,1),(-1,1)$，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$(1,1),(-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．$\{x\,|\,1\le x<2$或$2<x<3\}$

【详解】试题分析: 要使函数有意义，需满足$\begin{cases}x-1\ge 0\\3-x>0\end{cases}\therefore 1\le x<3$或$2<x<3$，所以定义域为$\{x\,|\,1\le x<2$或$2<x<3\}$

考点：函数定义域

5．$\left(0,2\right]$

【分析】先利用点$(2,\frac{1}{2})$求出a的值，然后利用指数函数的性质求出答案即可

【详解】因为$f\left(x\right)=a^{x-1}\left(x\geq 0\right)$的图象经过点$(2,\frac{1}{2})$,

所以$\frac{1}{2}=a^{2-1}$，解得$a=\frac{1}{2}$，则$f\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\left(x\geq 0\right)$，

因为$x\geq 0$，所以$x-1\geq -1$，

所以$0<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}\leq 2$，即函数$y=f(x)(x\geq 0)$的值域是$\left(0,2\right]$，

故答案为：$\left(0,2\right]$

6．（1）见解析；（2）$m<-\frac{13}{4}$.

【分析】(1）化简集合 A，B，求出$A\cup B$，写出子集即可；

（2）由$A\cap B=B$知$B\subseteq A$，对集合B中的元素个数分类讨论即可.

【详解】(1）$A=\left\{x\middle|x^2+5x-6=0\right\}=\left\{x\middle|\left(x-1\right)\left(x+6\right)=0\right\}=\{1,-6\}$，

若$m=0$，

则$B\left\{x\middle|x^2+x-3=0\right\}=\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right\}$，

此时$A\cup B=\left\{1,\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{-1-\sqrt{13}}{2},-6\right\}$，

其子集为：$\varnothing$，$\{1\}$，$\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right\}$，$\left\{\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right\}$，$\{-6\}$，$\left\{1,\frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right\}$，$\left\{1,\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right\}$，

$\{1,-6\}$，$\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right\}$，$\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2},-6\right\}$，

$\left\{\frac{-1-\sqrt{13}}{2},-6\right\}$，$\left\{\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{-1-\sqrt{13}}{2},-6\right\}$，$\left\{1,\frac{-1-\sqrt{13}}{2},-6\right\}$，

$\left\{1,\frac{-1+\sqrt{13}}{2},-6\right\}$，$\left\{1,\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right\}$，$\left\{1,\frac{-1+\sqrt{13}}{2},\frac{-1-\sqrt{13}}{2},-6\right\}$；

（2）若$A\cap B=B$，

则$B\subseteq A$，

①若B中没有元素即$B=\varnothing$，

则$\Delta=\left(2m+1\right)^2-4\left(m^2-3\right)<0$，

此时 $m<-\frac{13}{4}$；

②若 B 中只有一个元素，

则 $\Delta=0$，此时 $m=-\frac{13}{4}$，

集合 $B=\left\{\frac{11}{4}\right\}$，故舍；

③若 B 中有两个元素，

则 $\Delta>0$，此时 $m>-\frac{13}{4}$.

因为A 中也有两个元素，且 $B\subseteq A$，

则必有 $B=A=\{1,-6\}$，

由韦达定理得 $\begin{cases}1+(-6)=-(2m+1)\\1\times(-6)=m^2-3\end{cases}$，无解，故舍.

综上所述，当 $m<-\frac{13}{4}$ 时，$A\cap B=B$.

所以实数 m 的取值范围：$m<-\frac{13}{4}$.

【点睛】本题主要考查了集合的并集运算，子集的概念，考查了分类讨论的思想，属于中档题.