高中数学平行组卷2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\log_2 x, x>0,\\ f\left(x+2\right), x\le 0,\end{cases}$，则$f\left(-3\right)=$

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

2．已知定义域为R的偶函数$f(x)$满足$f\left(1+x\right)=f\left(1-x\right)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，则$f\left(-\frac{3}{2}\right)=$（　）

A．$-\frac{3}{2}$　　B．-1　　C．1　　D．$\frac{3}{2}$

3．已知函数$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+1$，若正实数$a$，$b$满足$f(4a)+f(b-1)=2$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$的最小值为（　）

A．4　　B．8　　C．9　　D．13

二、填空题

4．若[a,3a－1]为一确定区间，则a的取值范围是________.

5．若$\alpha\in\left\{-1,1,\frac{1}{2},3\right\}$，则使函数$y=x^\alpha$的定义域为**R**且图象关于原点成中心对称的所有α的值为______.

三、解答题

6．定义在$(-1,1)$上的函数$f(x)$满足：

①对任意x，$y\in(-1,1)$，都有$f(x)+f(y)=f\left(\frac{x+y}{5+3xy}\right)$；②$f(x)$在$(-1,1)$上是单调递减函数，$f(\frac{1}{4})=-1$.

(1)求$f(0)$的值.

(2)求证：$f(x)$为奇函数.

(3)解不等式$f(2x-1)<1$.

参考答案：

1．B

【分析】利用分段函数，通过函数的周期性，转化求解函数值即可．

【详解】函数 f（x）$=\begin{cases} log_2x，x>0 \\ f\left(x+2\right)，x\le 0 \end{cases}$，则 f（-3）=f（-3+2）=f（-1）=f（-1+2）=f（1）=$\log_2 1$=0．

故选 B．

【点睛】本题考查分段函数的应用，函数值的求法，考查计算能力．

2．C

【分析】由函数为偶函数和$f\left(1+x\right)=f\left(1-x\right)$，得到函数的周期为 2 求解．

【详解】解：因为函数$f(x)$是定义域为R的偶函数，

所以$f\left(x\right)=f\left(-x\right)$，

又因为$f\left(1+x\right)=f\left(1-x\right)$，

所以$f\left(2-x\right)=f\left(x\right)$，

则$f\left(2-x\right)=f\left(-x\right)$，即$f\left(2+x\right)=f\left(x\right)$，

所以周期为$T=2$，

因为$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，

$f\left(-\frac{3}{2}\right)=f\left(2-\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，

故选：C

3．C

【分析】由函数$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+1$，知$f(x)$是奇函数，又因为正实数$a$，$b$满足$f(4a)+f(b-1)=2$，所以$4a+b=1$，利用基本不等式求得结果．

【详解】解：由函数$f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+1$，设$g\left(x\right)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$，知$g(-x)=-g(x)$，

所以$g(x)$是奇函数，则$f\left(x\right)+f\left(-x\right)=2$，又因为正实数$a$，$b$满足$f(4a)+f(b-1)=2$，

，所以$4a+b=1$，

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})(4a+b)=5+\frac{4a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 5+4=9$，当且仅当$a=\frac{1}{6}$，$b=\frac{1}{3}$时取到等号．

故选：C．

【点睛】本题考查了函数的奇偶性，基本不等式应用，属于简单题.

4．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

【详解】由题意 3a－1>a，得 a>$\frac{1}{2}$,故填$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

5．1，3##3,1

【分析】利用幂函数的图象和性质判断.

【详解】$y=x^{-1}$的定义域是$\{x\,|\,x\neq 0\}$，不符合题意；

$y=x$的定义域是 R，其是奇函数，图象关于原点成中心对称，符合题意；

$y=x^{\frac{1}{2}}$的定义域是$\{x\,|\,x\geq 0\}$，不符合题意；

$y=x^3$的定义域是 R，且是奇函数，图象关于原点成中心对称，符合题意.

故答案为：1，3

6．(1) $f(0)=0$；

(2)证明见解析；

(3)$\left(\frac{3}{8},1\right)$.

【分析】（1）利用赋值法，即得；

（2）利用函数奇偶性的定义即得；

（3）由题意可知$f\left(-\frac{1}{4}\right)=1$，结合函数的单调性性和函数的定义域列不等式，进而即得.

（1）

令$x=y=0$，得$2f(0)=f(0)$，

所以$f(0)=0$；

（2）

由题可知函数$f(x)$的定义域为$(-1,1)$关于原点对称，

令$y=-x$，得$f(x)+f(-x)=f(0)=0$，

即$f(x)=-f(-x)$，

所以$f(x)$为奇函数；

（3）

因为$f\left(\frac{1}{4}\right)=-1$，$f\left(x\right)$为奇函数，

所以$f\left(-\frac{1}{4}\right)=1$，

所以不等式$f\left(2x-1\right)<1$等价于$f\left(2x-1\right)<f\left(-\frac{1}{4}\right)$，

又因为$f\left(x\right)$在$\left(-1,1\right)$上是减函数，

所以$2x-1>-\frac{1}{4}$，且$-1<2x-1<1$，

解得$\frac{3}{8}<x<1$，

所以不等式的解集为$\left(\frac{3}{8},1\right)$.