

高中数学平行组卷 2022-10-21

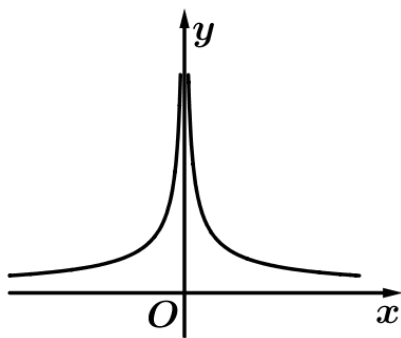
学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 下列幂函数中过点 $(0,0)$, $(1,1)$ 的偶函数是

- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = x^{-2}$ C. $y = x^4$ D. $y = x^{\frac{1}{3}}$

2. 已知幂函数 $y = x^{\frac{p}{3}} (p \in \mathbf{Z})$ 的图象关于 y 轴对称, 如图所示, 则 ()



- A. p 为奇数, 且 $p > 0$ B. p 为奇数, 且 $p < 0$ C. p 为偶数, 且 $p > 0$
D. p 为偶数, 且 $p < 0$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbf{R}, B = \mathbf{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 若函数 $y = f(1-x)$ 的定义域是 $[-3, -1]$, 则 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)$ 的定义域是_____

5. 幂函数 $y = (m^2 - 2m - 2)x^{m^2 - 2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上增函数, 则 $m =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$.

(1)求集合 A 的所有非空子集;

(2)求实数 m 的值组成的集合.

参考答案:

1. C

【分析】对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$; 再根据偶函数的性质对选项进行逐一分析即可

【详解】由题, 对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$, 故排除选项 B;

对于选项 A, 定义域为 $[0, +\infty)$, 故不是偶函数;

对于选项 D, $(-x)^{\frac{1}{3}} = -x^{\frac{1}{3}}$, 是奇函数;

对于选项 C, $(-x)^4 = x^4$, 是偶函数;

故选 C

【点睛】本题考查幂函数的奇偶性, 考查幂函数所过定点的应用, 属于基础题

2. D

【分析】从图象的奇偶性与在第一象限的单调性判断解析式的特征

【详解】因为函数 $y = x^{\frac{p}{3}}$ 的图象关于 y 轴对称,

所以函数 $y = x^{\frac{p}{3}}$ 为偶函数, 即 p 为偶数,

又函数 $y = x^{\frac{p}{3}}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,

且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

则有 $\frac{p}{3} < 0$,

所以 $p < 0$.

故选: D.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

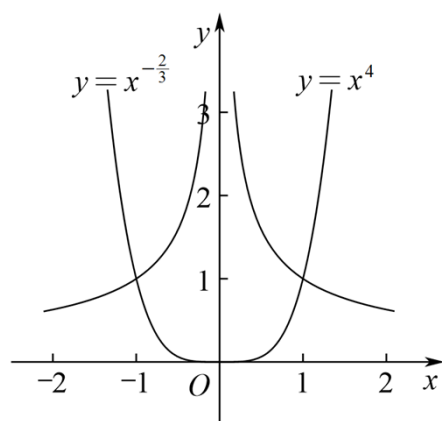
对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射,

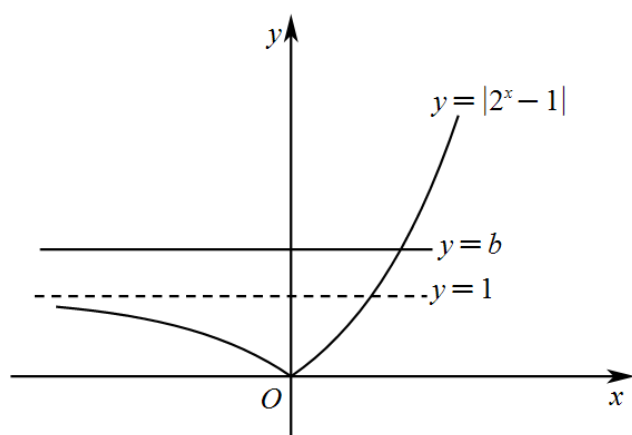
函数的定义, 故①对;

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $\left[\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right]$

【分析】先求出 $f(x)$ 的定义域为 $[2,4]$ ，再解不等式 $2 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq 4$ 即得解.

【详解】由题得 $-3 \leq x \leq -1$ ， $\therefore 1 \leq -x \leq 3$ ，

所以 $2 \leq 1-x \leq 4$ ，

所以 $f(x)$ 的定义域为 $[2, 4]$,

由题得 $2 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq 4$,

所以 $\frac{1}{16} \leq x \leq \frac{1}{4}$.

因为 $x > 0$,

所以 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)$ 的定义域是 $\left[\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right]$.

故答案为 $\left[\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right]$

【点睛】本题主要考查复合函数的定义域的求法, 考查对数函数单调性的应用和对数不等式的解法, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平和分析推理能力.

5. 3

【分析】根据幂函数的定义和单调性, 求得 m 的值.

【详解】由于函数为幂函数, 所以 $m^2 - 2m - 2 = 1$, 解得 $m = 3$ 或 $m = -1$, 当 $m = -1$ 时, 函数为 $y = \frac{1}{x}$, 不满足在 $(0, +\infty)$ 上递增, 故舍去. 当 $m = 3$ 时, $y = x^7$ 符合题意. 综上所述, m 的值为 3.

【点睛】本小题主要考查幂函数的定义, 考查幂函数的单调性, 属于基础题.

6. (1) $\{2\}$, $\{3\}$, $\{2, 3\}$

(2) $\left\{0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$

【分析】(1) 直接求出集合 A , 列举非空子集;

(2) 由 $A \cup B = A$ 得 $B \subseteq A = \{2, 3\}$, 分 $B = \emptyset$ 和 $B \neq \emptyset$ 两种情况讨论, 求出 m .

(1)

$$A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\},$$

所以集合 A 的所有非空子集组成的集合 $\{2\}$, $\{3\}$, $\{2, 3\}$.

(2)

由 $A \cup B = A$ 得 $B \subseteq A = \{2, 3\}$,

①若 $B = \emptyset$, 则 $m = 0$, 满足条件.

②若 $B \neq \emptyset$ ，当 $2 \in B$ 时，得 $m = -\frac{1}{2}$ ；

当 $3 \in B$ 时，得 $m = -\frac{1}{3}$ 。

故所求的集合为 $\left\{0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$ 。