2022年10月23日高中数学作业

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

一、单选题

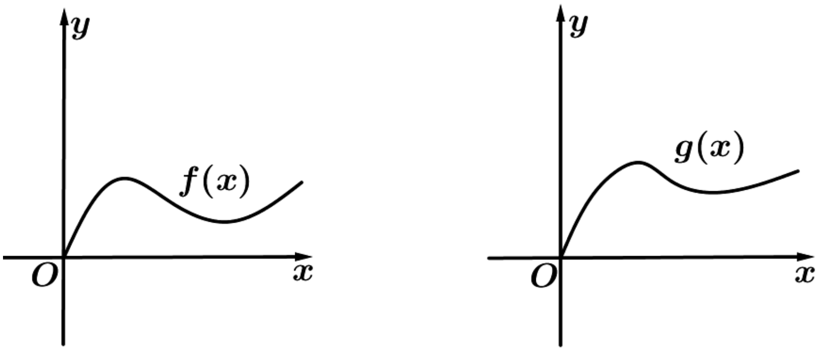
1．若函数 $f(2x+1)=x^2-2x$，则 $f(3)$ 等于（　）

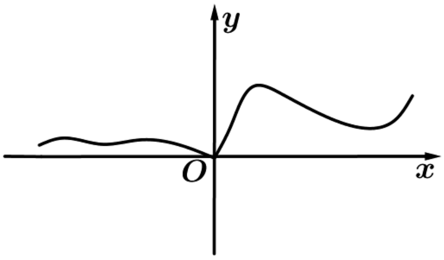
A．-1　　B．0　　C．1　　D．3

2．函数 $f(x)=1-\dfrac{1}{x-2}$ 的值域为（　）

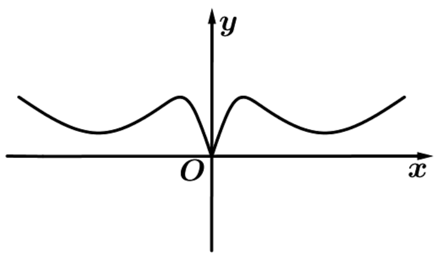
A．$\{y\,|\,y\neq 1\}$　　B．$y\neq 1$　　C．$y\neq 2$　　D．$\{y\,|\,y\neq 2\}$

3．已知 $f\left(x\right)$ 是 R 上的偶函数，$g\left(x\right)$ 是 R 上的奇函数，它们的部分图像如图，则 $f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)$ 的图像大致是（　）

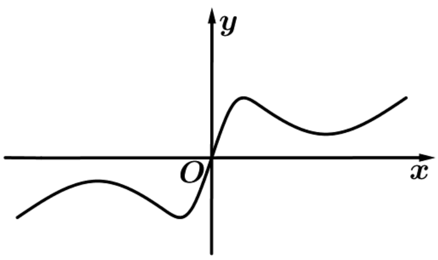




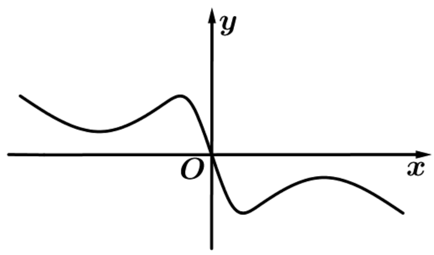
A．



B．



C．



D．

二、填空题

4．已知定义在 $\left(-\infty,+\infty\right)$ 的偶函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 单调递减，$f\left(-1\right)=-\dfrac{1}{2}$，若 $f\left(2x-1\right)\geq-\dfrac{1}{2}$，则 x 取值范围________.

5．已知函数$f(x)=\max\left\{-x^2+4,-x+2,x+3\right\}$，则$f(x)$的最小值为________

三、解答题

6．若函数$f(x)$的定义域为$[0,1]$，求$g(x)=f(x+m)+f(x-m)(m>0)$的定义域.

参考答案：

1．A

【分析】换元法求出函数的解析式，代入计算即可求出结果.

【详解】令 $2x+1=t$，得 $x=\dfrac{t-1}{2}$，所以 $f(t)=\left(\dfrac{t-1}{2}\right)^2-2\times\dfrac{t-1}{2}=\dfrac{1}{4}t^2-\dfrac{3}{2}t+\dfrac{5}{4}$，

从而 $f(3)=\dfrac{1}{4}\times 3^2-\dfrac{3}{2}\times 3+\dfrac{5}{4}=-1$.

故选：A.

2．A

【分析】利用反比例型函数值域求法求解.

【详解】解：函数 $f(x)=1-\dfrac{1}{x-2}$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\neq 2\}$，

所以 $\dfrac{1}{x-2}\neq 0$，则 $y\neq 1$，

所以函数 $f(x)=1-\dfrac{1}{x-2}$ 的值域为 $\{y\,|\,y\neq 1\}$，

故选：A

3．C

【分析】根据函数的奇偶性的定义判断函数 $f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)$ 奇偶性，由此排除部分错误选项，再通过取特殊点，排除其它错误选项.

【详解】又 $f\left(x\right)$ 是 R 上的偶函数，$g\left(x\right)$ 是 R 上的奇函数，

$\therefore$ $f(-x)=f(x)$，$g(-x)=-g(x)$，

$\therefore f(-x)\cdot g(-x)=-f(x)g(x)$

$\therefore$ 函数 $f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，A,B 错，

由图可得当 $x>0$ 时，$f(x)>0$，$g(x)>0$，

$\therefore$ $f(x)\cdot g(x)>0$，D 错，

故选：C.

4．$0\leq x\leq 1$

【分析】根据题意 $f\left(2x-1\right)\geq f\left(-1\right)$，可得 $\left|2x-1\right|\leq 1$，由此能求出 x 取值范围.

【详解】在 $(-\infty,+\infty)$ 的偶函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 单调递减，$f\left(-1\right)=-\dfrac{1}{2}$，

则由 $f(2x-1)\geq -\frac{1}{2}$，得 $f(2x-1)\geq f(-1)$，即 $|2x-1|\leq 1$，

所以 $-1\leq 2x-1\leq 1$，解得 $0\leq x\leq 1$.

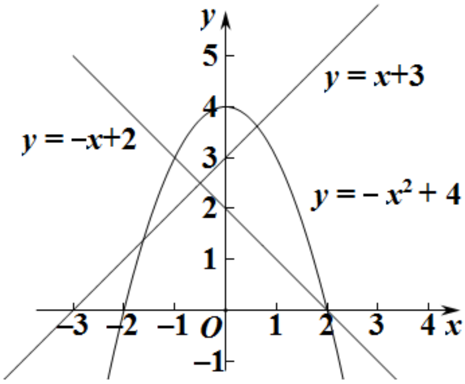
故答案为：$0\leq x\leq 1$

【点睛】本题考查了利用函数的奇偶性、单调性解不等式，考查了基本运算能力，属于基础题.

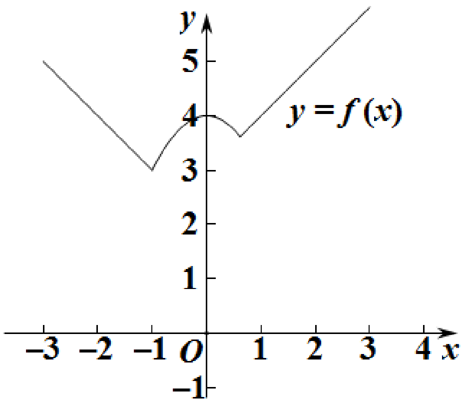
5．3

【分析】在同一坐标系作出 $y=-x^2+4, y=-x+2, y=x+3$ 的图象，然后根据 $f(x)$ 的函数定义得到其函数图象，由图象可求解出 $f(x)$ 的最小值.

【详解】在同一坐标系作出 $y=-x^2+4, y=-x+2, y=x+3$ 的图象如下图：



根据取最大值函数的定义可知 $f(x)$ 的图象如下图所示：



根据 $f(x)$ 的图象可知，$f(x)$ 的最小值在 $y=-x^2+4, y=-x+2$ 的一个交点处取到，

令 $-x^2+4=-x+2$，解得 $x=-1$ 或 $x=2$（舍），

所以 $f(x)_{\min}=-(-1)^2+4=3$，

故答案为：3．

【点睛】思路点睛：求解形如$y=\max\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$（或$y=\min\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$）的函数的最小值（或最大值）的步骤：

（1）根据$f\left(x\right)=g\left(x\right)$，先求解出两个图象交点的横坐标；

（2）根据$f\left(x\right),g\left(x\right)$图象的相对位置对图象进行取舍，由此得到$y=\max\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$（或$y=\min\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$）的函数图象；

（3）直接根据函数图象确定出最大值（或最小值）．

6．分类讨论，答案见解析.

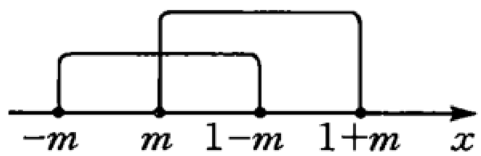
【分析】根据复合函数的定义域的求法，建立不等式组即可得到结论．

【详解】解：$\because f(x)$的定义域为$[0,1]$，$\therefore g(x)=f(x+m)+f(x-m)$中的自变量$x$应满足

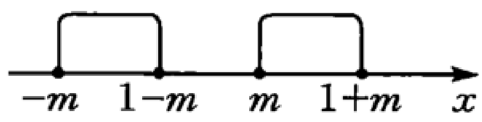
$$\begin{cases}0\leqslant x+m\leqslant 1,\\0\leqslant x-m\leqslant 1,\end{cases}$$

即$\begin{cases}-m\leqslant x\leqslant 1-m,\\m\leqslant x\leqslant 1+m.\end{cases}$

当$1-m=m$，即$m=\dfrac{1}{2}$ 时，$x=\dfrac{1}{2}$ ；当$1-m>m$ ，即$0<m<\dfrac{1}{2}$ 时，$m\leqslant x\leqslant 1-m$ ，如图：



当$1-m<m$，即$m>\dfrac{1}{2}$时，$x\in\varnothing$，如图



综上所述，当$0<m<\dfrac{1}{2}$时，$g(x)$的定义域为$[m,1-m]$；

当$m=\dfrac{1}{2}$时，$g(x)$的定义域为$\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$；当$m>\dfrac{1}{2}$时，函数$g(x)$不存在．

【点睛】本题主要考查函数定义域的求法，根据复合函数的定义域之间的关系是解决本题的关键，属于中档题．