

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 设函数 $f(x)=3x-\frac{1}{x^3}$, 则 $f(x)$ ()

- A. 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递增
- B. 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递减
- C. 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递增
- D. 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递减

2. 已知函数 $f(x)=a^{2x-6}+3$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 的图像经过定点 A, 且点 A 在角 θ 的终边上, 则 $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$
- B. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$
- C. 0
- D. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R}, f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y=x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b>0$ 时, 方程 $|2^x-1|-b=0$ 恒有两个实根.

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x)=\sqrt{\log_2 x-1}$ 的定义域为_____.

5. 一个函数的图像过点 $(1,2)$, 且在 $(0,+\infty)$ 上是增加的, 则这个函数的解析式可以为_____. (至少写 2 个)

三、解答题

6. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{C}|-3\leq x\leq 4\}$, 集合 $B=\{x|m+1\leq x<2m-1\}$.

- (1) 当 C 为自然数集 N 时, 求 A 的真子集的个数;
- (2) 当 C 为实数集 R 时, 且 $A\cap B=\emptyset$, 求 m 的取值范围.

参考答案:

1. A

【分析】由定义可判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 由已知函数的单调性可判断函数 $f(x)$ 的单调性.

【详解】因为 $f(x)=3x-\frac{1}{x^3}$ ($x\neq 0$), 所以对任意 $x\neq 0$,

$$f(-x)=-3x+\frac{1}{x^3}=-\left(3x-\frac{1}{x^3}\right)=-f(x), \text{ 所以 } f(x) \text{ 是奇函数;}$$

因为 $y=x^3$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增, 则 $y=\frac{1}{x^3}$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减, 所以 $f(x)=3x-\frac{1}{x^3}$ 在 $(0,+\infty)$

单调递增.

故选: A.

2. A

【分析】根据指数函数的性质求出点 A , 利用三角函数的定义可得 $\cos\theta=\frac{3}{5}, \sin\theta=\frac{4}{5}$, 结合两角和的余弦公式计算即可.

【详解】令 $2x-6=0$, 解得 $x=3$,

当 $x=3$ 时, $y=a^0+3=4$, 所以 $A(3,4)$,

$$\text{所以 } \cos\theta=\frac{3}{5}, \sin\theta=\frac{4}{5},$$

$$\text{则 } \cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\theta\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\theta$$

$$\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

故选: A

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y=|2^x-1|$ 与 $y=b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R}, f: x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射,

函数的定义, 故①对;

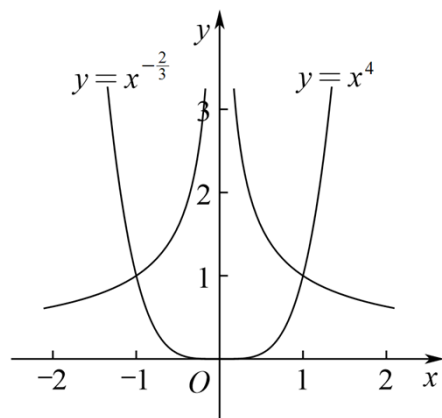
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则 $x-1\in(0,1), \therefore 2x\in(0,1)\Rightarrow x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$, 故②对

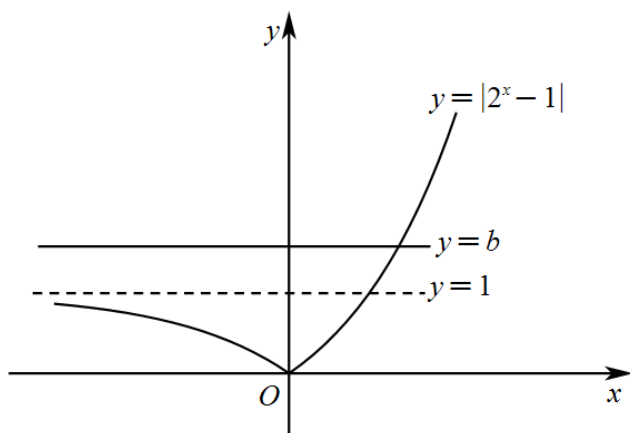
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $[2, +\infty)$

【详解】分析：根据偶次根式下被开方数非负列不等式，解对数不等式得函数定义域.

详解：要使函数 $f(x)$ 有意义，则 $\log_2 x - 1 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$ ，即函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2, +\infty)$.

点睛：求给定函数的定义域往往需转化为解不等式（组）的问题.

5. $y = 2^x$ 、 $y = 2x^2$ （答案不唯一）

【分析】根据指数函数，二次函数的概念求解即可.

【详解】设该函数为 $y = a^x (a > 1)$,

因为函数的图像过点 $(1, 2)$ ，且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的，

解得 $a = 2$ ，

所以该函数为 $y = 2^x$ ；

设该函数为 $y = ax^2 (a > 0)$ ，

因为函数的图像过点 $(1, 2)$ ，且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的，

解得 $a = 2$ ，

所以该函数为 $y = 2x^2$ ；

故答案为： $y = 2^x$ 、 $y = 2x^2$ （答案不唯一）

6. (1) 31； (2) $m \leq 2$ 或 $m > 3$.

【详解】(1) 当 C 为自然数集 N 时， $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 A 有 5 个元素，故 A 的真子集的个数为 $2^5 - 1 = 31$.

(2) 当 C 为实数集 R 时， $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$ ， $\because A \cap B = \emptyset$ ， \therefore ①当 $B = \emptyset$ 时，

$m+1 > 2m-1$ ，解得 $m \leq 2$ ；②当 $B \neq \emptyset$ 时，由 $A \cap B = \emptyset$ 得 $2m-1 \leq 3$ 或 $m+1 > 4$ ，解得 $m \leq 2$ 或 $m > 3$

综上所述 $m \leq 2$ 或 $m > 3$