高中数学平行组卷2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x\right)=x+2$，则 $f\left(3x+2\right)$ 的解析式是

A． $f\left(3x+2\right)=9x+8$　　B． $f\left(3x+2\right)=3x+2$

C． $f\left(3x+2\right)=-3x-4$　　D． $f\left(3x+2\right)=3x+4$

2．幂函数 $y=f\left(x\right)$ 的图像经过点 $\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，若 $f\left(x\right)=\sqrt[3]{2}$.则 $x=$（　）

A．2　　B． $\dfrac{1}{3}$

C． $\sqrt[3]{2}$　　D． $4^{\frac{1}{3}}$

3．设函数 $f'\left(x\right)$ 是偶函数 $f\left(x\right)$ 的导函数，$f\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,+\infty\right)$ 上的唯一零点为2，并且当 $x\in\left(-1,1\right)$ 时，$xf'\left(x\right)+f\left(x\right)<0$，则使得 $f\left(x\right)<0$ 成立的 x 的取值范围是

A． $\left(-2,2\right)$　　B． $\left(-\infty,-2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$　　C． $\left(-1,1\right)$　　D． $\left(-2,0\right)\cup\left(0,2\right)$

二、填空题

4．已知函数 $f(x)=\begin{cases}3x+1,x<2,\\x^2+ax,x\geq 2,\end{cases}$ 若 $f\left(f\left(\dfrac{2}{3}\right)\right)=-6$，则实数 a 的值为__________.

5．已知定义在 $\left(0,1\right)\cup\left(1,2\right)$ 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x\right)+f\left(2-x\right)=0$，且 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,1\right)$ 上单调递增.当 $x\in\left(1,2\right)$ 时，$f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}\ln x+\dfrac{1}{ax}-ax+a(a>-1，a\neq 0)$，则 a 的取值范围是__________.

三、解答题

6．已知函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 的零点 x_0 位于区间 $\left(k,k+1\right)\left(k\in\mathbf{Z}\right)$.

（1）求 k 的值；

（2）由二分法，在精确度为0.1的条件下，可以近似认为函数 $f(x)$ 的零点可取 $(k+0.5,k+0.6)$ 内的每一个值，试求 $x_0\ln\sqrt{x_0}$ 的取值范围.

参考答案：

1．D

【分析】将 x 换为 $3x+2$，代入可得．

【详解】在 f（x）＝$x+2$ 中，将 x 换为 $3x+2$，可得 $f\left(3x+2\right)=3x+4$，

故选 D．

【点睛】本题考查了函数解析式的求解,属于基础题．

2．D

【分析】利用待定系数法求出幂函数 $f(x)$ 的解析式，再求 $f(x)=\sqrt[3]{2}$ 时 x 的值．

【详解】解：设幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$，其图象经过点 $\left(\frac{1}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

$\therefore\left(\frac{1}{3}\right)^{\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

解得 $\alpha=\frac{1}{2}$，

$\therefore f(x)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$；

若 $f(x)=\sqrt[3]{2}$，

则 $\sqrt{x}=\sqrt[3]{2}$，

解得 $x=\sqrt[3]{4}$．

故选：D．

3．A

【分析】令 $g(x)=xf(x)$，判断出 $g(x)$ 是 R 上的奇函数，根据函数的单调性以及奇偶性求出 $f(x)<0$ 的解集即可．

【详解】解：令 $g(x)=xf(x)$，则 $g'(x)=xf'(x)+f(x)$，

当 $x\in(-1,1)$ 时，$xf'(x)+f(x)<0$，即 $g'(x)<0$，

$\therefore g(x)$ 在 $(-1,1)$ 单调递减，

而 $g(-x)=-xf(-x)=-xf(x)=-g(x)$，

$\therefore g(x)$ 在 R 是奇函数，所以 $g(0)=0$，

$\because f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的唯一零点为 2，

所以 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的唯一零点为 2，

即 $g\left(2\right)=0$，所以 $g(-2)=0$，所以当 $0<x<2$ 时，$g(x)<0$，当 $x>2$ 时 $g(x)>0$，当 $x<-2$ 时，

$g(x)<0$，当$-2<x<0$时$g(x)>0$，

即当$0<x<2$时，$xf(x)<0$，当$x>2$时$xf(x)>0$，当$x<-2$时，$xf(x)<0$，当$-2<x<0$时$xf(x)>0$，

所以当$0<x<2$时$f(x)<0$，当$x>2$时$f(x)>0$，当$x<-2$时，$f(x)>0$，当$-2<x<0$时$f(x)<0$，

又当$x\in(-1,1)$时，$xf'(x)+f(x)<0$，且$0\in(-1,1)$，所以$0f'(0)+f(0)<0$，即$f(0)<0$，

综上可得当$x\in(-2,2)$时$f(x)<0$，

故选：A．

4．-5

【分析】先求$f\left(\frac{2}{3}\right)$，进而可得$f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right)$的值，解出实数$a$的值即可．

【详解】$\because f\left(\frac{2}{3}\right)=3\times\frac{2}{3}+1=3$，$\therefore f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right)=f(3)=9+3a=-6$，解得$a=-5$

故答案为：-5

【点睛】本题考查函数求值问题，考查分段函数的应用，属于基础题．

5．$(-1,0)\cup\left[\frac{1}{2},1\right]$

【分析】根据题设易得$f(x)$关于$(1,0)$对称且在$(1,2)$上单调递增，对$f(x)$求导并将问题化为$g(x)=ax^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{a}\le 0$对$x\in(1,2)$恒成立，讨论参数$a$结合二次函数性质确定范围．

【详解】由$f(x)+f(2-x)=0$，则$f(x)$的图象关于$(1,0)$对称，

又$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，故$f(x)$在$(1,2)$上单调递增，

则$f'(x)=\frac{5}{2x}-\frac{1}{ax^2}-a\ge 0$对$x\in(1,2)$恒成立，即$ax^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{a}\le 0$对$x\in(1,2)$恒成立．

设$g(x)=ax^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{a},x\in(1,2)$，而$\Delta=\frac{25}{4}-4\times a\times\frac{1}{a}=\frac{9}{4}>0$，对称轴$x=\frac{5}{4a}$，

当$a>0$时，$\begin{cases} g(1)=a-\frac{5}{2}+\frac{1}{a}\le 0 \\ g(2)=4a-5+\frac{1}{a}\le 0 \end{cases}$，解得$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$．

当$-1<a<0$时，$g(x)<0$对$x\in(1,2)$恒成立．

综上，a 的取值范围为$\left(-1,0\right)\cup\left[\frac{1}{2},1\right]$.

6.（1）$k=2$；（2）$(1.04,1.25)$

【分析】(1)结合函数的单调性及零点存在性定理,易得$f(x)$在区间$\left(2,3\right)$内有唯一零点,即可求得k的值;

（2）由x_0是$f(x)$的零点,可得$\ln x_0=6-2x_0$,进而$x_0\ln\sqrt{x_0}=\frac{1}{2}x_0\ln x_0=\frac{1}{2}x_0(6-2x_0)$,结合二次函数的性质,可求得答案.

【详解】(1)$\because f(x)=\ln x+2x-6$在$\left(k,k+1\right)\left(k\in\mathbf{Z}\right)$内单调递增,

又$f\left(2\right)=\ln 2+2\times 2-6=\ln 2-2<0$, $f\left(3\right)=\ln 3+2\times 3-6=\ln 3>0$,

由函数零点存在性定理可知, $f(x)$在区间$\left(2,3\right)$内有唯一零点.

又$f(x)=\ln x+2x-6$的零点位于$\left(k,k+1\right)\left(k\in\mathbf{Z}\right)$内,

$\therefore k=2$.

（2）$\because x_0$是$f(x)$的零点,即$\ln x_0+2x_0-6=0$, $\therefore \ln x_0=6-2x_0$,

由（1）知$k=2$,则$x_0\in(2.5,2.6)$,

$\therefore x_0\ln\sqrt{x_0}=\frac{1}{2}x_0\ln x_0=\frac{1}{2}x_0(6-2x_0)=x_0(3-x_0)$,

$\because$二次函数$f(x)=x(3-x)$在区间$(2.5,2.6)$上是减函数,

$f(2.5)=2.5\times 0.5=1.25$, $f(2.6)=2.6\times 0.4=1.04$,

$\therefore$函数$f(x)=x(3-x)$在区间$(2.5,2.6)$的值域为$(1.04,1.25)$.

故$x_0(3-x_0)$的取值范围是$(1.04,1.25)$.

【点睛】本题考查了零点存在性定理的应用,考查了函数的单调性与值域,考查了学生的计算求解能力,属于中档题.