

潇潇的 2022 年 10 月 24 日高中数学作业

未命名

一、单选题

1. 已知 $m^{10} = 2$, 则 $m =$ ()

- A. $\sqrt{2^{10}}$ B. $\pm\sqrt{2^{10}}$ C. $\sqrt[10]{2}$ D. $\pm\sqrt[10]{2}$

2. 下列函数中是增函数的为 ()

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

3. 偶函数 $f(x)$ 关于点 $(1, 0)$ 中心对称, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = \frac{1}{3^{x-1}} - 1$, 则

$f(2019) + f(2020) + f(2021) =$ ()

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 6

4. 函数 $y = (a^2 - 4a + 4)a^x$ 是指数函数, 则有 ()

- A. $a = 1$ 或 $a = 3$ B. $a = 1$ C. $a = 3$ D. $a > 0$ 且 $a \neq 1$

二、填空题

5. 已知 $10^m = 2, 10^n = 3$, 则 $10^{\frac{3m-2n}{2}} =$ _____.

6. 计算: $16^{\frac{3}{4}} - 8 \times \left(\frac{64}{49}\right)^{\frac{1}{2}} - 8 \times \left(\frac{8}{7}\right)^{-1} =$ _____.

三、解答题

7. 计算下列各式:

(1) $\left(2\frac{3}{5}\right)^0 + 2^{-2} \times \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} - (0.01)^{0.5}.$

(2) $\left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5} + 0.1^{-2} + \left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} - 3\pi^0 + \frac{37}{48}.$

(3) $(0.064)^{\frac{1}{3}} - \left(-\frac{7}{8}\right)^0 + [(-2)^3]^{\frac{4}{3}} + 16^{-0.75} + |-0.01|^{\frac{1}{2}}.$

8. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}.$

(1) 判断并证明函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 判断并证明 $f(x)$ 在其定义域上的单调性.

参考答案:

1. D

【分析】根据指数幂的运算以及根式的含义，直接可求得答案.

【详解】因为 $m^{10} = 2$ ，故 $m = \pm \sqrt[10]{2}$ ，

故选：D

2. D

【分析】根据基本初等函数的性质逐项判断后可得正确的选项.

【详解】对于 A， $f(x) = -x$ 为 R 上的减函数，不合题意，舍.

对于 B， $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ 为 R 上的减函数，不合题意，舍.

对于 C， $f(x) = x^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 为减函数，不合题意，舍.

对于 D， $f(x) = \sqrt[3]{x}$ 为 R 上的增函数，符合题意，

故选：D.

3. B

【分析】偶函数 $f(x)$ 关于点 $(1, 0)$ 对称，则 $f(x)$ 是周期为 4 的函数，计算出 $f(0)$ 、 $f(1)$ ，

再利用周期可得 $f(2019) + f(2020) + f(2021)$.

【详解】偶函数 $f(x)$ 关于点 $(1, 0)$ 对称，则 $f(-x) = f(x)$ ， $f(2-x) = -f(x) = -f(-x)$ ，

令 $-x = t$ ，则 $f(2+t) = -f(t)$ ，

故 $f(4+t) = -f(2+t) = f(t)$ ，

$f(x)$ 是周期为 4 的函数，

$$f(0) = \frac{1}{3^{0-1}} - 1 = 2, \quad f(1) = \frac{1}{3^{1-1}} - 1 = 0,$$

又 $\because f(2020) = f(0) = 2$ ，

$f(2021) = f(1) = 0$ ，

$f(2019) = f(3) = f(-1) = f(1) = 0$ ，

$\therefore f(2019) + f(2020) + f(2021) = 2$.

故选：B.

4. C

【分析】根据已知条件列不等式，由此求得正确选项.

【详解】由已知得 $\begin{cases} a^2 - 4a + 4 = 1 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} a^2 - 4a + 3 = 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$ ，解得 $a = 3$.

故选：C

5. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【分析】先求得 10^{3m-2n} ，然后求得 $10^{\frac{3m-2n}{2}}$.

【详解】依题意 $10^{3m-2n} = \frac{10^{3m}}{10^{2n}} = \frac{(10^m)^3}{(10^n)^2} = \frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}$ ，

所以 $10^{\frac{3m-2n}{2}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

故答案为： $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

6. -6

【分析】结合指数幂的运算性质，计算即可.

【详解】由题意， $16^{\frac{3}{4}} - 8 \times \left(\frac{64}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} - 8 \times \left(\frac{8}{7}\right)^{-1} = (2^4)^{\frac{3}{4}} - 8 \times \left[\left(\frac{8}{7}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} - 8 \times \frac{7}{8} =$

$2^3 - 8 \times \left(\frac{8}{7}\right)^{-1} - 7 = 8 - 8 \times \frac{7}{8} - 7 = 8 - 7 - 7 = -6$.

故答案为：-6.

7. (1) $\frac{16}{15}$; (2) 100; (3) $\frac{143}{80}$.

【分析】(1) 利用指数的运算性质即可求解.

(2) 利用指数的运算性质即可求解.

(3) 利用指数的运算性质即可求解.

【详解】(1) 原式 $= 1 + \frac{1}{4} \times \left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{16}{15}$.

(2) 原式 $= \left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{0.1^2} + \left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} - 3 + \frac{37}{48}$

$$= \frac{5}{3} + 100 + \frac{9}{16} - 3 + \frac{37}{48} = 100.$$

$$(3) \text{ 原式} = 0.4^{-1} - 1 + (-2)^{-4} + 2^{-3} + 0.1$$

$$= \frac{10}{4} - 1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{143}{80}.$$

【点睛】本题考查了指数的运算性质，需熟记指数的运算性质，属于基础题.

8. (1) 详见解答； (2) 详见解答.

【分析】(1) 求出 $f(-x)$ 判断与 $f(x)$ 的关系，即可得出结论；

(2) 将 $f(x)$ 分离常数，任取 $x_1 < x_2$ ，用作差法比较 $f(x_1), f(x_2)$ 大小，即可得出结论.

【详解】(1) $f(x)$ 的定义域为实数集 R ，

$$f(-x) = \frac{2^{-x} - 1}{2^{-x} + 1} = \frac{1 - 2^x}{1 + 2^x} = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 是奇函数；

$$(2) f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} = 1 - \frac{2}{2^x + 1}, \text{ 设 } x_1 < x_2,$$

$$f(x_1) - f(x_2) = -\frac{2}{2^{x_1} + 1} + \frac{2}{2^{x_2} + 1} = \frac{2(2^{x_1} - 2^{x_2})}{(2^{x_1} + 1) \cdot (2^{x_2} + 1)},$$

$$\because x_1 < x_2, 0 < 2^{x_1} < 2^{x_2}, 2^{x_1} - 2^{x_2} < 0, f(x_1) < f(x_2),$$

所以 $f(x)$ 在实数集 R 上增函数.

【点睛】本题考查函数奇偶性和单调性的证明，意在考查逻辑推理能力，属于基础题.