

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 对于幂函数① $y=x$, ② $y=x^2$, ③ $y=x^3$, ④ $y=x^{-1}$ ⑤ $y=x^{\frac{1}{2}}$, 其中既是奇函数且在 $(0,+\infty)$ 上又是增函数的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 函数 $f(x)=a^{x-2}-3(a>0, \text{且} a\neq 1)$ 的图象恒过定点 ()

A. $(2,-3)$ B. $(3,-3)$ C. $(2,-2)$ D. $(3,-2)$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

①对应: $A=\mathbb{R}, B=\mathbb{R}, f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数;

②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$;

③幂函数 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 与 $y=x^4$ 图像有且只有两个交点;

④当 $b>0$ 时, 方程 $|2^x-1|-b=0$ 恒有两个实根.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 求函数 $y=\sqrt{2+\log_{\frac{1}{2}}x}+\sqrt{\tan x}$ 的定义域为_____.

5. 一个函数的图像过点 $(1,2)$, 且在 $(0,+\infty)$ 上是增加的, 则这个函数的解析式可以为_____. (至少写 2 个)

三、解答题

6. (1) 已知: 集合 $M=\{x|x^2-8x+15=0\}$ 求出集合 M 的所有子集.

(2) $\log_2 \frac{1}{25} \cdot \log_3 \frac{1}{8} \cdot \log_5 \frac{1}{9} + e^0 - 4^{-\frac{3}{2}}$

参考答案:

1. B

【分析】对四个选项中的函数逐个判断可得正确的选项.

【详解】对于①中函数 $y=x$ ，它是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，故①符合；

对于②中函数 $y=x^2$ ，它是偶函数，故②不符合；

对于③中函数 $y=x^3$ ，因 $(-x)^3=-x^3$ ，故该函数是奇函数，

又该函数在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，故③符合；

对于④中函数 $y=x^{-1}$ ，它在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，故④不符合；

对于⑤中函数 $y=x^{\frac{1}{2}}$ ，其定义域为 $[0,+\infty)$ ，定义域不关于原点对称，所以该函数不是奇函数，故⑤不符合.

故选：B.

【点睛】本题考查幂函数的性质，注意幂函数的单调性是由幂指数的正负决定的，当幂函数的幂指数是整数时，它的奇偶性决定了幂函数的奇偶性.

2. C

【详解】由于指数函数 $y=a^x$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象恒过 $(0,1)$ ，

而 $f(x)=a^{x-2}-3$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象可由函数 $y=a^x$ 的图象向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位得到，

$\therefore f(x)=a^{x-2}-3$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象经过定点 $(2,-2)$

选 C

3. C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

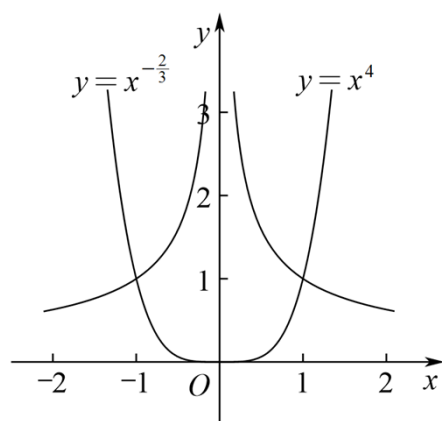
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为 $y=|2^x-1|$ 与 $y=b$ 的图象交点个数的问題，作出图象即可判断.

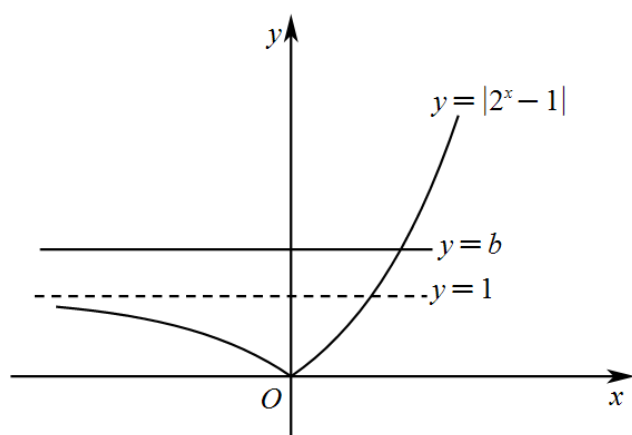
【详解】解：对于①，对应： $A=\mathbb{R}, B=\mathbb{R}, f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi, 4]$

【分析】根据二次根式以及三角函数的性质求出函数的定义域即可.

【详解】由题 $\begin{cases} 2 + \log_{\frac{1}{2}} x \geq 0 \\ \tan x \geq 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \\ \tan x \geq 0 \end{cases}$ 故 $\begin{cases} 0 < x \leq 4 \\ k\pi \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ，解得

$$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi, 4]$$

$$\text{故答案为} \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi, 4]$$

【点睛】本题考查具体函数的定义域,考查对数函数及正切函数性质,准确求解正切函数的不等式是关键,是基础题

$$5. \quad y = 2^x, \quad y = 2x^2 \quad (\text{答案不唯一})$$

【分析】根据指数函数,二次函数的概念求解即可.

【详解】设该函数为 $y = a^x (a > 1)$,

因为函数的图像过点 $(1, 2)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的,

解得 $a = 2$,

所以该函数为 $y = 2^x$;

设该函数为 $y = ax^2 (a > 0)$,

因为函数的图像过点 $(1, 2)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的,

解得 $a = 2$,

所以该函数为 $y = 2x^2$;

故答案为: $y = 2^x, \quad y = 2x^2$ (答案不唯一)

$$6. \quad (1) \quad \emptyset, \{5\}, \{3\}, \{3, 5\} \quad (2) \quad -\frac{89}{8}$$

【分析】(1) 解二次方程求得集合 M , 再写出子集

(2) 利用对数运算性质及指数运算求解即可

【详解】(1) $M = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\} = \{3, 5\}$, 故集合 M 的子集为 $\emptyset, \{5\}, \{3\}, \{3, 5\}$

$$(2) \quad \log_2 \frac{1}{25} \cdot \log_3 \frac{1}{8} \cdot \log_5 \frac{1}{9} + e^0 - 4^{-\frac{3}{2}} =$$

$$\log_2 5^{-2} \cdot \log_3 2^{-3} \cdot \log_5 3^{-2} + 1 - 2^{-3} = -2 \log_2 5 \cdot (-3) \log_3 2 \cdot (-2) \log_5 3 + 1 - \frac{1}{8}$$

$$= -12 \cdot \frac{\lg 5}{\lg 2} \cdot \frac{\lg 2}{\lg 3} \cdot \frac{\lg 3}{\lg 5} + 1 - \frac{1}{8} = -12 + 1 - \frac{1}{8} = -\frac{89}{8}$$

$$\text{故答案为} -\frac{89}{8}$$

【点睛】本题考查集合的子集,考查对数的运算性质,熟记对数换底公式是关键,是基础题

