2022年10月23日高中数学作业

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

一、单选题

1．一次函数 $g(x)$满足 $g[g(x)]=9x+8$，则 $g(x)$的解析式是（　）

A．$g(x)=9x+8$

B．$g(x)=3x-2$

C．$g(x)= -3x-4$ 或 $g(x)=3x+2$

D．$g(x)=3x+8$

2．已知 $f\left(x\right)=\left(m^2-2m-7\right)x^{\frac{m-2}{3}}$ 是幂函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，则满足 $f\left(a-1\right)>1$ 的实数 a 的范围为（　）

A．$\left(-\infty,0\right)$　B．$\left(2,+\infty\right)$　C．$\left(0,2\right)$　D．$\left(-\infty,0\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

3．设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(x)$ 为奇函数，$f\left(x+1\right)$ 为偶函数，当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，$f(x)=ax^2+b$.若 $f\left(3\right)=3$，则 $f\left(\frac{17}{2}\right)=$（　）

A．$\frac{9}{4}$　B．$-\frac{7}{4}$　C．$\frac{3}{2}$　D．$-\frac{15}{4}$

二、填空题

4．函数 $f(x)=\dfrac{ax-1}{\sqrt{ax^2-4ax+2}}$ 的定义域为R，则实数 a 的取值范围为______.

5．已知偶函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，且 $f(-1)=0$，则 $\dfrac{f(x)}{x}<0$ 的解集__________

三、解答题

6．函数 $f\left(x\right)=\left(x-2\right)\left|x+a\right|$（$a\in R$）.

(1)当 $a=1$ 时，

①求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间；

②求函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-4,1\right]$ 的值域；

(2)当 $x\in\left[-3,3\right]$ 时，记函数 $f\left(x\right)$ 的最大值为 $g\left(a\right)$，求 $g\left(a\right)$ 的表达式.

参考答案：

1．C

【分析】利用待定系数法可求出结果.

【详解】因为 $g(x)$是一次函数，

所以设 $g(x)=kx+b(k\neq 0)$，

所以 $g[g(x)]=k(kx+b)+b$，

又因为 $g[g(x)]=9x+8$，所以$\begin{cases}k^2=9,\\kb+b=8,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=3,\\b=2\end{cases}$或$\begin{cases}k=-3,\\b=-4,\end{cases}$

所以 $g(x)=3x+2$ 或 $g(x)=-3x-4$.

故选：C

2．D

【分析】由幂函数的定义求得m的可能取值，再由单调性确定m的值，得函数解析式，结合奇偶性求解.

【详解】由题意$m^2-2m-7=1$，解得$m=4$或$m=-2$，

又$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$\dfrac{m-2}{3}>0$，$m>2$，

所以$m=4$，$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$，易知$f(x)$是偶函数，

所以由$f(a-1)>1$得$|a-1|>1$，解得$a<0$或$a>2$.

故选：D.

3．B

【分析】根据题意，化简整理，可求得$f(x)$的周期，代入特殊值，即可求得 a，b 的值，即可得$f(x)$的解析式，代入所求，化简整理，即可得答案.

【详解】由题意得$-f(x)=f(-x)$，$f(x+1)=f(-x+1)$，

所以$f(x+2)=f[-(x+1)+1]=f(-x)=-f(x)$①，

所以$f(x+4)=-f(x+2)$②，

①②联立可得：$f(x+4)=f(x)$，即$f(x)$的周期为4，

又$f(2)=f(0)=0$，$f(3)=f(-1)=-f(1)$，

所以$4a+b=0$且$a+b=-3$，解得$a=1$，$b=-4$，即$f(x)=x^2-4$

所以$f\left(\frac{17}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{7}{4}$.

故选：B

4．$\left[0,\frac{1}{2}\right)$

【分析】利用函数的定义域为R,转化为$ax^2-4ax+2>0$恒成立,然后通过分类讨论$a\neq 0$和$a=0$两种情况分别求得a的取值范围，可得答案.

【详解】$f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-4ax+2}}$的定义域为$R$是使$ax^2-4ax+2>0$在实数集$R$上恒成立.

若$a=0$时，$2>0$恒成立，所以$a=0$满足题意，

若$a\neq 0$时,要使$ax^2-4ax+2>0$恒成立,则有$\begin{cases} a>0 \\ \Delta=16a^2-8a<0 \end{cases}$

解得$0<a<\frac{1}{2}$.

综上,即实数a的取值范围是$[0,\frac{1}{2})$.

故答案为: $[0,\frac{1}{2})$.

5．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$

【分析】分$x>0$和$x<0$两种情况讨论x的范围，根据函数的单调性可得到答案.

【详解】因为$f(x)$是偶函数，且$f(-1)=0$，所以$f(1)=f(-1)=0$，

又$f(x)$在$(0,+\infty)$上是减函数，所以$f(x)$在$(-\infty,0)$上是增函数，

①当$x>0$时，由$\frac{f(x)}{x}<0$得$f(x)<0$，又由于$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数，且$f(1)=0$，所以$f(x)<f(1)$，得$x>1$；

②当$x<0$时，由$\frac{f(x)}{x}<0$得$f(x)>0$，又$f(-1)=0$，$f(x)$在$(-\infty,0)$上是增函数，所以$f(x)>f(-1)$，所以$-1<x<0$.

综上，原不等式的解集为：$(-1,0)\cup(1,+\infty)$.

故答案为：$(-1,0)\cup(1,+\infty)$.

【点睛】方法点睛: 本题主要考查函数相关性质，利用函数性质解不等式，运用函数的奇偶性与单调性的关系是进行区间转换的一种有效手段.奇函数在对称区间上的单调性相同，且$f(-x)=-f(x)$.偶函数在对称区间上的单调性相反，且$f(x)=f(-x)=f(|x|)$..

6．(1)①$f\left(x\right)$的单调递增区间为$\left(-\infty,-1\right]$，$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$；单调递减区间为$\left[-1,\frac{1}{2}\right]$；②$\left[-18,0\right]$

(2)$g\left(a\right)=\begin{cases}a+3,a\geq -2\sqrt{2}\\ \dfrac{a^2+4a+4}{4},-4<a<-2\sqrt{2}\\ -a-3,a\leq -4\end{cases}$

【分析】（1）①分别在$x\leq -1$和$x>-1$两种情况下，结合二次函数的单调性可确定结果；

②根据①中单调性可确定最值点，由最值可确定值域；

（2）分别在$-a\geq 3$、$-a\leq 2$、$2<-a<3$三种情况下，结合二次函数对称轴位置与端点值的大小关系可确定最大值，由此得到$g\left(a\right)$.

(1)

当$a=1$时，$f\left(x\right)=\left(x-2\right)\left|x+1\right|$；

①当$x\leq -1$时，$f\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(-x-1\right)=-x^2+x+2$，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left(-\infty,-1\right]$上单调递增；

当$x>-1$时，$f\left(x\right)=\left(x-2\right)\left(x+1\right)=x^2-x-2$，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$上单调递减，在$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$上单调递增；

综上所述：$f\left(x\right)$的单调递增区间为$\left(-\infty,-1\right]$，$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$；单调递减区间为$\left[-1,\frac{1}{2}\right]$

②由①知：$f\left(x\right)$在$\left[-4,-1\right]$上单调递增，在$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{1}{2},1\right]$上单调递增，

$\therefore f\left(x\right)_{\min}=\min\left\{f\left(-4\right),f\left(\frac{1}{2}\right)\right\}$，$f\left(x\right)_{\max}=\max\left\{f\left(-1\right),f\left(1\right)\right\}$；

$\because f\left(-4\right)=-18$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{9}{4}$，$f\left(-1\right)=0$，$f\left(1\right)=-2$，

$\therefore f\left(x\right)_{\min}=-18$，$f\left(x\right)_{\max}=0$，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left[-4,1\right]$上的值域为$\left[-18,0\right]$.

(2)

由题意得：$f\left(x\right)=\begin{cases}\left(x-2\right)\left(x+a\right)=x^2+\left(a-2\right)x-2a,x\geq -a\\ -\left(x-2\right)\left(x+a\right)=-x^2+\left(2-a\right)x+2a,x<-a\end{cases}$

①当$-a \ge 3$，即$a \le -3$时，$f(x) = -x^2 + (2-a)x + 2a$，对称轴为$x = \frac{2-a}{2} \ge \frac{5}{2}$；

当$\frac{2-a}{2} \ge 3$，即$a \le -4$时，$f(x)$在$[-3,3]$上单调递增，

$\therefore g(a) = f(3) = -a-3$；

当$\frac{5}{2} \le \frac{2-a}{2} < 3$，即$-4 < a \le -3$时，$f(x)$在$\left[-3,\frac{2-a}{2}\right)$上单调递增，在$\left(\frac{2-a}{2},3\right]$上单调递减，

$\therefore g(a) = f\left(\frac{2-a}{2}\right) = \frac{a^2+4a+4}{4}$；

②当$-a \le 2$，即$a \ge -2$时，若$x \in [-3,2]$，$f(x) \le 0$；若$x \in (2,3]$，$f(x) > 0$；

$\because$当$x \in (2,3]$时，$f(x) = x^2 + (a-2)x - 2a$，对称轴$x = \frac{2-a}{2} \le 2$，

$\therefore f(x)$在$(2,3]$上单调递增，

$\therefore g(a) = f(3) = a+3$；

③当$2 < -a < 3$，即$-3 < a < -2$时

$f(x)$在$\left[-3,\frac{2-a}{2}\right)$上单调递增，在$\left(\frac{2-a}{2},-a\right)$上单调递减，在$(-a,3]$上单调递增，

$\therefore g(a) = \max\left\{f(3), f\left(\frac{2-a}{2}\right)\right\} = \max\left\{a+3, \frac{a^2+4a+4}{4}\right\}$，

若$a+3 \ge \frac{a^2+4a+4}{4}$，即$-2\sqrt{2} \le a < -2$时，$g(a) = a+3$；

若$a+3 < \frac{a^2+4a+4}{4}$，即$-3 < a < -2\sqrt{2}$时，$g(a) = \frac{a^2+4a+4}{4}$；

综上所述：$g(a) = \begin{cases} a+3, a \ge -2\sqrt{2} \\ \frac{a^2+4a+4}{4}, -4 < a < -2\sqrt{2} \\ -a-3, a \le -4 \end{cases}$.

高中数学平行组卷2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x\right)=x+2$，则 $f\left(3x+2\right)$ 的解析式是

A． $f\left(3x+2\right)=9x+8$　　B． $f\left(3x+2\right)=3x+2$

C． $f\left(3x+2\right)=-3x-4$　　D． $f\left(3x+2\right)=3x+4$

2．幂函数 $y=f\left(x\right)$ 的图像经过点 $\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$，若 $f\left(x\right)=\sqrt[3]{2}$.则 $x=$（　）

A． 2　　B． $\dfrac{1}{3}$

C． $\sqrt[3]{2}$　　D． $4^{\frac{1}{3}}$

3．设函数 $f'\left(x\right)$ 是偶函数 $f\left(x\right)$ 的导函数，$f\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,+\infty\right)$ 上的唯一零点为2，并且当 $x\in\left(-1,1\right)$ 时，$xf'\left(x\right)+f\left(x\right)<0$，则使得 $f\left(x\right)<0$ 成立的 x 的取值范围是

A． $\left(-2,2\right)$　　B． $\left(-\infty,-2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$　C． $\left(-1,1\right)$　　D． $\left(-2,0\right)\cup\left(0,2\right)$

二、填空题

4．已知函数 $f(x)=\begin{cases}3x+1, x<2,\\ x^2+ax, x\geq 2,\end{cases}$ 若 $f\left(f\left(\dfrac{2}{3}\right)\right)=-6$，则实数 a 的值为__________.

5．已知定义在 $\left(0,1\right)\cup\left(1,2\right)$ 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(x\right)+f\left(2-x\right)=0$，且 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,1\right)$ 上单调递增.当 $x\in\left(1,2\right)$ 时，$f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}\ln x+\dfrac{1}{ax}-ax+a(a>-1，a\neq 0)$，则 a 的取值范围是___________.

三、解答题

6．已知函数 $f(x)=\ln x+2x-6$ 的零点 x_0 位于区间 $\left(k,k+1\right)\left(k\in\mathbf{Z}\right)$.

（1）求 k 的值；

（2）由二分法，在精确度为0.1的条件下，可以近似认为函数 $f(x)$ 的零点可取 $(k+0.5,k+0.6)$ 内的每一个值，试求 $x_0\ln\sqrt{x_0}$ 的取值范围.

参考答案：

1．D

【分析】将 x 换为$3x+2$，代入可得．

【详解】在f（x）$=x+2$中，将 x 换为$3x+2$，可得$f\left(3x+2\right)=3x+4$，

故选D．

【点睛】本题考查了函数解析式的求解,属于基础题．

2．D

【分析】利用待定系数法求出幂函数$f(x)$的解析式，再求$f(x)=\sqrt[3]{2}$时x的值．

【详解】解：设幂函数$f(x)=x^{\alpha}$，其图象经过点$\left(\frac{1}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，

$\therefore\left(\frac{1}{3}\right)^{\alpha}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

解得$\alpha=\frac{1}{2}$，

$\therefore f(x)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$；

若$f(x)=\sqrt[3]{2}$，

则$\sqrt{x}=\sqrt[3]{2}$，

解得$x=\sqrt[3]{4}$．

故选：D．

3．A

【分析】令$g(x)=xf(x)$，判断出$g(x)$是R上的奇函数，根据函数的单调性以及奇偶性求出$f(x)<0$的解集即可．

【详解】解：令$g(x)=xf(x)$，则$g'(x)=xf'(x)+f(x)$，

当$x\in(-1,1)$时，$xf'(x)+f(x)<0$，即$g'(x)<0$，

$\therefore g(x)$在$(-1,1)$单调递减，

而$g(-x)=-xf(-x)=-xf(x)=-g(x)$，

$\therefore g(x)$在R是奇函数，所以$g(0)=0$，

$\because f(x)$在区间$(0,+\infty)$上的唯一零点为 2，

所以$g(x)$在区间$(0,+\infty)$上的唯一零点为 2，

即$g\left(2\right)=0$，所以$g(-2)=0$，所以当$0<x<2$时，$g(x)<0$，当$x>2$时$g(x)>0$，当$x<-2$时，

$g(x)<0$，当$-2<x<0$时$g(x)>0$，

即当$0<x<2$时，$xf(x)<0$，当$x>2$时$xf(x)>0$，当$x<-2$时，$xf(x)<0$，当$-2<x<0$时$xf(x)>0$，

所以当$0<x<2$时$f(x)<0$，当$x>2$时$f(x)>0$，当$x<-2$时，$f(x)>0$，当$-2<x<0$时$f(x)<0$，

又当$x\in(-1,1)$时，$xf'\left(x\right)+f\left(x\right)<0$，且$0\in\left(-1,1\right)$，所以$0f'(0)+f\left(0\right)<0$，即$f\left(0\right)<0$，

综上可得当$x\in(-2,2)$时$f(x)<0$，

故选：A．

4．-5

【分析】先求$f\left(\frac{2}{3}\right)$，进而可得$f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right)$的值，解出实数$a$的值即可．

【详解】$\because f\left(\frac{2}{3}\right)=3\times\frac{2}{3}+1=3$，$\therefore f\left(f\left(\frac{2}{3}\right)\right)=f\left(3\right)=9+3a=-6$，解得$a=-5$

故答案为：-5

【点睛】本题考查函数求值问题，考查分段函数的应用，属于基础题．

5．$\left(-1,0\right)\cup\left[\frac{1}{2},1\right]$

【分析】根据题设易得$f\left(x\right)$关于$\left(1,0\right)$对称且在$\left(1,2\right)$上单调递增，对$f\left(x\right)$求导并将问题化为$g(x)=ax^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{a}\le 0$对$x\in\left(1,2\right)$恒成立，讨论参数$a$结合二次函数性质确定范围.

【详解】由$f\left(x\right)+f\left(2-x\right)=0$，则$f\left(x\right)$的图象关于$\left(1,0\right)$对称，

又$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right)$上单调递增，故$f\left(x\right)$在$\left(1,2\right)$上单调递增，

则$f'\left(x\right)=\frac{5}{2x}-\frac{1}{ax^2}-a\ge 0$对$x\in\left(1,2\right)$恒成立，即$ax^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{a}\le 0$对$x\in\left(1,2\right)$恒成立.

设$g\left(x\right)=ax^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{a},x\in\left(1,2\right)$，而$\Delta=\frac{25}{4}-4\times a\times\frac{1}{a}=\frac{9}{4}>0$，对称轴$x=\frac{5}{4a}$，

当$a>0$时，$\begin{cases}g(1)=a-\frac{5}{2}+\frac{1}{a}\le 0\\ g(2)=4a-5+\frac{1}{a}\le 0\end{cases}$，解得$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$.

当$-1<a<0$时，$g\left(x\right)<0$对$x\in\left(1,2\right)$恒成立.

综上，a的取值范围为$\left(-1,0\right)\cup\left[\frac{1}{2},1\right]$.

6．（1）$k=2$；（2）$(1.04,1.25)$

【分析】(1)结合函数的单调性及零点存在性定理,易得$f(x)$在区间$\left(2,3\right)$内有唯一零点,即可求得k的值;

（2）由x_0是$f(x)$的零点,可得$\ln x_0=6-2x_0$,进而$x_0\ln\sqrt{x_0}=\frac{1}{2}x_0\ln x_0=\frac{1}{2}x_0(6-2x_0)$,结合二次函数的性质,可求得答案.

【详解】(1)$\because f(x)=\ln x+2x-6$在$\left(k,k+1\right)\left(k\in\mathbf{Z}\right)$内单调递增,

又$f\left(2\right)=\ln 2+2\times 2-6=\ln 2-2<0$, $f\left(3\right)=\ln 3+2\times 3-6=\ln 3>0$,

由函数零点存在性定理可知, $f(x)$在区间$\left(2,3\right)$内有唯一零点.

又$f(x)=\ln x+2x-6$的零点位于$\left(k,k+1\right)\left(k\in\mathbf{Z}\right)$内,

$\therefore k=2$.

（2）$\because x_0$是$f(x)$的零点,即$\ln x_0+2x_0-6=0$, $\therefore\ln x_0=6-2x_0$,

由（1）知$k=2$,则$x_0\in(2.5,2.6)$,

$\therefore x_0\ln\sqrt{x_0}=\frac{1}{2}x_0\ln x_0=\frac{1}{2}x_0(6-2x_0)=x_0(3-x_0)$,

$\because$二次函数$f(x)=x(3-x)$在区间$(2.5,2.6)$上是减函数,

$f(2.5)=2.5\times 0.5=1.25$, $f(2.6)=2.6\times 0.4=1.04$,

$\therefore$函数$f(x)=x(3-x)$在区间$(2.5,2.6)$的值域为$(1.04,1.25)$.

故$x_0(3-x_0)$的取值范围是$(1.04,1.25)$.

【点睛】本题考查了零点存在性定理的应用,考查了函数的单调性与值域,考查了学生的计算求解能力,属于中档题.

2022年10月23日高中数学作业

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

一、单选题

1．函数 $f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{x-2}$ 的定义域为（　）

A．$\left[0,2\right)$　　B．$\left(2,+\infty\right)$

C．$\left[\dfrac{1}{2},2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

2．已知 $f\left(x\right)$ 是定义在 $\left(-2,2\right)$ 上的单调递减函数，且 $f\left(2a-3\right)<f\left(a-2\right)$ ，则实数 a 的取值范围是（　）

A．$\left(0,4\right)$　　B．$\left(1,+\infty\right)$　　C．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2}\right)$　　D．$\left(1,\dfrac{5}{2}\right)$

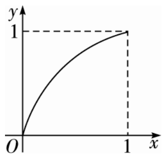
3．若幂函数 $f\left(x\right)=\left(a^2-5a-5\right)x^{-\frac{1}{2}a}$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，则 $a=$（　）

A．1　　B．6　　C．2　　D．-1

二、填空题

4．已知函数 $f(x)=x^3$，则不等式 $f(x^2-2x)\le 27$ 的解集为____________．

5．已知定义在区间[0,1]上的函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示．对满足 $0<x_1<x_2<1$ 的任意 x_1，x_2，给出下列结论：



①$f(x_1)-f(x_2)>x_1-x_2$；

②$f(x_1)-f(x_2)<x_1-x_2$；

③$x_2f(x_1)>x_1f(x_2)$；

④$\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}<f(\dfrac{x_1+x_2}{2})$．

其中正确结论的序号是________．

三、解答题

6．已知幂函数 $f\left(x\right)=x^{4m-m^2}$（$m\in Z$）的图像关于 y 轴对称，且 $f\left(2\right)<f\left(3\right)$．

（1）求m的值及函数$f\left(x\right)$的解析式；

（2）若$f\left(a+2\right)<f\left(1-2a\right)$，求实数$a$的取值范围.

参考答案：

1．C

【分析】根据被开方数是非负数，以及分母不为零，即可容易求得结果.

【详解】由$\begin{cases}2x-1\geq 0\\x-2\neq 0\end{cases}$，解得$x\geq\frac{1}{2}$且$x\neq 2$.

∴函数$f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}+\frac{1}{x-2}$的定义域为$\left[\frac{1}{2},2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$.

故选：C.

【点睛】本题考查具体函数定义域的求解，属简单题.

2．D

【分析】根据函数自变量的定义域以及函数单调递减列式，求出a的取值范围.

【详解】$\because f\left(x\right)$是定义在$\left(-2,2\right)$上的单调递减函数，且$f\left(2a-3\right)<f\left(a-2\right)$，

则$\begin{cases}2a-3>a-2\\-2<a-2<2\\-2<2a-3<2\end{cases}$，解得$1<a<\frac{5}{2}$

故选：D..

3．D

【分析】根据幂函数的系数等于1，以及x的指数位置大于0即可求解.

【详解】因为函数$f\left(x\right)=\left(a^2-5a-5\right)x^{-\frac{1}{2}a}$是幂函数，

所以$a^2-5a-5=1$，解得$a=-1$或$a=6$.

当$a=-1$时，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增；

当$a=6$时，$f\left(x\right)=x^{-3}$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减，

所以$a=-1$.

故选：D.

4．$\left[-1,3\right]$

【分析】由$f(x)=x^3$的单调性可得结果.

【详解】因为$f(x)=x^3$是R上的增函数，所以

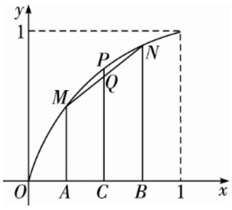
$f\left(x^2-2x\right)\leq 27\Leftrightarrow f\left(x^2-2x\right)\leq f\left(3\right)\Leftrightarrow x^2-2x\leq 3\Leftrightarrow -1\leq x\leq 3$.

故答案为：$[-1,3]$.

5．③④

【分析】根据题意可作出函数 $y=f(x)$ 的图象，根据直线的斜率的几何意义，利用数形结合的思想

研究函数的单调性与最值即可得到结论.

【详解】

由于 $k=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ 表示函数图象上两点$(x_1，f(x_1))$，$(x_2，f(x_2))$连线的斜率，当 x_1 和 x_2 都接近于零时，由图象可知 k>1，

当 x_1 和 x_2 都接近于 1 时，$k<1$，

故①②均不正确；

当 $0<x_1<x_2<1$ 时，根据斜率关系有 $\frac{f(x_1)}{x_1}>\frac{f(x_2)}{x_2}$，

即 $x_2f(x_1)>x_1f(x_2)$，所以③正确；

在区间(0,1)上任取两点 A、B，其横坐标分别为 x_1，x_2，过 A、B 分别作 x 轴的垂线，

与曲线交于点 M、N，取 AB 中点 C，过 C 作 x 轴的垂线，

与曲线交点为 P，与线段 MN 交点为 Q，

则 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=CQ$，$f(\frac{x_1+x_2}{2})=CP$，

由图象易知 $CP>CQ$，

故有 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}<f(\frac{x_1+x_2}{2})$，所以④正确．故答案为③④.

【点睛】数形结合是根据数量与图形之间的对应关系，通过数与形的相互转化来解决数学问题的一种重要思想方法，是中学数学四种重要的数学思想之一，尤其在解决选择题、填空题是发挥着奇特功效，大大提高了解题能力与速度.运用这种方法的关键是运用这种方法的关键是正确作出函数图象以及熟练掌握函数图象的几种变换，充分利用数形结合的思想方法能够使问题化难为简，并迎刃而解.

6．（1）$f(x)=x^4$；（2）$(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(3,+\infty)$.

【解析】（1）由 $f(2)<f(3)$，得到函数在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，即 $m^2-4m<0$ 求解.

（2）根据函数 $f(x)=x^4$ 图象关于 y 轴对称，且在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，将不等式 $f(a+2)<f(1-2a)$，转化为 $|a+2|<|1-2a|$ 求解.

【详解】（1）由题意，函数 $f(x)=x^{4m-m^2}$（$m\in Z$）的图像关于 y 轴对称，且 $f(2)<f(3)$，

所以在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，

所以 $m^2-4m<0$，解得 $0<m<4$，

由 $m\in Z$，$m=1,2,3$。

又函数 $f(x)=x^{4m-m^2}$ 的图像关于 y 轴对称，

所以 $4m-m^2$ 为偶数，

所以 $m=2$，

所以 $f(x)=x^4$.

（2）因为函数 $f(x)=x^4$ 图象关于 y 轴对称，且在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，

所以不等式 $f(a+2)<f(1-2a)$，等价于 $|a+2|<|1-2a|$，

解得 $a>3$ 或 $a<-\dfrac{1}{3}$，

所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-\dfrac{1}{3})\cup(3,+\infty)$.

【点睛】本题主要考查幂函数的图象和性质以及函数奇偶性和单调性的应用，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

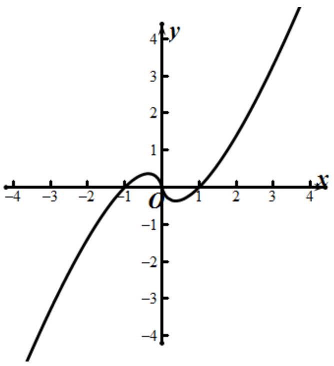
一、单选题

1．已知 $f\left(x\right)=\dfrac{\log_a\left(3-x\right)}{x-2}$，则函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为(　)

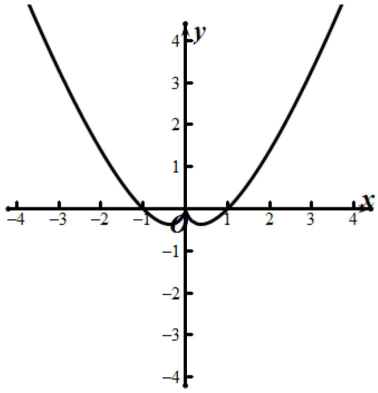
A．$\left(-\infty,3\right)$　　B．$\left(-\infty,2\right)\cup\left(2,3\right]$

C．$\left(-\infty,2\right)\cup\left(2,3\right)$　　D．$\left(3,+\infty\right)$

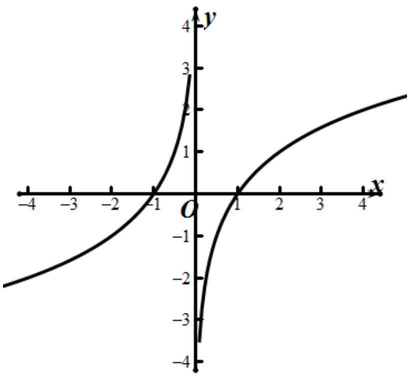
2．函数 $y=x\ln\left|x\right|$ 的图象大致是（　　）



A．

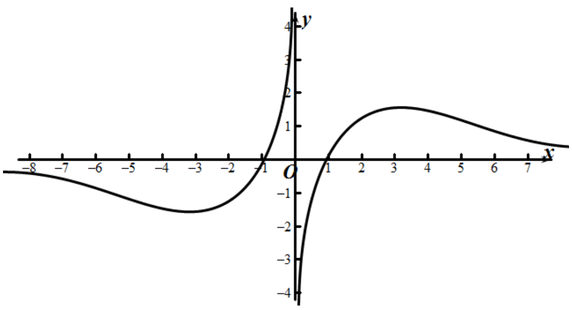


B．



C．

D．



3．已知函数 $f\left(x\right)=\left(m^2-m-5\right)x^{m^2-6}$ 是幂函数，对任意 x_1，$x_2\in\left(0,+\infty\right)$，且 $x_1\neq x_2$，满

足$\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}>0$，若$a$，$b\in R$，且$a+b>0$，则$f\left(a\right)+f\left(b\right)$的值（　）

A．恒大于0　　B．恒小于0　　C．等于0　　D．无法判断

二、填空题

4．不等式$x^2-3x-18<0$的解集为________.

5．已知$f\left(x\right)=\left|3^x-1\right|+1$，若关于$x$的方程$\left[f\left(x\right)\right]^2-\left(2+a\right)f\left(x\right)+2a=0$有三个实根，则实数$a$的取值范围______.

三、解答题

6．已知定义在R上的函数$f\left(x\right)=\dfrac{1-2^x}{2^x+1}$.

(1)判断函数$f\left(x\right)$在定义域中的单调性；

(2)判断$f(x)$的奇偶性；

(3)若对任意的$t\in R$，不等式$f\left(t^2-2t\right)+f\left(2t^2-k\right)<0$恒成立，求实数$k$的取值范围.

参考答案：

1．C

【详解】试题分析：易得$\begin{cases}3-x>0\\x-2\neq 0\end{cases}\Rightarrow(-\infty,2)\cup(2,3)$，故选C.

考点：函数的定义域.

2．A

【分析】先利用函数奇偶性进行排除，然后估算当x取无穷大时，y的取值即可得出结果.

【详解】解：$y=f(x)=x\ln|x|$，则$f(-x)=-x\ln|-x|=-x\ln|x|$，故$f(x)=-f(-x)$，函数为奇函数，排除B；

另外，当$x>0$时，若$x\to+\infty$，则$y=x\ln|x|\to+\infty$，排除D

当$x=3$时，$y=f(3)=3\ln 3>3$，故排除C

A符合，

故选：A.

【点睛】本题考查函数图像的识别，充分利用函数的奇偶性以及估算函数值的正负进行排除是解题的关键，是基础题.

3．A

【解析】利用幂函数的定义求出m，利用函数的单调性和奇偶性即可求解.

【详解】$\because$函数$f(x)=(m^2-m-5)x^{m^2-6}$是幂函数，

$\therefore m^2-m-5=1$，解得：$m=-2$或$m=3$.

$\because$对任意x_1，$x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1\neq x_2$，满足$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，

$\therefore$函数$f(x)$为增函数，

$\therefore m^2-6>0$，

$\therefore m=3$（$m=-2$舍去）

$\therefore f(x)=x^3$为增函数.

对任意a，$b\in R$，且$a+b>0$，

则$a>-b$，$\therefore f(a)>f(-b)=-f(b)$

$\therefore f(a)+f(b)>0$.

故选：A

【点睛】(1)由幂函数的定义求参数的值要严格按照解析式，x 前的系数为 1；

(2)函数的单调性和奇偶性是函数常用性质，通常一起应用.

4．$(-3,6)$

【分析】不等式左边分解因式，利用二次不等式的解法直接求解即可.

【详解】原不等式等价于$(x-6)(x+3)<0$，故原不等式的解集为$(-3,6)$.

【点睛】本题主要考查了一元二次不等式的解法，属于容易题，

5．$\left(1,2\right)$

【分析】先分解因式，求出$f\left(x\right)=2$或$f\left(x\right)=a$，再数形结合求出a的取值范围

【详解】由 $[f\left(x\right)]^2-\left(2+a\right)f\left(x\right)+2a=0$

可得 $\left[f\left(x\right)-a\right]\left[f\left(x\right)-2\right]=0$

$\therefore f\left(x\right)-a=0$ 或 $f\left(x\right)-2=0$

即 $f\left(x\right)=a$ 或$f\left(x\right)=2$,

由 $f\left(x\right)=2$, 可得 $\left|3^x-1\right|+1=2$

即 $\left|3^x-1\right|=1$,

$\therefore 3^x-1=1$或$3^x-1=-1$（舍）

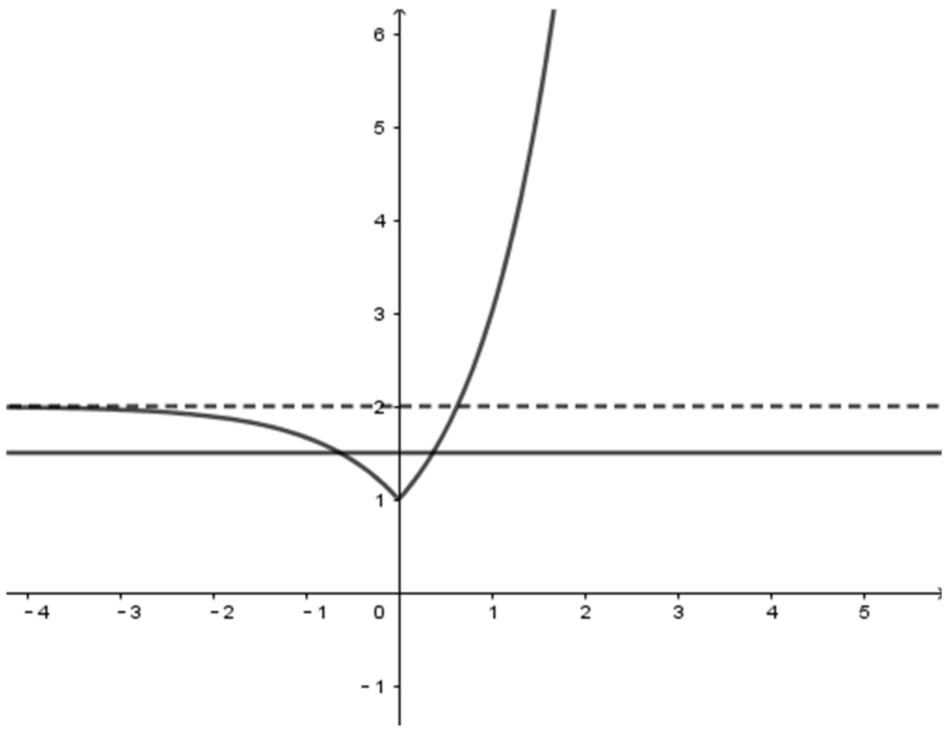
即 $3^x=2$, 解得 $x=\log_3 2$.

$\because \left[f\left(x\right)\right]^2-\left(2+a\right)f\left(x\right)+2a=0$ 有三个实根

$\therefore f\left(x\right)=a$ 有两个根,且不为$\log_3 2$

$\therefore$函数$y=f\left(x\right)$与$y=a$ 的图象有两个交点，且交点坐标不是$\left(\log_3 2,2\right)$

作出函数$y=f\left(x\right)$的图象，如图所示，



由图可得实数的取值范围为$(1,2)$,

故答案为：$(1,2)$

6．(1)减函数

(2)奇函数

(3)$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$

【分析】（1）利用单调性的定义即可判断；

（2）利用奇偶性的定义即可判断；

（3）利用单调性与奇偶性即可将不等式转化为二次函数求最值问题，进而求出实数k的取值范围.

(1)

解：设x_1，$x_2\in R$且$x_1<x_2$

$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\frac{1-2^{x_1}}{2^{x_1}+1}-\frac{1-2^{x_2}}{2^{x_2}+1}=\frac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}>0$，

$\therefore f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

$\therefore f\left(x\right)$为$R$上的减函数.

(2)

解：由题知，$f\left(x\right)=\dfrac{1-2^{x}}{2^{x}+1}$

$\therefore f\left(-x\right)=\dfrac{1-2^{-x}}{2^{-x}+1}=\dfrac{2^{x}-1}{1+2^{x}}=-f\left(x\right)$

$\therefore f\left(x\right)$为奇函数

(3)

解：不等式$f\left(t^{2}-2t\right)+f\left(2t^{2}-k\right)<0$等价于$f\left(t^{2}-2t\right)<f\left(k-2t^{2}\right)$

又$f\left(x\right)$是R上的减函数，

所以$t^{2}-2t>k-2t^{2}$

所以$k<3t^{2}-2t$

令$g\left(t\right)=3t^{2}-2t=3\left(t-\dfrac{1}{3}\right)^{2}-\dfrac{1}{3}\geq-\dfrac{1}{3}$

对$t\in R$恒成立，所以$k<-\dfrac{1}{3}$

即实数k的取值范围是$\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)$.

2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

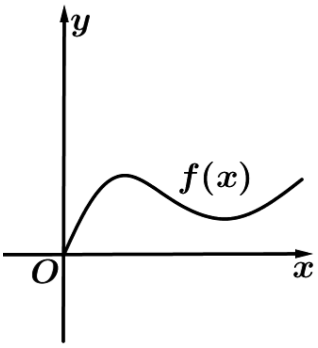
1．若函数$f(2x+1)=x^2-2x$，则$f(3)$等于（　）

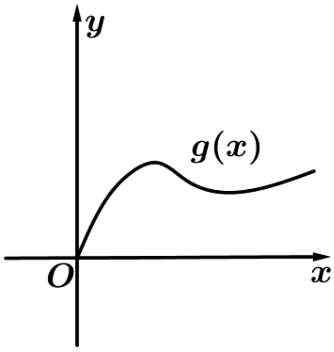
A．-1　　B．0　　C．1　　D．3

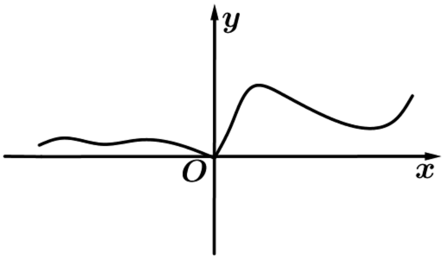
2．函数$f(x)=1-\dfrac{1}{x-2}$的值域为（　）

A．$\{y\mid y\neq 1\}$　　B．$y\neq 1$　　C．$y\neq 2$　　D．$\{y\mid y\neq 2\}$

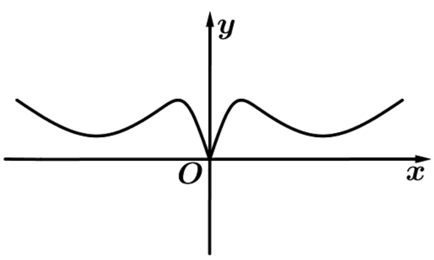
3．已知$f\left(x\right)$是R上的偶函数，$g\left(x\right)$是R上的奇函数，它们的部分图像如图，则$f\left(x\right)\cdot g\left(x\right)$的图像大致是（　）



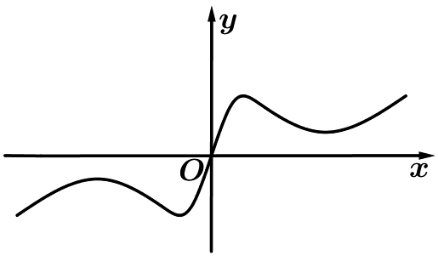




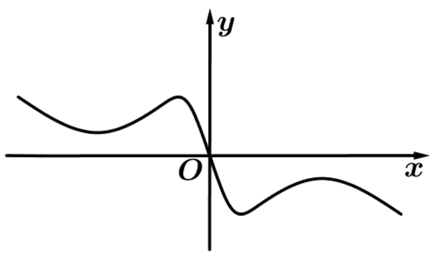
A．



B．



C．



D．

二、填空题

4．已知定义在$\left(-\infty,+\infty\right)$的偶函数$f\left(x\right)$在$\left[0,+\infty\right)$单调递减，$f\left(-1\right)=-\dfrac{1}{2}$，若$f\left(2x-1\right)\geq -\dfrac{1}{2}$，则$x$取值范围________.

5．已知函数 $f(x)=\max\left\{-x^2+4,-x+2,x+3\right\}$，则 $f(x)$ 的最小值为________

三、解答题

6．若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，求 $g(x)=f(x+m)+f(x-m)(m>0)$ 的定义域.

参考答案：

1．A

【分析】换元法求出函数的解析式，代入计算即可求出结果.

【详解】令 $2x+1=t$，得 $x=\frac{t-1}{2}$，所以 $f(t)=\left(\frac{t-1}{2}\right)^2-2\times\frac{t-1}{2}=\frac{1}{4}t^2-\frac{3}{2}t+\frac{5}{4}$，

从而 $f(3)=\frac{1}{4}\times 3^2-\frac{3}{2}\times 3+\frac{5}{4}=-1$.

故选：A.

2．A

【分析】利用反比例型函数值域求法求解.

【详解】解：函数 $f(x)=1-\frac{1}{x-2}$ 的定义域为 $\{x\mid x\neq 2\}$，

所以 $\frac{1}{x-2}\neq 0$，则 $y\neq 1$，

所以函数 $f(x)=1-\frac{1}{x-2}$ 的值域为 $\{y\mid y\neq 1\}$，

故选：A

3．C

【分析】根据函数的奇偶性的定义判断函数 $f(x)\cdot g(x)$ 奇偶性，由此排除部分错误选项，再通过取特殊点，排除其它错误选项.

【详解】又 $f(x)$ 是 R 上的偶函数，$g(x)$ 是 R 上的奇函数，

$\therefore$ $f(-x)=f(x)$，$g(-x)=-g(x)$，

$\therefore f(-x)\cdot g(-x)=-f(x)g(x)$

$\therefore$ 函数 $f(x)\cdot g(x)$ 为奇函数，其图象关于原点对称，A,B 错，

由图可得当 $x>0$ 时，$f(x)>0$，$g(x)>0$，

$\therefore$ $f(x)\cdot g(x)>0$，D 错，

故选：C.

4．$0\leq x\leq 1$

【分析】根据题意 $f(2x-1)\geq f(-1)$，可得 $|2x-1|\leq 1$，由此能求出 x 取值范围.

【详解】在 $(-\infty,+\infty)$ 的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 单调递减，$f(-1)=-\frac{1}{2}$，

则由 $f\left(2x-1\right)\geq -\frac{1}{2}$，得 $f\left(2x-1\right)\geq f\left(-1\right)$，即 $\left|2x-1\right|\leq 1$，

所以 $-1\leq 2x-1\leq 1$，解得 $0\leq x\leq 1$.

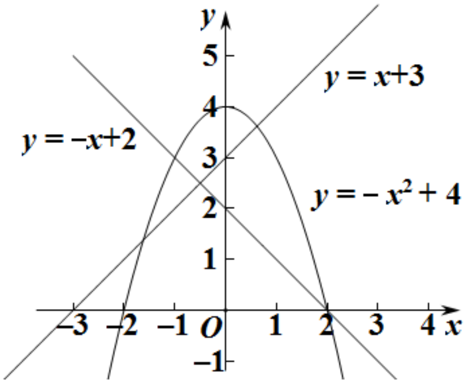
故答案为：$0\leq x\leq 1$

【点睛】本题考查了利用函数的奇偶性、单调性解不等式，考查了基本运算能力，属于基础题.

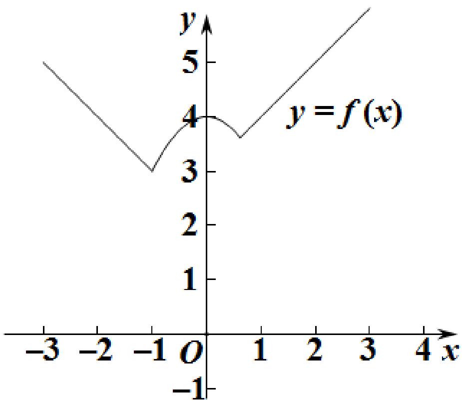
5．3

【分析】在同一坐标系作出 $y=-x^2+4, y=-x+2, y=x+3$ 的图象，然后根据 $f\left(x\right)$ 的函数定义得到其函数图象，由图象可求解出 $f\left(x\right)$ 的最小值.

【详解】在同一坐标系作出 $y=-x^2+4, y=-x+2, y=x+3$ 的图象如下图：



根据取最大值函数的定义可知 $f\left(x\right)$ 的图象如下图所示：



根据 $f\left(x\right)$ 的图象可知，$f\left(x\right)$ 的最小值在 $y=-x^2+4, y=-x+2$ 的一个交点处取到，

令 $-x^2+4=-x+2$，解得 $x=-1$ 或 $x=2$（舍），

所以 $f\left(x\right)_{\min}=-\left(-1\right)^2+4=3$，

故答案为：3．

【点睛】思路点睛：求解形如 $y=\max\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$（或 $y=\min\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$）的函数的最小值（或最大值）的步骤：

（1）根据 $f\left(x\right)=g\left(x\right)$，先求解出两个图象交点的横坐标；

（2）根据 $f\left(x\right),g\left(x\right)$ 图象的相对位置对图象进行取舍，由此得到 $y=\max\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$（或 $y=\min\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$）的函数图象；

（3）直接根据函数图象确定出最大值（或最小值）.

6．分类讨论，答案见解析.

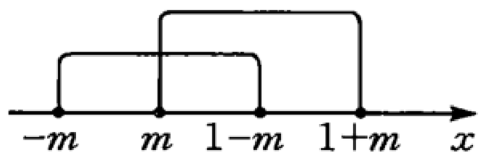
【分析】根据复合函数的定义域的求法，建立不等式组即可得到结论.

【详解】解：$\because f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，$\therefore g(x)=f(x+m)+f(x-m)$ 中的自变量 x 应满足

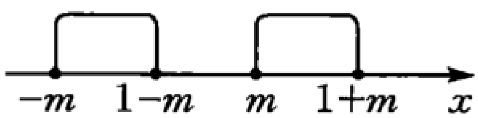
$$\begin{cases}0\leqslant x+m\leqslant 1,\\0\leqslant x-m\leqslant 1,\end{cases}$$

即 $\begin{cases}-m\leqslant x\leqslant 1-m,\\m\leqslant x\leqslant 1+m.\end{cases}$

当 $1-m=m$，即 $m=\dfrac{1}{2}$ 时，$x=\dfrac{1}{2}$；当 $1-m>m$，即 $0<m<\dfrac{1}{2}$ 时，$m\leqslant x\leqslant 1-m$，如图：



当 $1-m<m$，即 $m>\dfrac{1}{2}$ 时，$x\in\varnothing$，如图



综上所述，当 $0<m<\dfrac{1}{2}$ 时，$g(x)$ 的定义域为 $[m,1-m]$；

当 $m=\dfrac{1}{2}$ 时，$g(x)$ 的定义域为 $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$；当 $m>\dfrac{1}{2}$ 时，函数 $g(x)$ 不存在.

【点睛】本题主要考查函数定义域的求法，根据复合函数的定义域之间的关系是解决本题的关键，属于中档题.

2022年10月23日高中数学作业

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

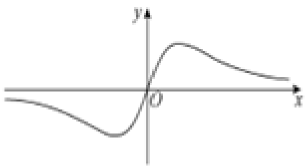
一、单选题

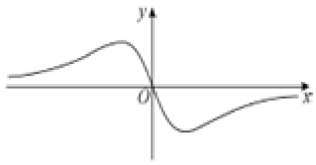
1．已知$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，当$x<0$时，$f(x)=x-x^2$，则当$x>0$时，$f(x)=$（　）

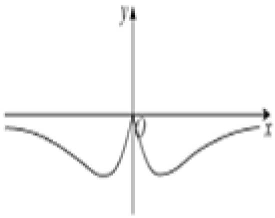
A．$x-x^2$　　B．$-x-x^2$

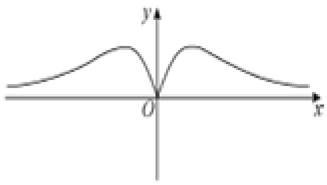
C．$-x+x^2$　　D．$x+x^2$

2．函数$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$的图像大致为（　）

A．

B．

C．

D．

3．函数$f(x)=\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}(a\in R)$，若对于任意的$x\in \mathrm{N}^*$，$f(x)\geq 3$恒成立，则$a$的取值范围是（　）

A．$\left[-\dfrac{8}{3},+\infty\right)$　　B．$\left[-\dfrac{2}{3},+\infty\right)$　　C．$\left[-\dfrac{1}{3},+\infty\right)$　　D．$[-1,+\infty)$

二、填空题

4．已知定义在R上的奇函数$y=f(x)$在区间$(-\infty,0]$上单调递减，若$f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq f(0)$，则实数$m$的取值范围为__________.

5．已知定义域为$[1-3a,a+1]$的奇函数$f\left(x\right)=x^3+bx^2+x$，则$f\left(3x+b\right)+f\left(x+a\right)\geq 0$的解集为______.

三、解答题

6．已知$f\left(x\right)=\begin{cases}-x\left(x+4\right), x\leq 0\\ x\quad, x>0\end{cases}$

（1）求 $f\left(f\left(-1\right)\right)$；

（2）若 $f\left(a\right)=12$，求 a 的值；

（3）若其图像与 $y=b$ 有三个交点，求 b 的取值范围.

参考答案：

1．D

【分析】利用奇函数的等式$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$求解.

【详解】因为$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，

所以$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，$x\in\mathbf{R}$.

当$x>0$时，$-x<0$，$f\left(x\right)=-f\left(-x\right)=-\left[\left(-x\right)-\left(-x\right)^2\right]=x+x^2$.

故选：D.

2．A

【分析】判断函数的奇偶性和对称性，当$x>0$时，$f(x)>0$，利用排除法进行判断即可.

【详解】解：$f(-x)=\dfrac{-2x}{(-x)^2+1}=-\dfrac{2x}{x^2+1}=-f(x)$，即$f(x)$是奇函数，图象关于原点对称，排除$C$，$D$，

当$x>0$时，$f(x)>0$，排除B，

故选：A.

3．A

【分析】恒成立求参数取值范围问题，在定义域满足的情况下，可以进行参变分离，构造新函数，通过求新函数的最值，进而得到参数取值范围.

【详解】对任意$x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)\geq 3$恒成立，即$\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}\geq 3$恒成立，即知$a\geq -\left(x+\dfrac{8}{x}\right)+3$.

设$g(x)=x+\dfrac{8}{x}$，$x\in\mathbf{N}^*$，则$g(2)=6$，$g(3)=\dfrac{17}{3}$.

$\because g(2)>g(3)$，$\therefore g(x)_{\min}=\dfrac{17}{3}$，

$\therefore -\left(x+\dfrac{8}{x}\right)+3\leq -\dfrac{8}{3}$，

$\therefore a\geq -\dfrac{8}{3}$，故$a$的取值范围是$\left[-\dfrac{8}{3},+\infty\right)$.

故选：A.

4．$[-2,\dfrac{1}{2}]$.

【分析】由题意，得到$f\left(0\right)=0$，且在区间$(-\infty,0]$上单调递减，在区间$(0,+\infty)$为单调递减函数，把$f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq f(0)$，转化为$f\left(2m^2+m\right)\geq f(2-2m)$，结合单调性，即可求解.

【详解】因为函数 $y=f(x)$ 是 R 上的奇函数，所以 $f(0)=0$，

又由 $y=f(x)$ 在区间 $(-\infty,0]$ 上单调递减，所以 $y=f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 也是单调递减函数，

又因为不等式 $f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq f(0)$，即 $f\left(2m^2+m\right)+f(2m-2)\geq 0$，

即 $f\left(2m^2+m\right)\geq -f(2m-2)=f(2-2m)$，

可得 $2m^2+m\leq 2-2m$，即 $2m^2+3m-2\leq 0$，解得 $-2\leq m\leq \frac{1}{2}$，

即实数 m 的取值范围为 $[-2,\frac{1}{2}]$.

5．$\left[-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$

【分析】根据奇函数的性质及定义域的对称性，求得参数 a，b 的值，求得函数解析式，并判断单调性．$f\left(3x+b\right)+f\left(x+a\right)\geq 0$ 等价于 $f\left(3x\right)\geq -f\left(x+1\right)=f\left[-\left(x+1\right)\right]$，根据单调性将不等式转化为自变量的大小关系，结合定义域求得解集.

【详解】由题知，$f\left(-x\right)=-x^3+bx^2-x=-f\left(x\right)=-x^3-bx^2-x$，

所以 $2bx^2=0$ 恒成立，即 $b=0$.

又因为奇函数的定义域关于原点对称，

所以 $1-3a+\left(a+1\right)=0$，解得 $a=1$，

因此 $f\left(x\right)=x^3+x$，$x\in\left[-2,2\right]$，

由 $y=x^3$ 单调递增，$y=x$ 单调递增，

易知函数 $f\left(x\right)$ 单调递增，

故 $f\left(3x+b\right)+f\left(x+a\right)\geq 0$ 等价于 $f\left(3x\right)+f\left(x+1\right)\geq 0$

等价于 $f\left(3x\right)\geq -f\left(x+1\right)=f\left[-\left(x+1\right)\right]$

即 $\begin{cases}3x\geq -\left(x+1\right)\\-2\leq 3x\leq 2\\-2\leq x+1\leq 2\end{cases}$，解得 $x\in\left[-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$.

故答案为：$\left[-\frac{1}{4},\frac{2}{3}\right]$

6．（1）3（2）12（3）$0<b<4$

【分析】（1）根据分段函数解析式直接求解；

（2）根据函数解析式，分段讨论，解方程即可；

（3）作出函数图象，数形结合即可.

【详解】（1）$\because f\left(x\right)=\begin{cases}-x\left(x+4\right), x\le 0\\ x\quad, x>0\end{cases}$，

$\therefore f\left(f\left(-1\right)\right)=f(3)=3$，

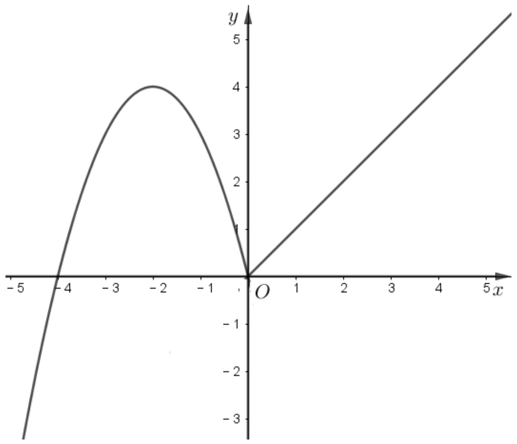
（2）当$a>0$时，$f\left(a\right)=a=12$，

当$a\le 0$时，$f(a)=-a(a+4)=12$，

解得$a\in\phi$，

综上，$a=12$

（3）作出$f\left(x\right)=\begin{cases}-x\left(x+4\right), x\le 0\\ x\quad, x>0\end{cases}$的图象，如图，



由图象可知，当$0<b<4$时，与 $y=b$ 有三个交点.

2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知当 $x\in(1，+\infty)$时，函数 $y=x^{\alpha}$ 的图象恒在直线 $y=x$ 的下方，则 α 的取值范围是（　）

A．$0<\alpha<1$　　B．$\alpha<0$　　C．$\alpha<1$　　D．$\alpha>1$

2．函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{-x^{2}+5x+6}}{x+1}$ 的定义域（　）

A．$\left(-\infty,-1\right]\cup\left[6,+\infty\right)$　B．$\left(-\infty,-1\right)\cup\left[6,+\infty\right)$　C．$\left(-1,6\right]$　D．$\left[2,3\right]$

3．设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，满足 $f(x+1)=2f(x)$，且当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)=x(x-1)$．若对任意 $x\in(-\infty,m]$，都有 $f(x)\geq-\dfrac{8}{9}$，则 m 的取值范围是

A．$\left(-\infty,\dfrac{9}{4}\right]$　　B．$\left(-\infty,\dfrac{7}{3}\right]$

C．$\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right]$　　D．$\left(-\infty,\dfrac{8}{3}\right]$

二、填空题

4．已知具有性质：$f\left(\dfrac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$ 的函数，我们称为满足“倒负”变换的函数，下列函数：

①$f\left(x\right)=x-\dfrac{1}{x}$；②$f\left(x\right)=x+\dfrac{1}{x}$；③$f\left(x\right)=\begin{cases}x,0<x<1\\0,x=1\\-\dfrac{1}{x},x>1\end{cases}$，其中满足“倒负”变换的函数是______．

5．已知偶函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，且 $f(-1)=0$，则 $\dfrac{f(x)}{x}<0$ 的解集__________

三、解答题

6．已知 $A=\left\{x\,|\,2x^{2}-x-3\leq0\right\}$，

(1)求二次函数 $y=-x^{2}+3x+4$，$x\in A$ 的值域：

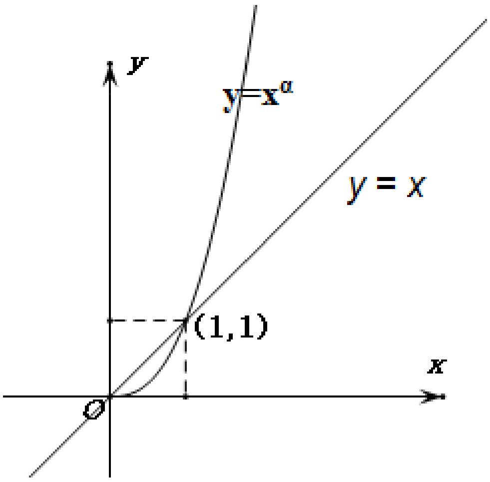
(2)当 $\forall x\in A$ 时，若二次函数 $y=x^{2}+\left(a-4\right)x+5-2a$ 的值恒大于0，求 a 的取值范围．

参考答案：

1．C

【解析】根据幂函数图象的特点，数形结合即可容易求得结果.

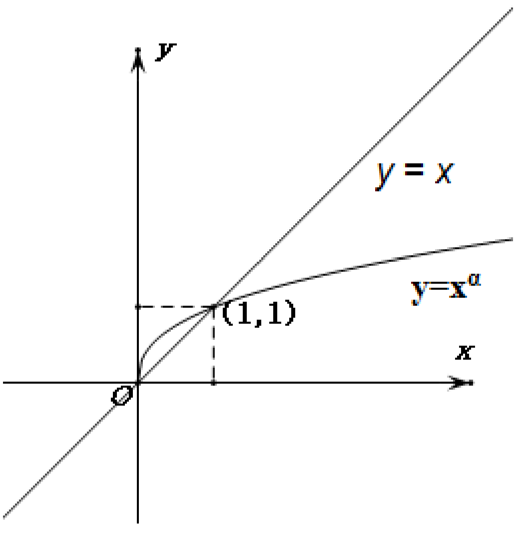
【详解】当$\alpha>1$时，$y=x^{\alpha}$与$y=x$的图象如下所示：



显然不合题意，故舍去；

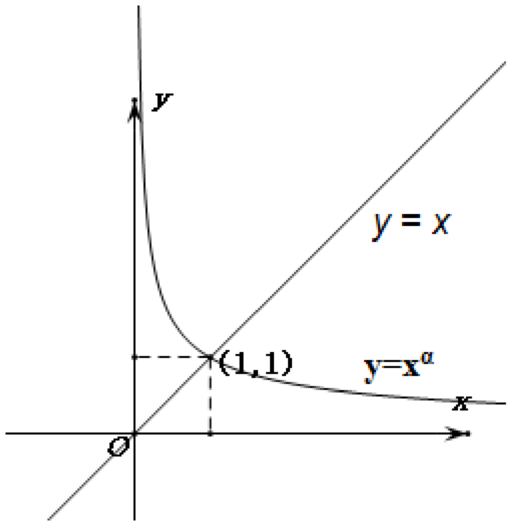
当$\alpha=1$时，$y=x^{\alpha}=x$与$y=x$的图象重合，故舍去；

当$0<\alpha<1$时，$y=x^{\alpha}$与$y=x$的图象如下所示：



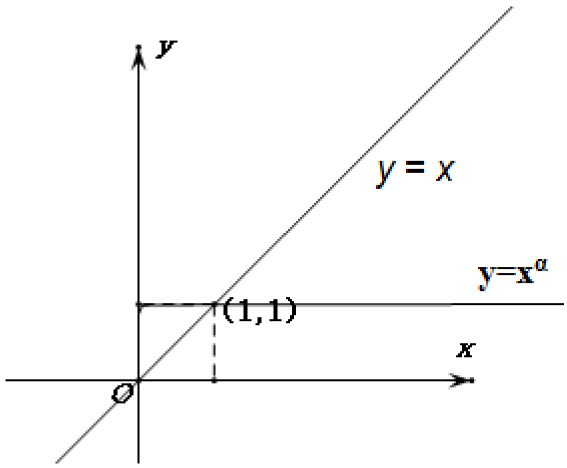
显然，此时满足题意.

当$\alpha<0$时，$y=x^{\alpha}$与$y=x$的图象如下所示：



显然，此时满足题意.

当$\alpha=0$时，$y=x^{\alpha}=1\left(x\neq 0\right)$，$y=x^{\alpha}$与$y=x$的图象如下所示：



显然，此时满足题意.

综上所述：$\alpha<1$.

故选：C.

【点睛】本题考查幂函数图象的特征，属简单题.

2．C

【分析】解不等式组$\begin{cases}-x^2+5x+6\geq 0\\ x+1\neq 0\end{cases}$得出定义域.

【详解】$\begin{cases}-x^2+5x+6\geq 0\\ x+1\neq 0\end{cases}$，解得$-1<x\leqslant 6$

即函数$f\left(x\right)$的定义域$\left(-1,6\right]$

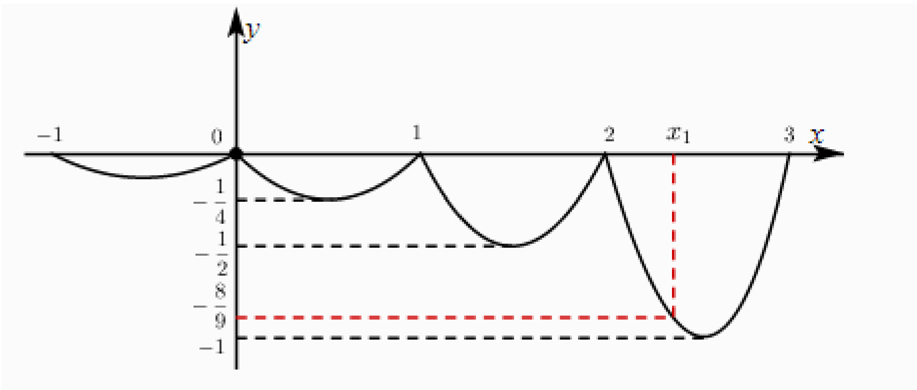
故选：C

3．B

【分析】本题为选择压轴题，考查函数平移伸缩，恒成立问题，需准确求出函数每一段解析式，分析出临界点位置，精准运算得到解决.

【详解】$\because x\in(0,1]$时，$f(x)=x(x-1)$，$f(x+1)=2f(x)$，$\therefore f(x)=2f(x-1)$，即$f(x)$右移1个单位，图像变为原来的2倍.

如图所示：当$2<x\le 3$时，$f(x)=4f(x-2)=4(x-2)(x-3)$，令$4(x-2)(x-3)=-\frac{8}{9}$，整理得：$9x^2-45x+56=0$，$\therefore(3x-7)(3x-8)=0$，$\therefore x_1=\frac{7}{3},x_2=\frac{8}{3}$（舍），$\therefore$ $x\in(-\infty,m]$时，$f(x)\ge-\frac{8}{9}$成立，即$m\le\frac{7}{3}$，$\therefore m\in\left(-\infty,\frac{7}{3}\right]$，故选B.



【点睛】易错警示：图像解析式求解过程容易求反，画错示意图，画成向左侧扩大到2倍，导致题目出错，需加深对抽象函数表达式的理解，平时应加强这方面练习，提高抽象概括、数学建模能力.

4．①③

【分析】验证①②③中的函数是否满足$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$，由此可得出结论.

【详解】对于①，$\because f(x)=x-\frac{1}{x}$，该函数的定义域为$\{x|x\ne0\}$，

对任意的$x\in\{x|x\ne0\}$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}-x=-f(x)$，满足条件；

对于②，$\because f(x)=x+\frac{1}{x}$，该函数的定义域为$\{x|x\ne0\}$，

对任意的$x\in\{x|x\ne0\}$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x=f(x)$，不满足条件；

对于③，因为$f(x)=\begin{cases}x,0<x<1\\0,x=1\\-\frac{1}{x},x>1\end{cases}$，当$0<x<1$时，$\frac{1}{x}>1$，则$f\left(\frac{1}{x}\right)=-x=-f(x)$，

当$x>1$时，$0<\frac{1}{x}<1$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=-x=-f\left(x\right)$，

当$x=1$时，$f\left(\frac{1}{1}\right)=0=-f\left(1\right)$.

所以，对任意的$x>0$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$.

综上可知，满足“倒负”变换的函数是①③.

故答案为：①③.

5．$(-1,0)\cup(1,+\infty)$

【分析】分$x>0$和$x<0$两种情况讨论x的范围，根据函数的单调性可得到答案.

【详解】因为$f(x)$是偶函数，且$f(-1)=0$，所以$f(1)=f(-1)=0$，

又$f(x)$在$(0,+\infty)$上是减函数，所以$f(x)$在$(-\infty,0)$上是增函数，

①当$x>0$时，由$\frac{f(x)}{x}<0$得$f(x)<0$，又由于$f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数，且$f(1)=0$，所以$f(x)<f(1)$，得$x>1$；

②当$x<0$时，由$\frac{f(x)}{x}<0$得$f(x)>0$，又$f(-1)=0$，$f(x)$在$(-\infty,0)$上是增函数，所以$f(x)>f(-1)$，所以$-1<x<0$.

综上，原不等式的解集为：$(-1,0)\cup(1,+\infty)$.

故答案为：$(-1,0)\cup(1,+\infty)$.

【点睛】方法点睛：本题主要考查函数相关性质，利用函数性质解不等式，运用函数的奇偶性与单调性的关系是进行区间转换的一种有效手段.奇函数在对称区间上的单调性相同，且$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$.偶函数在对称区间上的单调性相反，且$f\left(x\right)=f\left(-x\right)=f\left(\left|x\right|\right)$..

6．(1)$[0，\frac{25}{4}]$

(2)$\left\{a\mid a<2\right\}$

【分析】（1）首先求解集合A，再求二次函数的值域；

（2）首先将不等式，参变分离得$a<\frac{-x^2+4x-5}{x-2}$，转化为求函数的最值，即可求解.

（1）

$2x^2-x-3\le0$等价于$\left(2x-3\right)\cdot\left(x+1\right)\le0$，.

解得$-1\le x\le\frac{3}{2}$

所以$A=\left\{x\mid -1\le x\le \frac{3}{2}\right\}$.

$\therefore$二次函数$y=-x^2+3x+4=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$，

函数在区间$\left[-1,\frac{3}{2}\right]$单调递增，所以当$x=\frac{3}{2}$时，$y$取最大值为$\frac{25}{4}$，

当$x=-1$时，y取最小值为0，

所以二次函数$y=-x^2+3x+4$．$x\in A$的值域是[0，$\frac{25}{4}$].

（2）

由（1）知$A=\left\{x\mid -1\le x\le \frac{3}{2}\right\}$

$\because x^2+(a-4)x+5-2a>0$恒成立.

即$x^2+ax-4x+5-2a>0$恒成立.

$\therefore (x-2)\cdot a>-x^2+4x-5$恒成立．　.

$\because -1\le x\le \frac{3}{2}$．$\therefore x-2<0$.

$\therefore a<\frac{-x^2+4x-5}{x-2}=\frac{x^2-4x+5}{2-x}=\frac{(2-x)^2+1}{2-x}=(2-x)+\frac{1}{2-x}$

$\because 2-x>0$，$\therefore (2-x)+\frac{1}{2-x}\ge 2\sqrt{(2-x)\left(\frac{1}{2-x}\right)}=2$..

当且仅当$2-x=\frac{1}{2-x}$且$-1\le x\le \frac{3}{2}$时，即$x=1$时，等号成立，.

$\therefore a<2$，故a的取值范围为$\{a\mid a<2\}$

2022年10月23日高中数学作业

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

一、单选题

1．若函数 $y=\left(m^2-m-1\right)\cdot m^x$ 是指数函数，则 m 等于（　）

A．-1 或 2　　B．-1

C．2　　D．$\frac{1}{2}$

2．设 $a=3^{0.7}$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}$，$c=\log_{0.7}0.8$，则 a,b,c 的大小关系为（　）

A．$a<b<c$　　B．$b<a<c$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

3．已知 $a=2^{1.3}$，$b=4^{0.7}$，$c=log_3 8$，则 a，b，c 的大小关系为（　）

A．$a<c<b$　　B．$b<c<a$　　C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

二、填空题

4．函数 $f(x)=\dfrac{ax-1}{\sqrt{ax^2-4ax+2}}$ 的定义域为R，则实数 a 的取值范围为______.

5．设函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2ax+1, x\le 1\\ (4-a)^x, x>1\end{cases}$，若 $f(x)$ 在 R 上单调递增，则 a 的取值范围是__________.

三、解答题

6．已知定义域为 **R** 的函数 $f(x)=\dfrac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

(1)求 $f\left(x\right)$ 的解析式；

(2)用定义证明 $f\left(x\right)$ 的单调性.

参考答案：

1．C

【分析】根据题意可得出关于实数m的等式与不等式，即可解得实数m的值.

【详解】由题意可得$\begin{cases} m^2-m-1=1 \\ m>0 \\ m\neq 1 \end{cases}$，解得$m=2$.

故选：C.

2．D

【分析】利用指数函数与对数函数的性质，即可得出a,b,c的大小关系.

【详解】因为$a=3^{0.7}>1$，

$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}=3^{0.8}>3^{0.7}=a$，

$c=\log_{0.7}0.8<\log_{0.7}0.7=1$，

所以$c<1<a<b$.

故选：D.

【点睛】本题考查的是有关指数幂和对数值的比较大小问题，在解题的过程中，注意应用指数函数和对数函数的单调性，确定其对应值的范围.

比较指对幂形式的数的大小关系，常用方法：

（1）利用指数函数的单调性：$y=a^x$，当$a>1$时，函数递增；当$0<a<1$时，函数递减；

（2）利用对数函数的单调性：$y=\log_a x$，当$a>1$时，函数递增；当$0<a<1$时，函数递减；

（3）借助于中间值，例如：0 或 1 等.

3．C

【分析】利用指数函数$y=2^x$与对数函数$y=\log_3 x$的性质即可比较a，b，c的大小.

【详解】$\because c=log_3 8<2<a=2^{1.3}<b=4^{0.7}=2^{1.4}$，

$\therefore c<a<b$.

故选：C.

【点睛】本题考查了指数函数与对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

4．$\left[0,\frac{1}{2}\right)$

【分析】利用函数的定义域为R,转化为$ax^2-4ax+2>0$恒成立,然后通过分类讨论$a\neq 0$和$a=0$两种情况分别求得a的取值范围，可得答案.

【详解】$f(x)=\dfrac{ax-1}{\sqrt{ax^2-4ax+2}}$的定义域为$R$是使$ax^2-4ax+2>0$在实数集$R$上恒成立.

若$a=0$时，$2>0$恒成立，所以$a=0$满足题意，

若$a\neq 0$时,要使$ax^2-4ax+2>0$恒成立,则有$\begin{cases}a>0\\ \Delta=16a^2-8a<0\end{cases}$

解得$0<a<\frac{1}{2}$.

综上,即实数a的取值范围是$[0,\frac{1}{2})$.

故答案为: $[0,\frac{1}{2})$.

5．$[1,\frac{4}{3}]$

【分析】由函数$f(x)$在每一段上都递增，列出不等式，且有$f(1)\leq 4-a$，再联立求解即得.

【详解】因函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2ax+1,x\leq 1\\(4-a)^x,x>1\end{cases}$在$R$上单调递增，则有$y=-x^2+2ax+1$在$(-\infty,1]$上递增，于是得$a\geq 1$，

$y=(4-a)^x$在$(1,+\infty)$上也递增，于是得$4-a>1$，即$a<3$，并且有$f(1)\leq 4-a$，即$2a\leq 4-a$，解得$a\leq\frac{4}{3}$，

综上得：$1\leq a\leq\frac{4}{3}$，

所以a的取值范围是$[1,\frac{4}{3}]$.

故答案为：$[1,\frac{4}{3}]$

6．(1) $f\left(x\right)=\dfrac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$

(2) $f\left(x\right)$在$\mathbf{R}$上单调递减，证明见解析

【分析】(1）根据函数为奇函数可得$f\left(-1\right)=f\left(1\right)$、$f\left(0\right)=0$，代入函数解析式可分别求得$a$、$b$的取值，继而确定函数解析式;（2）化简求出$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$的表达式，根据$x_1$、$x_2$的

大小关系，判断$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$的正负，进而根据定义法确定函数的单调性.

（1）

因为$f\left(x\right)$是$\mathbf{R}$上的奇函数，所以$f\left(0\right)=0$，

即$\dfrac{-1+b}{2+a}=0$，解得$b=1$，则$f(x)=\dfrac{1-2^x}{2^{x+1}+a}$.

又$f\left(-1\right)=-f\left(1\right)$，则$\dfrac{1-\dfrac{1}{2}}{a+1}=-\dfrac{1-2}{2^2+a}$，解得$a=2$，

经检验当$a=2$，$b=1$时，$f\left(x\right)=\dfrac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$是奇函数，

所以$f\left(x\right)=\dfrac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$.

（2）

证明：由（1）知$f\left(x\right)=\dfrac{1-2^x}{2+2^{x+1}}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^x+1}$，

对任意的x_1，$x_2\in\mathbf{R}$，且$x_1<x_2$，

有$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{1}{2^{x_1}+1}-\dfrac{1}{2^{x_2}+1}=\dfrac{2^{x_2}-2^{x_1}}{\left(2^{x_1}+1\right)\left(2^{x_2}+1\right)}$，

因为$x_1<x_2$，所以$2^{x_1}<2^{x_2}$，所以$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$，

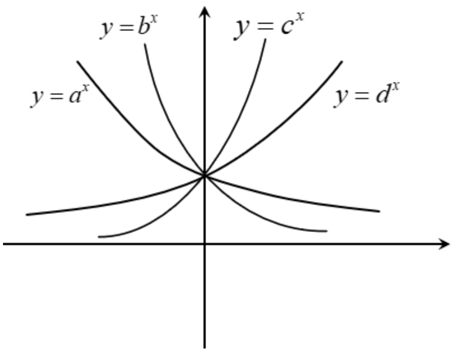
$\therefore f\left(x\right)$在$\mathbf{R}$上单调递减.

2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知函数 $y=a^x$ 、 $y=b^x$ 、 $y=c^x$ 、 $y=d^x$ 的大致图象如下图所示，则下列不等式一定成立的是（　）



A． $b+d>a+c$　　B． $b+d<a+c$　　C． $a+d>b+c$　　D． $a+d<b+c$

2．函数 $y=2^x-2^{-x}$（　）

A．是 **R** 上的减函数

B．是 **R** 上的增函数

C．在 $(-\infty,0)$ 上是减函数，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数

D．无法判断其单调性

3．与命题“函数 $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$ 的定义域为 **R** ”等价的命题不是（　）

A．不等式 $ax^2+bx+c\ge 0$ 对任意实数恒成立

B．不存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使 $ax_0^2+bx_0+c<0$

C．函数 $y=ax^2+bx+c$ 的值域是 $[0,+\infty)$ 的子集

D．函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值大于 0

二、填空题

4．求值 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}=$_______.

5. 已知定义域为 **R** 的函数 $f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$ 则关于 t 的不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-1)<0$ 的解集为_______.

三、解答题

6．设x，y，z均为正数，且$3^x=4^y=6^z$.

（1）试求x，y，z之间的关系.

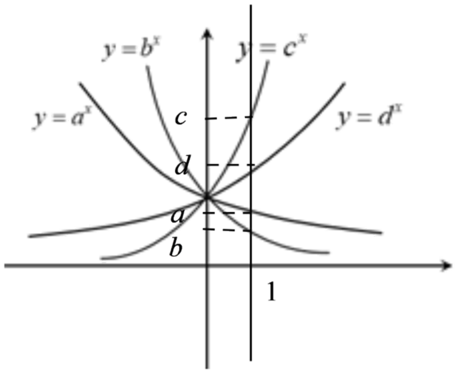
（2）求使$2x=py$成立，且与p最近的正整数（即求与p的差的绝对值最小的整数）.

（3）比较$3x$，$4y$，$6z$的大小.

参考答案：

1．B

【分析】如图，作出直线$x=1$,得到$c>d>1>a>b$，即得解.



【详解】

如图，作出直线$x=1$,得到$c>d>1>a>b$，

所以$b+d<a+c$.

故选：B

2．B

【分析】利用指数函数的单调性结合单调性的性质可得出结论.

【详解】因为指数函数$f\left(x\right)=2^x$为$\mathbf{R}$上的增函数，指数函数$g\left(x\right)=2^{-x}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$为$\mathbf{R}$上的减函数，

故函数$y=2^x-2^{-x}$是$\mathbf{R}$上的增函数.

故选：B.

3．D

【分析】利用等价命题的定义进行分析判断即可.

【详解】因为函数的定义域为$\mathbf{R}$，

$\Leftrightarrow$不等式$ax^2+bx+c\geq 0$对任意实数恒成立；

$\Leftrightarrow$不存在$x_0\in\mathbf{R}$，使$ax_0^2+bx_0+c<0$；

$\Leftrightarrow$函数$y=ax^2+bx+c$的值域是$\left[0,+\infty\right)$的子集；

$\Leftrightarrow$函数$y=ax^2+bx+c$的最小值大于等于0；

故选：D.

4．4

【分析】直接利用根式的运算性质化简

【详解】$\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$.

故答案为：4

5．$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$.

【分析】先判断出$f\left(x\right)$是奇函数且在 **R** 上为减函数，利用单调性解不等式.

【详解】函数$f\left(x\right)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$的定义域为 **R.**

因为$f\left(-x\right)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^{-x}+1}=-\frac{1}{2}+\frac{2^x}{2^x+1}$，所以

$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^{-x}+1}\right)+\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}\right)=-1+1=0$，所以$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，

即$f\left(x\right)$是奇函数.

因为$y=2^x$为增函数，所以$y=\frac{1}{2^x+1}$为减函数，所以$f\left(x\right)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$在 **R** 上为减函数.

所以$f\left(t^2-2t\right)+f\left(2t^2-1\right)<0$可化为$f\left(t^2-2t\right)<-f\left(2t^2-1\right)=f\left(1-2t^2\right)$.

所以$t^2-2t>1-2t^2$，解得：$t>1$或$t<-\frac{1}{3}$.

故答案为：$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$.

6．（1）$\frac{1}{z}-\frac{1}{x}=\frac{1}{2y}$；（2）3；（3）$3x<4y<6z$.

【分析】设$3^x=4^y=6^z=t$，将指数式换成对数式可得$x=\frac{1}{\log_t 3}$，$y=\frac{1}{\log_t 4}$，$z=\frac{1}{\log_t 6}$.

（1）通过对数运算可得x，y，z之间的关系；

（2）由题意得$p=\frac{2x}{y}=\log_3 16$，证明$p-2>3-p$，即可得答案；

（3）利用作差法结合对数运算，即可得答案；

【详解】设$3^x=4^y=6^z=t$，由x，y，z均为正数知$t>1$.

故取以t为底的对数，可得$x\log_t 3=y\log_t 4=z\log_t 6=1$.

$\therefore x=\frac{1}{\log_t 3}$，$y=\frac{1}{\log_t 4}$，$z=\frac{1}{\log_t 6}$.

（1）$\frac{1}{z}-\frac{1}{x}=\log_t 6-\log_t 3=\log_t 2=\frac{1}{2}\log_t 4=\frac{1}{2y}$，

$\therefore x$，y，z之间的关系为$\frac{1}{z}-\frac{1}{x}=\frac{1}{2y}$.

（2）$p=\frac{2x}{y}=\frac{2}{\log_t 3}\cdot\log_t 4=2\cdot\log_3 4=\log_3 16$.

由$9<16<27$，得$\log_3 9<\log_3 16<\log_3 27$，从而$2<p<3$.

而$p-2=\log_3 16-\log_3 9=\log_3\frac{16}{9}$，$3-p=\log_3 27-\log_3 16=\log_3\frac{27}{16}$.

由$\frac{16}{9}\div\frac{27}{16}=\frac{256}{243}>1$知$\frac{16}{9}>\frac{27}{16}$，

$\therefore p-2=\log_3\frac{16}{9}>\log_3\frac{27}{16}=3-p$.

从而所求正整数为3.

（3）$\because 3x-4y=3\log_3 t-4\log_4 t=\frac{3\lg t}{\lg 3}-\frac{4\lg t}{\lg 4}$

$=\left(\frac{3\lg 4-4\lg 3}{\lg 3\cdot\lg 4}\right)\lg t=\frac{\lg t}{\lg 3\cdot\lg 4}\left(\lg 4^3-\lg 3^4\right)$.

而$\lg t>0$，$\lg 3>0$，$\lg 4>0$，$\lg 4^3<\lg 3^4$，$\therefore 3x<4y$.

又$\because 4y-6z=2\left(2\log_4 t-3\log_6 t\right)=2\left(\frac{2\lg t}{\lg 4}-\frac{3\lg t}{\lg 6}\right)=\frac{2\lg t(2\lg 6-3\lg 4)}{\lg 4\cdot\lg 6}=\frac{2\lg t\left(\lg 6^2-\lg 4^3\right)}{\lg 4\cdot\lg 6}$，

而$\lg t>0$，$\lg 4>0$，$\lg 6>0$，$\lg 6^2<\lg 4^3$，$\therefore 4y<6z$.

故有$3x<4y<6z$.

【点睛】本题考查指数式与对数式的互化、对数运算，考查转化与化归思想，考查逻辑推理能力、运算求解能力.

2022 年 10 月 23 日高中数学作业

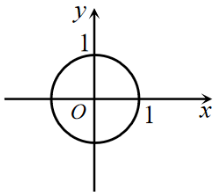
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

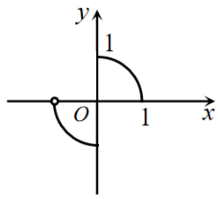
一、单选题

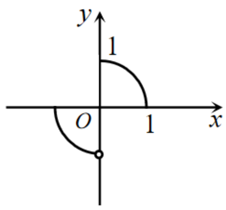
1．设函数 $f(x)=x^2+2(4-a)x+2$ 在区间 $(-\infty,3]$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是（　）

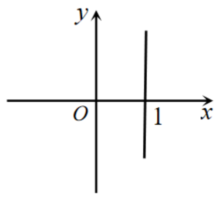
A．$a\geq -7$　　B．$a\geq 7$　　C．$a\geq 3$　　D．$a\leq -7$

2．下列图形是函数图像的是（　）

A．

B．

C．

D．

3．已知函数 $f(x)=-x^2+2x+1, x\in[0,2]$，函数 $g(x)=ax-1, x\in[-1,1]$，对于任意 $x_1\in[0,2]$，总存在 $x_2\in[-1,1]$，使得 $g(x_2)=f(x_1)$ 成立，则实数 a 的取值范围是（　）

A．$(-\infty,-3]$　　B．$[3,+\infty)$　　C．$(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$　　D．$(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

二、填空题

4．已知 $y=f(x+1)$ 的定义域是[-2，3]，则函数 $y=f(x)$ 的定义域为_______，$y=f(2x)+\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$ 的定义域为_______.

5．设函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x+1\right)^2+x^3}{x^2+1}$ 的最大值为 M，最小值为 m，则 $M+m=$_______.

三、解答题

6．已知 $f\left(x\right)$ 是定义在 $\left[-2,2\right]$ 上的奇函数，且当 $x\in\left[-2,0\right)$ 时，$f\left(x\right)=x^2-x$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-2,2\right]$ 上的解析式；

(2)若 $f\left(x\right)\geq m^2-2am-9$ 对所有 $x\in\left[-2,2\right]$，$a\in\left[-1,1\right]$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】根据二次函数的图象和性质即可求解.

【详解】函数$f(x)$的对称轴为$x=a-4$，

又$\because$函数在$(-\infty,3]$上为减函数，

$\therefore a-4\geqslant 3$，即$a\geqslant 7$.

故选：B.

【点睛】本题考查由函数的单调区间求参数的取值范围，涉及二次函数的性质，属基础题.

2．C

【分析】根据函数的定义，对四个选项一一判断.

【详解】按照函数的定义，一个自变量只能对应一个函数值.

对于A：当x=0时，$y=\pm 1$，不符合函数的定义.故A错误；

对于B：当x=0时，$y=\pm 1$，不符合函数的定义.故B错误；

对于C：每一个x都对应唯一一个y值，符合函数的定义.故C正确；

对于D：当x=1时，y可以取全体实数，不符合函数的定义.故D错误；

故选:C

3．C

【解析】先求得$f(x)$的值域，根据题意可得$f(x)$的值域为$[1,2]$是$g(x)$在$[-1,1]$上值域的子集，分$a>0,a<0$两种情况讨论，根据$g(x)$的单调性及集合的包含关系，即可求得答案.

【详解】因为$f(x)=-(x-2)^2+2,x\in[0,2]$，

所以$\begin{cases}f(x)_{\min}=f(0)=1\\f(x)_{\max}=f(2)=2\end{cases}$，即$f(x)$的值域为$[1,2]$，

因为对于任意$x_1\in[0,2]$，总存在$x_2\in[-1,1]$，使得$g(x_2)=f(x_1)$成立，

所以$f(x)$的值域为$[1,2]$是$g(x)$在$[-1,1]$上值域的子集，

当$a>0$时，$g(x)$在$[-1,1]$上为增函数，所以$g(-1)\le g(x)\le g(1)$，所以$g(x)\in[-a-1,a-1]$，

所以$\begin{cases}-a-1\le 1\\a-1\ge 2\end{cases}$，解得$a\ge 3$，

当$a<0$时，$g(x)$在$[-1,1]$上为减函数，所以$g(1)\le g(x)\le g(-1)$，所以$g(x)\in[a-1,-a-1]$

所以$\begin{cases}a-1\le 1\\ -a-1\ge 2\end{cases}$，解得$a\le -3$，

综上实数a的取值范围是$(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$，

故选：C

【点睛】解题的关键是将题干条件转化为两函数值域的包含关系问题，再求解，考查分析理解的能力，属中档题.

4． [-1，4] $\left(-\frac{1}{3},2\right]$

【分析】根据抽象函数的定义域求解方法即可求得结果.

【详解】因为$y=f(x+1)$的定义域是[-2，3]，

所以$-2\le x\le 3$，则$-1\le x+1\le 4$，即函数$f(x)$的定义域为[-1，4].

由$\begin{cases}-1\le 2x\le 4,\\ 3x+1>0\end{cases}$得$\begin{cases}-\frac{1}{2}\le x\le 2,\\ x>-\frac{1}{3}\end{cases}$

得$-\frac{1}{3}<x\le 2$，

即函数$y=f(2x)+\frac{1}{\sqrt{3x+1}}$的定义域为$\left(-\frac{1}{3},2\right]$.

故答案为：[-1，4]；$\left(-\frac{1}{3},2\right]$.

5．2

【分析】构造函数$g(x)=f(x)-1$，由奇偶性定义可知$g(x)$为奇函数，知$g(x)_{\max}+g(x)_{\min}=0$，由此可求得结果.

【详解】$f(x)=\frac{(x+1)^2+x^3}{x^2+1}=\frac{x^2+1+2x+x^3}{x^2+1}=1+\frac{x^3+2x}{x^2+1}$，

令$g(x)=f(x)-1=\frac{x^3+2x}{x^2+1}$，则$g(-x)=\frac{-x^3-2x}{x^2+1}=-g(x)$，

$\therefore g(x)$为R上的奇函数，$\therefore g(x)_{\max}+g(x)_{\min}=0$，即$M-1+m-1=0$，

$\therefore M+m=2$.

故答案为：2.

6．(1) $f(x)=\begin{cases}x^2-x,-2\le x<0\\ 0,x=0\\ -x^2-x,0<x\le 2\end{cases}$

(2) $[-1,1]$

【分析】（1）利用奇函数的定义可得函数的解析式；

（2）由二次函数的性质可得函数$f(x)$的最小值，代入不等式，进而利用一次函数的性质列不等式组，可得实数m的取值范围.

(1)

因为函数$f(x)$为定义域上的奇函数，所以$f(0)=0$，

当$x\in(0,2]$时，$-x\in[-2,0)$，所以$f(-x)=(-x)^2-(-x)=x^2+x$，

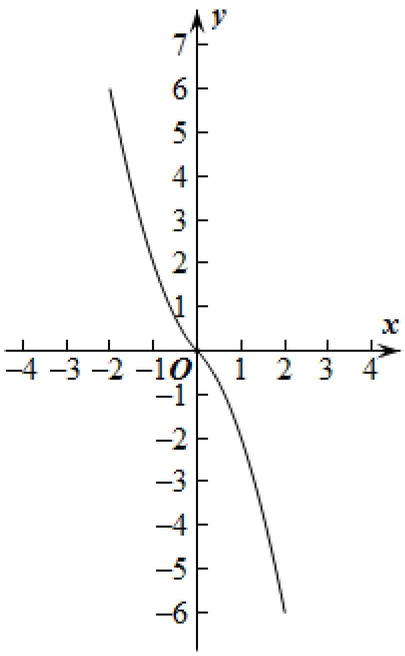
因为$f(x)$是奇函数，所以$f(-x)=-f(x)=x^2+x$，

所以$f(x)=-x^2-x$，

所以$f(x)=\begin{cases}x^2-x,-2\le x<0\\0,x=0\\-x^2-x,0<x\le 2\end{cases}$

(2)

作出$f(x)$在区间$[-2,2]$上的图象，如图：



可得函数$f(x)$在$[-2,2]$上为减函数，所以$f(x)$的最小值为$f(2)=-6$，

要使$f\left(x\right)\ge m^2-2am-9$对所有$x\in\left[-2,2\right]$，$a\in\left[-1,1\right]$恒成立，

即$-6\ge m^2-2am-9$对所有$a\in\left[-1,1\right]$恒成立，

令$g\left(a\right)=-2ma+m^2-3$，$a\in\left[-1,1\right]$，

则$\begin{cases} g\left(-1\right)=m^2+2m-3\le 0 \\ g\left(1\right)=m^2-2m-3\le 0 \end{cases}$，即$\begin{cases} -3\le m\le 1 \\ -1\le m\le 3 \end{cases}$，

可得：$-1\le m\le 1$，

所以实数m的取值范围是$\left[-1,1\right]$.