

代表的 2022 年 10 月 24 日高中数学作业

未命名

一、单选题

1. 若函数 $f(x) = \pi^x - \pi^{-x} + 2021x$ ，则不等式 $f(x+1) + f(2x-4) \geq 0$ 的解集为 ()
- A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $(0, 1]$ D. $[-1, 1]$
2. 对任意实数 $a < 1$ 且 $a \neq 0$ 关于 x 的函数 $y = (1-a)^x + 4$ 图象必过定点 ()
- A. $(0, 4)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, 5)$ D. $(1, 5)$
3. 若函数 $y = (m^2 - m - 1) \cdot m^x$ 是指数函数，则 m 等于 ()
- A. -1 或 2 B. -1
C. 2 D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

4. 函数 $f(x)=ax^{+1}+1(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象恒过定点_____.
5. 已知实数 $a>0$ 且 $a\neq 1$, 不论 a 取何值, 函数 $y=a^{x-4}+2$ 的图像恒过一个定点, 这个定点的坐标为_____.

三、解答题

6. 证明: 当 $a > 1$, $s < 0$ 时, $0 < a^s < 1$ 恒成立.

参考答案:

1. A

【分析】判断出函数的奇偶性和单调性，再利用其性质解不等式即可

【详解】 $f(x)$ 的定义域为 R ,

$$\text{因为 } f(-x) = \pi^{-x} - \pi^x - 2021x = -(\pi^x - \pi^{-x} + 2021x) = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 是奇函数,

所以不等式 $f(x+1) + f(2x-4) \geq 0$ 可化为 $f(x+1) \geq f(4-2x)$,

因为 $y = \pi^x, y = -\pi^{-x}, y = 2021x$ 在 R 上均为增函数,

所以 $f(x)$ 在 R 上为增函数,

所以 $x+1 \geq 4-2x$, 解得 $x \geq 1$,

故选: A.

2. C

【分析】根据指数函数过定点(0, 1)可求解.

【详解】 $\because a < 1$ 且 $a \neq 0$, $\therefore 1-a > 0$ 且 $1-a \neq 1$, 故函数 $y = (1-a)^x$ 是指数函数, 过定点(0, 1), 则 $y = (1-a)^x + 4$ 过定点(0, 5).

故选: C.

3. C

【分析】根据题意可得出关于实数 m 的等式与不等式, 即可解得实数 m 的值.

【详解】由题意可得
$$\begin{cases} m^2 - m - 1 = 1 \\ m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}, \text{ 解得 } m = 2.$$

故选: C.

4. $(-1, 2)$

【解析】由解析式可直接得出.

【详解】由解析式可得当 $x = -1$ 时, $f(-1) = a^0 + 1 = 2$,

$\therefore f(x)$ 恒过定点 $(-1, 2)$.

故答案为: $(-1, 2)$.

5. $(4,3)$

【分析】根据指数函数过定点问题求解.

【详解】令 $x-4=0$,

得 $x=4$, 此时 $y=3$,

所以函数 $y=a^{x-4}+2$ 的图像恒过的定点坐标为 $(4,3)$,

故答案为: $(4,3)$

6. 证明见解析

【分析】根据指数函数的单调性证明即可.

【详解】当 $a>1$ 时, $y=a^x$ 单调递增,

由 $s<0$ 得 $a^s < a^0 = 1$,

又因为 $a^s > 0$

所以 $0 < a^s < 1$ 恒成立