

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = -x^3$, 则 $f(x)$ ()
- A. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
- C. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
2. 函数 $y = a^{x-3} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 图象一定过点 ()
- A. (0, 1) B. (3, 1) C. (0, 2) D. (3, 2)
3. 下列命题中, 正确的有 () 个
- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - |x-1|$ 的定义域是_____.
5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, 如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 M 满足 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$.
- (1) 若 M 的所有元素之和为 3, 求 M 中所有元素之积;
- (2) 写出所有满足条件的集合 M ;

参考答案:

1. B

【分析】结合幂函数的单调性可判断 $f(x)$ 的单调性, 然后检验 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系即可判断奇偶性.

【详解】解: 根据幂函数的性质可知 $f(x) = -x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{又 } f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x),$$

故 $f(x)$ 为奇函数.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的奇偶性和单调性的判断, 属于基础试题.

2. D

【分析】利用指数函数 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 求解即可果.

【详解】由 $x - 3 = 0$, 得 $x = 3$,

$$\text{此时 } y = a^0 + 1 = 2,$$

\therefore 函数 $y = a^{x-3} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 图象一定过点 $(3, 2)$, 故选 D.

【点睛】本题主要考查指数函数的几何性质, 属于简单题. 函数图象过定点问题主要有两种类型: (1) 指数型, 主要借助 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 解答; (2) 对数型: 主要借助 $y = \log_a x$ 过定点 $(1, 0)$ 解答.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

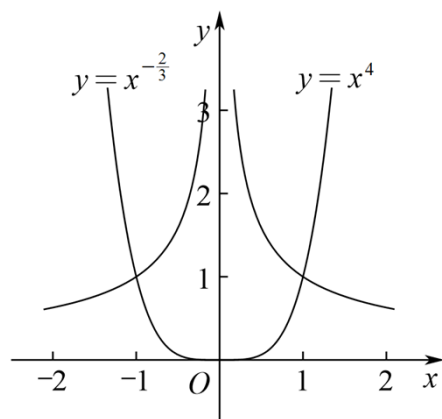
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

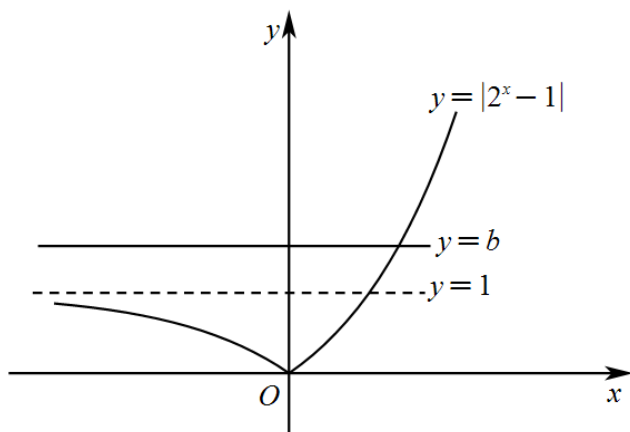
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(-2, +\infty)$

【详解】试题分析：函数的定义域需满足： $x + 2 > 0$ 解得定义域为： $(-2, +\infty)$

考点：求函数定义域

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$ ，通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 ，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设 $f(x)=a^x, g(x)=\log_b x, h(x)=x^\alpha$,

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}}=2, \log_b \frac{1}{2}=2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha=2$,

解得 $a=4, b=\frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha=-1$,

所以 $f(x)=4^x, g(x)=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x)=x^{-1}$,

由 $4^{x_1}=4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2=4, x_3^{-1}=4$

解得 $x_1=1, x_2=\frac{1}{4}, x_3=\frac{1}{4}$,

所以 $x_1+x_2+x_3=\frac{3}{2}$.

故答案为: $\frac{3}{2}$

6. (1) -3 ; (2) $\{-1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-1, 2, 3\}, \{-1, 1, 2, 3\}$.

【分析】(1) 由元素与集合的关系，因为 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，运算则可得解；

(2) 由集合的子集的求法，分集合 M 为二元集、三元集、四元集讨论，一一列举即可.

【详解】解：(1) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，则 $-1 \in M, 3 \in M$,

即 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，

又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，

即 $1 \in M, 2 \notin M$,

即 $M=\{-1, 1, 3\}$,

故 M 中所有元素之积为 $(-1) \times 1 \times 3 = -3$;

(2) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$,

故所有满足条件的集合 M 为： $M=\{-1, 3\}, M=\{-1, 1, 3\}, M=\{-1, 2, 3\}, M=\{-1, 1, 2, 3\}$.

【点睛】本题考查了集合的包含关系及集合的子集，重点考查了集合思想，属基础题.

