2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知 $f(x)=\begin{cases}3x+1, & x\leqslant 1,\\ x^2+3, & x>1,\end{cases}$ 则 $f(3)=$（　　）

A．7　　　　B．2　　　　C．10　　　　D．12

2．函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递减，且为奇函数．若 $f(1)=-1$，则满足 $-1\le f(x-2)\le 1$ 的 x 的取值范围是（　　）

A．[－2，2]　　　　B．[－1，2]　　　　C．[0，4]　　　　D．[1，3]

3．定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 在 $\left[0,+\infty\right)$ 上单调递减，若 $f(1)=-1$，则满足 $-1\le f(x-2)\le 1$ 的 x 的取值范围是（　　）．

A．$[-2,2]$　　　　B．$[-1,1]$

C．$[0,4]$　　　　D．$[1,3]$

二、填空题

4．集合 $A=\{x|x\le 5$ 且 $x\ne 1\}$用区间表示____________．

5．已知 $\alpha\in\left\{-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,2,3\right\}$.若幂函数 $f(x)=x\alpha$ 为奇函数，且在(0，＋∞)上递减，则 $\alpha=$______.

三、解答题

6．已知函数 $f\left(x\right)=\left|x+a\right|-\sqrt{1-x^2}$．

（1）若 $a=\sqrt{2}$，求函数 f（x）的零点；

（2）针对实数 a 的不同取值，讨论函数 f（x）的奇偶性．

参考答案：

1．D

【分析】根据分段函数的定义计算．

【详解】由题意 $f(3)=3^2+3=12$．

故选：D．

2．D

【分析】根据奇函数的性质，并根据函数的单调性求解即可.

【详解】由函数 $f(x)$ 为奇函数，得 $f(-1)=-f(1)=1$，

不等式 $-1\le f(x-2)\le 1$ 即为 $f(1)\le f(x-2)\le f(-1)$，

又 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递减，∴得 $1\ge x-2\ge -1$，即 $1\le x\le 3$.

故选：D．

3．D

【解析】由函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数且在 R 单调递减，求得 $f(-1)=1$，结合函数的单调性，把不等式 $-1\le f(x-2)\le 1$ 转化为 $f(1)\le f(x-2)\le f(-1)$，得到 $-1\le x-2\le 1$，即可求解.

【详解】由题意，函数 $f\left(x\right)$ 为奇函数且在 R 单调递减，

因为 $f(1)=-1$，可得 $f(-1)=-f\left(1\right)=1$，

要使不等式 $-1\le f(x-2)\le 1$ 成立，即 $f(1)\le f(x-2)\le f(-1)$ 成立，

则实数 x 满足 $-1\le x-2\le 1$，解得 $1\le x\le 3$，

所以实数 x 的取值范围为 $[1,3]$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了函数的奇偶性和单调性的应用，其中解答中结合函数的单调性和奇偶性合理转化为 $f(1)\le f(x-2)\le f(-1)$ 是解答的关键，着重考查推理与运算能力.

4．$(-\infty,1)\cup(1,5]$

【分析】利用区间的定义即可求解.

【详解】因为集合 $A=\{x|x\le 5$ 且 $x\ne 1\}$，表示从负无穷到 5（包括 5）去掉 1，所以用区间表示为 $(-\infty,1)\cup(1,5]$.

【点睛】本题考查集合与区间的转化，考查区间的定义以及断点的区间表示，属于基础题.

5．-1

【分析】根据幂函数 $f\left(x\right)=x^{\alpha}$，当 α 为奇数时，函数为奇函数，$\alpha<0$ 时，函数在(0，＋∞)上递减，即可得出答案.

【详解】解：∵幂函数 $f(x)=x\alpha$ 为奇函数，∴α 可取－1，1，3，

又 $f(x)=x\alpha$ 在(0，＋∞)上递减，∴α＜0，故 α ＝－1.

故答案为：-1.

6.（1）$x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；（2）当 a＝0 时，函数 f（x）为偶函数，当 a≠0 时，函数 f（x）为非奇非偶函数.

【分析】(1) 根据解析式，求得定义域，当 $a=\sqrt{2}$ 时，令 $\left|x+\sqrt{2}\right|-\sqrt{1-x^2}=0$，解得 $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ∈[-1，1]，所以零点为 $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（2）若 f（x）为奇函数，则必有 f（-1）+f（1）＝0，代入求得 a 不存在，若函数 f（x）为偶函数，由 f（-1）＝f（1），解得 a=0，经检验符合题意，即可得答案.

【详解】(1) 根据题意，函数 $f\left(x\right)=\left|x+a\right|-\sqrt{1-x^2}$，则有 1-$x^2$≥0，解可得-1≤$x$≤1，

即函数 f（x）的定义域为[-1，1]，

由 $a=\sqrt{2}$，得 $\left|x+\sqrt{2}\right|-\sqrt{1-x^2}=0$，

化简得 $2x^2+2\sqrt{2}x+1=0$，即 $\left(\sqrt{2}x+1\right)^2=0$，则 $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ∈[-1，1]，

所以，函数 f（x）的零点为 $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）函数 f（x）的定义域为[-1，1]，若函数 f（x）为奇函数，则必有 f（-1）+f（1）＝0；

代入得|a+1|+|a-1|＝0 于是 $\begin{cases}a=1\\a=-1\end{cases}$ 无解，所以函数 f（x）不能为奇函数，

若函数 f（x）为偶函数，由 f（-1）＝f（1）得|-1+a|＝|1+a|解得 a＝0；

又当 a＝0 时，$f\left(x\right)=\left|x\right|-\sqrt{1-x^2}$，

则 $f\left(-x\right)=\left|-x\right|-\sqrt{1-x^2}=\left|x\right|-\sqrt{1-x^2}=f\left(x\right)$；

对任意 x∈[-1，1]都成立，

综上，当 a＝0 时，函数 f（x）为偶函数，当 a≠0 时，函数 f（x）为非奇非偶函数.

高中数学平行组卷 2022-10-23

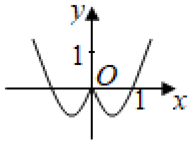
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

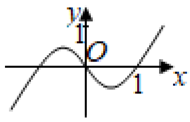
一、单选题

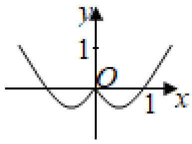
1．设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\le 0\\-x+1,x>0\end{cases}$，则满足 $f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$ 的 x 的取值范围是

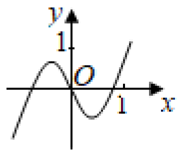
A．$(-\infty,\frac{1}{4})$　　B．$(\frac{1}{4},\frac{3}{4})$　　C．$(-\infty,\frac{3}{4})$　　D．$(\frac{3}{4},+\infty)$

2．函数 $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\frac{\mathrm{x}^3-\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2+1}$ 的图象大致为(　　)

A．

B．

C．

D．

3．函数 $f(x)$ 的定义域为R，若 $f(x+1)$ 是奇函数，$f(x-1)$ 是偶函数，则（　　）

A．$f(x)$ 是奇函数　　B．$f(x+3)$ 是偶函数

C．$f(3)=0$　　D．$f(x)=f(x+3)$

二、填空题

4．集合{x|x>3}用区间表示为____________.

5．幂函数 $y=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 的图像关于___________对称.

三、解答题

6．在①$k=-1$，②$k=1$这两个条件中任选一个，补充在下面问题中．

已知函数 $f(x)=\frac{k}{x}-kx$，且_______，

（1）求 $f(x)$ 的定义域，并判断 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）判断 $f(x)$ 的单调性，并用定义给予证明．

参考答案：

1．C

【分析】利用特殊值，对选项进行排除，由此得到正确选项.

【详解】当$x=1$时，$f\left(1\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}<1$，由此排除D选项.当$x=0$时，$f\left(0\right)+f\left(-\frac{1}{2}\right)=1+\sqrt{2}>1$，由此排除B选项.当$x=\frac{1}{2}$时，$f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(0\right)=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}>1$，由此排除A选项.综上所述，本小题选C.

【点睛】本小题主要考查分段函数求值，考查利用特殊值法解选择题，属于基础题.

2．B

【分析】由$\mathrm{f}\left(-\mathrm{x}\right)=-\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)$，即函数$y=f(x)$为奇函数，排除$A$，$C$，再由$\mathrm{f}\left(1\right)=0$排除D，得到结论.

【详解】因为$\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)=\frac{\mathrm{x}^3-\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2+1}$，此函数定义域为R，又因为$\mathrm{f}\left(-\mathrm{x}\right)=\frac{(-\mathrm{x})^3-\left(-\mathrm{x}\right)}{(-\mathrm{x})^2+1}=-\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)$，

即函数$\mathrm{y}=\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)$为奇函数，其图象关于原点对称，故排除选项A，C，

当$x=1$时，$\mathrm{f}\left(1\right)=0$，故排除D，

故选B.

【点睛】本题考查了函数的奇偶性的应用，利用函数的性质及特殊点的函数值进行排除选项是常用的方法，属于基础题.

3．B

【分析】根据奇偶函数的定义，结合函数的周期性、对称性，整理化简，即可得答案.

【详解】因为$f\left(x+1\right)$是奇函数，

$\therefore f\left(x+1\right)=-f\left(-x+1\right)$，

$\because f\left(x-1\right)$是偶函数，

$\therefore f\left(x-1\right)=f\left(-x-1\right)$，即$f\left(x+1\right)=f\left(-x-3\right)$，

$\therefore -f\left(-x+1\right)=f\left(-x-3\right)\Rightarrow f\left(x\right)+f\left(x+4\right)=0$，

则$f\left(x+8\right)=-f\left(x+4\right)=f\left(x\right)$，即周期为8；

另一方面$f\left(x+5\right)=-f\left(x+1\right)=f\left(-x+1\right)$，

$\therefore f\left(x+3\right)=f\left(-x+3\right)$，即 $f\left(x+3\right)$ 是偶函数.

故选：B.

4.（3，+∞）

【分析】用区间的定义即可求出答案.

【详解】因为集合{x|x>3}，表示从 3（不包括 3）开始直到正无穷，所以用区间表示为（3，+∞）.

【点睛】本题考查集合与区间的转化，考查区间的定义以及正无穷的概念，属于基础题.

5．原点##（0，0）

【分析】由已知得 $n\left(n+1\right)+1$ 为正奇数，因此有 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，得该幂函数为奇函数，根据奇函数的图象性质可得答案.

【详解】解：令 $y=f\left(x\right)=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，

因为 $n\left(n+1\right)+1$ 为正奇数，所以 $f\left(-x\right)=\left(-x\right)^{n(n+1)+1}=-x^{n(n+1)+1}=-f\left(x\right)$，所以幂函数为奇函数，所以幂函数 $y=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 的图像关于原点对称，

故答案为：原点.

6.（1）答案见解析；（2）答案见解析.

【解析】选择①$k=-1$，可得 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$，选择②$k=1$，可得 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x$.

（1）使函数 $f(x)$ 有意义，只需 $x\neq 0$；再求出 $f\left(-x\right)$ 与 $f\left(x\right)$ 的关系即可求解.

（2）根据证明函数单调性的步骤：取值、作差、变形、定号即可证明.

【详解】选择①$k=-1$，因为 $f(x)=\dfrac{k}{x}-kx$，所以 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$.

（1）要使函数 $f(x)$ 有意义，只需 $x\neq 0$，

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

因为 $f(-x)=-x-\dfrac{1}{-x}=-(x-\dfrac{1}{x})=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数.

⑵ 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 均为增函数.

证明如下：$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=x_1-\dfrac{1}{x_1}-(x_2-\dfrac{1}{x_2})$

$=(x_1-x_2)+\dfrac{x_1-x_2}{x_1x_2}$

$=(x_1-x_2)(1+\dfrac{1}{x_1x_2})$

$=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1x_2+1)}{x_1x_2}$，

因为$0<x_1<x_2$，所以$x_1-x_2<0$，$x_1x_2>0$，$x_1x_2+1>0$，

所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$，

故函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$为增函数；

同理可证，函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$为增函数；

所以函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$均为增函数.

选择② $k=1$，因为$f(x)=\dfrac{k}{x}-kx$，所以$f(x)=\dfrac{1}{x}-x$.

（1）要使函数$f(x)$有意义，只需$x\neq 0$，

所以函数$f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

因为$f(-x)=\dfrac{1}{-x}-(-x)=-(\dfrac{1}{x}-x)=-f(x)$，

所以$f(x)$奇函数.

⑵ 函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$均为减函数.

证明如下：$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1<x_2$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{1}{x_1}-x_1-(\dfrac{1}{x_2}-x_2)$

$=\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}+(x_2-x_1)$

$=(x_2-x_1)\left(1+\dfrac{1}{x_1x_2}\right)$

$=\dfrac{(x_2-x_1)(x_1x_2+1)}{x_1x_2}$，

因为$0<x_1<x_2$，所以$x_2-x_1>0$，$x_1x_2>0$，$x_1x_2+1>0$，

所以$f(x_1)-f(x_2)>0$，即$f(x_1)>f(x_2)$，

故函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$为减函数；

同理可证，函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$为减函数；

所以函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$均为减函数.

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x}, & x\le 0\\ \ln x, & x>0\end{cases}$，则 $f(-1)+f(1)$ 等于（　）

A．$\frac{1}{2}$　　　B．1　　　C．$\frac{3}{2}$　　　D．2

2．已知函数 $f\left(x\right)$ 和 $g\left(x\right)$ 均为 R 上的奇函数，且 $h\left(x\right)=af\left(x\right)+bg\left(x\right)+2$， $h(5)=6$，则 $h(-5)$ 的值为（　　）

A．-2　　　B．-8　　　C．-6　　　D．6

3．已知函数 f（x）$=2^{1+x^{2}}-\frac{1}{1+x^{2}}$，则使得 f（$2x$）$>f$（x-3）成立的 x 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,-3\right)$　　　B．$\left(1,+\infty\right)$

C．$\left(-3,-1\right)$　　　D．$\left(-\infty,-3\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

二、填空题

4．用区间表示下列数集．

(1)$\{x|x\geq 2\}$＝________；

(2)$\{x|3<x\leq 4\}$＝________；

(3)$\{x|x>1$ 且 $x\neq 2\}$＝________．

5．幂函数 $y=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^{*}\right)$ 的图像关于___________对称．

三、解答题

6．证明：函数 $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$（$-1<x<1$）是奇函数．

参考答案：

1．A

【解析】根据分段函数各段的定义域求解.

【详解】因为函数$f(x)=\begin{cases}2^x, & x\le 0\\ \ln x, & x>0\end{cases}$,

所以$f(-1)=2^{-1}=\frac{1}{2}, f(1)=\ln 1=0$,

所以$f(-1)+f(1)=\frac{1}{2}$,

故选：A

2．A

【分析】代入$x=-5$，和$x=5$，利用奇函数的性质，两式相加求值.

【详解】$h(5)=af(5)+bg(5)+2$,① $h(-5)=af(-5)+bg(-5)+2$,

$\because f(x)$和$g(x)$ 都是奇函数，

$\therefore f(-5)=-f(5), g(-5)=-g(5)$

即$h(-5)=-af(5)-bg(5)+2$ ②

①+②可得$h(5)+h(-5)=4$

$h(-5)=4-h(5)=-2$.

故选A.

【点睛】本题考查了奇函数的性质求值，属于基础题型.

3．D

【分析】判断函数f（x）为偶函数，讨论x＞0时，f（x）为增函数，再由偶函数的性质：f（|x|）=f（x），以及单调性，可得|2x|＞|x-3|，解不等式即可得到所求解集.

【详解】函数$f(x)=2^{1+x^2}-\frac{1}{1+x^2}, x\in\mathbf{R}$,有f（-x）=f（x），f（x）为偶函数，

当x＞0时，可得$y=2^{1+x^2}$递增，$y=-\frac{1}{1+x^2}$递增.

则f（x）在（0，+∞）递增，且有f（|x|）=f（x），则f（2x）＞f（x-3），

即为f（|2x|）＞f（|x-3|），即|2x|＞|x-3|，则$|2x|^2>|x-3|^2$，即为（x+3）（3x-3）＞0，

解得x＞1或x＜-3．故选D.

【点睛】本题考查函数的奇偶性和单调性的运用：解不等式，注意运用复合函数的单调性和

偶函数的性质，考查运算能力，属于中档题.

4．　[2，＋∞)　(3,4]　(1,2)∪(2，＋∞)

【详解】由区间表示法知：

(1)[2，＋∞)；

(2)(3,4]；

(3)(1,2)∪(2，＋∞).

5．原点##（0，0）

【分析】由已知得$n\left(n+1\right)+1$为正奇数，因此有$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，得该幂函数为奇函数，根据奇函数的图象性质可得答案.

【详解】解：令$y=f\left(x\right)=x^{n\left(n+1\right)+1}\left(n\in\mathbf{N}^{*}\right)$，

因为$n\left(n+1\right)+1$为正奇数，所以$f\left(-x\right)=\left(-x\right)^{n\left(n+1\right)+1}=-x^{n\left(n+1\right)+1}=-f\left(x\right)$，所以幂函数为奇函数，所以幂函数$y=x^{n\left(n+1\right)+1}\left(n\in\mathbf{N}^{*}\right)$的图像关于原点对称，

故答案为：原点.

6．证明见解析.

【分析】算出$f(-x)=-f\left(x\right)$即可.

【详解】因为$f(x)$的定义域是$\left(-1,1\right)$，$f(-x)=\lg\frac{1+x}{1-x}=-\lg\frac{1-x}{1+x}=-f\left(x\right)$

所以函数$f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$（$-1<x<1$）是奇函数

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．设 $f(\mathrm{x})=\begin{cases}-\sqrt{\mathrm{x}+2} & x\geq 0\\ 2^{x} & x<0\end{cases}$ ，求 f(－2)的值

A．4　　B．－4　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$-\frac{1}{4}$

2．已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 是以 π 为最小正周期的周期函数，且当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$f(x)=\sin x$，则 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ 的值为

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 已知 $f(x)$ 在 R 上是奇函数，且满足 $f(x+4)=f(x)$，当 $x\in(0,2)$ 时，$f(x)=x^{2}$，则 $f(7)=$（　　）

A．49　　B．-49　　C．1　　D．-1

二、填空题

4．用区间表示下列集合：

（1）$\{x|x>-1\}=$______；

（2）$\{x|2<x\leq 5\}=$______；

（3）$\{x|2\leq x\leq 4\}=$______；

（4）$\{x\,|-3\leq x<0$ 或 $2\leq x<4\}=$______；

（5）$\{x\,|-2<x\leq 2$ 且 $x\neq 0\}=$______．

5．设 $\alpha\in\{-2，-1，1，2\}$，则使函数 $y=x\alpha$ 为偶函数的所有 α 的和为__.

三、解答题

6．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{3^{x}-2^{-x}}{3^{x}+2^{-x}}$.

（1）判断 $f\left(x\right)$ 的奇偶性；

（2）求 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-1,1\right]$ 的最大值与最小值.

参考答案：

1．C

【详解】$f(-2)=2^{-2}=\frac{1}{4}$

故选 C.

2．C

【分析】利用周期函数的特性，通过诱导公式和函数的周期，求出$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$和$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$之间的等式关系，进而求解即可

【详解】$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=f\left(\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=f\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，故选 C.

【点睛】本题考查三角函数的周期问题，属于基础题，难点在于化简过程需要使用周期性与奇偶性进行转化

3．D

【解析】利用函数的周期性、奇偶性求解．

【详解】解：$\because f(x)$在R上是奇函数，且满足$f(x+4)=f(x)$，

当$x\in(0,2)$时，$f(x)=x^2$，

$\therefore f(7)=f(4+3)=f(3)$

$\therefore f(3)=f(4+(-1))=f(-1)$

$\therefore f(-1)=-f(1)$

$\therefore f(7)=-f(1)=-1^2=-1$

故选：D．

【点睛】本题考查函数值的求法，解题时要注意函数性质的合理运用，属于基础题．

4．　$(-1,+\infty)$　$(2,5]$　$[2,4]$　$[-3,0)\cup[2,4)$　$(-2,0)\cup(0,2]$

【分析】(1）根据开区间的定义写出结论；

（2）根据左开右闭区间的定义写出结论；

（3）根据闭区间的定义写出结论；

（4）根据区间的定义结合并集运算写出结论；

（5）根据区间的定义结合集合运算写出结论．

【详解】(1）$\{x|x>-1\}=(-1,+\infty)$；

（2）$\{x|2<x\le 5\}=(2,5]$；

（3）$\{x|2\le x\le 4\}=[2,4]$；

（4）$\{x\mid -3\le x<0$ 或 $2\le x<4\}=[-3,0)\cup[2,4)$；

（5）$\{x\mid -2<x\le 2$ 且 $x\ne 0\}=(-2,0)\cup(0,2]$.

故答案为：$(-1,+\infty)$；$(2,5]$；$[2,4]$；$[-3,0)\cup[2,4)$；$(-2,0)\cup(0,2]$.

5．0

【解析】由幂函数的性质可知，当 α 为偶数时函数为偶函数，进而可求出所有 α 的和.

【详解】符合题意使函数 $y=x\alpha$ 为偶函数的 α 为-2 和 2，

则-2+2＝0.

故答案为：0

6.（1）奇函数,证明见解析. （2）最大值为 $\frac{5}{7}$,最小值为 $-\frac{5}{7}$

【分析】(1）将 $-x$ 代入解析式,化简后根据奇偶性定义可判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

（2)先利用定义证明函数 $f(x)$ 为 R 上的递增函数,即可根据单调性求得在区间 $[-1,1]$ 内的最大值和最小值.

【详解】(1）函数 $f(x)=\frac{3^x-2^{-x}}{3^x+2^{-x}}$ 为奇函数.证明如下:

函数 $f(x)=\frac{3^x-2^{-x}}{3^x+2^{-x}}$ 的定义域为 R

且 $f(-x)=\frac{3^{-x}-2^x}{3^{-x}+2^x}=\frac{3^x\cdot 2^{-x}\left(3^{-x}-2^x\right)}{3^x\cdot 2^{-x}\left(3^{-x}+2^x\right)}=\frac{2^{-x}-3^x}{3^x+2^{-x}}$

即 $f(-x)=-f(x)$

由函数奇偶性定义可知,$f(x)$ 为奇函数

（2）函数 $f(x)=\frac{3^x-2^{-x}}{3^x+2^{-x}}=\frac{3^x+2^{-x}-2\times 2^{-x}}{3^x+2^{-x}}=1-\frac{2\times 2^{-x}}{3^x+2^{-x}}$

任取 $x_1,x_2\in R$ 且令 $x_1>x_2$

则 $f(x_1)-f(x_2)=\left(1-\frac{2\times 2^{-x_1}}{3^{x_1}+2^{-x_1}}\right)-\left(1-\frac{2\times 2^{-x_2}}{3^{x_2}+2^{-x_2}}\right)$

$$=\frac{2\times2^{-x_2}}{3^{x_2}+2^{-x_2}}-\frac{2\times2^{-x_1}}{3^{x_1}+2^{-x_1}}$$

$$=\frac{2\times\left[2^{-x_2}\cdot\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)-2^{-x_1}\cdot\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\right]}{\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)}$$

$$=\frac{2\times\left(2^{-x_2}\cdot3^{x_1}-2^{-x_1}\cdot3^{x_2}\right)}{\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)}$$

因为$x_1>x_2$

由指数函数的图像与性质可知$3^{x1}>3^{x2}$,

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x1}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x2}$,即$2^{-x1}<2^{-x2}$

则$2^{-x_2}\cdot3^{x_1}>2^{-x_1}\cdot3^{x_2}$

所以$\frac{2\times\left(2^{-x_2}\cdot3^{x_1}-2^{-x_1}\cdot3^{x_2}\right)}{\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)}>0$,即$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)>0$

所以$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

则$f\left(x\right)$为 R 上的单调性递增函数.

所以在区间$\left[-1,1\right]$上,$f\left(x\right)_{\max}=f\left(1\right)=\frac{5}{7}$

$f\left(x\right)_{\min}=f\left(-1\right)=-\frac{5}{7}$

所以$f\left(x\right)$在区间$\left[-1,1\right]$的最大值为$\frac{5}{7}$,最小值为$-\frac{5}{7}$.

【点睛】本题考查了函数奇偶性的判断,利用定义证明函数的单调性,根据单调性求区间内的最大值与最小值,属于基础题.

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\log_2 x, x>0,\\ f\left(x+2\right), x\le 0,\end{cases}$，则 $f\left(-3\right)=$

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

2．已知定义域为 R 的偶函数 $f(x)$ 满足 $f\left(1+x\right)=f\left(1-x\right)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，则 $f\left(-\frac{3}{2}\right)=$（　）

A．$-\frac{3}{2}$　　B．-1　　C．1　　D．$\frac{3}{2}$

3．已知函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+1$，若正实数 a，b 满足 $f(4a)+f(b-1)=2$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为（　）

A．4　　B．8　　C．9　　D．13

二、填空题

4．若[a,3a－1]为一确定区间，则 a 的取值范围是________.

5．若 $\alpha\in\left\{-1,1,\frac{1}{2},3\right\}$，则使函数 $y=x^{\alpha}$ 的定义域为 **R** 且图象关于原点成中心对称的所有 α 的值为______.

三、解答题

6．定义在 $(-1,1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足：

①对任意 x，$y\in(-1,1)$，都有 $f(x)+f(y)=f\left(\frac{x+y}{5+3xy}\right)$；② $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上是单调递减函数，$f(\frac{1}{4})=-1$.

(1)求 $f(0)$ 的值.

(2)求证：$f(x)$ 为奇函数.

(3)解不等式 $f(2x-1)<1$.

参考答案：

1．B

【分析】利用分段函数，通过函数的周期性，转化求解函数值即可．

【详解】函数 f（x）= $\begin{cases} log_2x，x>0 \\ f(x+2)，x \le 0 \end{cases}$，则 f（.3）=f（.3+2）=f（.1）=f（.1+2）=f（1）=$\log_2 1$=0．

故选 B．

【点睛】本题考查分段函数的应用，函数值的求法，考查计算能力．

2．C

【分析】由函数为偶函数和 $f(1+x)=f(1-x)$，得到函数的周期为 2 求解.

【详解】解：因为函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，

所以 $f(x)=f(-x)$，

又因为 $f(1+x)=f(1-x)$，

所以 $f(2-x)=f(x)$，

则 $f(2-x)=f(-x)$，即 $f(2+x)=f(x)$，

所以周期为 $T=2$，

因为 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，

$f\left(-\frac{3}{2}\right)=f\left(2-\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=1$，

故选：C

3．C

【分析】由函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+1$，知 $f(x)$ 是奇函数，又因为正实数 a，b 满足 $f(4a)+f(b-1)=2$，所以 $4a+b=1$，利用基本不等式求得结果.

【详解】解：由函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+1$，设 $g(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$，知 $g(-x)=-g(x)$，

所以 $g(x)$ 是奇函数，则 $f(x)+f(-x)=2$，又因为正实数 a，b 满足 $f(4a)+f(b-1)=2$，

，所以 $4a+b=1$，

$(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})(4a+b)=5+\frac{4a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 5+4=9$，当且仅当 $a=\frac{1}{6}$，$b=\frac{1}{3}$ 时取到等号.

故选：C.

【点睛】本题考查了函数的奇偶性，基本不等式应用，属于简单题.

4．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

【详解】由题意 3a－1>a，得 a>$\frac{1}{2}$,故填$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

5．1，3##3,1

【分析】利用幂函数的图象和性质判断.

【详解】$y=x^{-1}$的定义域是$\{x\mid x\neq 0\}$，不符合题意；

$y=x$的定义域是 R，其是奇函数，图象关于原点成中心对称，符合题意；

$y=x^{\frac{1}{2}}$的定义域是$\{x\mid x\geq 0\}$，不符合题意；

$y=x^{3}$的定义域是 R，且是奇函数，图象关于原点成中心对称，符合题意.

故答案为：1，3

6．(1) $f(0)=0$；

(2)证明见解析；

(3)$\left(\frac{3}{8},1\right)$.

【分析】（1）利用赋值法，即得；

（2）利用函数奇偶性的定义即得；

（3）由题意可知$f\left(-\frac{1}{4}\right)=1$，结合函数的单调性性和函数的定义域列不等式，进而即得.

（1）

令$x=y=0$，得$2f\left(0\right)=f\left(0\right)$，

所以$f\left(0\right)=0$；

（2）

由题可知函数$f(x)$的定义域为$(-1,1)$关于原点对称，

令$y=-x$，得$f\left(x\right)+f\left(-x\right)=f\left(0\right)=0$，

即$f\left(x\right)=-f\left(-x\right)$，

所以$f\left(x\right)$为奇函数；

（3）

因为$f\left(\frac{1}{4}\right)=-1$，$f\left(x\right)$为奇函数，

所以$f\left(-\frac{1}{4}\right)=1$，

所以不等式$f\left(2x-1\right)<1$等价于$f\left(2x-1\right)<f\left(-\frac{1}{4}\right)$，

又因为$f\left(x\right)$在$\left(-1,1\right)$上是减函数，

所以$2x-1>-\frac{1}{4}$，且$-1<2x-1<1$，

解得$\frac{3}{8}<x<1$，

所以不等式的解集为$\left(\frac{3}{8},1\right)$.

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x，x>0\\ e^{x},x\le 0\end{cases}$，则函数 $f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right]=$（   ）

A． 3　　B． -3　　C． $\frac{1}{3}$　　D． $-\frac{1}{3}$

2．设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且当 $x\leqslant 0$ 时， $f(x)=x^{2}-\frac{1}{2}x$ ，则 $f(1)=$（   ）

A． $-\frac{3}{2}$　　B． $-\frac{1}{2}$　　C． $\frac{3}{2}$　　D． $\frac{1}{2}$

3．定义域为 R 的函数 $f(x)$ 满足以下条件:(1)对于任意 $x\in R,f(x)+f(-x)=0$;(2)对于任意 $x_1,x_2\in[1,3]$,当 $x_2>x_1$ 时,有 $f(x_2)>f(x_1)>0$;则以下不等式不一定成立的是

A． $f(2)>f(0)$　　B． $f(2)>f(1)$　　C． $f(-3)<f(-1)$　　D． $f(4)>f(2)$

二、填空题

4．用区间表示下列数集.

(1){x|x≥2}＝________；

(2){x|3<x≤4}＝________；

(3){x|x>1 且 x≠2}＝________.

5．若幂函数 $f(x)=x^{m^{2}-2m-3}\left(m\in \mathrm{Z}\right)$ 为偶函数，且在区间 $(-\infty,0)$ 上递增，则 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 的值是______.

三、解答题

6．已知函数 $f(x)=\frac{2x-3}{x-1}$.

(1)求函数的定义域；

(2)判断函数的奇偶性；

(3)用定义法证明： $f(x)$ 在 $[2,6]$ 上单调；

(4)求 $f(x)$ 在 $[2,6]$ 上的最大值与最小值.

参考答案：

1．C

【分析】根据分段函数的定义域先求出$f\left(\frac{1}{3}\right)=-\ln 3$，再根据$-\ln 3<0$，根据定义域，结合$f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right]=f(-\ln 3)$，即可求出结果.

【详解】由题意可知，$f\left(\frac{1}{3}\right)=\ln\frac{1}{3}=-\ln 3$，所以$f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right]=f(-\ln 3)=e^{-\ln 3}=\frac{1}{3}$.

故选：C.

2．A

【分析】由函数的解析式求出$f(-1)$的值，利用函数的奇偶性得出$f(1)$.

【详解】根据题意，当$x\leqslant 0$时，$f(x)=x^2-\frac{1}{2}x$，则$f(-1)=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，

又由$f(x)$是定义域为R的奇函数，则$f(1)=-f(-1)=-\frac{3}{2}$，

故选：A．

【点睛】本题考查函数奇偶性的应用，考查函数的表示方法，考查学生的计算能力，属于基础题.

3．D

【解析】根据条件判断函数的奇偶性和单调性，根据函数奇偶性和单调性之间的关系进行转化比较即可.

【详解】解：由$f(x)+f(-x)=0$；得$f(-x)=-f(x)$，则函数$f(x)$是奇函数；

对于任意$x_1,x_2\in[1,3]$，当$x_2>x_1$时，有$f(x_2)>f(x_1)>0$；

则此时函数$f(x)$为增函数，在$[-3,-1]$上是增函数，

对于A．$f(2)>0$，$f(0)=0$，则$f(2)>f(0)$成立，

对于B．根据函数的单调性可知，$f(2)>f(1)$成立，

对于C．根据函数的单调性可知，$f(-3)<f(-1)$成立，

对于D．$f(4)$与$f(2)$的关系不确定，

故不一定成立的是D，

故选：D．

【点睛】本题主要考查函数值的大小比较，根据函数奇偶性和单调性的关系进行转化是解决

本题的关键，属于中档题.

4．　[2，＋∞)　(3,4]　(1,2)∪(2，＋∞)

【详解】由区间表示法知：

(1)[2，＋∞)；

(2)(3,4]；

(3)(1,2)∪(2，＋∞).

5．16

【分析】首先根据题意得到$f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$单调递减，从而得到$m=0$，1，2，再分类讨论求解即可.

【详解】∵幂函数$f\left(x\right)=x^{m^2-2m-3}\left(m\in \mathrm{Z}\right)$为偶函数，且在区间$\left(-\infty,0\right)$上递增，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$单调递减

$\therefore m^2-2m-3<0$，即$-1<m<3$

又$\because m\in \mathrm{Z}$

$\therefore m=0$，1，2

当$m=0$时，$f\left(x\right)=x^{-3}$是奇函数，不满足题意；

当$m=1$时，$f\left(x\right)=x^{-4}=\dfrac{1}{x^4}$是偶函数，

且在区间$\left(-\infty,0\right)$上递增，在$\left(0,+\infty\right)$单调递减，满足题意，此时$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=16$；

当$m=2$时，$f\left(x\right)=x^{-3}$是奇函数，不满足题意.

综上$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=16$.

故答案为：16.

6．(1)$\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$；

(2)非奇非偶函数；

(3)证明见解析；

(4)$f\left(x\right)_{\max}=\dfrac{9}{5}$，$f\left(x\right)_{\min}=1$.

【分析】（1）由分母不为零可得定义域；

（2）先判断定义域是否关于原点对称即可；

（3）设 $2\leqslant x_1 < x_2\leqslant 6$，判断 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$ 正负即可；

（4）根据（3）单调性即可求最值.

(1)

$x-1\neq 0\Rightarrow x\neq 1,\therefore x\in\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$,

所以函数定义域为 $\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$；

(2)

$\because f(x)$的定义域为$\left(-\infty,1\right)\cup\left(1,+\infty\right)$不关于原点对称，$\therefore f(x)$是非奇非偶函数；

(3)

$f\left(x\right)=\dfrac{2\left(x-1\right)-1}{x-1}=2+\dfrac{-1}{x-1}$,

设 $2\leqslant x_1 < x_2\leqslant 6$,

则 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\dfrac{-1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=\dfrac{x_1-x_2}{\left(x_1-1\right)\left(x_2-1\right)}$

$\because 2\leqslant x_1 < x_2\leqslant 6,\therefore x_1-x_2 < 0, x_1-1 > 0, x_2-1 > 0$,

$\therefore f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right) < 0$，即 $f\left(x_1\right) < f\left(x_2\right)$,

$\therefore f\left(x\right)$在$\left[2,6\right]$上单调递增；

(4)

由(3)知$f(x)$在$\left[2,6\right]$上单调递增，

$\therefore f(x)_{\max}=f\left(6\right)=\dfrac{2\times 6-3}{6-1}=\dfrac{9}{5}$，$f(x)_{\min}=f\left(2\right)=\dfrac{2\times 2-3}{2-1}=1$.