2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知$f(x)$是定义在**R**上的奇函数，当$x<0$时，$f(x)=x-x^2$，则当$x>0$时，$f(x)=$（　）

A．$x-x^2$　　B．$-x-x^2$

C．$-x+x^2$　　D．$x+x^2$

2．已知定义在R上的奇函数$f(x)$满足$f(x+2)=-f(x)$，当$0\le x\le 1$时，$f(x)=x^2$，则$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2021)=$（　）

A．2021　　B．0　　C．-1　　D．1

3．2020年3月，国内新冠肺炎疫情得到有效控制，人们开始走出家门享受春光.某旅游景点为吸引游客，推出团体购票优惠方案如下表：

购票人数	1~50	51~100	100以上
门票价格	13元/人	11元/人	9元/人

两个旅游团队计划游览该景点.若分别购票，则共需支付门票费1290元；若合并成个团队购票，则需支付门票费990元，那么这两个旅游团队的人数之差为（　）A．20　　B．30　　C．35　　D．40

二、填空题

4．集合$A=\{x|x\le 5$且$x\neq 1\}$用区间表示____________.

5．已知具有性质：$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f(x)$的函数，我们称为满足“倒负”变换的函数，下列函数：①$f(x)=x-\frac{1}{x}$；②$f(x)=x+\frac{1}{x}$；③$f(x)=\begin{cases}x,0<x<1\\0,x=1\\-\frac{1}{x},x>1\end{cases}$，其中满足“倒负”变换的函数是______.

三、解答题

6．已知函数$f(x)=\frac{\sqrt{3-ax}}{a-1}(a\neq 1)$.

（1）若$a>0$，求$f(x)$的定义域；

（2）若$f(x)$在区间$(0,1]$上是减函数，求实数a的取值范围.

参考答案：

1．D

【分析】利用奇函数的等式$f(-x)=-f(x)$求解.

【详解】因为$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，

所以$f(-x)=-f(x)$，$x\in\mathbf{R}$.

当$x>0$时，$-x<0$，$f(x)=-f(-x)=-\left[(-x)-(-x)^2\right]=x+x^2$.

故选：D.

2．D

【分析】推导出函数$f(x)$是周期为4的周期函数，求出$f(1)$、$f(2)$、$f(3)$、$f(4)$的值，即可得解.

【详解】由$f(x+2)=-f(x)$得$f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，

所以函数$f(x)$是周期为4的周期函数，

又$f(x)$是奇函数，所以$f(1)=1$，$f(2)=-f(0)=0$，$f(3)=f(-1)=-f(1)=-1$，

$f(4)=f(0)=0$，

所以$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=0$，

所以$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2021)=505\times\left[f(1)+f(2)+f(3)+f(4)\right]+f(1)=1$，

故选：D.

3．B

【解析】根据 990 不能被 13 整除，得到两个部门的人数之和为$a+b\geq51$，然后结合门票价格和人数之间的关系，建立方程组，即可求解.

【详解】由题意，990 不能被 13 整除，所以两个部门的人数之和为$a+b\geq51$，

（1）若$51\leq a+b\leq100$，则$11(a+b)=990$，可得$a+b=90$，……(1)

由共需支付门票为 1290 元，可知$11a+13b=1290$,………(2)

联立方程组，可得$b=150,a=-60$（舍去）;

（2）若$a+b\geq100$，则$9(a+b)=990$，可得$a+b=110$，……(3)

由共需支付门票为 1290 元，可知$1\leq b\leq50,51\leq a\leq100$，可得$11a+13b=1290$，…(4)

联立方程组可得$a=70,b=40$，

所以两个部门的人数之差为$70-40=30$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了函数的实际应用问题，其中解答中认真审题，结合门票价格和人数之间的关系，建立方程组是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力.

4．$(-\infty,1)\cup(1,5]$

【分析】利用区间的定义即可求解.

【详解】因为集合$A=\{x|x\le 5 且 x\ne 1\}$，表示从负无穷到5（包括5）去掉1，所以用区间表示为$(-\infty,1)\cup(1,5]$.

【点睛】本题考查集合与区间的转化，考查区间的定义以及断点的区间表示，属于基础题.

5．①③

【分析】验证①②③中的函数是否满足$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$，由此可得出结论.

【详解】对于①，$\because f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$，该函数的定义域为$\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，

对任意的$x\in\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}-x=-f\left(x\right)$，满足条件；

对于②，$\because f\left(x\right)=x+\frac{1}{x}$，该函数的定义域为$\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，

对任意的$x\in\left\{x\middle|x\ne 0\right\}$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x=f\left(x\right)$，不满足条件；

对于③，因为$f\left(x\right)=\begin{cases}x,0<x<1\\0,x=1\\-\frac{1}{x},x>1\end{cases}$，当$0<x<1$时，$\frac{1}{x}>1$，则$f\left(\frac{1}{x}\right)=-x=-f\left(x\right)$，

当$x>1$时，$0<\frac{1}{x}<1$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=-x=-f\left(x\right)$，

当$x=1$时，$f\left(\frac{1}{1}\right)=0=-f\left(1\right)$.

所以，对任意的$x>0$，$f\left(\frac{1}{x}\right)=-f\left(x\right)$.

综上可知，满足“倒负”变换的函数是①③.

故答案为：①③.

6．（1）$\left(-\infty,\frac{3}{a}\right]$；（2）$\left(-\infty,0\right)\cup\left(1,3\right]$.

【分析】（1）根据被开方数是非负数，结合a的范围，即可容易求得结果；

（2）利用复合函数单调性的判断原则，列出不等式，即可容易求得参数范围.

【详解】（1）$a>0,a\neq 1$时，由$3-ax\geq 0$得$x\leq \dfrac{3}{a}$，

即函数$f\left(x\right)$的定义域是$\left(-\infty,\dfrac{3}{a}\right]$.

（2）当$a-1>0$即$a>1$时，令$t=3-ax$

要使$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right]$上是减函数，则函数$t=3-ax$在$\left(0,1\right]$上为减函数，

即$-a<0$，并且$3-a\times 1\geq 0$，解得$1<a\leq 3$；

当$a-1<0$即$a<1$时 ，令$t=3-ax$

要使$f\left(x\right)$在$\left(0,1\right]$上是减函数，则函数$t=3-ax$在$\left(0,1\right]$为增函数，

即$-a>0$，并且$3\geq 0$，解得$a<0$

综上可知，所求实数a的取值范围是$\left(-\infty,0\right)\cup\left(1,3\right]$.

【点睛】本题考查函数定义域的求解，以及根据函数单调性求参数范围，属综合基础题.