高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．设 $f(\mathrm{x})=\begin{cases}-\sqrt{\mathrm{x}+2} & x\geq 0\\ 2^{x} & x<0\end{cases}$ ，求 f(－2)的值

A．4　　B．－4　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$-\frac{1}{4}$

2．已知定义在 **R** 上的奇函数 $f(x)$ 是以 π 为最小正周期的周期函数，且当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$f(x)=\sin x$，则 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ 的值为

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.已知 $f(x)$ 在 R 上是奇函数,且满足 $f(x+4)=f(x)$,当 $x\in(0,2)$ 时， $f(x)=x^{2}$,则 $f(7)=$（　　）

A．49　　B．-49　　C．1　　D．-1

二、填空题

4．用区间表示下列集合：

（1）$\{x|x>-1\}=$______；

（2）$\{x|2<x\leq 5\}=$______；

（3）$\{x|2\leq x\leq 4\}=$______；

（4）$\{x\,|-3\leq x<0$ 或 $2\leq x<4\}=$______；

（5）$\{x\,|-2<x\leq 2$ 且 $x\neq 0\}=$______.

5．设 $\alpha\in\{-2，-1，1，2\}$，则使函数 $y＝x\alpha$ 为偶函数的所有 α 的和为__.

三、解答题

6．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{3^{x}-2^{-x}}{3^{x}+2^{-x}}$.

（1）判断 $f\left(x\right)$ 的奇偶性；

（2）求 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-1,1\right]$ 的最大值与最小值.

参考答案：

1．C

【详解】$f(-2)=2^{-2}=\frac{1}{4}$

故选 C.

2．C

【分析】利用周期函数的特性，通过诱导公式和函数的周期，求出$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$和$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$之间的等式关系，进而求解即可

【详解】$f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=f\left(\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=f\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，故选 C.

【点睛】本题考查三角函数的周期问题，属于基础题，难点在于化简过程需要使用周期性与奇偶性进行转化

3．D

【解析】利用函数的周期性、奇偶性求解．

【详解】解：$\because f(x)$在R上是奇函数，且满足$f(x+4)=f(x)$，

当$x\in(0,2)$时，$f(x)=x^2$，

$\therefore f(7)=f(4+3)=f(3)$

$\therefore f(3)=f(4+(-1))=f(-1)$

$\therefore f(-1)=-f(1)$

$\therefore f(7)=-f(1)=-1^2=-1$

故选：D．

【点睛】本题考查函数值的求法，解题时要注意函数性质的合理运用，属于基础题．

4．　$(-1,+\infty)$　$(2,5]$　$[2,4]$　$[-3,0)\cup[2,4)$　$(-2,0)\cup(0,2]$

【分析】（1）根据开区间的定义写出结论；

（2）根据左开右闭区间的定义写出结论；

（3）根据闭区间的定义写出结论；

（4）根据区间的定义结合并集运算写出结论；

（5）根据区间的定义结合集合运算写出结论．

【详解】（1）$\{x|x>-1\}=(-1,+\infty)$；

（2）$\{x|2<x\le 5\}=(2,5]$；

（3）$\{x|2\le x\le 4\}=[2,4]$；

（4）$\{x\,|-3\le x<0$ 或 $2\le x<4\}=[-3,0)\cup[2,4)$；

（5）$\{x\,|-2<x\le 2$ 且 $x\ne 0\}=(-2,0)\cup(0,2]$.

故答案为： $(-1,+\infty)$；$(2,5]$；$[2,4]$；$[-3,0)\cup[2,4)$；$(-2,0)\cup(0,2]$.

5．0

【解析】由幂函数的性质可知，当 α 为偶数时函数为偶函数，进而可求出所有 α 的和.

【详解】符合题意使函数 $y=x\alpha$ 为偶函数的 α 为-2 和 2，

则-2+2＝0.

故答案为：0

6.（1）奇函数,证明见解析. （2）最大值为 $\frac{5}{7}$,最小值为 $-\frac{5}{7}$

【分析】(1）将 $-x$ 代入解析式,化简后根据奇偶性定义可判断函数 $f\left(x\right)$ 的奇偶性;

（2)先利用定义证明函数 $f\left(x\right)$ 为 R 上的递增函数,即可根据单调性求得在区间 $\left[-1,1\right]$ 内的最大值和最小值.

【详解】(1）函数 $f\left(x\right)=\frac{3^x-2^{-x}}{3^x+2^{-x}}$ 为奇函数.证明如下:

函数 $f\left(x\right)=\frac{3^x-2^{-x}}{3^x+2^{-x}}$ 的定义域为 R

且 $f\left(-x\right)=\frac{3^{-x}-2^x}{3^{-x}+2^x}=\frac{3^x\cdot 2^{-x}\left(3^{-x}-2^x\right)}{3^x\cdot 2^{-x}\left(3^{-x}+2^x\right)}=\frac{2^{-x}-3^x}{3^x+2^{-x}}$

即 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$

由函数奇偶性定义可知,$f\left(x\right)$ 为奇函数

（2）函数 $f\left(x\right)=\frac{3^x-2^{-x}}{3^x+2^{-x}}=\frac{3^x+2^{-x}-2\times 2^{-x}}{3^x+2^{-x}}=1-\frac{2\times 2^{-x}}{3^x+2^{-x}}$

任取 $x_1,x_2\in R$ 且令 $x_1>x_2$

则 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\left(1-\frac{2\times 2^{-x_1}}{3^{x_1}+2^{-x_1}}\right)-\left(1-\frac{2\times 2^{-x_2}}{3^{x_2}+2^{-x_2}}\right)$

$=\frac{2\times 2^{-x_2}}{3^{x_2}+2^{-x_2}}-\frac{2\times 2^{-x_1}}{3^{x_1}+2^{-x_1}}$

$=\frac{2\times\left[2^{-x_2}\cdot\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)-2^{-x_1}\cdot\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\right]}{\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)}$

$=\frac{2\times\left(2^{-x_2}\cdot 3^{x_1}-2^{-x_1}\cdot 3^{x_2}\right)}{\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)}$

因为$x_1>x_2$

由指数函数的图像与性质可知$3^{x_1}>3^{x_2}$,

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x_2}$,即$2^{-x_1}<2^{-x_2}$

则$2^{-x_2}\cdot 3^{x_1}>2^{-x_1}\cdot 3^{x_2}$

所以$\frac{2\times\left(2^{-x_2}\cdot 3^{x_1}-2^{-x_1}\cdot 3^{x_2}\right)}{\left(3^{x_2}+2^{-x_2}\right)\left(3^{x_1}+2^{-x_1}\right)}>0$,即$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)>0$

所以$f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$

则$f\left(x\right)$为R上的单调性递增函数.

所以在区间$\left[-1,1\right]$上,$f\left(x\right)_{\max}=f\left(1\right)=\frac{5}{7}$

$f\left(x\right)_{\min}=f\left(-1\right)=-\frac{5}{7}$

所以$f\left(x\right)$在区间$\left[-1,1\right]$的最大值为$\frac{5}{7}$,最小值为$-\frac{5}{7}$.

【点睛】本题考查了函数奇偶性的判断,利用定义证明函数的单调性,根据单调性求区间内的最大值与最小值,属于基础题.