高中数学平行组卷 2022-10-20

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下面是有关幂函数 $f(x)=x^{-3}$ 的四种说法，其中错误的叙述是

A．$f(x)$ 的定义域和值域相等　　B．$f(x)$ 的图象关于原点中心对称

C．$f(x)$ 在定义域上是减函数　　D．$f(x)$ 是奇函数

2．设 $y=f\left(x\right)$ 和 $y=g\left(x\right)$ 是两个不同幂函数，集合 $M=\left\{\left(x,y\right)\middle|f\left(x\right)=g\left(x\right)\right\}$，则集合 M 中元素个数为（　）

A．1 或 2 或 0　　B．1 或 2 或 3　　C．1 或 2 或 3 或 4　　D．0 或 1 或 2 或 3

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$ 是映射，也是函数；

②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是（1,2)，则函数 $f\left(2x\right)$ 的定义域为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y=x^4$ 图像有且只有两个交点；

④当 $b>0$ 时，方程 $\left|2^x-1\right|-b=0$ 恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．已知函数 $f(x)=x|x|+3x$，若 $f(a)+f\left(a^2-2\right)<0$，则实数 a 的取值范围为_____.

5．函数 $f\left(x\right)=\sqrt{-x^2-2x+3}$ 的单调递减区间为__________.

三、解答题

6．已知幂函数 $y=f\left(x\right)=x^{-m^2-2m+3}$（其中 $-2<m<2$，$m\in\mathbf{Z}$）满足：

①在区间 $\left(-\infty,0\right)$ 上为减函数；

②对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f\left(-x\right)-f\left(x\right)=0$.

求幂函数 $f\left(x\right)$ 的解析式，并求当 $x\in\left[0,4\right]$ 时，$f\left(x\right)$ 的值域.

参考答案：

1．C

【分析】根据幂函数的单调性，定义域，值域，对称，奇偶性，依次判断每个选项得到答案.

【详解】$f(x)=x^{-3}$，函数的定义域和值域均为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，A 正确；

$f(x)=x^{-3}$，$f(-x)=(-x)^{-3}=-x^{-3}=-f(x)$，函数为奇函数，故 BD 正确；

$f(x)$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$是减函数，但在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$不是减函数，C 错误.

故选：C.

【点睛】本题考查了幂函数的定义域，对称，奇偶性，单调性，意在考查学生对于幂函数性质的综合应用.

2．B

【分析】考虑不同幂函数构成的方程，解方程后可得图像的交点及交点的个数，从而得到正确的选项.

【详解】取$f(x)=x^{\frac{1}{3}},g(x)=x^3$，由$x^{\frac{1}{3}}=x^3$可得$x=0$或$x=1$或$x=-1$，

故$M=\left\{(x,y)\middle|x^{\frac{1}{3}}=x^3\right\}=\{(0,0),(1,1),(-1,-1)\}$；

取$f(x)=x^{\frac{1}{2}},g(x)=x^3$，由$x^{\frac{1}{2}}=x^3$可得$x=0$或$x=1$，

故$M=\left\{(x,y)\middle|x^{\frac{1}{2}}=x^3\right\}=\{(0,0),(1,1)\}$，

取$f(x)=x^{-2},g(x)=x^3$，由$x^{-2}=x^3$可得$x=1$，

故$M=\left\{(x,y)\middle|x^{-2}=x^3\right\}=\{(1,1)\}$，

注意，任意幂函数的图像必过$(1,1)$点，故$(1,1)\in M$，任意两个幂函数的图像不可能有 4 个交点，故M中元素个数为 1 或 2 或 3，

故选 B.

【点睛】本题考查幂函数的图像和性质，解答本题的关键是熟悉三类幂函数（即幂指数小于 0、大于等于 0 小于 1 及大于等于 1）在第一象限内的图像和性质，此类问题属于中档题.

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

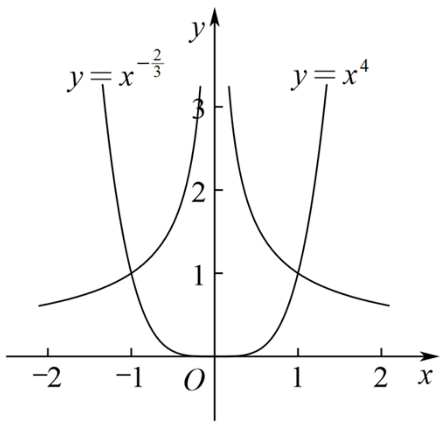
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

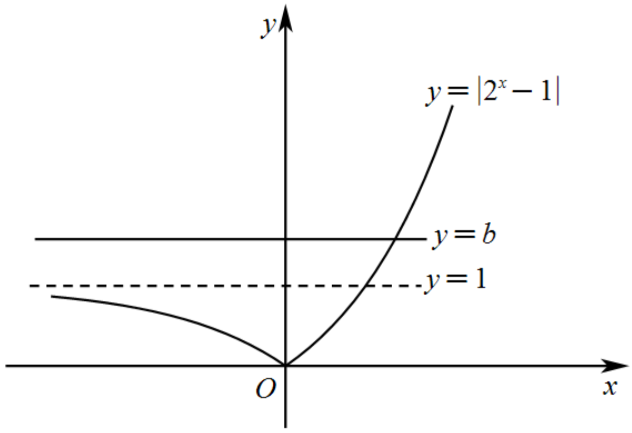
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ ，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．$(-2,1)$

【解析】首先判断函数$f\left(x\right)$为奇函数，然后判断出$f\left(x\right)$的单调性，由此化简不等式$f(a)+f\left(a^2-2\right)<0$，求得实数$a$的取值范围.

【详解】$f(-x)=-x|-x|-3x=-x|x|-3x=-f(x)$,即函数$f(x)$为奇函数,

当$x>0$时,$f(x)=x^2+3x$在$(0,+\infty)$上为增函数,

故函数$f(x)$在**R**上为增函数,

$\therefore f(a)+f(a^2-2)<0$等价于$a<2-a^2$,解得$-2<a<1$.

故答案为:$(-2,1)$.

【点睛】本小题主要考查根据函数的单调性和奇偶性解不等式，考查化归与转化的数学思想方法，属于基础题.

5．$\left[-1,1\right]$

【分析】首先求出函数$f(x)$的定义域，令$t=-x^2-2x+3$，分别求出$t=-x^2-2x+3$和$y=\sqrt{t}$的单调区间，再利用符合函数单调性的性质即可求出$f(x)$的单调减区间.

【详解】由$-x^2-2x+3\geq 0$，解得$-3\leq x\leq 1$，

所以函数$f(x)$的定义域为$\left[-3,1\right]$，

令$t=-x^2-2x+3$，

$y=\sqrt{t}$在$[0,+\infty)$单调递增，

因为函数$t=-x^2-2x+3$在$\left[-3,-1\right]$单调递增，在$\left[-1,1\right]$单调递减，

由复合函数的单调性知：$f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$ 在$[-1,1]$单调递减.

故答案为：$[-1,1]$

6．$f\left(x\right)=x^4$，值域为$\left[0,256\right]$

【解析】根据条件分析$m=-1$，0，1，依次检验①②，即可得解.

【详解】解：$\because -2<m<2$，$m\in\mathbf{Z}$，$\therefore m=-1$，0，1.

$\because$对任意$x\in\mathbf{R}$，都有$f\left(-x\right)-f\left(x\right)=0$，即$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，$\therefore f\left(x\right)$是偶函数.

当$m=-1$时，$f\left(x\right)=x^4$，满足条件①②；

当$m=1$时，$f\left(x\right)=x^0$，不满足条件①；

当$m=0$时，$f\left(x\right)=x^3$，条件①②都不满足，故同时满足条件①②的幂函数$f\left(x\right)$的解析式为$f\left(x\right)=x^4$，且在区间$\left[0,4\right]$上是增函数，$\therefore$当$x\in\left[0,4\right]$时，函数$f\left(x\right)$的值域为$\left[0,256\right]$.

【点睛】此题考查根据幂函数的概念结合单调性和奇偶性求函数解析式，根据函数解析式求函数值域.

高中数学平行组卷 2022-10-20

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(4,2)$，则下列命题正确的是（　）

A． $f(x)$ 是偶函数　　B． $f(x)$ 在定义域上是单调递增函数

C． $f(x)$ 的值域为 R　　D． $f(x)$ 在定义域内有最大值

2．给定四个命题：①当 $n=-1$ 时， $y=x^n$ 是减函数；②幂函数的图象都过 $(0,0)$， $(1,1)$ 两点；③幂函数的图象不可能出现在第四象限；④幂函数 $y=x^n$ 在第一象限为减函数，则 $n<0$，其中正确的命题为（　）

A．①④　　B．②③　　C．②④　　D．③④

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应： $A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$ 是映射，也是函数；

②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是（1,2），则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y=x^4$ 图像有且只有两个交点；

④当 $b>0$ 时，方程 $\left|2^x-1\right|-b=0$ 恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．已知函数 $f(x)=x^2$， $g(x)=\dfrac{\ln|x|}{x}$，有下列四个命题：

①函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 是奇函数；

②函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 是定义域内的单调函数；

③当 $x<0$ 时，方程 $f(x)=g(x)$ 有一个实数根；

④当 $x>0$ 时，不等式 $f(x)>g(x)$ 恒成立，

其中正确命题的序号为__________.

5．给出下面四个条件：① $\begin{cases}0<a<1\\x<0\end{cases}$，② $\begin{cases}0<a<1\\x>0\end{cases}$，③ $\begin{cases}a>1\\x<0\end{cases}$，④ $\begin{cases}a>1\\x>0\end{cases}$，能使函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为单调减函数的是________.

三、解答题

6．幂函数 $f(x)=\left(m^2-m-5\right)x^m$ 是偶函数，

(1)求 m 的值，写出 $f(x)$ 解析式；

(2) $g(x)=f(x)+\ln(x+4)+\ln(4-x)$，

①判断 $g(x)$ 的奇偶性，并用定义证明；

②指出 $g(x)$ 的单调递减区间（无需证明），并解关于实数 t 的不等式 $g(t)<g(1-t)$．

参考答案：

1．B

【解析】先求出幂函数的解析式，再利用幂函数的性质即可判断.

【详解】设$f\left(x\right)=x^{\alpha}$，则$4^{\alpha}=2$，解得$\alpha=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，

$\because f\left(x\right)$的定义域为$\left[0,+\infty\right)$，故A错误；可得$f\left(x\right)$在定义域上是单调递增函数，故B正确；

值域为$\left[0,+\infty\right)$，故C错误；故$f(x)$在定义域内没有最大值，故D错误.

故选：B.

2．D

【分析】根据幂函数的性质: 单调性、图象、特殊点，以及指数与函数性质间的关系，即可判断各项的正误.

【详解】①当$n=-1$时，$y=\dfrac{1}{x}$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$都递减，而在$x\in\mathbf{R}$不单调，错误；

②幂函数的图象都过$\left(1,1\right)$，但不一定过$\left(0,0\right)$，错误；

③幂函数的图象不可能出现在第四象限，正确；

④幂函数$y=x^{n}$在第一象限为减函数则$n<0$，正确；

故选：D

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

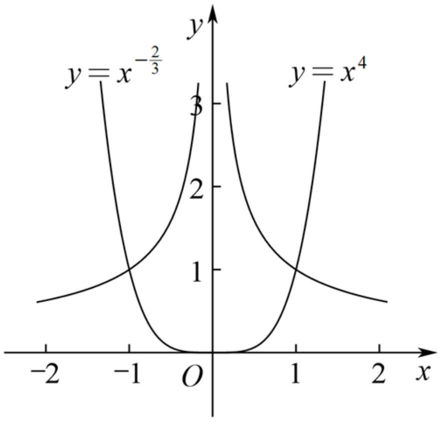
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^{x}-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

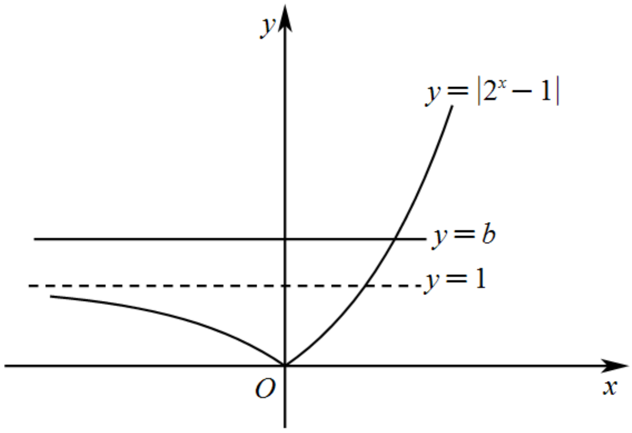
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^{2}+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$(1,1),(-1,1)$，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$(1,1),(-1,1)$所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$|2^x-1|$单调递增，且函数值大于1，所以当$b>1$时，方程$|2^x-1|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．③④

【分析】利用反例可说明$h(x)$不是奇函数且不是定义域内的单调函数，利用导数可证明$f(x)=g(x)$有一个实数解，利用导数可证明$f(x)>g(x)$在$(0,+\infty)$上恒成立，从而可得正确命题的序号.

【详解】对于①②，$h(x)=x^2-\frac{\ln|x|}{x}$，$h(1)=1,h(-1)=1$，因$h(-1)\neq-h(1)$，

所以$h(x)$不是奇函数.而$h(1)=h(-1)$，故$h(x)$在定义域内不是单调函数，

故①②错误.

对于③,

方程$f\left(x\right)=g\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right)$上是否有一个实数根等价于$x^3=\ln\left(-x\right)$是否有一个实数根,

也就是$s\left(x\right)=x^3-\ln\left(-x\right)$在$\left(-\infty,0\right)$是否有一个零点.

因为$s'\left(x\right)=3x^2-\dfrac{1}{x}>0$($x<0$),故$s\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right)$上为单调增函数,

因为$s\left(-\dfrac{1}{e}\right)=-\dfrac{1}{e^3}+1>0$,$s\left(-e\right)=-e^3-1<0$,故$s\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right)$有一个零点.

所以方程$f\left(x\right)=g\left(x\right)$在$\left(-\infty,0\right)$上有一个实数根,故③正确.

对于④,当$x>0$时,不等式$f\left(x\right)>g\left(x\right)$等价于$x^3>\ln x$,

令$u\left(x\right)=x^3-\ln x$,$x>0$,则$u'\left(x\right)=3x^2-\dfrac{1}{x}=\dfrac{3x^3-1}{x}$,

当$0<x<\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$时,$u'\left(x\right)<0$,当$x>\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$时,$u'\left(x\right)>0$,

故$u\left(x\right)$在$\left(0,3^{-\frac{1}{3}}\right)$上为减函数,在$\left(3^{-\frac{1}{3}},+\infty\right)$为增函数,

所以$u\left(x\right)_{\min}=u\left(3^{-\frac{1}{3}}\right)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{\ln 3}{3}>0$,故$u\left(x\right)>0$在$\left(0,+\infty\right)$上恒成立,

所以$f\left(x\right)>g\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$上恒成立,故④正确.

故答案为:③④.

【点睛】本题考查函数的奇偶性、单调性、方程的解以及不等式的恒成立,说明函数不具有奇偶性、单调性,应根据反例说明,方程的解或不等式的恒成立,可以通过构建新函数,利用导数研究其单调性、最值等,从而使问题得到解决.

5.①④

【分析】令$t=x^{-2}$,则$y=\log_a t$,根据对数函数与幂函数的单调性,以及复合函数的单调性,逐项判定,即可求解.

【详解】令$t=x^{-2}$,则$y=\log_a t$,

当$\begin{cases}0<a<1\\x<0\end{cases}$时,$t=x^{-2}$为增函数,$y=\log_a t$为减函数,

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为减函数，所以①满足条件；

当 $\begin{cases}0<a<1\\x>0\end{cases}$ 时，$t=x^{-2}$ 为减函数，$y=\log_a t$ 为减函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为增函数，所以②不满足条件；

当 $\begin{cases}a>1\\x<0\end{cases}$ 时，$t=x^{-2}$ 为增函数，$y=\log_a t$ 为增函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为增函数，所以③不满足条件；

当 $\begin{cases}a>1\\x>0\end{cases}$ 时，$t=x^{-2}$ 为减函数，$y=\log_a t$ 为增函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为减函数，所以④满足条件.

故选：①④.

【点睛】本题主要考查了对数函数与幂函数的图象与性质的应用，其中解答中熟记对数函数和幂函数的单调性，以及复合函数的单调性的判定方法是解答的关键，着重考查了推理与论证能力.

6．(1) $m=-2$，$f(x)=x^{-2}$

(2)① $g(x)$ 是偶函数；证明见解析；②单调递减区间为 $(0,4)$；不等式的解集为 $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,4)$

【分析】（1）根据幂函数的定义及奇偶性直接判断参数值；

（2）①根据奇偶性的定义直接证明即可；②根据复合函数的单调性判断函数的单调区间，并根据单调性解不等式.

(1)

由 $f(x)$ 是幂函数可得 $m^2-m-5=1$，解得 $m=-2$ 或 3，

因为 $f(x)$ 是偶函数，所以 $m=-2$，$f(x)=x^{-2}$；

(2)

①$g(x)$是偶函数

因为$g(x)=x^{-2}+\ln(x+4)+\ln(4-x)$，$x$满足$\begin{cases}x\neq 0\\x+4>0\\4-x>0\end{cases}$

解得$g(x)$定义域为$(-4,0)\cup(0,4)$，

$g(x)=x^{-2}+\ln\left(16-x^2\right)$，

$g(-x)=(-x)^{-2}+\ln\left(16-(-x)^2\right)=x^{-2}+\ln\left(16-\left(-x\right)^2\right)=x^{-2}+\ln\left(16-x^2\right)=g\left(x\right)$，

所以$g(x)$是偶函数

②单调递减区间为$(0,4)$，

因为$g(x)$为偶函数，$g\left(t\right)<g\left(1-t\right)$可化为$g\left(|t|\right)<g\left(|1-t|\right)$，

由$g\left(x\right)$在$\left(0,4\right)$单调递减可得$|t|>|1-t|$，

又由$g(x)$定义域为$(-4,0)\cup(0,4)$

可得$\begin{cases}0<|t|<4\\0<|1-t|<4\\|t|>|1-t|\end{cases}$

解得$\frac{1}{2}<t<4$，且$t\neq 1$

所以不等式的解集为$\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,4)$.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:__________姓名：__________班级：__________考号：__________

一、单选题

1．下列幂函数中是偶函数的是（　　）

A．$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}$　　C．$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}$　　D．f（x）$=x^3$

2．下列幂函数中图象过点(0，0)，(1，1)，且是偶函数的是(　)

A．$y=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$y=x^4$　　C．$y=x^{-2}$　　D．$y=x^{\frac{1}{3}}$

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．某同学在研究函数$f(x)=\dfrac{2x}{|x|+1}(x\in R)$时，给出下列结论：①$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=0$对任意$x\in \mathbf{R}$成立；②函数$f\left(x\right)$的值域是$\left(-2,2\right)$；③若$x_1\neq x_2$，则一定有$f\left(x_1\right)\neq f\left(x_2\right)$；④函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-2x$在$R$上有三个零点．则正确结论的序号是______.

5．给出下面四个条件：①$\begin{cases}0<a<1\\x<0\end{cases}$，②$\begin{cases}0<a<1\\x>0\end{cases}$，③$\begin{cases}a>1\\x<0\end{cases}$，④$\begin{cases}a>1\\x>0\end{cases}$，能使函数$y=\log_a x^{-2}$为单调减函数的是________.

三、解答题

6．已知$f(x)=(m^2-2m-2)x^{m-1}$是幂函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，

(1)求m的值

(2)求函数$g(x)=f(x)-5x+3$在区间$\left[-1,4\right]$上的值域

参考答案：

1．B

【分析】利用幂函数的性质以及偶函数的定义即可求解.

【详解】对于A，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故A不正确;

对于B，$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$，定义域为$R$，且$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

故函数为偶函数，故B正确；

对于C，$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}=\sqrt{x^3}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故C不正确；

对于D，$f\left(x\right)=x^3$，定义域为R，且$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，此函数为奇函数，故D不正确；

故选：B

【点睛】本题考查了幂函数的性质，考查了基本知识的掌握情况，属于基础题.

2．B

【分析】对于A，求得定义域为$[0,+\infty)$，不满足是偶函数；

对于B，判断函数为偶函数，且过点(0，0)，(1，1)，故正确；

对于C，函数$y=x^{-2}$不过点（0，0），故不正确；

对于D，函数为奇函数，不满足偶函数，故不正确.

【详解】解：对于A，由$y=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，可得$x\geq 0$，不满足是偶函数，故不正确；

对于B，由$y=x^4$可得$x\in\mathrm{R}$，且$f(-x)=(-x)^4=x^4=f(x), f(0)=0, f(1)=1$，故满足条件；

对于C，由$y=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$，不过（0，0），故不正确；

对于D，由$y=x^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{x}$，可得$x\in\mathrm{R}$且

$f(-x)=\sqrt[3]{-x}=-\sqrt[3]{x}=-f(x)$，不满足是偶函数，故不正确.

故选：B.

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

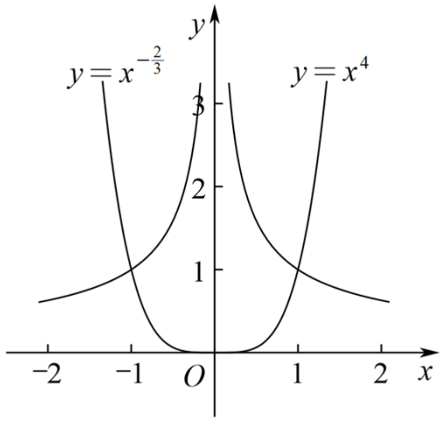
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

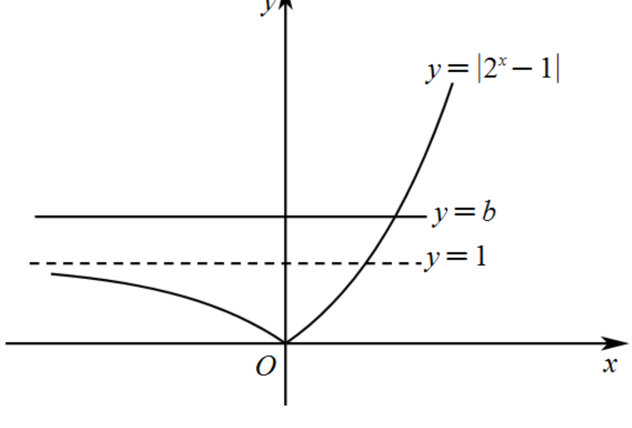
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ ，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．①②③

【分析】由奇偶性判断①，结合①对$x>0$，$x<0$，$x=0$三种情况讨论求值域，判断②，

由单调性判断③，由③可知$f(x)$的图像与函数$y=2x$的图像只有两个交点，进而判断④，从而得出答案.

【详解】①$f\left(-x\right)=\dfrac{-2x}{\left|-x\right|+1}=-\dfrac{2x}{\left|x\right|+1}=-f\left(x\right)$，即$f\left(-x\right)+f\left(x\right)=0$，故正确；

②当$x>0$时，$f(x)=\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{x}}\in\left(0,2\right)$，由①可知当$x<0$时，$f(x)\in\left(-2,0\right)$，当$x=0$时，

$f\left(0\right)=0$，所以函数$f\left(x\right)$的值域是$\left(-2,2\right)$，正确；

③当$x>0$时，$f(x)=\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{x}}$，由反比例函数的单调性可知，$f(x)$在$\left(0,+\infty\right)$上是增函数，由①可知$f(x)$在$\left(-\infty,0\right)$上也是增函数，所以若$x_1\neq x_2$，则一定有$f\left(x_1\right)\neq f\left(x_2\right)$，正确；

④由③可知$f(x)$的图像与函数$y=2x$的图像只有两个交点，故错误.

综上正确结论的序号是①②③

【点睛】本题考查函数的基本性质，包括奇偶性，单调性，值域等，属于一般题.

5．①④

【分析】令$t=x^{-2}$，则$y=\log_a t$，根据对数函数与幂函数的单调性，以及复合函数的单调性，逐项判定，即可求解.

【详解】令$t=x^{-2}$，则$y=\log_a t$，

当$\begin{cases}0<a<1\\x<0\end{cases}$时，$t=x^{-2}$为增函数，$y=\log_a t$为减函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数$y=\log_a x^{-2}$为减函数，所以①满足条件；

当$\begin{cases}0<a<1\\x>0\end{cases}$时，$t=x^{-2}$为减函数，$y=\log_a t$为减函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数$y=\log_a x^{-2}$为增函数，所以②不满足条件；

当$\begin{cases}a>1\\x<0\end{cases}$时，$t=x^{-2}$为增函数，$y=\log_a t$为增函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为增函数，所以③不满足条件；

当 $\begin{cases} a>1 \\ x>0 \end{cases}$ 时， $t=x^{-2}$ 为减函数， $y=\log_a t$ 为增函数，

根据复合函数的单调性的判定方法，

可得函数 $y=\log_a x^{-2}$ 为减函数，所以④满足条件.

故选：①④.

【点睛】本题主要考查了对数函数与幂函数的图象与性质的应用，其中解答中熟记对数函数和幂函数的单调性，以及复合函数的单调性的判定方法是解答的关键，着重考查了推理与论证能力.

6．(1)3

(2) $\left[-\frac{13}{4},9\right]$

【分析】（1）根据幂函数的定义及幂函数的单调性求出 m 即可；

（2）利用二次函数的单调性求函数的最值即可得出值域.

(1)

由题意知 $m^2-2m-2=1$ ，则 $m=-1$ 或3

当 $m=-1$ 时， $f(x)=x^{-2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，不符合题意，舍去

当 $m=3$ 时， $f(x)=x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，符合题意

综上可知， $m=3$ ；

(2)

$g(x)=x^2-5x+3=(x-\frac{5}{2})^2-\frac{13}{4}$

则 $g(x)$ 在 $\left[-1,\frac{5}{2}\right]$ 上单调递减，在 $\left[\frac{5}{2},4\right]$ 上单调递增

当 $x=-1$ 时， $g(x)_{\max}=g(-1)=9$ ；当 $x=\frac{5}{2}$ 时， $g(x)_{\min}=g(\frac{5}{2})=-\frac{13}{4}$

综上可知， $g(x)$ 的值域为 $\left[-\frac{13}{4},9\right]$.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列幂函数中是偶函数的是（　　）

A．$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$　　C．$f(x)=x^{\frac{3}{2}}$　　D．f（x）$=x^3$

2．给定四个命题：①当$n=-1$时，$y=x^n$是减函数；②幂函数的图象都过$(0,0)$，$(1,1)$两点；③幂函数的图象不可能出现在第四象限；④幂函数$y=x^n$在第一象限为减函数，则$n<0$，其中正确的命题为（　）

A．①④　　B．②③　　C．②④　　D．③④

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f(2x)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．下列命题中所有正确的序号是____________.

①函数$f(x)=a^{x-1}+3$ $(a>0且a\neq 1)$的图像一定过定点$P(1,4)$；

②函数$f(x-1)$的定义域是$(1,3)$，则函数$f(x)$的定义域为$(2,4)$；

③已知$f(x)=x^5+ax^3+bx-8$,且$f(-2)$=8,则$f(2)$=-8；

④$f(x)=\dfrac{1}{1-2^x}-\dfrac{1}{2}$为奇函数.

5．幂函数$f(x)=(a-1)x^{m^2-2m-3}$ $(a,m\in N)$为偶函数，且在$(0,+\infty)$上是减函数，则$a+m=$____.

三、解答题

6．已知幂函数 $f\left(x\right)=\left(m^2-2m-2\right)x^{m-1}$ 是偶函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，函数 $g\left(x\right)=3^x-2k$.

（1）求 m 的值；

（2）当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，记 $f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$ 的值域分别为集合 A,B，若 $A\cup B=B$，求实数 k 的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】利用幂函数的性质以及偶函数的定义即可求解.

【详解】对于A，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故A不正确;

对于B，$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$，定义域为$R$，且$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

故函数为偶函数，故B正确；

对于C，$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}=\sqrt{x^3}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故C不正确；

对于D，$f\left(x\right)=x^3$，定义域为R，且$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，此函数为奇函数，故D不正确；

故选：B

【点睛】本题考查了幂函数的性质，考查了基本知识的掌握情况，属于基础题.

2．D

【分析】根据幂函数的性质:单调性、图象、特殊点，以及指数与函数性质间的关系，即可判断各项的正误.

【详解】①当$n=-1$时，$y=\frac{1}{x}$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$都递减，而在$x\in\mathbf{R}$不单调，错误；

②幂函数的图象都过$\left(1,1\right)$，但不一定过$\left(0,0\right)$，错误；

③幂函数的图象不可能出现在第四象限，正确；

④幂函数$y=x^n$在第一象限为减函数则$n<0$，正确；

故选：D

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

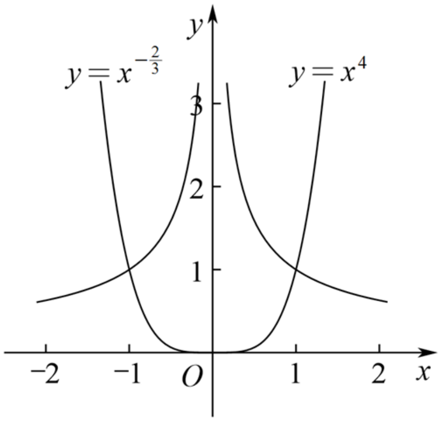
对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\frac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

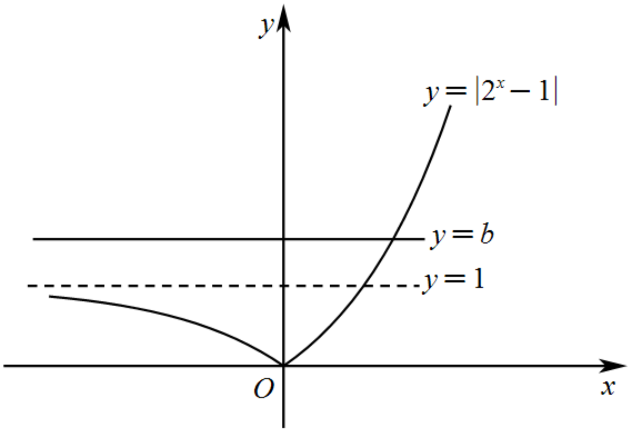
对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．①④

【详解】①令$x-1=0$,可得$x=1$，$f(x)=4$，所以函数$f(x)=a^{x-1}+3$ $(a>0且a\neq1)$的图像一定过定点$P(1,4)$；

②函数$f(x-1)$的定义域是$(1,3)$，则函数$f(x)$的定义域为$(0,2)$，故②不对；

③中，$f(-2)=32-8a-2b-8=8,\therefore 8a+2b=16$，所以$f(2)=32+8a+2b-8=40.$

故③不对.

④ $f(-x)=\dfrac{1}{1-2^{-x}}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2^x}{2^x-1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2^x-1+1}{2^x-1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{1-2^x}=-f(x)$，所以函数为奇函数

5．3

【解析】由幂函数 $f\left(x\right)=\left(a-1\right)x^{m^2-2m-3}\left(a,m\in N\right)$ 为偶函数，且在（0，+∞）上是单调递减函数，可得 m^2-2m-3＜0，且 m^2-2m-3 为偶数，m∈Z，且 $a-1$=1．解出即可.

【详解】∵幂函数 $f\left(x\right)=\left(a-1\right)x^{m^2-2m-3}\left(a,m\in N\right)$ 为偶函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 上是减函数，

$\therefore m^2-2m-3<0$，且 m^2-2m-3 为偶数，$m\in N$，且 $a-1$=1.

解得 $-1<m<3$，$m=0$，1，2，

且 a=2，

只有 $m=1$ 时满足 m^2-2m-3=-4 为偶数.

$\therefore m=1$.

$a+m=3$

故答案为：3.

【点睛】本题考查幂函数的性质，根据幂函数性质求参数值，可根据幂函数性质列不等式和等式，求解即可，属于基础题.

6.（1）$m=3$；（2）$\left[1,\dfrac{5}{2}\right]$

【分析】(1）根据幂函数定义可构造方程求得 $m=-1$ 或 3，代入验证可知 $m=-1$ 不合题意，从而得到结果；

（2）根据两函数单调性可求得集合 A,B，由并集结果知 $A\subseteq B$，由此可得不等式组，解不等式组求得结果.

【详解】(1）∵ $f\left(x\right)$ 为幂函数　$\therefore m^2-2m-2=1$，解得：$m=-1$ 或 $m=3$

当 $m=-1$ 时，$f\left(x\right)=x^{-2}$，在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递减，不合题意；

当 $m=3$ 时，$f\left(x\right)=x^2$，为偶函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，符合题意

综上所述：$m=3$

（2）由（1）知：$f\left(x\right)=x^2$

∵当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，$f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$ 单调递增　$\therefore A=\left[1,4\right]$，$B=\left[3-2k,9-2k\right]$

$\because A\cup B=B\quad \therefore A\subseteq B\quad \therefore\begin{cases}3-2k\le 1\\9-2k\ge 4\end{cases}$，解得：$1\le k\le\dfrac{5}{2}$

$\therefore k$ 的取值范围为$\left[1,\dfrac{5}{2}\right]$

【点睛】本题考查根据幂函数的定义和性质求解参数值、函数值域的求解、根据集合的包含关系求解参数范围的问题;关键是能够根据函数的单调性准确求得函数值域，进而根据包含关系得到不等式组.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列幂函数中是偶函数的是（　　）

A．$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}$　　C．$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}$　　D．f（x）$=x^3$

2．给定四个命题：①当$n=-1$时，$y=x^n$是减函数；②幂函数的图象都过$\left(0,0\right)$，$\left(1,1\right)$两点；③幂函数的图象不可能出现在第四象限；④幂函数$y=x^n$在第一象限为减函数，则$n<0$，其中正确的命题为（　）

A．①④　　B．②③　　C．②④　　D．③④

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2)，则函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,;\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．下列命题中所有正确的序号是_____________.

①函数$f(x)=a^{x-1}+3$ $(a>0且a\neq1)$的图像一定过定点$P(1,4)$；

②函数$f(x-1)$的定义域是$(1,3)$，则函数$f(x)$的定义域为$(2,4)$；

③已知$f(x)=x^5+ax^3+bx-8$,且$f(-2)$=8,则$f(2)$=-8；

④$f(x)=\dfrac{1}{1-2^x}-\dfrac{1}{2}$为奇函数.

5. 幂函数$f\left(x\right)=\left(a-1\right)x^{m^2-2m-3}$ $\left(a,m\in N\right)$为偶函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上是减函数，则$a+m=$____.

三、解答题

6．已知幂函数$f\left(x\right)=\left(m^2-2m-2\right)x^{m-1}$是偶函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，函数$g\left(x\right)=3^x-2k$.

（1）求m的值；

（2）当$x\in\left[1,2\right]$时，记$f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$的值域分别为集合A,B，若$A\cup B=B$，求实数k的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】利用幂函数的性质以及偶函数的定义即可求解.

【详解】对于A，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故A不正确;

对于B，$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$，定义域为$R$，且$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

故函数为偶函数，故B正确；

对于C，$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}=\sqrt{x^3}$，定义域$\left\{x\middle|x\geq 0\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故C不正确；

对于D，$f\left(x\right)=x^3$，定义域为R，且$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，此函数为奇函数，故D不正确；

故选：B

【点睛】本题考查了幂函数的性质，考查了基本知识的掌握情况，属于基础题.

2．D

【分析】根据幂函数的性质:单调性、图象、特殊点，以及指数与函数性质间的关系，即可判断各项的正误.

【详解】①当$n=-1$时，$y=\dfrac{1}{x}$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$都递减，而在$x\in\mathbf{R}$不单调，错误；

②幂函数的图象都过$\left(1,1\right)$，但不一定过$\left(0,0\right)$，错误；

③幂函数的图象不可能出现在第四象限，正确；

④幂函数$y=x^n$在第一象限为减函数则$n<0$，正确；

故选：D

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

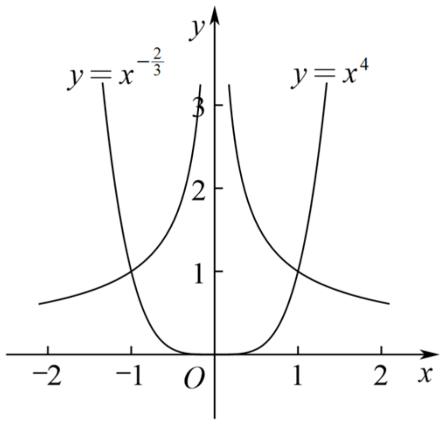
对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

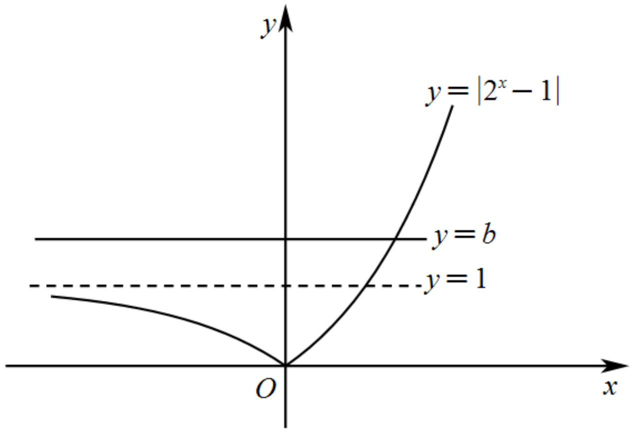
对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数

$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ ，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．①④

【详解】①令$x-1=0$,可得$x=1$ ，$f(x)=4$ ，所以函数$f(x)=a^{x-1}+3$ $(a>0且a\neq 1)$的图像一定过定点$P(1,4)$；

②函数$f(x-1)$的定义域是$(1,3)$，则函数$f(x)$的定义域为$(0,2)$，故②不对；

③中，$f(-2)=32-8a-2b-8=8,\therefore 8a+2b=16$，所以$f(2)=32+8a+2b-8=40.$

故③不对.

④ $f(-x)=\dfrac{1}{1-2^{-x}}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2^x}{2^x-1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2^x-1+1}{2^x-1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{1-2^x}=-f(x)$，所以函数为奇函数

5．3

【解析】由幂函数 $f\left(x\right)=\left(a-1\right)x^{m^2-2m-3}\left(a,m\in N\right)$ 为偶函数，且在（0，+∞）上是单调递减函数，可得 m^2-2m-3＜0，且 m^2-2m-3 为偶数，m∈Z，且 $a-1$=1．解出即可.

【详解】∵幂函数 $f\left(x\right)=\left(a-1\right)x^{m^2-2m-3}\left(a,m\in N\right)$ 为偶函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 上是减函数，

$\therefore m^2-2m-3<0$，且 m^2-2m-3 为偶数，$m\in N$，且 $a-1$=1.

解得 $-1<m<3$，$m=0$，1，2，

且 a=2，

只有 $m=1$ 时满足 $m^2-2m-3=-4$ 为偶数.

$\therefore m=1$.

$a+m=3$

故答案为：3.

【点睛】本题考查幂函数的性质，根据幂函数性质求参数值，可根据幂函数性质列不等式和等式，求解即可，属于基础题.

6.（1）$m=3$；（2）$\left[1,\dfrac{5}{2}\right]$

【分析】(1）根据幂函数定义可构造方程求得 $m=-1$ 或 3，代入验证可知 $m=-1$ 不合题意，从而得到结果；

（2）根据两函数单调性可求得集合 A,B，由并集结果知 $A\subseteq B$，由此可得不等式组，解不等式组求得结果.

【详解】(1）$\because f\left(x\right)$ 为幂函数　$\therefore m^2-2m-2=1$，解得：$m=-1$ 或 $m=3$

当 $m=-1$ 时，$f\left(x\right)=x^{-2}$，在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递减，不合题意；

当 $m=3$ 时，$f\left(x\right)=x^2$，为偶函数，且在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，符合题意

综上所述：$m=3$

（2）由（1）知：$f\left(x\right)=x^2$

$\because$ 当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，$f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$ 单调递增　$\therefore A=\left[1,4\right]$，$B=\left[3-2k,9-2k\right]$

$\because A\cup B=B \quad \therefore A\subseteq B \quad \therefore \begin{cases}3-2k\le 1\\ 9-2k\ge 4\end{cases}$，解得：$1\le k\le \dfrac{5}{2}$

$\therefore k$ 的取值范围为 $\left[1,\dfrac{5}{2}\right]$

【点睛】本题考查根据幂函数的定义和性质求解参数值、函数值域的求解、根据集合的包含关系求解参数范围的问题; 关键是能够根据函数的单调性准确求得函数值域，进而根据包含关系得到不等式组.

高中数学平行组卷2022-10-21

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列幂函数中是偶函数的是（　　）

A．$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}$　　C．$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}$　　D．f（x）$=x^3$

2．给定四个命题：①当$n=-1$时，$y=x^n$是减函数；②幂函数的图象都过$\left(0,0\right)$，$\left(1,1\right)$两点；③幂函数的图象不可能出现在第四象限；④幂函数$y=x^n$在第一象限为减函数，则$n<0$，其中正确的命题为（　）

A．①④　　B．②③　　C．②④　　D．③④

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．下列命题中所有正确的序号是_____________.

①函数$f(x)=a^{x-1}+3$ $(a>0且a\neq1)$的图像一定过定点$P(1,4)$；

②函数$f(x-1)$的定义域是$(1,3)$，则函数$f(x)$的定义域为$(2,4)$；

③已知$f(x)=x^5+ax^3+bx-8$,且$f(-2)=8$,则$f(2)=-8$；

④$f(x)=\dfrac{1}{1-2^x}-\dfrac{1}{2}$为奇函数.

5．幂函数$f\left(x\right)=\left(a-1\right)x^{m^2-2m-3}$ $\left(a,m\in N\right)$为偶函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上是减函数，则$a+m=$____.

三、解答题

6．已知幂函数$f\left(x\right)=\left(m^{2}-2m-2\right)x^{m-1}$是偶函数，且在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，函数$g\left(x\right)=3^{x}-2k$.

（1）求m的值；

（2）当$x\in\left[1,2\right]$时，记$f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$的值域分别为集合A,B，若$A\cup B=B$，求实数k的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】利用幂函数的性质以及偶函数的定义即可求解.

【详解】对于A，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，定义域$\left\{x\left|x\geq 0\right.\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故A不正确;

对于B，$f\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$，定义域为$R$，且$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

故函数为偶函数，故B正确；

对于C，$f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}=\sqrt{x^3}$，定义域$\left\{x\left|x\geq 0\right.\right\}$，此函数为非奇非偶函数，故C不正确；

对于D，$f\left(x\right)=x^3$，定义域为R，且$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，此函数为奇函数，故D不正确；

故选：B

【点睛】本题考查了幂函数的性质，考查了基本知识的掌握情况，属于基础题.

2．D

【分析】根据幂函数的性质:单调性、图象、特殊点，以及指数与函数性质间的关系，即可判断各项的正误.

【详解】①当$n=-1$时，$y=\dfrac{1}{x}$在$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$都递减，而在$x\in\mathbf{R}$不单调，错误；

②幂函数的图象都过$\left(1,1\right)$，但不一定过$\left(0,0\right)$，错误；

③幂函数的图象不可能出现在第四象限，正确；

④幂函数$y=x^n$在第一象限为减函数则$n<0$，正确；

故选：D

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

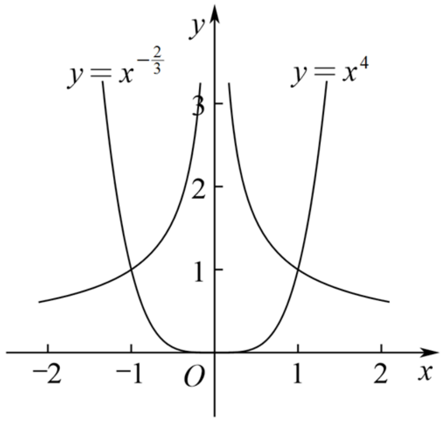
对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

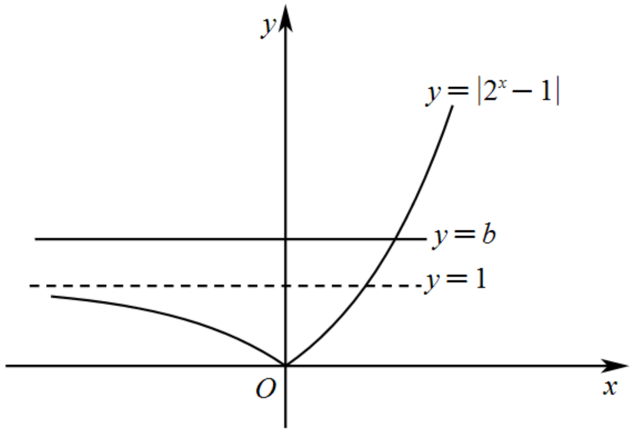
对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数

$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\frac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$\left|2^x-1\right|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．①④

【详解】①令$x-1=0$,可得$x=1$ ，$f(x)=4$ ，所以函数$f(x)=a^{x-1}+3$ $(a>0且a\neq1)$的图像一定过定点$P(1,4)$；

②函数$f(x-1)$的定义域是$(1,3)$，则函数$f(x)$的定义域为$(0,2)$，故②不对；

③中，$f(-2)=32-8a-2b-8=8,\therefore 8a+2b=16$，所以$f(2)=32+8a+2b-8=40.$

故③不对．

④ $f(-x)=\frac{1}{1-2^{-x}}-\frac{1}{2}=\frac{2^x}{2^x-1}-\frac{1}{2}=\frac{2^x-1+1}{2^x-1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{1-2^x}=-f(x)$，所以函数为奇函数

5．3

【解析】由幂函数 $f(x)=(a-1)x^{m^2-2m-3}$ $(a,m\in N)$ 为偶函数，且在（0，+∞）上是单调递减函数，可得 m^2-2m-3＜0，且 m^2-2m-3 为偶数，m∈Z，且 $a-1$=1．解出即可．

【详解】∵幂函数 $f(x)=(a-1)x^{m^2-2m-3}$ $(a,m\in N)$ 为偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，

∴ $m^2-2m-3<0$，且 m^2-2m-3 为偶数，$m\in N$，且 $a-1$=1．

解得 $-1<m<3$，$m=0$，1，2，

且 a=2，

只有 $m=1$ 时满足 $m^2-2m-3=-4$ 为偶数．

∴ $m=1$．

$a+m=3$

故答案为：3.

【点睛】本题考查幂函数的性质，根据幂函数性质求参数值，可根据幂函数性质列不等式和等式，求解即可，属于基础题.

6．（1）$m=3$；（2）$\left[1,\frac{5}{2}\right]$

【分析】(1) 根据幂函数定义可构造方程求得 $m=-1$ 或 3，代入验证可知 $m=-1$ 不合题意，从而得到结果；

（2）根据两函数单调性可求得集合 A,B，由并集结果知 $A\subseteq B$，由此可得不等式组，解不等式组求得结果.

【详解】(1) ∵ $f(x)$ 为幂函数　∴ $m^2-2m-2=1$，解得：$m=-1$ 或 $m=3$

当 $m=-1$ 时，$f(x)=x^{-2}$，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，不合题意；

当 $m=3$ 时，$f(x)=x^2$，为偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，符合题意

综上所述：$m=3$

（2）由（1）知：$f(x)=x^2$

∵当 $x\in[1,2]$ 时，$f(x)$，$g(x)$ 单调递增　∴ $A=[1,4]$，$B=[3-2k,9-2k]$

$\because A\bigcup B=B \quad \therefore A\subseteq B \quad \therefore \begin{cases}3-2k\le 1\\9-2k\ge 4\end{cases}$，解得：$1\le k\le \frac{5}{2}$

$\therefore k$ 的取值范围为$\left[1,\frac{5}{2}\right]$

【点睛】本题考查根据幂函数的定义和性质求解参数值、函数值域的求解、根据集合的包含关系求解参数范围的问题；关键是能够根据函数的单调性准确求得函数值域，进而根据包含关系得到不等式组.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列函数为偶函数且在$\left(0,+\infty\right)$上是减函数的是（　　）

A．$y=\ln x$　　B．$y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$　　C．$y=x^2-1$　　D．$y=\frac{1}{x}$

2．下列函数中，图像关于 y 轴对称的是(　　)

A．$y=\log_2 x$　　B．$y=\sqrt{x}$

C．$y=x|x|$　　D．$y=x^{-\frac{4}{3}}$

3．下列命题中，正确的有（　　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\frac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\frac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．若函数$y=f(x)$的定义域是$(-2,2)$，则函数$y=\frac{f(2x)}{e^x}$的定义域为_____________.

5．若函数$f(x)=(m+2)x^a$是幂函数，且其图像过点$(2,4)$，则$g(x)=\log_a(x^2+2mx+3m)$的单调递增区间为___________.

三、解答题

6．集合$A=\left\{x\middle|-1\le x\le 3\right\}$，$B=\{x|x<-3$或$x>1\}$，$D=\left\{x\middle|m\le x\le m+6\right\}$.

（1）求$\complement_{\mathrm{R}}B$及$A\cap B$；

（2）若$B\cup D=R$，求实数m的取值范围.

参考答案：

1．B

【解析】利用对数函数、指数函数以及幂函数的单调性、奇偶性依次判断即可.

【详解】对于A，$y=\ln x$，为非奇非偶函数，在$\left(0,+\infty\right)$上是增函数，故A不选；

对于B，$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{|x|}$，函数为偶函数；当$x>0$时，$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}$为减函数，故B满足题意；

对于C，$y=x^2-1$，函数为偶函数，在$\left(0,+\infty\right)$上是增函数，故C不选；

对于D，$y=\dfrac{1}{x}$，在定义域内为奇函数，在$\left(0,+\infty\right)$上是减函数，故D不选；

故选：B

【点睛】本题考查了判断函数的奇偶性和单调性，属于基础题.

2．D

【详解】A：$y=\log_2 x$，图象不关于y轴对称；

B：$y=\sqrt{x}$，图象不关于y轴对称；

C：$y=x|x|$，$f\left(-x\right)=-x|x|=-f\left(x\right)$，为奇函数，则不关于$y$轴对称；

D：$y=x^{-\frac{4}{3}}$，$f\left(x\right)=x^{-\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^4}},f\left(-x\right)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^4}}=f\left(x\right)$，且定义域为$\left\{x\mid x\neq 0\right\}$，为偶函数，关于$y$轴对称，

故选D.

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

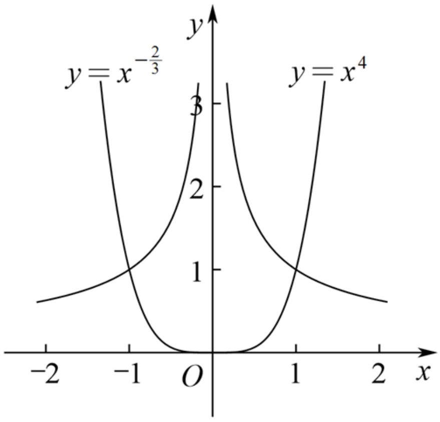
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^x-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

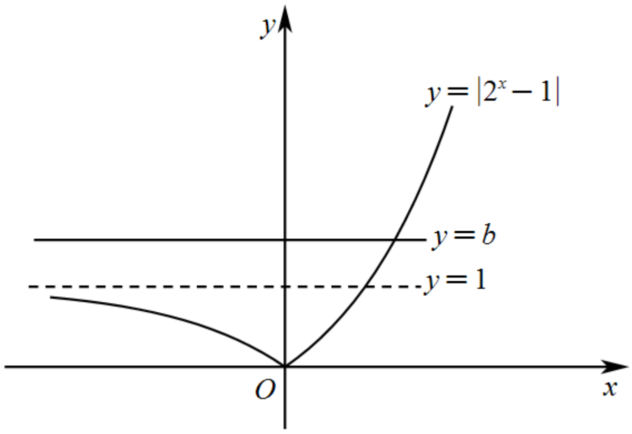
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数$f\left(x-1\right)$的定义域是（1,2），则$x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 故函数$f\left(2x\right)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递增，在$(0,+\infty)$上单调递减且图像过$(1,1),(-1,1)$，$y=x^4$为偶函数，在$(-\infty,0)$上单调递减，在$(0,+\infty)$上单调递增且图像过$(1,1),(-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当$x>1$时，$|2^x-1|$单调递增，且函数值大于 1，所以当$b>1$时，方程$|2^x-1|-b=0$只有一个实根.故④错；



故选：C

4．$(-1,1)$

【分析】由函数$y=f(x)$的定义域是$(-2,2)$，得到函数$y=\frac{f(2x)}{e^x}$满足$\begin{cases}-2<2x<2\\ e^x\neq 0\end{cases}$，即可求解.

【详解】由题意，函数$y=f(x)$的定义域是$(-2,2)$，

则函数$y=\frac{f(2x)}{e^x}$满足$\begin{cases}-2<2x<2\\ e^x\neq 0\end{cases}$，解得$-1<x<1$，

即函数的定义为$(-1,1)$.

故答案为：$(-1,1)$.

【点睛】本题主要考查了抽象函数的定义域的求解，其中解答中熟记抽象函数的定义域的求解方法，得函数的解析式有意义的条件是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

5．$(3,+\infty)$

【分析】由题意利用幂函数的定义和性质，先求出函数的解析式，再根据复合函数的单调性即可得结论.

【详解】$\because$函数$f(x)=(m+2)x^a$是幂函数，且其图象过点$(2,4)$，

$\therefore m+2=1$，且$2^a=4$，求得$m=-1$，$a=2$，可得$f(x)=x^2$，

则函数$g(x)=\log_a(x^2+2mx+3m)=\log_2(x^2-2x-3)$，

令$x^2-2x-3>0$，解得：$x>3$或$x<-1$，且$y=x^2-2x-3$的对称轴是$x=1$，

故函数$g(x)$在$(3,+\infty)$递增，

故答案为：$(3,+\infty)$.

6．（1）$\complement_R B=\left\{x\middle|-3\le x\le 1\right\}$，$A\cap B=\{x|1<x\le 3\}$；（2）$\left[-5,-3\right]$.

【分析】（1）根据补集和交集的运算即可得出答案；

（2）根据$B\bigcup D=R$，列出不等式组，即可得出答案.

【详解】（1）$\because$集合$A=\left\{x\middle|-1\le x\le 3\right\}$，$B=\{x|x<-3$或$x>1\}$，

$\therefore \complement_R B=\left\{x\middle|-3\le x\le 1\right\}$，

$\therefore A\cap B=\{x|1<x\le 3\}$；

（2）$\because B=\{x|x<-3$或$x>1\}$，$D=\left\{x\middle|m\le x\le m+6\right\},B\cup D=R$，

$\therefore\begin{cases}m\le -3\\ m+6\ge 1\end{cases}$，解得$-5\le m\le -3$.

$\therefore$实数m的取值范围是$\left[-5,-3\right]$.

高中数学平行组卷 2022-10-21

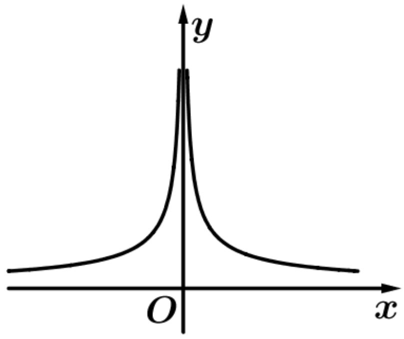
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．下列幂函数中过点$(0,0),(1,1)$的偶函数是

A．$y=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$y=x^{-2}$　　C．$y=x^{4}$　　D．$y=x^{\frac{1}{3}}$

2．已知幂函数$y=x^{\frac{p}{3}}(p\in\mathbf{Z})$的图象关于$y$轴对称，如图所示，则（　　）



A. p为奇数，且$p>0$　　B. p为奇数，且$p<0$　C. p为偶数，且$p>0$　　D．p为偶数，且$p<0$

3．下列命题中，正确的有（　　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^2+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f(2x)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^4$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^x-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

二、填空题

4．若函数$y=f(1-x)$的定义域是$[-3,-1]$，则$f\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)$的定义域是_____

5．幂函数$y=(m^2-2m-2)x^{m^2-2}$在$(0,+\infty)$上增函数，则$m=$________.

三、解答题

6．已知集合$A=\left\{x\middle|x^2-5x+6=0\right\}$，$B=\left\{x\middle|mx+1=0\right\}$，且$A\cup B=A$.

(1)求集合A的所有非空子集；

(2)求实数m的值组成的集合.

参考答案：

1．C

【分析】对于幂函数$y=x^{\alpha}$,由于经过$\left(0,0\right),\left(1,1\right)$,则$\alpha>0$；再根据偶函数的性质对选项进行逐一分析即可

【详解】由题,对于幂函数$y=x^{\alpha}$,由于经过$\left(0,0\right),\left(1,1\right)$,则$\alpha>0$,故排除选项B；

对于选项A,定义域为$\left[0,+\infty\right)$,故不是偶函数；

对于选项D,$\left(-x\right)^{\frac{1}{3}}=-x^{\frac{1}{3}}$,是奇函数；

对于选项C,$\left(-x\right)^{4}=x^{4}$,是偶函数；

故选C

【点睛】本题考查幂函数的奇偶性,考查幂函数所过定点的应用,属于基础题

2．D

【分析】从图象的奇偶性与在第一象限的单调性判断解析式的特征

【详解】因为函数$y=x^{\frac{p}{3}}$的图象关于y轴对称，

所以函数$y=x^{\frac{p}{3}}$为偶函数，即p为偶数，

又函数$y=x^{\frac{p}{3}}$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

且在$(0,+\infty)$上单调递减，

则有$\frac{p}{3}<0$，

所以$p<0$.

故选：D.

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

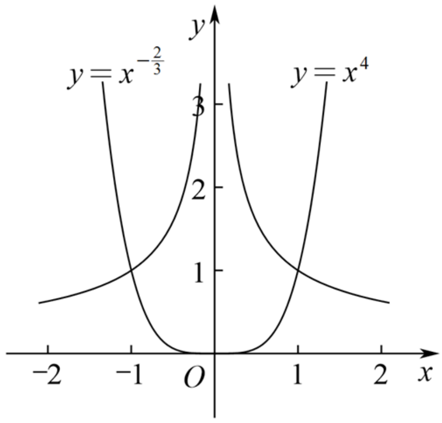
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^{x}-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

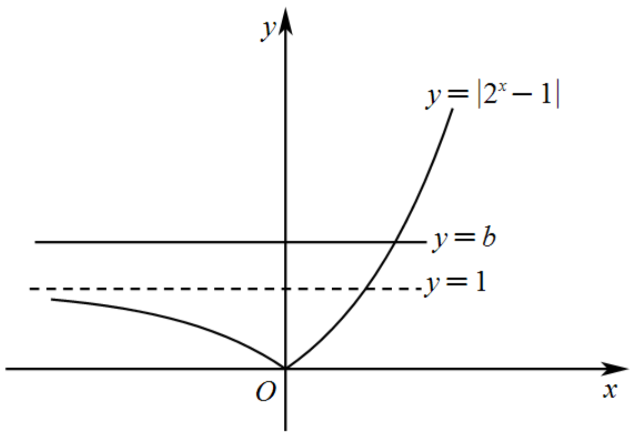
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\frac{1}{x^{2}+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是（1,2），则 $x-1\in(0,1),\therefore 2x\in(0,1)\Rightarrow x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1),(-1,1)$ ，$y=x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1),(-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x>1$ 时，$|2^x-1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b>1$ 时，方程 $|2^x-1|-b=0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4．$[\frac{1}{16},\frac{1}{4}]$

【分析】先求出 $f(x)$ 的定义域为 $[2,4]$，再解不等式 $2\le\log_{\frac{1}{2}}x\le 4$ 即得解.

【详解】由题得 $-3\le x\le -1,\therefore 1\le -x\le 3$，

所以 $2\le 1-x\le 4$，

所以 $f(x)$ 的定义域为 $[2,4]$，

由题得 $2 \le \log_{\frac{1}{2}} x \le 4$，

所以 $\frac{1}{16} \le x \le \frac{1}{4}$.

因为 $x>0$，

所以 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)$ 的定义域是 $[\frac{1}{16},\frac{1}{4}]$.

故答案为 $[\frac{1}{16},\frac{1}{4}]$

【点睛】本题主要考查复合函数的定义域的求法，考查对数函数单调性的应用和对数不等式的解法，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平和分析推理能力.

5．3

【分析】根据幂函数的定义和单调性，求得 m 的值.

【详解】由于函数为幂函数，所以 $m^2-2m-2=1$，解得 $m=3$ 或 $m=-1$，当 $m=-1$ 时，函数为 $y=\frac{1}{x}$，不满足在 $(0,+\infty)$ 上递增，故舍去.当 $m=3$ 时， $y=x^7$ 符合题意.综上所述， m 的值为 3.

【点睛】本小题主要考查幂函数的定义，考查幂函数的单调性，属于基础题.

6．(1) $\{2\}$，$\{3\}$，$\{2,3\}$

(2) $\left\{0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$

【分析】（1）直接求出集合 A，列举非空子集;

（2）由 $A\cup B=A$ 得 $B\subseteq A=\{2,3\}$，分 $B=\varnothing$ 和 $B\neq\varnothing$ 两种情况讨论，求出 m.

(1)

$A=\left\{x \middle| x^2-5x+6=0\right\}=\{2,3\}$，

所以集合 A 的所有非空子集组成的集合 $\{2\}$，$\{3\}$，$\{2,3\}$.

(2)

由 $A\cup B=A$ 得 $B\subseteq A=\{2,3\}$，

①若 $B=\varnothing$，则 $m=0$，满足条件.

②若 $B \neq \varnothing$，当 $2 \in B$ 时，得 $m=-\frac{1}{2}$；

当 $3 \in B$ 时，得 $m=-\frac{1}{3}$.

故所求的集合为 $\left\{0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right\}$.