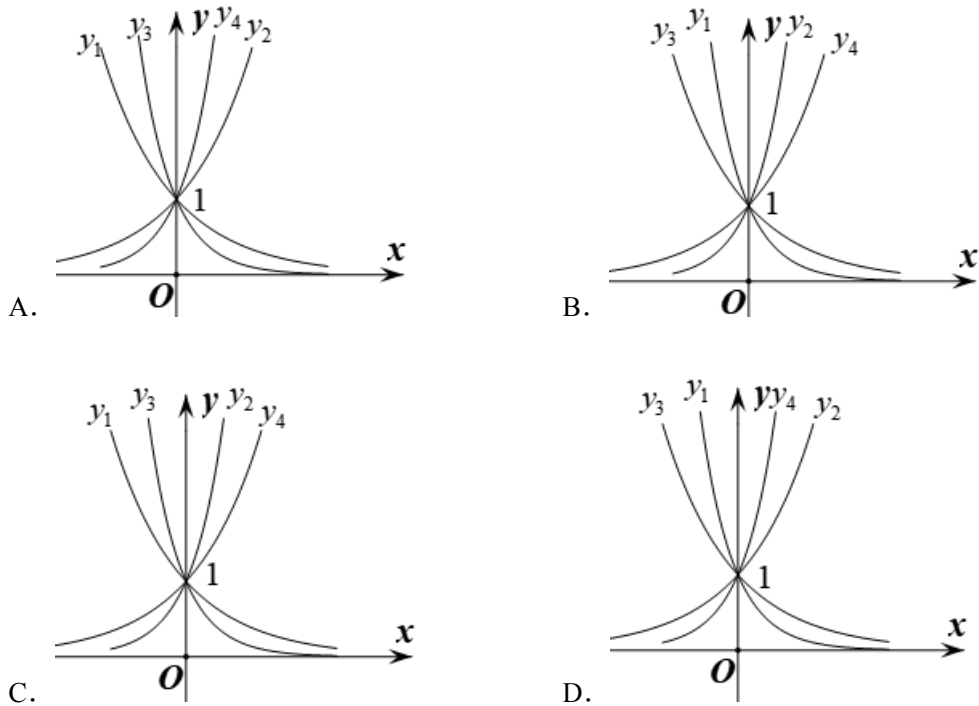


2022 年 10 月 25 日高中数学作业

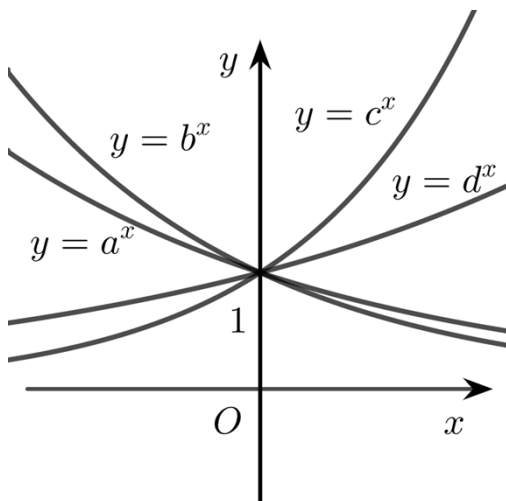
学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知 $y_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y_2 = 3^x$, $y_3 = 10^{-x}$, $y_4 = 10^x$, 则在同一平面直角坐标系内, 它们的图象大致为 ()



2. 函数① $y = a^x$; ② $y = b^x$; ③ $y = c^x$; ④ $y = d^x$ 的图象如图所示, a, b, c, d 分别是下列四个数: $\frac{5}{4}, \sqrt{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ 中的一个, 则 a, b, c, d 的值分别是 ()



A. $\frac{5}{4}, \sqrt{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

B. $\sqrt{3}, \frac{5}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \sqrt{3}, \frac{5}{4},$

D. $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \sqrt{3},$

3. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足: $f(2+x)=f(2-x)$, 当 $x \geq 2$ 时,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 2 \\ \lg(x-2), & x > 2 \end{cases}, \text{ 则不等式 } f(x) > 0 \text{ 的解集为 ()}$$

A. $(-\infty, 1)$

B. $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

C. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

D. $(3, +\infty)$

二、填空题

4. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3^x + 1} + a$ 为奇函数, 则方程 $f(x) = \frac{1}{4}$ 的解是 $x =$ _____.

5. 已知函数 $f(x) = a^{x+1} - 2 (a > 0, a \neq 1)$, 的图象不经过第四象限, 则 a 的取值范围为_____.

三、解答题

6. 已知函数 $f(x) = 4^x + 4^{-x} + m(2^x - 2^{-x})$.

(1) 若 $m = 2\sqrt{2}$, 求 $f(x)$ 的值域;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最小值为 1, 求 m 的值.

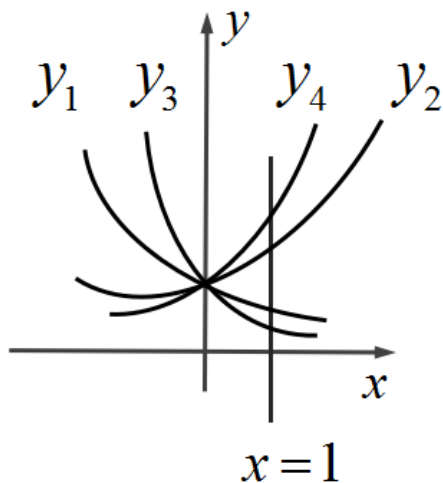
参考答案:

1. A

【分析】根据指数函数的单调性及图像特征进行比较,即可判断.

【详解】 $y_2 = 3^x$ 与 $y_4 = 10^x$ 是增函数, $y_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 与 $y_3 = 10^{-x} = \left(\frac{1}{10}\right)^x$ 是减函数,在第一象限内

作直线 $x=1$,



该直线与四条曲线交点的纵坐标的大小对应各底数的大小,易知:选A.

故选:A

2. C

【分析】根据指数函数的性质,结合函数图象判断底数的大小关系.

【详解】由题图,直线 $x=1$ 与函数图象的交点的纵坐标从上到下依次为 c, d, a, b ,而

$$\sqrt{3} > \frac{5}{4} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}.$$

故选:C.

3. C

【分析】先考虑当 $x \geq 2$ 时不等式的解集,再根据图象的对称性可得 $x \leq 2$ 时不等式的解集,从而得到正确的选项.

【详解】当 $x \geq 2$ 时, $f(x) > 0$ 的解为 $\begin{cases} x=2 \\ 0 > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x > 2 \\ \lg(x-2) > 0 \end{cases}$,解得 $x > 3$,

因为 $f(2+x) = f(2-x)$,故 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称,

故当 $x \leq 2$ 时, $f(x) > 0$ 的解为 $x < 1$,

所以 $f(x) > 0$ 的解集为: $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$.

故选：C.

【点睛】本题考查函数图象的对称性、分段函数构成的不等式的解，后者一般有两类处理方法：（1）根据范围分类讨论；（2）画出分段函数的图象，数形结合解决与分段函数有关的不等式或方程等，本题属于中档题.

4. -1

【分析】根据奇函数满足 $f(0)=0$ 可得 a ，再求解 $f(x)=\frac{1}{4}$ 即可

【详解】因为函数 $f(x)=\frac{1}{3^x+1}+a$ 为奇函数，故 $f(0)=\frac{1}{3^0+1}+a=0$ ，解得 $a=-\frac{1}{2}$ ，故

$f(x)=\frac{1}{4}$ 即 $\frac{1}{3^x+1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ ，故 $3(3^x+1)=4$ ，解得 $x=-1$

故答案为：-1

5. $[2, +\infty)$.

【解析】根据 $0 < a < 1$ 和 $a > 1$ 两种情况讨论，令 $f(x) \geq 0$ ，得出不等式，即可求解.

【详解】当 $0 < a < 1$ 时，令 $f(x) \geq 0$ ，可得 $a - 2 \geq 0$ ，此时不等式的解集为空集，（舍去）；

当 $a > 1$ 时，令 $f(x) \geq 0$ ，可得 $a - 2 \geq 0$ ，即 $a \geq 2$ ，即实数 a 的取值范围 $[2, +\infty)$ ，

综上可得，实数 a 的取值范围 $[2, +\infty)$.

故答案为： $[2, +\infty)$.

6. (1) $[0, +\infty)$

(2)-2

【分析】（1）换元法令 $t = 2^x - 2^{-x}, t \in \mathbb{R}$ ， $f(x) = t^2 + 2 + 2\sqrt{2}t$ ，即可求解；

（2）换元法分类讨论考虑函数 $g(t) = t^2 + mt + 2, t \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$ 的最小值情况即可得解.

（1）

$$m = 2\sqrt{2}, \quad f(x) = 4^x + 4^{-x} + 2\sqrt{2}(2^x - 2^{-x}),$$

$$\text{令 } t = 2^x - 2^{-x}, t \in \mathbb{R}, \quad t^2 = 4^x + 4^{-x} - 2,$$

$$\text{则 } f(x) = t^2 + 2 + 2\sqrt{2}t = (t + \sqrt{2})^2 \in [0, +\infty),$$

所以 $f(x)$ 的值域 $[0, +\infty)$ ；

（2）

$$\text{令 } t = 2^x - 2^{-x}, x \in [0, 1], t \in \left[0, \frac{3}{2}\right], \quad t^2 = 4^x + 4^{-x} - 2,$$

$$\text{则 } f(x) = t^2 + 2 + mt,$$

$$\text{考虑函数 } g(t) = t^2 + mt + 2, t \in \left[0, \frac{3}{2}\right],$$

当 $-\frac{m}{2} \leq 0$ 时, $g(t) = t^2 + mt + 2, t \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$ 单调递增, 最小值 $g(0) = 2$ 不合题意, 舍去;

当 $-\frac{m}{2} \geq \frac{3}{2}$ 时, $g(t) = t^2 + mt + 2, t \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$ 单调递减, 最小值 $g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} + \frac{3m}{2} + 2 = 1$, 解得

$$m = -\frac{13}{6}, \text{ 不合题意, 舍去;}$$

当 $0 < -\frac{m}{2} < \frac{3}{2}$ 时, $g(t) = t^2 + mt + 2, t \in \left[0, -\frac{m}{2}\right]$ 单调递减, $\left[-\frac{m}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 单调递增, 所以最小值

$$g\left(-\frac{m}{2}\right) = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + 2 = 1, \quad m^2 = 4,$$

所以 $m = -2$