# 2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

## 一、单选题

1．函数$f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{x-2}$的定义域为（　　）

A．$\left[0,2\right)$　　B．$\left(2,+\infty\right)$

C．$\left[\dfrac{1}{2},2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$

2．已知$f\left(x\right)$是定义在$\left(-2,2\right)$上的单调递减函数，且$f\left(2a-3\right)<f\left(a-2\right)$，则实数$a$的取值范围是（　　）

A．$\left(0,4\right)$　　B．$\left(1,+\infty\right)$　　C．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2}\right)$　　D．$\left(1,\dfrac{5}{2}\right)$

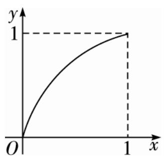
3．若幂函数$f\left(x\right)=\left(a^2-5a-5\right)x^{-\frac{1}{2}a}$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，则$a=$（　　）

A．1　　B．6　　C．2　　D．$-1$

## 二、填空题

4．已知函数$f(x)=x^3$，则不等式$f(x^2-2x)\leq 27$的解集为____________．

5．已知定义在区间[0,1]上的函数$y=f(x)$的图象如图所示．对满足$0<x_1<x_2<1$的任意$x_1$，$x_2$，给出下列结论：




①$f(x_1)-f(x_2)>x_1-x_2$；

②$f(x_1)-f(x_2)<x_1-x_2$；

③$x_2f(x_1)>x_1f(x_2)$；

④$\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}<f(\dfrac{x_1+x_2}{2})$．

其中正确结论的序号是________.

## 三、解答题

6．已知幂函数$f\left(x\right)=x^{4m-m^2}$（$m\in Z$）的图像关于$y$轴对称，且$f\left(2\right)<f\left(3\right)$.

（1）求$m$的值及函数$f\left(x\right)$的解析式；

（2）若$f\left(a+2\right)<f\left(1-2a\right)$，求实数$a$的取值范围.

## 参考答案：

1．C

【分析】根据被开方数是非负数，以及分母不为零，即可容易求得结果.

【详解】由$\begin{cases}2x-1\geq 0\\x-2\neq 0\end{cases}$，解得 $x\geq\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 2$.

$\therefore$函数 $f\left(x\right)=\sqrt{2x-1}+\frac{1}{x-2}$ 的定义域为$\left[\frac{1}{2},2\right)\cup\left(2,+\infty\right)$.

故选：$C$.

【点睛】本题考查具体函数定义域的求解，属简单题.

2．D

【分析】根据函数自变量的定义域以及函数单调递减列式，求出 $a$ 的取值范围.

【详解】$\because f\left(x\right)$是定义在$\left(-2,2\right)$上的单调递减函数，且 $f\left(2a-3\right)<f\left(a-2\right)$，

则$\begin{cases}2a-3>a-2\\-2<a-2<2\\-2<2a-3<2\end{cases}$，解得$1<a<\frac{5}{2}$

故选：D..

3．D

【分析】根据幂函数的系数等于$1$，以及$x$的指数位置大于$0$即可求解.

【详解】因为函数$f\left(x\right)=\left(a^2-5a-5\right)x^{-\frac{1}{2}a}$是幂函数，

所以$a^2-5a-5=1$，解得$a=-1$或$a=6$.

当$a=-1$时，$f\left(x\right)=x^{\frac{1}{2}}$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递增；

当$a=6$时，$f\left(x\right)=x^{-3}$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减，

所以$a=-1$.

故选：D.

4．$\left[-1,3\right]$

【分析】由$f(x)=x^3$的单调性可得结果.

【详解】因为$f(x)=x^3$是R上的增函数，所以

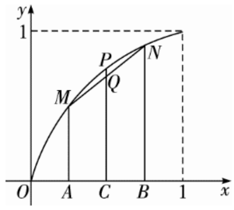
$f\left(x^2-2x\right)\leq 27\Leftrightarrow f\left(x^2-2x\right)\leq f\left(3\right)\Leftrightarrow x^2-2x\leq 3\Leftrightarrow -1\leq x\leq 3$.

故答案为：$[-1,3]$.

5．③④

【分析】根据题意可作出函数$y=f\left(x\right)$的图象，根据直线的斜率的几何意义，利用数形结合的思想

研究函数的单调性与最值即可得到结论.




【详解】

由于$k=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$表示函数图象上两点$(x_1, f(x_1))$，$(x_2, f(x_2))$连线的斜率，当$x_1$和$x_2$都接近于零时，由图象可知k>1，

当$x_1$和$x_2$都接近于1时，$k<1$，

故①②均不正确；

当$0<x_1<x_2<1$时，根据斜率关系有$\dfrac{f(x_1)}{x_1}>\dfrac{f(x_2)}{x_2}$，

即$x_2f(x_1)>x_1f(x_2)$，所以③正确；

在区间(0,1)上任取两点A、B，其横坐标分别为$x_1$，$x_2$，过A、B分别作x轴的垂线，

与曲线交于点M、N，取AB中点C，过C作x轴的垂线，

与曲线交点为P，与线段MN交点为Q，

则$\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=CQ$，$f(\dfrac{x_1+x_2}{2})=CP$，

由图象易知$CP>CQ$，

故有$\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}<f(\dfrac{x_1+x_2}{2})$，所以④正确．故答案为③④.

【点睛】数形结合是根据数量与图形之间的对应关系，通过数与形的相互转化来解决数学问题的一种重要思想方法，是中学数学四种重要的数学思想之一，尤其在解决选择题、填空题是发挥着奇特功效，大大提高了解题能力与速度.运用这种方法的关键是运用这种方法的关键是正确作出函数图象以及熟练掌握函数图象的几种变换，充分利用数形结合的思想方法能够使问题化难为简，并迎刃而解.

6．（1）$f\left(x\right)=x^4$；（2）$(-\infty,-\dfrac{1}{3})\cup(3,+\infty)$.

【解析】（1）由$f\left(2\right)<f\left(3\right)$，得到函数在区间$(0,+\infty)$为单调递增函数，即$m^2-4m<0$求解.

（2）根据函数 $f\left(x\right)=x^4$ 图象关于 $y$ 轴对称，且在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，将不等式 $f\left(a+2\right)<f\left(1-2a\right)$，转化为 $|a+2|<|1-2a|$ 求解.

【详解】（1）由题意，函数 $f\left(x\right)=x^{4m-m^2}$（$m\in Z$）的图像关于 $y$ 轴对称，且 $f\left(2\right)<f\left(3\right)$，

所以在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，

所以 $m^2-4m<0$，解得 $0<m<4$，

由 $m\in Z$，$m=1,2,3$。

又函数 $f\left(x\right)=x^{4m-m^2}$ 的图像关于 $y$ 轴对称，

所以 $4m-m^2$ 为偶数，

所以 $m=2$，

所以 $f\left(x\right)=x^4$.

（2）因为函数 $f\left(x\right)=x^4$ 图象关于 $y$ 轴对称，且在区间 $(0,+\infty)$ 为单调递增函数，

所以不等式 $f\left(a+2\right)<f\left(1-2a\right)$，等价于 $|a+2|<|1-2a|$，

解得 $a>3$ 或 $a<-\frac{1}{3}$，

所以实数 $a$ 的取值范围是 $(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(3,+\infty)$.

【点睛】本题主要考查幂函数的图象和性质以及函数奇偶性和单调性的应用，还考查了运算求解的能力，属于中档题.