2022年10月23日高中数学作业

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若函数 $y=\left(m^2-m-1\right)\cdot m^x$ 是指数函数，则 m 等于（　　）

A．-1 或 2　　　　B．-1

C．2　　　　D．$\frac{1}{2}$

2．设 $a=3^{0.7}$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}$，$c=\log_{0.7}0.8$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

A．$a<b<c$　　B．$b<a<c$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

3．已知 $a=2^{1.3}$，$b=4^{0.7}$，$c=log_3 8$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A．$a<c<b$　　B．$b<c<a$　　C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

二、填空题

4．函数 $f(x)=\dfrac{ax-1}{\sqrt{ax^2-4ax+2}}$ 的定义域为R，则实数 a 的取值范围为______.

5．设函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2ax+1, x\le 1\\(4-a)^x, x>1\end{cases}$，若 $f(x)$ 在 R 上单调递增，则 a 的取值范围是__________.

三、解答题

6．已知定义域为 **R** 的函数 $f(x)=\dfrac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

(1)求 $f\left(x\right)$ 的解析式；

(2)用定义证明 $f\left(x\right)$ 的单调性.

参考答案：

1．C

【分析】根据题意可得出关于实数m的等式与不等式，即可解得实数m的值.

【详解】由题意可得$\begin{cases} m^2-m-1=1 \\ m>0 \\ m\neq 1 \end{cases}$，解得$m=2$.

故选：C.

2．D

【分析】利用指数函数与对数函数的性质，即可得出a,b,c的大小关系.

【详解】因为$a=3^{0.7}>1$，

$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}=3^{0.8}>3^{0.7}=a$，

$c=\log_{0.7}0.8<\log_{0.7}0.7=1$，

所以$c<1<a<b$.

故选：D.

【点睛】本题考查的是有关指数幂和对数值的比较大小问题，在解题的过程中，注意应用指数函数和对数函数的单调性，确定其对应值的范围.

比较指对幂形式的数的大小关系，常用方法：

（1）利用指数函数的单调性：$y=a^x$，当$a>1$时，函数递增；当$0<a<1$时，函数递减；

（2）利用对数函数的单调性：$y=\log_a x$，当$a>1$时，函数递增；当$0<a<1$时，函数递减；

（3）借助于中间值，例如：0 或 1 等.

3．C

【分析】利用指数函数$y=2^x$与对数函数$y=\log_3 x$的性质即可比较a，b，c的大小．

【详解】$\because c=log_3 8<2<a=2^{1.3}<b=4^{0.7}=2^{1.4}$，

$\therefore c<a<b$.

故选：C.

【点睛】本题考查了指数函数与对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

4．$\left[0,\frac{1}{2}\right)$

【分析】利用函数的定义域为R,转化为$ax^2-4ax+2>0$恒成立,然后通过分类讨论$a\neq 0$和$a=0$两种情况分别求得a的取值范围，可得答案.

【详解】$f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-4ax+2}}$的定义域为$R$是使$ax^2-4ax+2>0$在实数集$R$上恒成立.

若$a=0$时，$2>0$恒成立，所以$a=0$满足题意，

若$a\neq 0$时,要使$ax^2-4ax+2>0$恒成立,则有$\begin{cases}a>0\\ \Delta=16a^2-8a<0\end{cases}$

解得$0<a<\frac{1}{2}$.

综上,即实数a的取值范围是$[0,\frac{1}{2})$.

故答案为: $[0,\frac{1}{2})$.

5．$[1,\frac{4}{3}]$

【分析】由函数$f(x)$在每一段上都递增，列出不等式，且有$f(1)\le 4-a$，再联立求解即得.

【详解】因函数$f(x)=\begin{cases}-x^2+2ax+1, x\le 1\\ (4-a)^x, x>1\end{cases}$在$R$上单调递增，则有$y=-x^2+2ax+1$在$(-\infty,1]$上递增，于是得$a\ge 1$，

$y=(4-a)^x$在$(1,+\infty)$上也递增，于是得$4-a>1$，即$a<3$，并且有$f(1)\le 4-a$，即$2a\le 4-a$，解得$a\le\frac{4}{3}$，

综上得：$1\le a\le\frac{4}{3}$，

所以a的取值范围是$[1,\frac{4}{3}]$.

故答案为：$[1,\frac{4}{3}]$

6．(1) $f\left(x\right)=\frac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$

(2) $f\left(x\right)$在$\mathbf{R}$上单调递减，证明见解析

【分析】（1）根据函数为奇函数可得$f\left(-1\right)=f\left(1\right)$、$f\left(0\right)=0$，代入函数解析式可分别求得$a$、$b$的取值，继而确定函数解析式；（2）化简求出$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$的表达式，根据$x_1$、$x_2$的

大小关系，判断 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$ 的正负，进而根据定义法确定函数的单调性.

（1）

因为 $f\left(x\right)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，所以 $f\left(0\right)=0$，

即 $\frac{-1+b}{2+a}=0$，解得 $b=1$，则 $f(x)=\frac{1-2^x}{2^{x+1}+a}$.

又 $f\left(-1\right)=-f\left(1\right)$，则 $\frac{1-\frac{1}{2}}{a+1}=-\frac{1-2}{2^2+a}$，解得 $a=2$，

经检验当 $a=2$，$b=1$ 时，$f\left(x\right)=\frac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$ 是奇函数，

所以 $f\left(x\right)=\frac{1-2^x}{2^{x+1}+2}$.

（2）

证明：由（1）知 $f\left(x\right)=\frac{1-2^x}{2+2^{x+1}}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$，

对任意的 x_1，$x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，

有 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\frac{1}{2^{x_1}+1}-\frac{1}{2^{x_2}+1}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{\left(2^{x_1}+1\right)\left(2^{x_2}+1\right)}$，

因为 $x_1<x_2$，所以 $2^{x_1}<2^{x_2}$，所以 $f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$，

$\therefore f\left(x\right)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.