

高中数学平行组卷 2022-10-23

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0 \\ e^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则函数 $f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right] =$ ()

A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数, 且当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x$, 则 $f(1) =$ ()

A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

3. 定义域为 R 的函数 $f(x)$ 满足以下条件:(1)对于任意 $x \in R, f(x) + f(-x) = 0$; (2)对于任意 $x_1, x_2 \in [1, 3]$, 当 $x_2 > x_1$ 时, 有 $f(x_2) > f(x_1) > 0$; 则以下不等式不一定成立的是

A. $f(2) > f(0)$ B. $f(2) > f(1)$ C. $f(-3) < f(-1)$ D. $f(4) > f(2)$

二、填空题

4. 用区间表示下列数集.

(1) $\{x | x \geq 2\} =$ _____;

(2) $\{x | 3 < x \leq 4\} =$ _____;

(3) $\{x | x > 1 \text{ 且 } x \neq 2\} =$ _____.

5. 若幂函数 $f(x) = x^{m^2-2m-3}$ ($m \in Z$) 为偶函数, 且在区间 $(-\infty, 0)$ 上递增, 则 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 的值是_____.

三、解答题

6. 已知函数 $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

(1) 求函数的定义域;

(2) 判断函数的奇偶性;

(3) 用定义法证明: $f(x)$ 在 $[2, 6]$ 上单调;

(4) 求 $f(x)$ 在 $[2, 6]$ 上的最大值与最小值.

参考答案:

1. C

【分析】根据分段函数的定义域先求出 $f\left(\frac{1}{3}\right) = -\ln 3$ ，再根据 $-\ln 3 < 0$ ，根据定义域，结合 $f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right] = f(-\ln 3)$ ，即可求出结果.

【详解】由题意可知， $f\left(\frac{1}{3}\right) = \ln \frac{1}{3} = -\ln 3$ ，所以 $f\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right] = f(-\ln 3) = e^{-\ln 3} = \frac{1}{3}$.

故选：C.

2. A

【分析】由函数的解析式求出 $f(-1)$ 的值，利用函数的奇偶性得出 $f(1)$.

【详解】根据题意，当 $x \leq 0$ 时， $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x$ ，则 $f(-1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ，

又由 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，则 $f(1) = -f(-1) = -\frac{3}{2}$ ，

故选：A.

【点睛】本题考查函数奇偶性的应用，考查函数的表示方法，考查学生的计算能力，属于基础题.

3. D

【解析】根据条件判断函数的奇偶性和单调性，根据函数奇偶性和单调性之间的关系进行转化比较即可.

【详解】解：由 $f(x) + f(-x) = 0$ ；得 $f(-x) = -f(x)$ ，则函数 $f(x)$ 是奇函数；

对于任意 $x_1, x_2 \in [1, 3]$ ，当 $x_2 > x_1$ 时，有 $f(x_2) > f(x_1) > 0$ ；

则此时函数 $f(x)$ 为增函数，在 $[-3, -1]$ 上是增函数，

对于 A. $f(2) > 0$ ， $f(0) = 0$ ，则 $f(2) > f(0)$ 成立，

对于 B. 根据函数的单调性可知， $f(2) > f(1)$ 成立，

对于 C. 根据函数的单调性可知， $f(-3) < f(-1)$ 成立，

对于 D. $f(4)$ 与 $f(2)$ 的关系不确定，

故不一定成立的是 D，

故选：D.

【点睛】本题主要考查函数值的大小比较，根据函数奇偶性和单调性的关系进行转化是解决

本题的关键，属于中档题.

4. $[2, +\infty) \quad (3,4] \quad (1,2) \cup (2, +\infty)$

【详解】由区间表示法知：

(1) $[2, +\infty)$;

(2) $(3,4]$;

(3) $(1,2) \cup (2, +\infty)$.

5. 16

【分析】首先根据题意得到 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减，从而得到 $m=0, 1, 2$ ，再分类讨论求解即可.

【详解】 \because 幂函数 $f(x) = x^{m^2-2m-3} (m \in \mathbb{Z})$ 为偶函数，且在区间 $(-\infty, 0)$ 上递增，

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减

$\therefore m^2 - 2m - 3 < 0$ ，即 $-1 < m < 3$

又 $\because m \in \mathbb{Z}$

$\therefore m = 0, 1, 2$

当 $m=0$ 时， $f(x) = x^{-3}$ 是奇函数，不满足题意；

当 $m=1$ 时， $f(x) = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ 是偶函数，

且在区间 $(-\infty, 0)$ 上递增，在 $(0, +\infty)$ 单调递减，满足题意，此时 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 16$ ；

当 $m=2$ 时， $f(x) = x^{-3}$ 是奇函数，不满足题意.

综上 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 16$.

故答案为：16.

6. (1) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$;

(2) 非奇非偶函数；

(3) 证明见解析；

(4) $f(x)_{\max} = \frac{9}{5}$ ， $f(x)_{\min} = 1$.

【分析】(1) 由分母不为零可得定义域；

(2) 先判断定义域是否关于原点对称即可;

(3) 设 $2 \leq x_1 < x_2 \leq 6$, 判断 $f(x_1) - f(x_2)$ 正负即可;

(4) 根据 (3) 单调性即可求最值.

(1)

$$x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1, \therefore x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty),$$

所以函数定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$;

(2)

$\because f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ 不关于原点对称, $\therefore f(x)$ 是非奇非偶函数;

(3)

$$f(x) = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = 2 + \frac{-1}{x-1},$$

设 $2 \leq x_1 < x_2 \leq 6$,

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = \frac{-1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = \frac{x_1 - x_2}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

$$\because 2 \leq x_1 < x_2 \leq 6, \therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 - 1 > 0, x_2 - 1 > 0,$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0, \text{ 即 } f(x_1) < f(x_2),$$

$\therefore f(x)$ 在 $[2, 6]$ 上单调递增;

(4)

由(3)知 $f(x)$ 在 $[2, 6]$ 上单调递增,

$$\therefore f(x)_{\max} = f(6) = \frac{2 \times 6 - 3}{6 - 1} = \frac{9}{5}, f(x)_{\min} = f(2) = \frac{2 \times 2 - 3}{2 - 1} = 1.$$