2022年10月23日高中数学作业

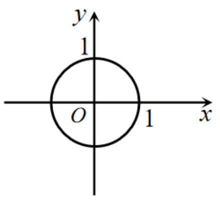
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

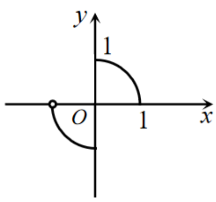
一、单选题

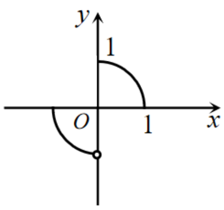
1．设函数 $f(x)=x^2+2(4-a)x+2$ 在区间 $(-\infty,3]$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是（　）

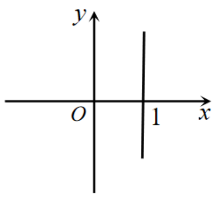
A．$a\geq -7$　　B．$a\geq 7$　　C．$a\geq 3$　　D．$a\leq -7$

2．下列图形是函数图像的是（　）

A．

B．

C．

D．

3．已知函数 $f(x)=-x^2+2x+1, x\in[0,2]$，函数 $g(x)=ax-1, x\in[-1,1]$，对于任意 $x_1\in[0,2]$，总存在 $x_2\in[-1,1]$，使得 $g(x_2)=f(x_1)$ 成立，则实数 a 的取值范围是（　）

A．$(-\infty,-3]$　　B．$[3,+\infty)$　　C．$(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$　　D．$(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

二、填空题

4．已知 $y=f(x+1)$ 的定义域是[-2，3]，则函数 $y=f(x)$ 的定义域为_______，$y=f(2x)+\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$ 的定义域为_______.

5．设函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x+1\right)^2+x^3}{x^2+1}$ 的最大值为 M，最小值为 m，则 $M+m=$_______.

三、解答题

6．已知 $f\left(x\right)$ 是定义在 $\left[-2,2\right]$ 上的奇函数，且当 $x\in\left[-2,0\right)$ 时，$f\left(x\right)=x^2-x$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-2,2\right]$ 上的解析式；

(2)若$f\left(x\right)\ge m^2-2am-9$对所有$x\in\left[-2,2\right]$，$a\in\left[-1,1\right]$恒成立，求实数$m$的取值范围.

参考答案：

1．B

【分析】根据二次函数的图象和性质即可求解.

【详解】函数$f(x)$的对称轴为$x=a-4$，

又$\because$函数在$(-\infty,3]$上为减函数，

$\therefore a-4\geqslant 3$，即$a\geqslant 7$.

故选：B.

【点睛】本题考查由函数的单调区间求参数的取值范围，涉及二次函数的性质，属基础题.

2．C

【分析】根据函数的定义，对四个选项一一判断.

【详解】按照函数的定义，一个自变量只能对应一个函数值.

对于A：当x=0时，$y=\pm 1$，不符合函数的定义.故A错误；

对于B：当x=0时，$y=\pm 1$，不符合函数的定义.故B错误；

对于C：每一个x都对应唯一一个y值，符合函数的定义.故C正确；

对于D：当x=1时，y可以取全体实数，不符合函数的定义.故D错误；

故选:C

3．C

【解析】先求得$f(x)$的值域，根据题意可得$f(x)$的值域为[1,2]是$g(x)$在$[-1,1]$上值域的子集，分$a>0,a<0$两种情况讨论，根据$g(x)$的单调性及集合的包含关系，即可求得答案.

【详解】因为$f(x)=-(x-2)^2+2,x\in[0,2]$，

所以$\begin{cases}f(x)_{\min}=f(0)=1\\f(x)_{\max}=f(2)=2\end{cases}$，即$f(x)$的值域为[1,2]，

因为对于任意$x_1\in[0,2]$，总存在$x_2\in[-1,1]$，使得$g(x_2)=f(x_1)$成立，

所以$f(x)$的值域为[1,2]是$g(x)$在$[-1,1]$上值域的子集，

当$a>0$时，$g(x)$在$[-1,1]$上为增函数，所以$g(-1)\le g(x)\le g(1)$，所以$g(x)\in[-a-1,a-1]$，

所以$\begin{cases}-a-1\le 1\\a-1\ge 2\end{cases}$，解得$a\ge 3$，

当$a<0$时，$g(x)$在$[-1,1]$上为减函数，所以$g(1)\le g(x)\le g(-1)$，所以$g(x)\in[a-1,-a-1]$

所以$\begin{cases}a-1\le 1\\-a-1\ge 2\end{cases}$，解得$a\le -3$，

综上实数a的取值范围是$(-\infty,-3]\cup[3,+\infty)$，

故选：C

【点睛】解题的关键是将题干条件转化为两函数值域的包含关系问题，再求解，考查分析理解的能力，属中档题.

4．　[-1，4]　$\left(-\frac{1}{3},2\right]$

【分析】根据抽象函数的定义域求解方法即可求得结果.

【详解】因为$y=f(x+1)$的定义域是[-2，3]，

所以$-2\le x\le 3$，则$-1\le x+1\le 4$，即函数$f(x)$的定义域为[-1，4].

由$\begin{cases}-1\le 2x\le 4,\\3x+1>0\end{cases}$得$\begin{cases}-\frac{1}{2}\le x\le 2,\\x>-\frac{1}{3}\end{cases}$

得$-\frac{1}{3}<x\le 2$，

即函数$y=f(2x)+\frac{1}{\sqrt{3x+1}}$的定义域为$\left(-\frac{1}{3},2\right]$.

故答案为：[-1，4]；$\left(-\frac{1}{3},2\right]$.

5．2

【分析】构造函数$g(x)=f(x)-1$，由奇偶性定义可知$g(x)$为奇函数，知$g(x)_{\max}+g(x)_{\min}=0$，由此可求得结果.

【详解】$f(x)=\frac{(x+1)^2+x^3}{x^2+1}=\frac{x^2+1+2x+x^3}{x^2+1}=1+\frac{x^3+2x}{x^2+1}$，

令$g(x)=f(x)-1=\frac{x^3+2x}{x^2+1}$，则$g(-x)=\frac{-x^3-2x}{x^2+1}=-g(x)$，

$\therefore g(x)$为R上的奇函数，$\therefore g(x)_{\max}+g(x)_{\min}=0$，即$M-1+m-1=0$，

$\therefore M+m=2$.

故答案为：2.

6．(1) $f(x)=\begin{cases}x^2-x,-2\le x<0\\0,x=0\\-x^2-x,0<x\le 2\end{cases}$

(2) $[-1,1]$

【分析】（1）利用奇函数的定义可得函数的解析式;

（2）由二次函数的性质可得函数 $f(x)$ 的最小值，代入不等式，进而利用一次函数的性质列不等式组，可得实数 m 的取值范围.

(1)

因为函数 $f(x)$ 为定义域上的奇函数，所以 $f(0)=0$，

当 $x\in(0,2]$ 时，$-x\in[-2,0)$，所以 $f(-x)=(-x)^2-(-x)=x^2+x$，

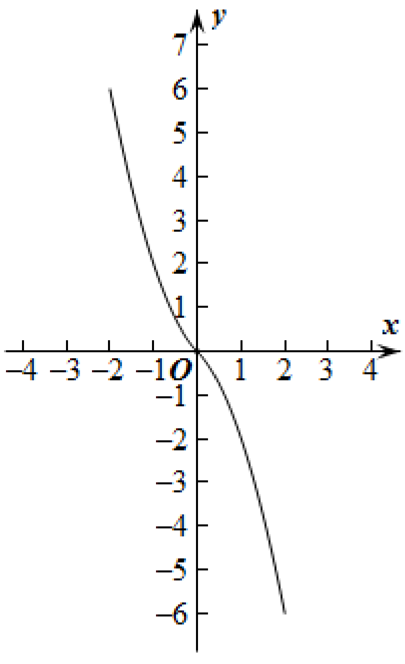
因为 $f(x)$ 是奇函数，所以 $f(-x)=-f(x)=x^2+x$，

所以 $f(x)=-x^2-x$，

所以 $f(x)=\begin{cases}x^2-x,-2\le x<0\\0,x=0\\-x^2-x,0<x\le 2\end{cases}$

(2)

作出 $f(x)$ 在区间 $[-2,2]$ 上的图象，如图：



可得函数 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上为减函数，所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(2)=-6$，

要使$f\left(x\right)\ge m^2-2am-9$对所有$x\in\left[-2,2\right]$，$a\in\left[-1,1\right]$恒成立，

即$-6\ge m^2-2am-9$对所有$a\in\left[-1,1\right]$恒成立，

令$g\left(a\right)=-2ma+m^2-3$，$a\in\left[-1,1\right]$，

则$\begin{cases}g\left(-1\right)=m^2+2m-3\le 0\\g\left(1\right)=m^2-2m-3\le 0\end{cases}$，即$\begin{cases}-3\le m\le 1\\-1\le m\le 3\end{cases}$，

可得：$-1\le m\le 1$，

所以实数m的取值范围是$\left[-1,1\right]$.