2022年10月24日高中数学作业

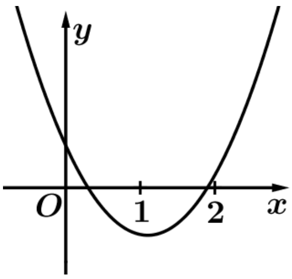
未命名

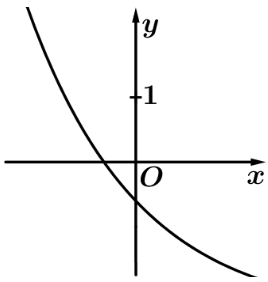
一、单选题

1．下列函数中是增函数的为（　）

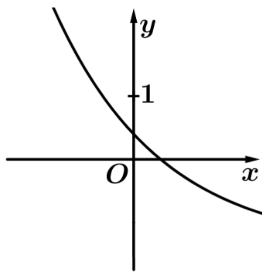
A．$f\left(x\right)=-x$　　　B．$f\left(x\right)=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x}$　　　C．$f\left(x\right)=x^{2}$　　　D．$f\left(x\right)=\sqrt[3]{x}$

2．已知函数$f\left(x\right)=\left(x-a\right)\left(x-b\right)$（其中$a>b$）的图象如图所示，则函数$g\left(x\right)=a^{x}+b-2$的图像是（　）

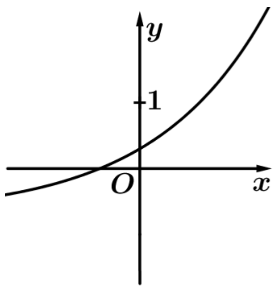




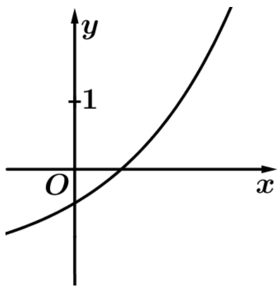
A．



B．



C．



D．

二、填空题

3．已知函数$f\left(x\right)=\sqrt{2^{x}-a}$的定义域为$\left[2,+\infty\right)$，则$a=$_________.

4．已知函数$f\left(x\right)=2^{|x-a|}$（$a$为常数)，若$f\left(x\right)$在区间$\left[1,+\infty\right)$上是增函数，则$a$的取值范围是________.

5．函数$y=\left(0.5^{x}-8\right)^{-\frac{1}{2}}$的定义域为______.

三、解答题

6．已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数，$f(x)=\dfrac{-2^{x}+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

（1）求 a，b 的值；

（2）若对任意的 $t\in\mathbf{R}$，不等式 $f(t^{2}-2t)+f(2t^{2}-k)<0$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

参考答案：

1．D

【分析】根据基本初等函数的性质逐项判断后可得正确的选项.

【详解】对于 A，$f\left(x\right)=-x$ 为 R 上的减函数，不合题意，舍.

对于 B，$f\left(x\right)=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x}$ 为 R 上的减函数，不合题意，舍.

对于 C，$f\left(x\right)=x^{2}$ 在 $\left(-\infty,0\right)$ 为减函数，不合题意，舍.

对于 D，$f\left(x\right)=\sqrt[3]{x}$ 为 R 上的增函数，符合题意，

故选：D.

2．D

【分析】由二次函数图象可得 $0<b<1,1<a<2$，然后利用排除法结合指数函数的性质分析判断即可

【详解】由函数 $f\left(x\right)=\left(x-a\right)\left(x-b\right)$（其中 $a>b$）的图象可得 $0<b<1,1<a<2$，

所以 $g\left(0\right)=a^{0}+b-2=b-1<0$，所以排除 BC，

因为 $1<a<2$，所以 $g\left(x\right)=a^{x}+b-2$ 为增函数，所以排除 A，

故选：D

3． 4

【分析】由已知可得不等式 $2^{x}-a\geq 0$ 的解集为 $\left[2,+\infty\right)$，可知 $x=2$ 为方程 $2^{x}-a=0$ 的根，即可求得实数 a 的值.

【详解】由题意可知，不等式 $2^{x}-a\geq 0$ 的解集为 $\left[2,+\infty\right)$，则 $2^{2}-a=0$，解得 $a=4$，

当 $a=4$ 时，由 $2^{x}-4\geq 0$，可得 $2^{x}\geq 4=2^{2}$，解得 $x\geq 2$，合乎题意.

故答案为： 4.

4．$\left(-\infty,1\right]$

【分析】首先根据题意得到 $f\left(x\right)=2^{|x-a|}=\begin{cases}2^{x-a},x\geq a\\2^{a-x},x<a\end{cases}$，从而得到当 $x\geqslant a$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 为增函数，再根据题意即可得到答案.

【详解】因为函数 $f\left(x\right)=2^{|x-a|}=\begin{cases}2^{x-a},x\geq a\\2^{a-x},x<a\end{cases}$，

当 $x\geqslant a$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 为增函数，

而已知函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[1,+\infty\right)$ 上是增函数，所以 $a\leq 1$，即 a 的取值范围为 $\left(-\infty,1\right]$.

故答案为：$\left(-\infty,1\right]$

5．$\left(-\infty,-3\right)$

【分析】将函数转化为根式形式，根据根式复合型函数定义域范围求解，转化为指数函数不等式 $2^{-x}>2^3$，根据其单调性进一步求解.

【详解】因为 $y=\left(0.5^x-8\right)^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{0.5^x-8}}$，所以 $0.5^x-8>0$，则 $2^{-x}>2^3$，

即 $-x>3$，解得 $x<-3$，

故函数 $y=\left(0.5^x-8\right)^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域为 $\left(-\infty,-3\right)$.

故答案为：$\left(-\infty,-3\right)$.

6．（1）$a=2$，$b=1$；（2）$k<-\dfrac{1}{3}$.

【解析】（1）根据 $f\left(0\right)=0$，可得 $b=1$，再由 $f\left(1\right)=-f\left(-1\right)$ 即可求解.

（2）判断 $f\left(x\right)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，结合函数为奇函数可得 $t^2-2t>-2t^2+k$，从而可得对一切 $t\in\mathbf{R}$ 有 $3t^2-2t-k>0$，由 $\varDelta<0$ 即可求解.

【详解】（1）因为 $f\left(x\right)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，

所以 $f\left(0\right)=0$，即 $\dfrac{-1+b}{2+a}=0$，解得 $b=1$.

从而有 $f(x)=\dfrac{-2^x+1}{2^{x+1}+a}$.

又由 $f\left(1\right)=-f\left(-1\right)$，知 $\dfrac{-2+1}{4+a}=-\dfrac{-\frac{1}{2}+1}{1+a}$，解得 $a=2$.

经检验，当 $f(x)=\dfrac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}$ 时，$f(-x)=-f(x)$，满足题意.

（2）由（1）知 $f(x)=\dfrac{-2^x+1}{2^{x+1}+2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^x+1}$，

由上式易知 $f\left(x\right)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数，

又因为$f\left(x\right)$是奇函数，从而不等式$f\left(t^2-2t\right)+f\left(2t^2-k\right)<0$

等价于$f\left(t^2-2t\right)<-f\left(2t^2-k\right)=f\left(-2t^2+k\right)$.

因为$f\left(x\right)$是$\mathbf{R}$上的减函数，由上式推得$t^2-2t>-2t^2+k$.

即对一切$t\in\mathbf{R}$有$3t^2-2t-k>0$，

从而$\Delta=4+12k<0$，解得$k<-\frac{1}{3}$.