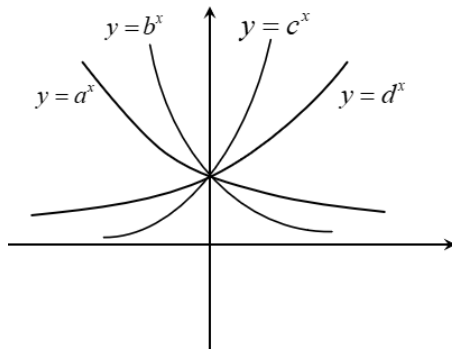


小满 2022 年 10 月 24 日高中数学作业

未命名

一、单选题

1. 已知函数 $y=a^x$ 、 $y=b^x$ 、 $y=c^x$ 、 $y=d^x$ 的大致图象如下图所示，则下列不等式一定成立的是 ()



- A. $b+d > a+c$ B. $b+d < a+c$ C. $a+d > b+c$ D. $a+d < b+c$

2. 下列式子的互化正确的是 ()

- A. $6\sqrt{y^2} = y^{\frac{1}{3}} (y < 0)$ B. $x^{-\frac{1}{3}} = -\sqrt[3]{x} (x \neq 0)$
C. $x^{-\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{x}\right)^5} (x > 0)$ D. $-\sqrt{x} = (-x)^{\frac{1}{2}} (x > 0)$

3. 若 $0 < a < b < 1$, $x=a^b$, $y=b^a$, $z=b^b$, 则 x , y , z 的大小关系为 ()

- A. $x < z < y$ B. $y < x < z$ C. $y < z < x$ D. $z < y < x$

二、填空题

4. 化简 $(\sqrt{a-1})^2 + \sqrt{(1-a)^2} + \sqrt[3]{(1-a)^3} =$ _____.

5. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = -e^{ax}$. 若 $f(\ln 2) = 8$, 则 $a =$ _____.

三、解答题

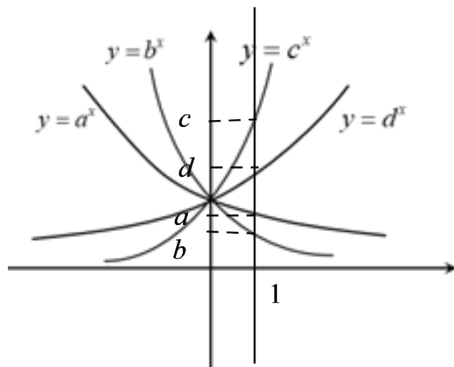
6. 求下列函数的定义域、值域.

(1) $y = \frac{3^x}{1+3^x}$; (2) $y = 4x - 2x + 1$.

参考答案:

1. B

【分析】如图,作出直线 $x=1$,得到 $c > d > 1 > a > b$, 即得解.



【详解】

如图,作出直线 $x=1$,得到 $c > d > 1 > a > b$,

所以 $b+d < a+c$.

故选: B

2. C

【解析】根据根式与分数指数幂的互化可逐项分析.

【详解】根据分数指数幂的运算可知,

$$\sqrt[6]{y^2} = |y|^{\frac{1}{3}} = -y^{\frac{1}{3}} (y < 0), \quad x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} (x \neq 0), \quad x^{-\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1}{x}\right)^5} (x > 0), \quad -\sqrt{x} = -(x)^{\frac{1}{2}} (x > 0),$$

故选: C

3. A

【分析】根据指数函数 $y=b^x$ 以及幂函数 $y=x^b$ 的单调性比较出 x, y, z 之间的大小关系.

【详解】因为 $y=b^x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $b^a > b^b$, 即 $y > z$,

又因为 $y=x^b$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $a^b < b^b$, 即 $x < z$,

所以 $x < z < y$,

故选: A.

【点睛】本题考查根据指数函数、幂函数的单调性比较数值大小, 难度一般. 注意幂函数

$y=x^\alpha$ 当 $\alpha > 0$ 时在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

4. $a-1$

【分析】根据根式的性质即可求解.

【详解】由 $(\sqrt{a-1})^2$ 知 $a-1 \geq 0$, $a \geq 1$.

故原式 $=a-1+|1-a|+1-a=a-1$.

故答案为: $a-1$

5. -3

【分析】当 $x > 0$ 时 $-x < 0$, $f(x) = -f(-x) = e^{-ax}$ 代入条件即可得解.

【详解】因为 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时 $-x < 0$, $f(x) = -f(-x) = e^{-ax}$.

又因为 $\ln 2 \in (0, 1)$, $f(\ln 2) = 8$,

所以 $e^{-a \ln 2} = 8$, 两边取以 e 为底的对数得 $-a \ln 2 = 3 \ln 2$, 所以 $-a = 3$, 即 $a = -3$.

【点睛】本题主要考查函数奇偶性, 对数的计算. 渗透了数学运算、直观想象素养. 使用转化思想得出答案.

6. (1) 定义域为 R ; 值域为 $(0, 1)$; (2) 定义域为 R ; 值域为 $\left[\frac{3}{4}, +\infty\right)$.

【分析】(1) 降次后根据 $3^x > 0$, 即可求出函数的值域.

(2) 函数为指数函数与一元二次函数的复合函数, 根据复合函数的值域求法即可求出答案.

【详解】(1) \because 对一切 $x \in R$, $3x \neq -1$;

\therefore 函数的定义域为 R ;

$$\because y = \frac{1+3^x-1}{1+3^x} = 1 - \frac{1}{1+3^x};$$

又 $\because 3x > 0$, $1+3x > 1$;

$$\therefore 0 < \frac{1}{1+3^x} < 1, \therefore -1 < -\frac{1}{1+3^x} < 0;$$

$$\therefore 0 < 1 - \frac{1}{1+3^x} < 1, \therefore \text{值域为}(0, 1).$$

(2) 函数的定义域为 R ;

$$y = (2x)^2 - 2x + 1 = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4};$$

$$\because 2x > 0, \therefore 2x = \frac{1}{2}, \text{即 } x = -1 \text{ 时, } y \text{ 取最小值 } \frac{3}{4};$$

同时 y 可以取一切大于 $\frac{3}{4}$ 的实数;

$$\therefore \text{值域为}\left[\frac{3}{4}, +\infty\right).$$

【点睛】本题考查函数的值域, 属于基础题. 复合函数的值域求法: 先求内层函数的值域,

再根据内层函数的取值范围找外层函数取值范围.