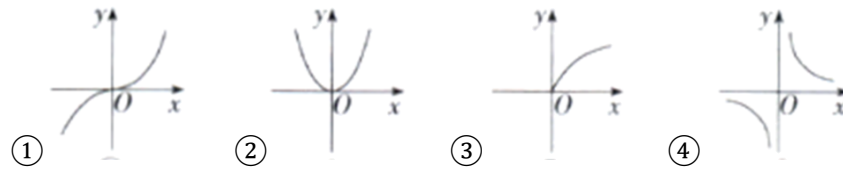


高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

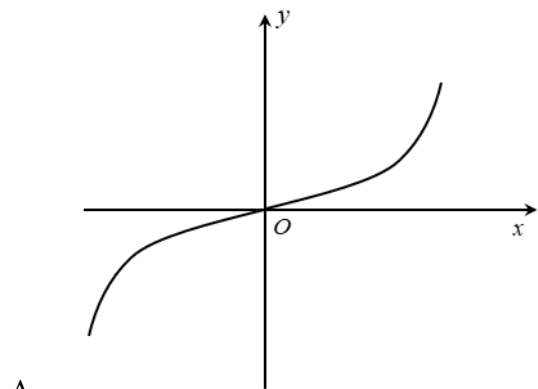
一、单选题

1. 如图, 给出四个幂函数的图像, 则图像与函数大致对应的是 ()



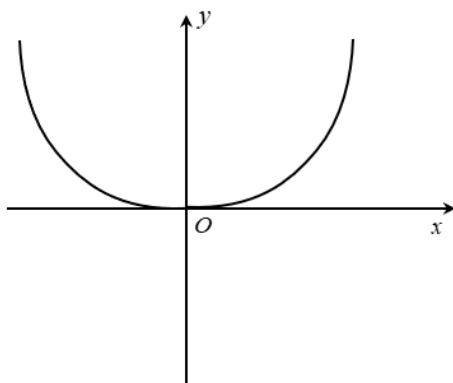
- A. ① $y = x^{\frac{1}{2}}$; ② $y = x^2$; ③ $y = x^3$; ④ $y = x^{-1}$
- B. ① $y = x^3$; ② $y = x^{\frac{1}{2}}$; ③ $y = x^2$; ④ $y = x^{-1}$
- C. ① $y = x^2$; ② $y = x^3$; ③ $y = x^{\frac{1}{2}}$; ④ $y = x^{-1}$
- D. ① $y = x^3$; ② $y = x^2$; ③ $y = x^{\frac{1}{2}}$; ④ $y = x^{-1}$

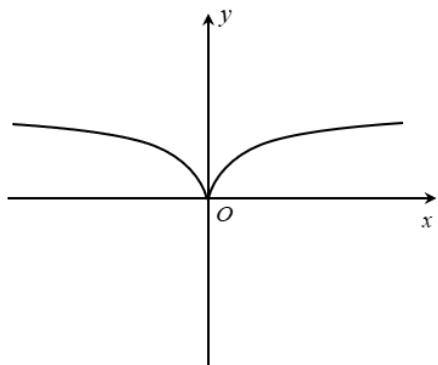
2. 函数 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 的图象是 ()



A.

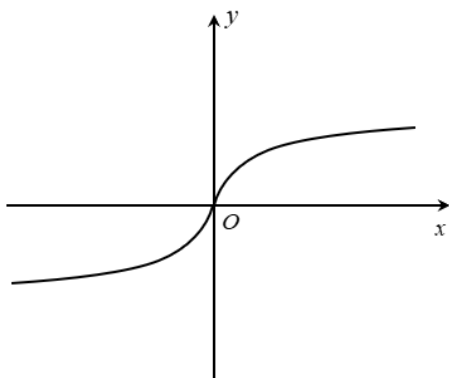
B.





C.

D.



3. 下列命题中，正确的有（ ）个

- ①对应： $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射，也是函数；
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$ ，则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ；
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点；
- ④当 $b > 0$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题

4. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$ ，则函数 $f(\sqrt{x} - 2)$ 的定义域为_____.

5. 若幂函数 $f(x) = (m^2 - 5m + 7)x^m$ 在 \mathbb{R} 上为增函数，则 $\log_m \sqrt{27} + 21\lg 5 + 1\lg 4 + m^{\log_m \frac{1}{2}}$
=_____.

三、解答题

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 5 = 0\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 = 0\}$.

(1) 写出集合 A 的所有子集；

(2) 若 $A \cup B = A$ ，求实数 a 的取值范围.

参考答案:

1. D

【分析】利用幂函数的奇偶性、单调性、定义域等来分析判断图象得解.

【详解】 $y = x^3$ 是奇函数, 且在 R 上递增, 对应题图①; $y = x^2$ 是偶函数, 对应题图②;

$y = x^{\frac{1}{2}}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$, 对应题图③; $y = x^{-1}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 对应题图④.

故选 D.

【点睛】本题主要考查幂函数的定义域、单调性和奇偶性, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2. C

【分析】首先判断函数的奇偶性, 再根据函数在第一象限的增速, 判断选项.

【详解】首先由分数指数幂运算公式可知 $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{x}\right)^2$, 则 $y = f(x) = \left(\sqrt[3]{x}\right)^2$,

$f(-x) = f(x)$, 且函数的定义域为 R , 所以函数是偶函数, 关于 y 轴对称, 故排除 AD,

因为 $0 < \frac{2}{3} < 1$, 所以 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 在第一象限的增加比较缓慢, 故排除 B,

故选: C

【点睛】思路点睛: 函数图象的辨识可从以下方面入手:

(1)从函数的定义域, 判断图象的左右位置; 从函数的值域, 判断图象的上下位置.

(2)从函数的单调性, 判断图象的变化趋势;

(3)从函数的奇偶性, 判断图象的对称性;

(4)从函数的特征点, 排除不合要求的图象.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

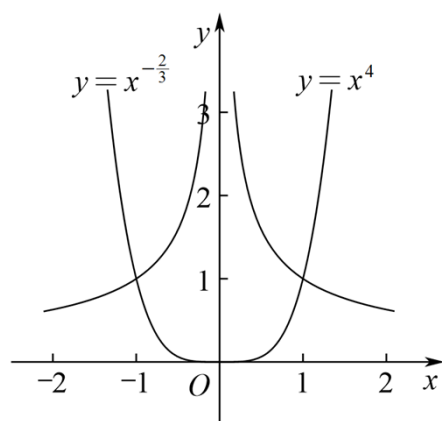
对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

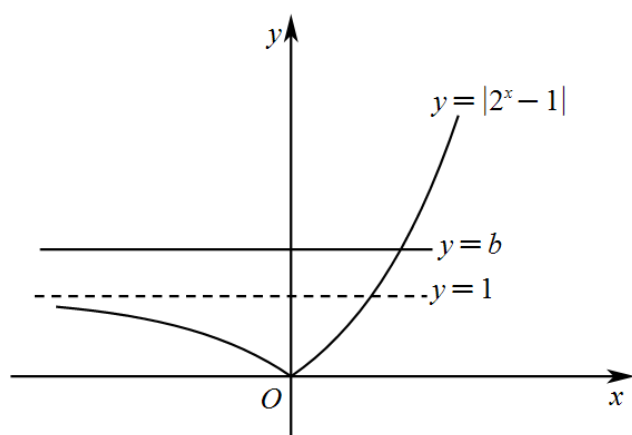
【详解】解: 对于①, 对应: $A = R, B = R, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $[4, 9]$

【分析】根据函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$ ，由 $\sqrt{x} - 2 \in [0,1]$ ，求出 x 的取值集合即可得函数 $f(\sqrt{x} - 2)$ 的定义域.

【详解】解：因为函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$ ，

$$\text{由 } 0 \leq \sqrt{x} - 2 \leq 1, \text{ 得: } \begin{cases} \sqrt{x} - 2 \geq 0 \text{ ①} \\ \sqrt{x} - 2 \leq 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解①得: $x \geq 4$, 解②得: $x \leq 9$.

所以, 函数 $f(\sqrt{x}-2)$ 的定义域为 $[4, 9]$.

故答案为: $[4, 9]$.

【点睛】本题考查了函数的定义域及其求法, 考查了抽象函数的定义域, 给出函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 求函数 $y = f[g(x)]$ 的定义域, 就是满足 $a \leq g(x) \leq b$ 的 x 的取值集合, 此题是基础题.

5. 4

【解析】根据幂函数的定义与函数的单调性求出 m 的值, 代入代数式计算即可.

【详解】由幂函数的定义得:

$$m^2 \cdot 5m + 7 = 1,$$

解得: $m = 2$ 或 $m = 3$,

因为 $f(x)$ 在 R 递增,

故 $f(x) = x^3$, $m = 3$,

$$\log_m \sqrt{27} + 2 \lg 5 + \lg 4 + m^{\log_m \frac{1}{2}}$$

$$= \log_3 3^{\frac{3}{2}} + 2 \lg 10 + 3^{\log_3 \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{2} = 4,$$

故答案为: 4.

【点睛】本题主要考查幂函数的定义与性质, 考查了指数与对数的运算, 属于中档题.

6. (1) ϕ , $\{1\}$, $\{5\}$, $\{1, 5\}$; (2) $a \leq 0$ 或 $a = 2$.

【解析】(1) 求得集合 $A = \{1, 5\}$, 根据集合子集的概念, 准确书写, 即可求解;

(2) 由 $A \cup B = A$, 得到 $B \subseteq A$, 分 $B = \phi$, $B = \{1\}$, $B = \{5\}$ 和 $B = \{1, 5\}$ 四种情况讨论, 结合一元二次方程的性质, 即可求解.

【详解】(1) 由题意, 集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 5 = 0\} = \{1, 5\}$,

所以集合 A 的子集为 ϕ , $\{1\}$, $\{5\}$, $\{1, 5\}$.

(2) 因为 $A \cup B = A$, 可得 $B \subseteq A$, 则 $B = \emptyset$ 或 $B = \{1\}$ 或 $B = \{5\}$ 或 $B = \{1, 5\}$,

当 $B = \emptyset$ 时, 则 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4a^2 - 4 = 8a < 0$, 解得 $a < 0$;

当 $B = \{1\}$ 时, 则满足 $\begin{cases} \Delta = 0 \\ 1 - 2(a+1)x + a^2 + 1 = 0 \end{cases}$, 解得 $a = 0$;

当 $B = \{5\}$ 时, 则满足 $\begin{cases} \Delta = 0 \\ 25 - 10(a+1)x + a^2 + 1 = 0 \end{cases}$, 此时方程组无解;

当 $B = \{1, 5\}$ 是, 则满足 $\begin{cases} 2(a+1) = 6 \\ a^2 + 1 = 5 \end{cases}$, 解得 $a = 2$.

综上可得, 实数 a 的取值范围是 $a \leq 0$ 或 $a = 2$.

【点睛】 本题主要考查了集合的子集的概念及应用, 以及根据集合的运算求解参数问题, 其中解答中熟记集合子集的概念, 以及根据集合间的关系, 合理分类讨论求解是解答的关键, 着重考查推理与运算能力.