

# 2022 年 10 月 25 日高中数学作业

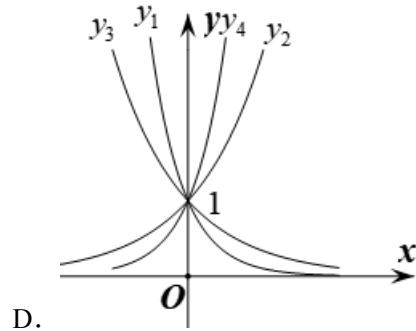
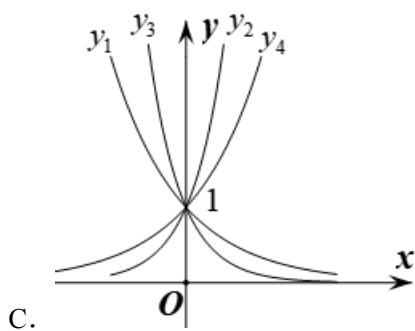
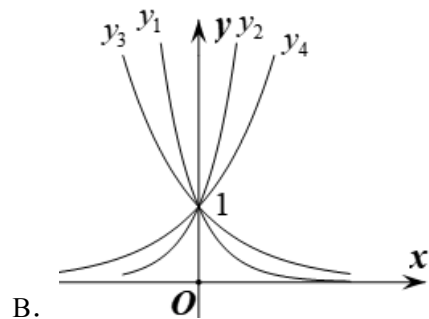
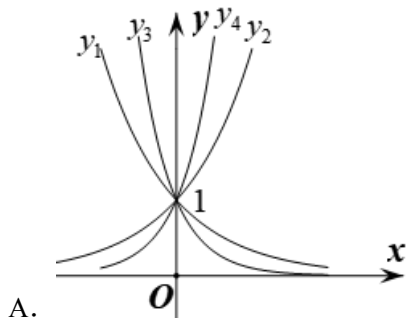
学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

### 一、单选题

1. 函数  $f(x) = \frac{1}{3^x + 1}$  的值域是 ( )

- A.  $(-\infty, 1)$   
B.  $(0, 1)$   
C.  $(1, +\infty)$   
D.  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

2. 已知  $y_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  $y_2 = 3^x$ ,  $y_3 = 10^{-x}$ ,  $y_4 = 10^x$ , 则在同一平面直角坐标系内, 它们的图象大致为 ( )



3. 已知函数  $f(x) = 2^x - x - 1$ , 则不等式  $f(x) > 0$  的解集是 ( ).

- A.  $(-1, 1)$   
B.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
C.  $(0, 1)$   
D.  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

## 二、填空题

4. 方程  $2^x + 3x = k$  的解在  $(1, 2)$  内, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ |x-1|, & x > 0 \end{cases}$ , 则不等式  $f(x) \leq 1$  的解集为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

6. 已知函数  $f(x) = a^{x-1} + 2$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 图像经过点  $(2, 4)$ ,

(1) 求  $a$  的值

(2) 求函数  $f(x)$  的值域

参考答案:

1. B

【分析】根据 $3^x$ 的范围, 利用不等式法, 即可求得函数值域.

【详解】 $\because 3x+1>1, \therefore 0<\frac{1}{3^x+1}<1,$

$\therefore$ 函数的值域为 $(0, 1)$ .

故选: B.

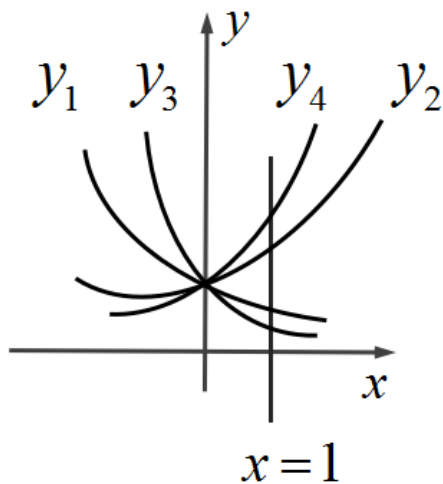
【点睛】本题考查利用不等式法求指数型复合函数值域的求解, 属基础题.

2. A

【分析】根据指数函数的单调性及图像特征进行比较, 即可判断.

【详解】 $y_2=3^x$ 与 $y_4=10^x$ 是增函数,  $y_1=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 与 $y_3=10^{-x}=\left(\frac{1}{10}\right)^x$ 是减函数, 在第一象限内

作直线 $x=1$ ,



该直线与四条曲线交点的纵坐标的大小对应各底数的大小, 易知: 选 A.

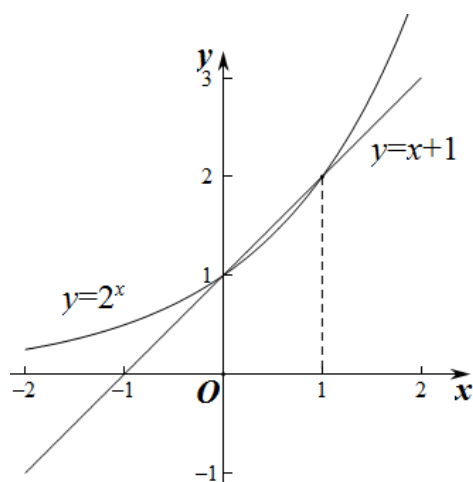
故选: A

3. D

【分析】作出函数 $y=2^x$ 和 $y=x+1$ 的图象, 观察图象可得结果.

【详解】因为 $f(x)=2^x-x-1$ , 所以 $f(x)>0$ 等价于 $2^x>x+1$ ,

在同一直角坐标系中作出 $y=2^x$ 和 $y=x+1$ 的图象如图:



两函数图象的交点坐标为 $(0,1), (1,2)$ ,

不等式 $2^x > x+1$ 的解为 $x < 0$ 或 $x > 1$ .

所以不等式 $f(x) > 0$ 的解集为： $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ .

故选：D.

【点睛】本题考查了图象法解不等式，属于基础题.

4.  $(5,10)$

【分析】先令 $y = 2^x + 3x, x \in (1,2)$ ，按照单调性求出函数的值域，写出 $k$ 的取值范围即可.

【详解】令 $y = 2^x + 3x, x \in (1,2)$ ，显然该函数为增函数， $2^1 + 3 \times 1 = 5, 2^2 + 3 \times 2 = 10$ ，值域为

$(5,10)$ ，故 $5 < k < 10$ .

故答案为： $(5,10)$ .

5.  $(-\infty, 2]$

【分析】根据给定条件，分段解不等式，再求并集作答.

【详解】当 $x \leq 0$ 时， $f(x) = e^x \leq 1$ ，解得 $x \leq 0$ ，于是得： $x \leq 0$ ，

当 $x > 0$ 时， $f(x) = |x-1| \leq 1$ ，解得 $0 \leq x \leq 2$ ，于是得 $0 < x \leq 2$ ，

所以 $f(x) \leq 1$ 的解集为 $(-\infty, 2]$ .

故答案为： $(-\infty, 2]$

6. (1)  $a = 2$ ； (2)  $(2, +\infty)$

【分析】(1) 将点代入函数 $f(x)$ 即可求出 $a$ 的取值；

(2) 利用指数函数的性质可得到函数  $f(x)$  的单调性, 再结合指数函数的值域即可求出函数  $f(x)$  的值域.

【详解】(1) 因为函数  $f(x) = a^{x-1} + 2$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 图像经过点  $(2, 4)$ ,  
所以  $a + 2 = 4$   
 $\therefore a = 2$

(2) 由 (1) 可知,  $f(x) = 2^{x-1} + 2$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上单调递增,  
 $\therefore 2^{x-1} > 0$ ,  
 $\therefore f(x)$  的值域为  $(2, +\infty)$ .