婧怡的2022年10月24日高中数学作业

未命名

一、单选题

1．已知函数 $f(x)=a^{x-2}+1(a>0,a\neq 1)$ 恒过定点 $M(m,n)$，则函数 $g(x)=n-m^{x}$ 不经过（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．已知正整数指数函数 $f(x)=(a-2)a^{x}$，则 $f(2)=$（　）

A．2　　B．3　　C．9　　D．16

3．若 $a>b$，则

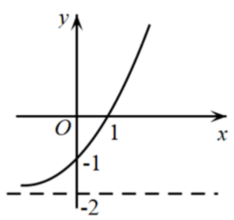
A．$\ln(a-b)>0$　　B．$3a<3b$

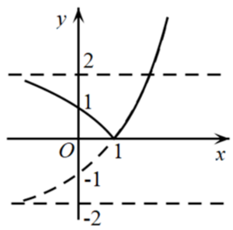
C．$a^3-b^3>0$　　D．$|a|>|b|$

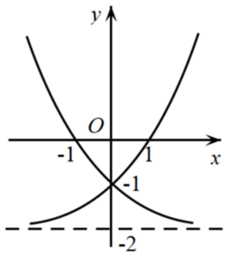
4．已知函数 $f(x)=\begin{cases}a^{x},x<0\\(a-2)x+3a,x\geq 0\end{cases}$，满足对任意 $x_1\neq x_2$，都有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 成立，则 a 的取值范围是（　）

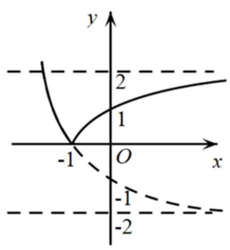
A．$a\in(0,1)$　　B．$a\in[\frac{3}{4},1)$　　C．$a\in(0,\frac{1}{3}]$　　D．$a\in[\frac{3}{4},2)$

5．如图所示，函数 $y=\left|2^{x}-2\right|$ 的图像是（　）

A．

B．

C．

D．

二、填空题

6．求值 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}=$_______.

7．已知 $f(x)$ 是奇函数，且当 $x<0$ 时，$f(x)=-e^{ax}$.若 $f(\ln 2)=8$，则 $a=$__________.

8．已知函数$f(x)=x+\frac{mx}{e^x-1}$是偶函数，则$m=$__________.

三、解答题

9．已知函数$f(x)=-\frac{2^x}{2^x+1}$.

（1）用定义证明函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上为减函数;

（2）若$x\in[1,2]$，求函数$f(x)$的值域;

参考答案：

1．C

【解析】利用指数函数的性质求出m，n，得出$g(x)$的解析式，从而得出结论．

【详解】$\because f(x)=a^{x-2}+1(a>0,a\neq 1)$恒过定点$(2,2)$，

$\therefore m=n=2$，

$\therefore g(x)=2-2^{x}$，

$\therefore g(x)$为减函数，且过点$(0,1)$，

$\therefore g(x)$的函数图象不经过第三象限．

故选：C．

2．C

【分析】由函数是指数函数可求出$a=3$，即可求出$f(2)$．

【详解】因为函数$f(x)=(a-2)a^{x}$是指数函数，所以$a-2=1$，则$a=3$，所以$f(x)=3^{x}$，$x\in N^{+}$，

所以$f(2)=3^{2}=9$．

故选：C.

【点睛】本题考查指数函数概念的理解，属于基础题．

3．C

【分析】本题也可用直接法，因为$a>b$，所以$a-b>0$，当$a-b=1$时，$\ln(a-b)=0$，知A错，因为$y=3^{x}$是增函数，所以$3^{a}>3^{b}$，故B错；因为幂函数$y=x^{3}$是增函数，$a>b$，所以$a^{3}>b^{3}$，知C正确；取$a=1,b=-2$，满足$a>b$，$1=|a|<|b|=2$，知D错．

【详解】取$a=2,b=1$，满足$a>b$，$\ln(a-b)=0$，知A错，排除A；因为$9=3^{a}>3^{b}=3$，知B错，排除B；取$a=1,b=-2$，满足$a>b$，$1=|a|<|b|=2$，知D错，排除D，因为幂函数$y=x^{3}$是增函数，$a>b$，所以$a^{3}>b^{3}$，故选C．

【点睛】本题主要考查对数函数性质、指数函数性质、幂函数性质及绝对值意义，渗透了逻辑推理和运算能力素养，利用特殊值排除即可判断．

4．C

【分析】根据条件知$f(x)$在R上单调递减，从而得出$\begin{cases}0<a<1\\a-2<0\\3a\leq 1\end{cases}$，求$a$的范围即可．

【详解】$\because f(x)$满足对任意 $x_1 \neq x_2$，都有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 成立，

$\therefore f(x)$在 R 上是减函数，

$\therefore \begin{cases} 0<a<1 \\ a-2<0 \\ (a-2)\times 0+3a\le a^0 \end{cases}$，解得 $0<a\le\dfrac{1}{3}$，

$\therefore a$ 的取值范围是 $\left(0,\dfrac{1}{3}\right]$.

故选：C.

5．B

【分析】将原函数变形为分段函数，根据 $x=1$ 及 $x\neq 1$ 时的函数值即可得解.

【详解】$\because y=\left|2^x-2\right|=\begin{cases} 2^x-2, x\ge 1 \\ 2-2^x, x<1 \end{cases}$，

$\therefore x=1$时，$y=0, x\neq 1$时，$y>0$.

故选：B.

6．4

【分析】直接利用根式的运算性质化简

【详解】$\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$.

故答案为：4

7．-3

【分析】当 $x>0$ 时 $-x<0$，$f(x)=-f(-x)=e^{-ax}$ 代入条件即可得解.

【详解】因为 $f(x)$ 是奇函数，且当 $x>0$ 时 $-x<0$，$f(x)=-f(-x)=e^{-ax}$.

又因为 $\ln 2\in(0,1)$，$f(\ln 2)=8$，

所以 $e^{-a\ln 2}=8$，两边取以 e 为底的对数得 $-a\ln 2=3\ln 2$，所以 $-a=3$，即 $a=-3$.

【点睛】本题主要考查函数奇偶性，对数的计算．渗透了数学运算、直观想象素养．使用转化思想得出答案．

8．2

【分析】求出 $f(x)$定义域，根据 $f(x)$是偶函数，可取定义域内任意 x，根据 $f(-x)=f(x)$即可求得 m 的值．

【详解】由 $e^x-1\neq 0$ 得 $f(x)=x+\frac{mx}{e^x-1}$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\neq 0\}$，

则$\because f(x)=x+\frac{mx}{e^x-1}$ 是偶函数，故 $f(-1)=f(1)$，

即 $-1+\frac{-m}{e^{-1}-1}=1+\frac{m}{e-1}$，解得 $m=2$．

此时 $f(x)=x+\frac{2x}{e^x-1}=\frac{x\left(e^x+1\right)}{e^x-1}$，而 $f(-x)=\frac{-x\left(e^{-x}+1\right)}{e^{-x}-1}=f\left(x\right)$，

故 $f(x)$ 确为偶函数，故 $m=2$．

故答案为：2．

9．（1）证明见解析；（2）$[-\frac{4}{5},-\frac{2}{3}]$．

【分析】（1）取任意 $x_1>x_2$，根据函数解析式判断 $f(x_1)-f(x_2)$ 的符号即可证明结论.

（2）令 $t=2^x=[2,4]$，可得 $g(t)=\frac{1}{t+1}-1$，由其单调性即可求 $f(x)$ 的值域.

【详解】（1）取任意 $x_1>x_2$，则有

$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2^{x_2}}{2^{x_2}+1}-\frac{2^{x_1}}{2^{x_1}+1}=\frac{2^{x_1+x_2}+2^{x_2}-2^{x_1+x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$，

又 $2^{x_2}-2^{x_1}<0,(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)>0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$．

$\therefore f(x)$ 在$(-\infty,+\infty)$上为减函数.

（2）$x\in[1,2]$，则 $t=2^x=[2,4]$，

$\therefore g(t)=-\frac{t}{t+1}=\frac{1}{t+1}-1$，易知 $g(t)$ 在 $[2,4]$ 上单调递减，

又 $g(2)=-\frac{2}{3}$，$g(4)=-\frac{4}{5}$，故 $g(t)\in[-\frac{4}{5},-\frac{2}{3}]$，即 $f(x)$ 的值域为$[-\frac{4}{5},-\frac{2}{3}]$.