

## 2022 年 10 月 25 日高中数学作业

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

### 一、单选题

1. 已知函数  $f(x) = 4 + a^{x+1}$  的图象经过定点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是 ( )  
A.  $(-1, 5)$                       B.  $(-1, 4)$                       C.  $(0, 4)$                       D.  $(4, 0)$
2. 已知  $a = 2^{0.1}, b = 0.3^3, c = 0.3^{0.1}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )  
A.  $a < b < c$                       B.  $c < b < a$   
C.  $b < c < a$                       D.  $a < c < b$
3. 函数  $y = (a^2 - 4a + 4)a^x$  是指数函数, 则有 ( )  
A.  $a = 1$  或  $a = 3$               B.  $a = 1$                       C.  $a = 3$                       D.  $a > 0$  且  $a \neq 1$

### 二、填空题

4. 已知  $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \leq 0 \\ f(x-2), & x > 0 \end{cases}$ , 则  $f(3)$  的值为\_\_\_\_\_.
5. 函数  $y = a^{x+2019} + 2020 (a > 0, a \neq 1)$  的图像恒过定点\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

6. 已知函数  $f(x) = 2^{x^2-1}$ .
  - (1) 求函数  $f(x)$  的定义域;
  - (2) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性, 并证明;
  - (3) 解不等式  $f(x) \geq 4$ .



参考答案:

1. A

【分析】令  $x+1=0$ ，即可求出定点坐标；

【详解】当  $x+1=0$ ，即  $x=-1$  时， $a^{x+1}=a^0=1$ ，为常数，

此时  $f(x)=4+1=5$ ，即点  $P$  的坐标为  $(-1, 5)$ .

故选：A.

【点睛】本题考查指数型函数过定点，考查运算求解能力，属于基础题.

2. C

【分析】根据指数函数的单调性比较大小.

【详解】 $\because y=0.3^x$  是减函数， $3>0.1>0$ ，所以  $0.3^3<0.3^{0.1}<1$ ，

又  $2^{0.1}>1$ ，

$\therefore b<c<a$ .

故选：C.

3. C

【分析】根据已知条件列不等式，由此求得正确选项.

【详解】由已知得  $\begin{cases} a^2-4a+4=1 \\ a>0 \\ a\neq 1 \end{cases}$ ，即  $\begin{cases} a^2-4a+3=0 \\ a>0 \\ a\neq 1 \end{cases}$ ，解得  $a=3$ .

故选：C

4.  $\frac{1}{e}+1$

【分析】将  $x=3$  代入对应解析式依次推导即可.

【详解】 $f(3)=f(1)=f(-1)=\frac{1}{e}+1$ .

故答案为： $\frac{1}{e}+1$ .

5.  $(-2019, 2021)$

【解析】根据  $a^0=1(a>0, a\neq 1)$ ，结合条件，即可求得答案.

【详解】 $\because a^0=1(a>0, a\neq 1)$ .

$\therefore$  函数  $y=a^{x+2019}+2020(a>0, a\neq 1)$  的图像恒过定点  $(-2019, 2021)$ ，

故答案为:  $(-2019, 2021)$ .

【点睛】本题的解题关键是掌握  $a^0 = 1 (a > 0, a \neq 1)$ , 考查了分析能力和计算能力, 属于基础题.

6. (1)  $R$ ; (2) 详见解析; (3)  $\{x | x \geq \sqrt{3} \text{ 或 } x \leq -\sqrt{3}\}$ .

【分析】(1) 由指数函数的定义域可得解;

(2) 由  $f(-x) = f(x)$  可知函数为偶函数;

(3) 利用对数函数的单调性可知  $2^{x^2-1} \geq 4 = 2^2$ , 得  $x^2 - 1 \geq 2$ , 从而得解.

【详解】(1) 易知函数  $f(x) = 2^{x^2-1}$ ,  $x \in R$ .

所以定义域为  $R$ .

(2) 由  $f(-x) = 2^{(-x)^2-1} = 2^{x^2-1} = f(x)$ , 从而知  $f(x)$  为偶函数;

(3) 由条件得  $2^{x^2-1} \geq 4 = 2^2$ , 得  $x^2 - 1 \geq 2$ , 解得  $x \geq \sqrt{3}$  或  $x \leq -\sqrt{3}$ .

所以不等式的解集为:  $\{x | x \geq \sqrt{3} \text{ 或 } x \leq -\sqrt{3}\}$ .

【点睛】本题主要考查了指数型函数的定义域, 奇偶性及解指数不等式, 属于基础题.