高中数学平行组卷 2022-10-21

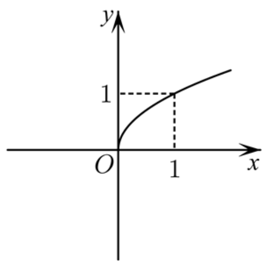
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

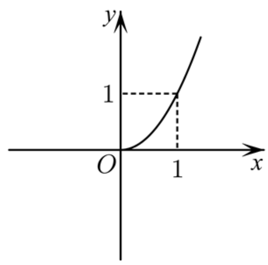
1．下列幂函数中过点$(0,0),(1,1)$的偶函数是

A． $y=x^{\frac{1}{2}}$　　　B． $y=x^{-2}$　　　C． $y=x^{4}$　　　D． $y=x^{\frac{1}{3}}$

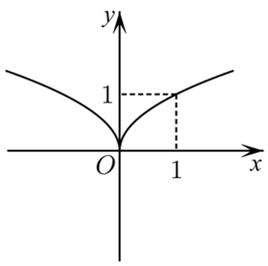
2．已知函数$f(x)=a^{x-16}+7$($a>0$且$a\neq 1$)的图象恒过定点P，若定点P在幂函数$g(x)=x^{\alpha}$的图象上，则幂函数$g(x)$的图象是()



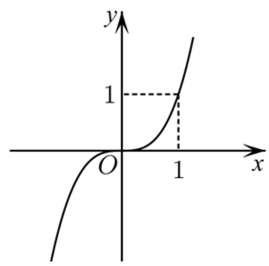
A．



B．



C．



D．

3．下列命题中，正确的有（　）个

①对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\to y=\dfrac{1}{x^{2}+1}$是映射，也是函数；

②若函数$f(x-1)$的定义域是（1,2），则函数$f(2x)$的定义域为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$；

③幂函数$y=x^{-\frac{2}{3}}$与$y=x^{4}$图像有且只有两个交点；

④当$b>0$时，方程$\left|2^{x}-1\right|-b=0$恒有两个实根.

A．1　　　B．2　　　C．3　　　D．4

二、填空题

4．已知函数$y=f(x)$的定义域是$[0,4]$，则函数$y=\dfrac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$的定义域是___________.

5．已知指数函数$y=f(x)$，对数函数$y=g(x)$和幂函数$y=h(x)$的图形都过$P\left(\dfrac{1}{2},2\right)$，如果$f(x_1)=g(x_2)=h(x_3)=4$，那么$x_1+x_2+x_3=$_________.

三、解答题

6. 设集合 $E=\{1,2,3,\cdots,2n\}, A=\{1,2,3,\cdots,a_n\}\subseteq E$，满足对任意的 $a_i,a_j\in A, a_i+a_j\neq 2n+1$，

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

（1）$n=5$ 时，写出 S_n 的值从大到小排列时前 5 个值对应的集合A；

（2）求出所有的 S_n 相加所得的总和 T_n；

参考答案：

1．C

【分析】对于幂函数$y=x^{\alpha}$,由于经过$(0,0),(1,1)$,则$\alpha>0$；再根据偶函数的性质对选项进行逐一分析即可

【详解】由题,对于幂函数$y=x^{\alpha}$,由于经过$(0,0),(1,1)$,则$\alpha>0$,故排除选项B;

对于选项A,定义域为$[0,+\infty)$,故不是偶函数;

对于选项D,$(-x)^{\frac{1}{3}}=-x^{\frac{1}{3}}$,是奇函数;

对于选项C,$(-x)^{4}=x^{4}$,是偶函数;

故选C

【点睛】本题考查幂函数的奇偶性,考查幂函数所过定点的应用,属于基础题

2．A

【分析】根据指数函数的性质，令$x-16=0$，得到定点$P(16,8)$．代入幂函数解析式中求得$g(x)=x^{\frac{3}{4}}$即可求解.

【详解】令$x-16=0$，即$x=16$，得$f(16)=8$，

即函数$f(x)$的图象恒过定点$P(16,8)$.

又定点$P(16,8)$在幂函数$g(x)=x^{\alpha}$的图象上，

所以$16^{\alpha}=8$，即$2^{4\alpha}=2^{3}$，解得$\alpha=\frac{3}{4}$，

所以$g(x)=x^{\frac{3}{4}}$，结合幂函数图象特点可知选A.

故选：A

3．C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

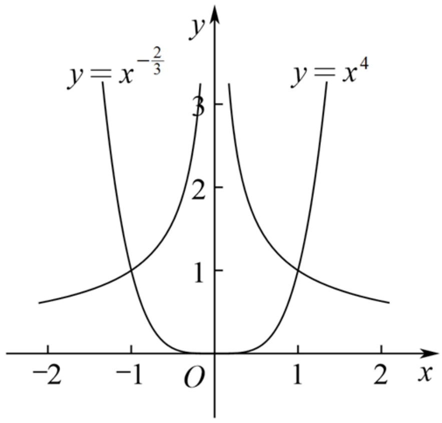
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为$y=\left|2^{x}-1\right|$与$y=b$的图象交点个数的问题，作出图象即可判断.

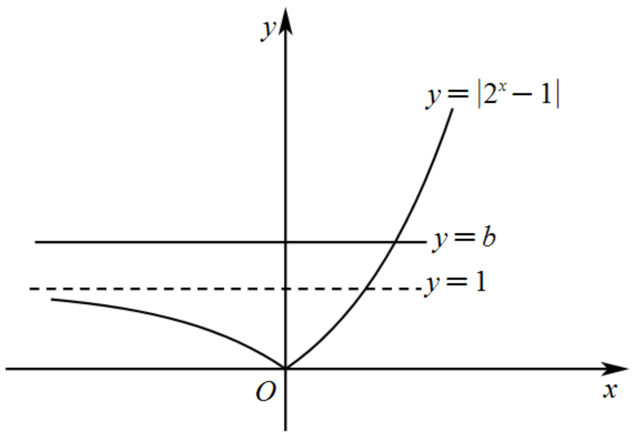
【详解】解：对于①，对应：$A=\mathrm{R},B=\mathrm{R},f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^{2}+1}$是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数 $f\left(x-1\right)$ 的定义域是（1,2），则 $x-1\in\left(0,1\right),\therefore 2x\in\left(0,1\right)\Rightarrow x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f\left(2x\right)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$，故②对

对于③，幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty,0)$ 上单调递增，在 $(0,+\infty)$ 上单调递减且图像过 $\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ ，$y=x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增且图像过 $\left(1,1\right),\left(-1,1\right)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x>1$ 时，$\left|2^x-1\right|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b>1$ 时，方程 $\left|2^x-1\right|-b=0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4．$(1,3]$

【分析】根据题意得出 $\begin{cases}0\le x+1\le 4\\ x-1>0\end{cases}$ 求解即可.

【详解】由题意，函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$，即 $0\le x\le 4$，

则函数$y=\dfrac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$满足$\begin{cases}0\le x+1\le 4\\x-1>0\end{cases}$，解得$1<x\le 3$，

即函数$y=\dfrac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$的定义域是$\left(1,3\right]$.

故答案为：$\left(1,3\right]$.

5．$\dfrac{3}{2}$##1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得$f\left(x\right)$、$g\left(x\right)$和$h\left(x\right)$，通过解方程求得x_1,x_2,x_3，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设$f\left(x\right)=a^x,g\left(x\right)=\log_b x,h\left(x\right)=x^\alpha$，

代入$P\left(\dfrac{1}{2},2\right)$得$a^{\frac{1}{2}}=2,\log_b\dfrac{1}{2}=2,\left(\dfrac{1}{2}\right)^\alpha=2$，

解得$a=4,b=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\alpha=-1$，

所以$f\left(x\right)=4^x,g\left(x\right)=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}x,h\left(x\right)=x^{-1}$，

由$4^{x_1}=4,\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}x_2=4,x_3^{-1}=4$

解得$x_1=1,x_2=\dfrac{1}{4},x_3=\dfrac{1}{4}$，

所以$x_1+x_2+x_3=\dfrac{3}{2}$.

故答案为：$\dfrac{3}{2}$

6．（1）$\left\{10,9,8,7,6\right\}$，$\left\{10,9,8,7,5\right\}$，$\left\{10,9,8,4,6\right\}$，$\left\{10,9,8,4,5\right\}$，$\left\{10,9,3,7,6\right\}$；（2）$2^{n-1}n\left(2n+1\right)$.

【分析】（1）列出所有满足条件的A后可得S_n的值从大到小排列时前5个值对应的集合A.

（2）每个元素均在2^{n-1}个集合中出现，从而可求T_n.

【详解】（1）$n=5$时，

A可为：

$\left\{1,2,3,4,5\right\}$，$\left\{1,2,3,4,6\right\}$，$\left\{1,2,3,7,5\right\}$，$\left\{1,2,3,7,6\right\}$，

$\left\{1,2,8,4,5\right\}$，$\left\{1,2,8,4,6\right\}$，$\left\{1,2,8,7,5\right\}$，$\left\{1,2,8,7,6\right\}$，

$\{1,9,3,4,5\}$，$\{1,9,3,4,6\}$，$\{1,9,3,7,5\}$，$\{1,9,3,7,6\}$，

$\{1,9,8,4,5\}$，$\{1,9,8,4,6\}$，$\{1,9,8,7,5\}$，$\{1,9,8,7,6\}$，

$\{10,2,3,4,5\}$，$\{10,2,3,4,6\}$，$\{10,2,3,7,5\}$，$\{10,2,3,7,6\}$，

$\{10,2,8,4,5\}$，$\{10,2,8,4,6\}$，$\{10,2,8,7,5\}$，$\{10,2,8,7,6\}$，

$\{10,9,3,4,5\}$，$\{10,9,3,4,6\}$，$\{10,9,3,7,5\}$，$\{10,9,3,7,6\}$，

$\{10,9,8,4,5\}$，$\{10,9,8,4,6\}$，$\{10,9,8,7,5\}$，$\{10,9,8,7,6\}$，

对于的S_n从大到小排列后，前 5 个值为：40，39，37，36，35，

对应的集合分别为：

$\{10,9,8,7,6\}$，$\{10,9,8,7,5\}$，$\{10,9,8,4,6\}$，$\{10,9,8,4,5\}$，$\{10,9,3,7,6\}$.

（2）

因为$a_i,a_j \in A, a_i+a_j \neq 2n+1$，故各集合$\{1,2n\},\{2,2n-1\},\cdots,\{n,n+1\}$中有且只有一个元素在A中.故满足条件的A共有$2^n$个，且元素i必在$2^{n-1}$个集合中出现，

故所有的S_n相加所得的总和$T_n=2^{n-1}\left(1+2+3+\cdots+2n\right)=2^{n-1}n\left(2n+1\right)$.

【点睛】本题考查有限集的子集的个数计算以及等差数列的前n项和，也考查了与集合的子集元素的和有关的计算问题，注意利用‘算两次”来求和即S_n的和可以由A中元素的和逐个计算，也可以通过元素在各集合中出现的次数来计算.