

高中数学平行组卷 2022-10-21

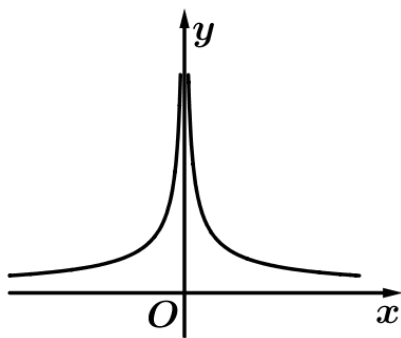
学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 下列幂函数中过点 $(0,0)$, $(1,1)$ 的偶函数是

- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = x^{-2}$ C. $y = x^4$ D. $y = x^{\frac{1}{3}}$

2. 已知幂函数 $y = x^{\frac{p}{3}} (p \in \mathbf{Z})$ 的图象关于 y 轴对称, 如图所示, 则 ()



- A. p 为奇数, 且 $p > 0$ B. p 为奇数, 且 $p < 0$ C. p 为偶数, 且 $p > 0$
D. p 为偶数, 且 $p < 0$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbf{R}, B = \mathbf{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 若函数 $y = f(1-x)$ 的定义域是 $[-3, -1]$, 则 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)$ 的定义域是_____

5. 幂函数 $y = (m^2 - 2m - 2)x^{m^2 - 2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上增函数, 则 $m =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$.

(1)求集合 A 的所有非空子集;

(2)求实数 m 的值组成的集合.

参考答案:

1. C

【分析】对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$; 再根据偶函数的性质对选项进行逐一分析即可

【详解】由题, 对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$, 故排除选项 B;

对于选项 A, 定义域为 $[0, +\infty)$, 故不是偶函数;

对于选项 D, $(-x)^{\frac{1}{3}} = -x^{\frac{1}{3}}$, 是奇函数;

对于选项 C, $(-x)^4 = x^4$, 是偶函数;

故选 C

【点睛】本题考查幂函数的奇偶性, 考查幂函数所过定点的应用, 属于基础题

2. D

【分析】从图象的奇偶性与在第一象限的单调性判断解析式的特征

【详解】因为函数 $y = x^{\frac{p}{3}}$ 的图象关于 y 轴对称,

所以函数 $y = x^{\frac{p}{3}}$ 为偶函数, 即 p 为偶数,

又函数 $y = x^{\frac{p}{3}}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,

且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

则有 $\frac{p}{3} < 0$,

所以 $p < 0$.

故选: D.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

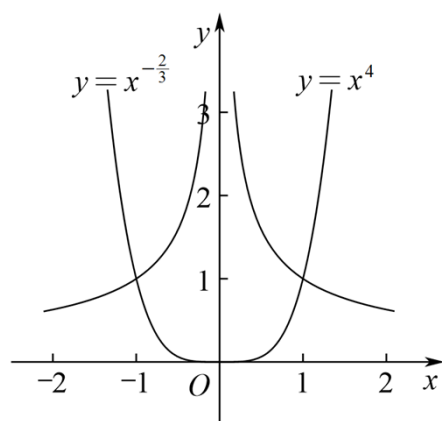
对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射,

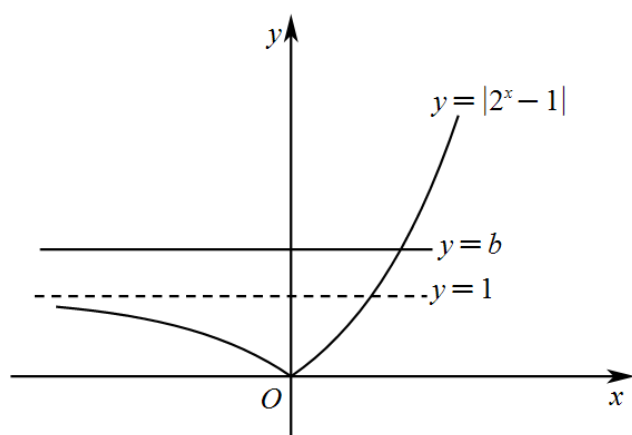
函数的定义, 故①对;

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $\left[\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right]$

【分析】先求出 $f(x)$ 的定义域为 $[2,4]$ ，再解不等式 $2 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq 4$ 即得解.

【详解】由题得 $-3 \leq x \leq -1$ ， $\therefore 1 \leq -x \leq 3$ ，

所以 $2 \leq 1-x \leq 4$ ，

所以 $f(x)$ 的定义域为 $[2, 4]$,

由题得 $2 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq 4$,

所以 $\frac{1}{16} \leq x \leq \frac{1}{4}$.

因为 $x > 0$,

所以 $f\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)$ 的定义域是 $\left[\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right]$.

故答案为 $\left[\frac{1}{16}, \frac{1}{4}\right]$

【点睛】本题主要考查复合函数的定义域的求法, 考查对数函数单调性的应用和对数不等式的解法, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平和分析推理能力.

5. 3

【分析】根据幂函数的定义和单调性, 求得 m 的值.

【详解】由于函数为幂函数, 所以 $m^2 - 2m - 2 = 1$, 解得 $m = 3$ 或 $m = -1$, 当 $m = -1$ 时, 函数为 $y = \frac{1}{x}$, 不满足在 $(0, +\infty)$ 上递增, 故舍去. 当 $m = 3$ 时, $y = x^7$ 符合题意. 综上所述, m 的值为 3.

【点睛】本小题主要考查幂函数的定义, 考查幂函数的单调性, 属于基础题.

6. (1) $\{2\}$, $\{3\}$, $\{2, 3\}$

(2) $\left\{0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$

【分析】(1) 直接求出集合 A , 列举非空子集;

(2) 由 $A \cup B = A$ 得 $B \subseteq A = \{2, 3\}$, 分 $B = \emptyset$ 和 $B \neq \emptyset$ 两种情况讨论, 求出 m .

(1)

$$A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\},$$

所以集合 A 的所有非空子集组成的集合 $\{2\}$, $\{3\}$, $\{2, 3\}$.

(2)

由 $A \cup B = A$ 得 $B \subseteq A = \{2, 3\}$,

①若 $B = \emptyset$, 则 $m = 0$, 满足条件.

②若 $B \neq \emptyset$ ，当 $2 \in B$ 时，得 $m = -\frac{1}{2}$ ；

当 $3 \in B$ 时，得 $m = -\frac{1}{3}$ 。

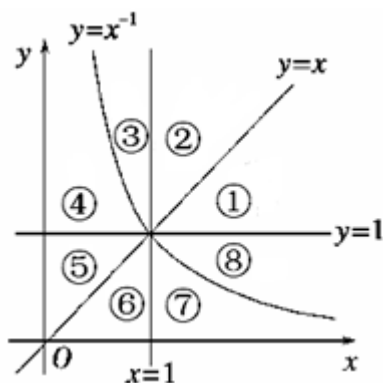
故所求的集合为 $\left\{0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$ 。

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知幂函数 $f(x) = xa$ 的图象经过点 $(2, \sqrt{2})$, 则函数 $f(x)$ 为 ()
- A. 奇函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增 B. 偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
- C. 非奇非偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增 D. 非奇非偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
2. 幂函数 $y = x^{-1}$ 及直线 $y = x, y = 1, x = 1$ 将平面直角坐标系的第一象限分成八个“卦限”:
①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦, ⑧ (如图所示), 那么幂函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象经过的“卦限”是



- A. ⑧, ③ B. ⑦, ③
- C. ⑥, ① D. ⑤, ①

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $(0, \frac{1}{2})$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 下列命题中所有正确的序号是_____.

- ①函数 $f(x) = a^{x-1} + 3$ ($a > 1$) 在 \mathbb{R} 上是增函数;

②函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,3)$ ，则函数 $f(x)$ 的定义域为 $(2,4)$ ；

③已知 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$ ，且 $f(-2) = 8$ ，则 $f(2) = -8$ ；

④ $f(x) = \frac{1}{1-2^x} - \frac{1}{2}$ 为奇函数.

5. 已知 $f(x)$ 为幂函数，且满足 $\frac{f(8)}{f(2)} = 2$ ，若 $f(m-1) < 1$ ，则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题

6. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ， $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$.

(1) 当 $x \in \mathbf{Z}$ 时，求 A 的非空真子集的个数；

(2) 当 $x \in \mathbf{R}$ 时，若 $A \cap B = \emptyset$ ，求实数 m 的取值范围.

参考答案:

1. C

【分析】根据已知求出 $a = \frac{1}{2}$ ，从而函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ，由此得到函数 $f(x)$ 是非奇非偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

【详解】∵幂函数 $f(x) = x^a$ 的图象经过点 $(2, \sqrt{2})$,

$$\therefore 2^a = \sqrt{2}, \text{ 解得 } a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{函数 } f(x) = x^{\frac{1}{2}},$$

∴函数 $f(x)$ 是非奇非偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

故选 C.

【点睛】本题考查命题真假的判断，考查幂函数的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

2. D

【详解】根据幂函数的性质可知 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象经过的“卦限”是⑤①

3. C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題，作出图象即可判断.

【详解】解：对于①，对应： $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射，也是函数；符合映射，

函数的定义，故①对；

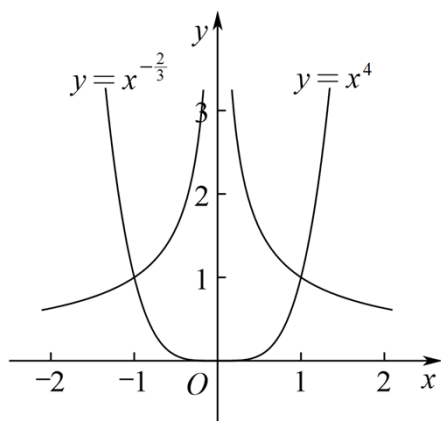
对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$ ，则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

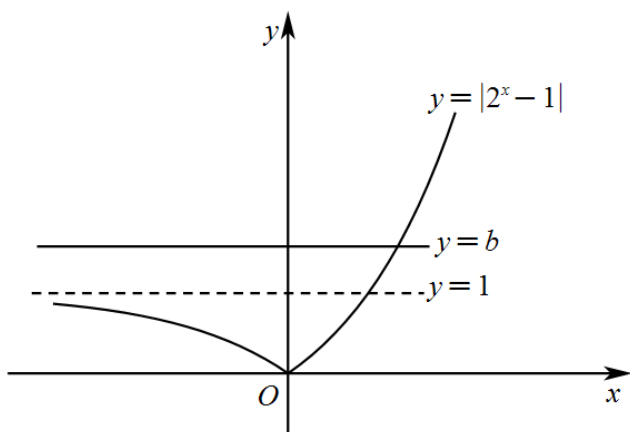
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. ①④

【解析】根据指数的运算性质 $a^0 = 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 恒成立，求出函数图象所过的定点，可判断①；根据抽象函数的定义域的求法，可判断②；根据奇函数的图象和性质，求出 $f(2)$ ，可判断③；根据奇函数的定义及判定方法，可判断④

【详解】解：当 $x = 1$ 时， $a^{x-1} = a^0 = 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 恒成立，故 $f(1) = 4$ 恒成立，故函数 $f(x) = a^{x-1} + 3 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图象一定过定点 $P(1, 4)$ ，故①正确；

函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 3)$ ，则函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, 2)$ ，故②错误；

已知 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx - 8$ ，且 $f(-2) = 8$ ，则 $f(2) = -24$ ，故③错误；

$f(x) = \frac{1}{1-2^x} - \frac{1}{2}$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$ ，

且 $f(-x) = \frac{1}{1-2^{-x}} - \frac{1}{2} = \frac{2^x}{2^x-1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{1-2^{-x}} = -f(x)$ ，故 $f(x)$ 为奇函数，故④正确；

故答案为：①④

【点睛】本题以命题的真假判断为载体，考查了指数函数的图象和性质，函数的定义域，函数的奇偶性，是函数图象和性质的综合应用，难度不大，属于基础题.

5. $[1,2)$

【分析】由幂函数定义及 $\frac{f(8)}{f(2)} = 2$ ，即可求出幂函数的解析式 $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ，进而由函数在定义域上单调递增且 $f(m-1) < 1$ ，即可求 m 的范围

【详解】设 $f(x) = x^a$ ，则有 $\frac{f(8)}{f(2)} = \frac{8^a}{2^a} = 2^{2a} = 2$ ，解得 $a = \frac{1}{2}$

$\therefore f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ，且函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增

$\because f(m-1) = (m-1)^{\frac{1}{2}} < 1$

$\therefore \begin{cases} m-1 < 1 \\ m-1 \geq 0 \end{cases}$ ，解得 $m \in [1, 2)$

故答案为： $[1,2)$

【点睛】本题考查了幂函数，由幂函数的定义及已知条件求出幂指数，进而得到解析式，再根据所得幂函数的单调性及已知不等关系求参数范围

6. (1) 254; (2) $m < 2$ 或 $m > 4$

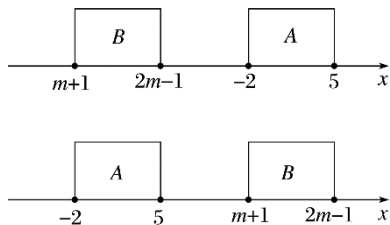
【分析】(1) 当 $x \in \mathbf{Z}$ 时，可得 A 中元素的个数，进而可得 A 的非空真子集的个数；

(2) 根据 $B \subseteq A$ ，可分 $B = \emptyset$ ，和 $B \neq \emptyset$ 两种情况讨论，即可得出实数 m 的取值范围.

【详解】(1) 当 $x \in \mathbf{Z}$ 时， $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ，共 8 个元素，所以 A 的非空真子集的个数为 $2^8 - 2 = 254$.

(2) 当 $B = \emptyset$ 时， $m+1 > 2m-1$ ，则 $m < 2$ ；

当 $B \neq \emptyset$ 时，根据题意作出如图所示的数轴，



可得 $\begin{cases} 2m-1 \geq m+1, \\ 2m-1 < -2, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2m-1 \geq m+1, \\ m+1 > 5, \end{cases}$ 解得 $m > 4$.

综上所述，实数 m 的取值范围是 $m < 2$ 或 $m > 4$.

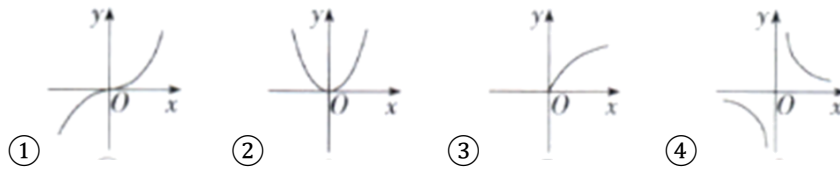
【点睛】考查子集，真子集的概念，描述法表示集合，注意不要漏了 $B=\varnothing$ 的情况.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 如图, 给出四个幂函数的图像, 则图像与函数大致对应的是 ()



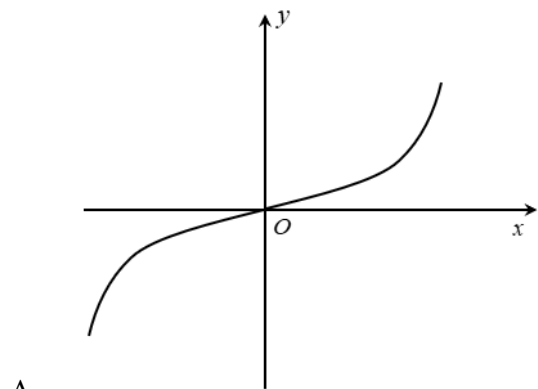
A. ① $y = x^{\frac{1}{2}}$; ② $y = x^2$; ③ $y = x^3$; ④ $y = x^{-1}$

B. ① $y = x^3$; ② $y = x^{\frac{1}{2}}$; ③ $y = x^2$; ④ $y = x^{-1}$

C. ① $y = x^2$; ② $y = x^3$; ③ $y = x^{\frac{1}{2}}$; ④ $y = x^{-1}$

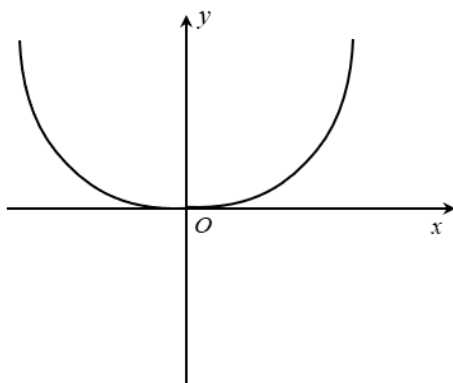
D. ① $y = x^3$; ② $y = x^2$; ③ $y = x^{\frac{1}{2}}$; ④ $y = x^{-1}$

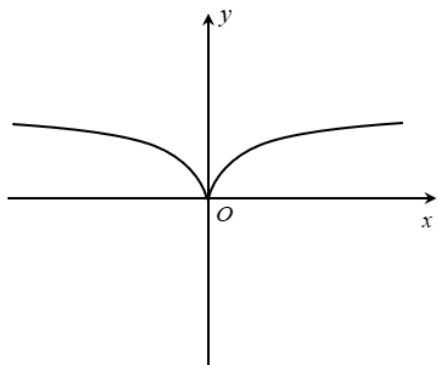
2. 函数 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 的图象是 ()



A.

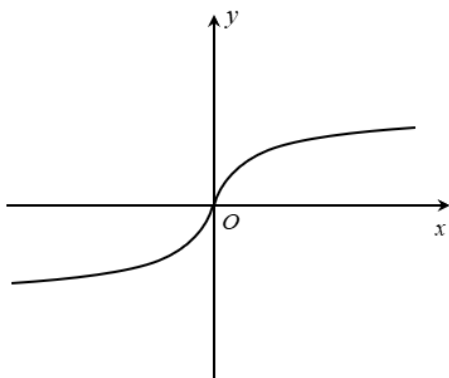
B.





C.

D.



3. 下列命题中，正确的有（ ）个

- ①对应： $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射，也是函数；
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$ ，则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ；
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点；
- ④当 $b > 0$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题

4. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$ ，则函数 $f(\sqrt{x} - 2)$ 的定义域为_____.

5. 若幂函数 $f(x) = (m^2 - 5m + 7)x^m$ 在 \mathbb{R} 上为增函数，则 $\log_m \sqrt{27} + 21\lg 5 + 1\lg 4 + m^{\log_m \frac{1}{2}}$
=_____.

三、解答题

6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 5 = 0\}$ ，集合 $B = \{x | x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 = 0\}$.

(1) 写出集合 A 的所有子集；

(2) 若 $A \cup B = A$ ，求实数 a 的取值范围.

参考答案:

1. D

【分析】利用幂函数的奇偶性、单调性、定义域等来分析判断图象得解.

【详解】 $y = x^3$ 是奇函数, 且在 R 上递增, 对应题图①; $y = x^2$ 是偶函数, 对应题图②;

$y = x^{\frac{1}{2}}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$, 对应题图③; $y = x^{-1}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 对应题图④.

故选 D.

【点睛】本题主要考查幂函数的定义域、单调性和奇偶性, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2. C

【分析】首先判断函数的奇偶性, 再根据函数在第一象限的增速, 判断选项.

【详解】首先由分数指数幂运算公式可知 $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{x}\right)^2$, 则 $y = f(x) = \left(\sqrt[3]{x}\right)^2$,

$f(-x) = f(x)$, 且函数的定义域为 R , 所以函数是偶函数, 关于 y 轴对称, 故排除 AD,

因为 $0 < \frac{2}{3} < 1$, 所以 $y = x^{\frac{2}{3}}$ 在第一象限的增加比较缓慢, 故排除 B,

故选: C

【点睛】思路点睛: 函数图象的辨识可从以下方面入手:

(1)从函数的定义域, 判断图象的左右位置; 从函数的值域, 判断图象的上下位置.

(2)从函数的单调性, 判断图象的变化趋势;

(3)从函数的奇偶性, 判断图象的对称性;

(4)从函数的特征点, 排除不合要求的图象.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

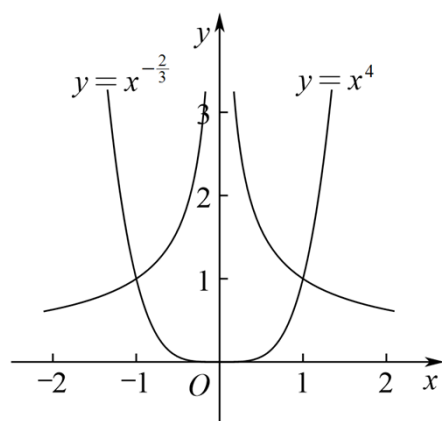
对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

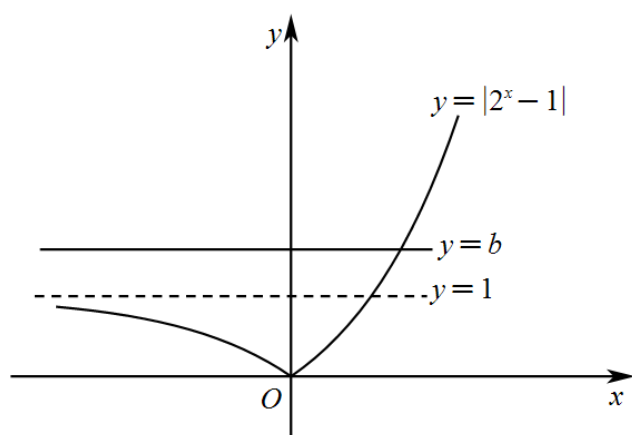
【详解】解: 对于①, 对应: $A = R, B = R, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $[4, 9]$

【分析】根据函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$ ，由 $\sqrt{x} - 2 \in [0,1]$ ，求出 x 的取值集合即可得函数 $f(\sqrt{x} - 2)$ 的定义域.

【详解】解：因为函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$ ，

$$\text{由 } 0 \leq \sqrt{x} - 2 \leq 1, \text{ 得: } \begin{cases} \sqrt{x} - 2 \geq 0 \text{ ①} \\ \sqrt{x} - 2 \leq 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解①得: $x \geq 4$, 解②得: $x \leq 9$.

所以, 函数 $f(\sqrt{x} - 2)$ 的定义域为 $[4, 9]$.

故答案为: $[4, 9]$.

【点睛】本题考查了函数的定义域及其求法, 考查了抽象函数的定义域, 给出函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, 求函数 $y = f[g(x)]$ 的定义域, 就是满足 $a \leq g(x) \leq b$ 的 x 的取值集合, 此题是基础题.

5. 4

【解析】根据幂函数的定义与函数的单调性求出 m 的值, 代入代数式计算即可.

【详解】由幂函数的定义得:

$$m^2 - 5m + 7 = 1,$$

解得: $m = 2$ 或 $m = 3$,

因为 $f(x)$ 在 R 递增,

故 $f(x) = x^3$, $m = 3$,

$$\log_m \sqrt{27} + 2 \lg 5 + \lg 4 + m^{\log_m \frac{1}{2}}$$

$$= \log_3 3^{\frac{3}{2}} + 2 \lg 10 + 3^{\log_3 \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{2} = 4,$$

故答案为: 4.

【点睛】本题主要考查幂函数的定义与性质, 考查了指数与对数的运算, 属于中档题.

6. (1) ϕ , $\{1\}$, $\{5\}$, $\{1, 5\}$; (2) $a \leq 0$ 或 $a = 2$.

【解析】(1) 求得集合 $A = \{1, 5\}$, 根据集合子集的概念, 准确书写, 即可求解;

(2) 由 $A \cup B = A$, 得到 $B \subseteq A$, 分 $B = \phi$, $B = \{1\}$, $B = \{5\}$ 和 $B = \{1, 5\}$ 四种情况讨论, 结合一元二次方程的性质, 即可求解.

【详解】(1) 由题意, 集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 5 = 0\} = \{1, 5\}$,

所以集合 A 的子集为 ϕ , $\{1\}$, $\{5\}$, $\{1, 5\}$.

(2) 因为 $A \cup B = A$, 可得 $B \subseteq A$, 则 $B = \emptyset$ 或 $B = \{1\}$ 或 $B = \{5\}$ 或 $B = \{1, 5\}$,

当 $B = \emptyset$ 时, 则 $\Delta = 4(a+1)^2 - 4a^2 - 4 = 8a < 0$, 解得 $a < 0$;

当 $B = \{1\}$ 时, 则满足 $\begin{cases} \Delta = 0 \\ 1 - 2(a+1)x + a^2 + 1 = 0 \end{cases}$, 解得 $a = 0$;

当 $B = \{5\}$ 时, 则满足 $\begin{cases} \Delta = 0 \\ 25 - 10(a+1)x + a^2 + 1 = 0 \end{cases}$, 此时方程组无解;

当 $B = \{1, 5\}$ 是, 则满足 $\begin{cases} 2(a+1) = 6 \\ a^2 + 1 = 5 \end{cases}$, 解得 $a = 2$.

综上可得, 实数 a 的取值范围是 $a \leq 0$ 或 $a = 2$.

【点睛】 本题主要考查了集合的子集的概念及应用, 以及根据集合的运算求解参数问题, 其中解答中熟记集合子集的概念, 以及根据集合间的关系, 合理分类讨论求解是解答的关键, 着重考查推理与运算能力.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

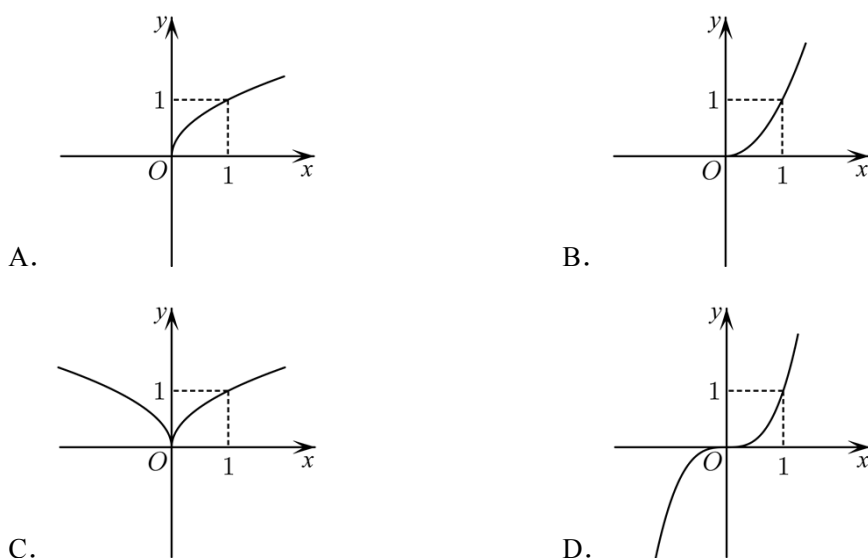
一、单选题

1. 下列幂函数中过点 $(0,0)$, $(1,1)$ 的偶函数是

- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = x^{-2}$ C. $y = x^4$ D. $y = x^{\frac{1}{3}}$

2. 已知函数 $f(x) = a^{x-16} + 7$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 P , 若定点 P 在幂函数

$g(x) = x^\alpha$ 的图象上, 则幂函数 $g(x)$ 的图象是()



3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
 ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $(0, \frac{1}{2})$;
 ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
 ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$, 则函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是_____.

5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P(\frac{1}{2}, 2)$,

如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 设集合 $E = \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$, $A = \{1, 2, 3, \dots, a_n\} \subseteq E$, 满足对任意的 $a_i, a_j \in A$, $a_i + a_j \neq 2n + 1$,

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

(1) $n = 5$ 时, 写出 S_n 的值从大到小排列时前 5 个值对应的集合 A ;

(2) 求出所有的 S_n 相加所得的总和 T_n ;

参考答案:

1. C

【分析】对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$; 再根据偶函数的性质对选项进行逐一分析即可

【详解】由题, 对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$, 故排除选项 B;

对于选项 A, 定义域为 $[0, +\infty)$, 故不是偶函数;

对于选项 D, $(-x)^{\frac{1}{3}} = -x^{\frac{1}{3}}$, 是奇函数;

对于选项 C, $(-x)^4 = x^4$, 是偶函数;

故选 C

【点睛】本题考查幂函数的奇偶性, 考查幂函数所过定点的应用, 属于基础题

2. A

【分析】根据指数函数的性质, 令 $x-16=0$, 得到定点 $P(16,8)$. 代入幂函数解析式中求得

$g(x) = x^{\frac{3}{4}}$ 即可求解.

【详解】令 $x-16=0$, 即 $x=16$, 得 $f(16)=8$,

即函数 $f(x)$ 的图象恒过定点 $P(16,8)$.

又定点 $P(16,8)$ 在幂函数 $g(x) = x^\alpha$ 的图象上,

所以 $16^\alpha = 8$, 即 $2^{4\alpha} = 2^3$, 解得 $\alpha = \frac{3}{4}$,

所以 $g(x) = x^{\frac{3}{4}}$, 结合幂函数图象特点可知选 A.

故选: A

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

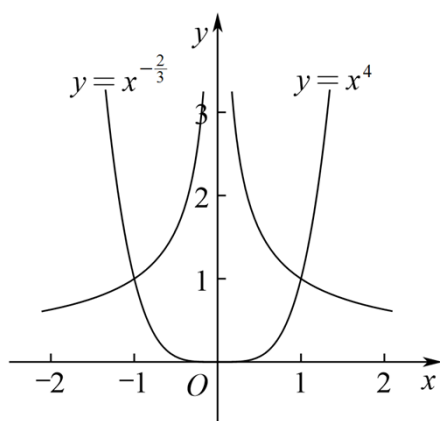
对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射,

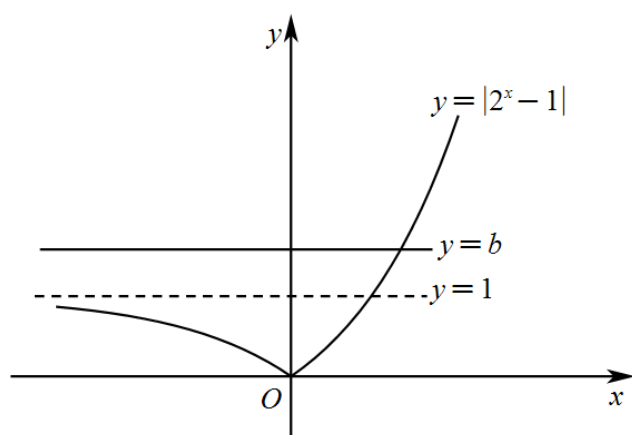
函数的定义, 故①对;

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(1,3]$

【分析】根据题意得出 $\begin{cases} 0 \leq x+1 \leq 4 \\ x-1 > 0 \end{cases}$ 求解即可.

【详解】由题意，函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$ ，即 $0 \leq x \leq 4$ ，

则函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 满足 $\begin{cases} 0 \leq x+1 \leq 4 \\ x-1 > 0 \end{cases}$, 解得 $1 < x \leq 3$,

即函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 $(1, 3]$.

故答案为: $(1, 3]$.

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$, 通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 , 由此求得正确答案.

【详解】依题意, 设 $f(x) = a^x, g(x) = \log_b x, h(x) = x^\alpha$,

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}} = 2, \log_b \frac{1}{2} = 2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha = 2$,

解得 $a = 4, b = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha = -1$,

所以 $f(x) = 4^x, g(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x) = x^{-1}$,

由 $4^{x_1} = 4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2 = 4, x_3^{-1} = 4$

解得 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{4}$,

所以 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{2}$.

故答案为: $\frac{3}{2}$

6. (1) $\{10, 9, 8, 7, 6\}, \{10, 9, 8, 7, 5\}, \{10, 9, 8, 4, 6\}, \{10, 9, 8, 4, 5\}, \{10, 9, 3, 7, 6\}$; (2)

$2^{n-1}n(2n+1)$.

【分析】(1) 列出所有满足条件的 A 后可得 S_n 的值从大到小排列时前 5 个值对应的集合 A.

(2) 每个元素均在 2^{n-1} 个集合中出现, 从而可求 T_n .

【详解】(1) $n = 5$ 时,

A 可为:

$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 7, 5\}, \{1, 2, 3, 7, 6\},$

$\{1, 2, 8, 4, 5\}, \{1, 2, 8, 4, 6\}, \{1, 2, 8, 7, 5\}, \{1, 2, 8, 7, 6\},$

$\{1,9,3,4,5\}, \{1,9,3,4,6\}, \{1,9,3,7,5\}, \{1,9,3,7,6\},$

$\{1,9,8,4,5\}, \{1,9,8,4,6\}, \{1,9,8,7,5\}, \{1,9,8,7,6\},$

$\{10,2,3,4,5\}, \{10,2,3,4,6\}, \{10,2,3,7,5\}, \{10,2,3,7,6\},$

$\{10,2,8,4,5\}, \{10,2,8,4,6\}, \{10,2,8,7,5\}, \{10,2,8,7,6\},$

$\{10,9,3,4,5\}, \{10,9,3,4,6\}, \{10,9,3,7,5\}, \{10,9,3,7,6\},$

$\{10,9,8,4,5\}, \{10,9,8,4,6\}, \{10,9,8,7,5\}, \{10,9,8,7,6\},$

对于的 S_n 从大到小排列后, 前 5 个值为: 40, 39, 37, 36, 35,

对应的集合分别为:

$\{10,9,8,7,6\}, \{10,9,8,7,5\}, \{10,9,8,4,6\}, \{10,9,8,4,5\}, \{10,9,3,7,6\}.$

(2)

因为 $a_i, a_j \in A, a_i + a_j \neq 2n+1$, 故各集合 $\{1, 2n\}, \{2, 2n-1\}, \dots, \{n, n+1\}$ 中有且只有一个元素在

A 中. 故满足条件的 A 共有 2^n 个, 且元素 i 必在 2^{n-1} 个集合中出现,

故所有的 S_n 相加所得的总和 $T_n = 2^{n-1}(1+2+3+\dots+2n) = 2^{n-1}n(2n+1).$

【点睛】 本题考查有限集的子集的个数计算以及等差数列的前 n 项和, 也考查了与集合的子集元素的和有关的计算问题, 注意利用“算两次”来求和即 S_n 的和可以由 A 中元素的和逐个计算, 也可以通过元素在各集合中出现的次数来计算.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

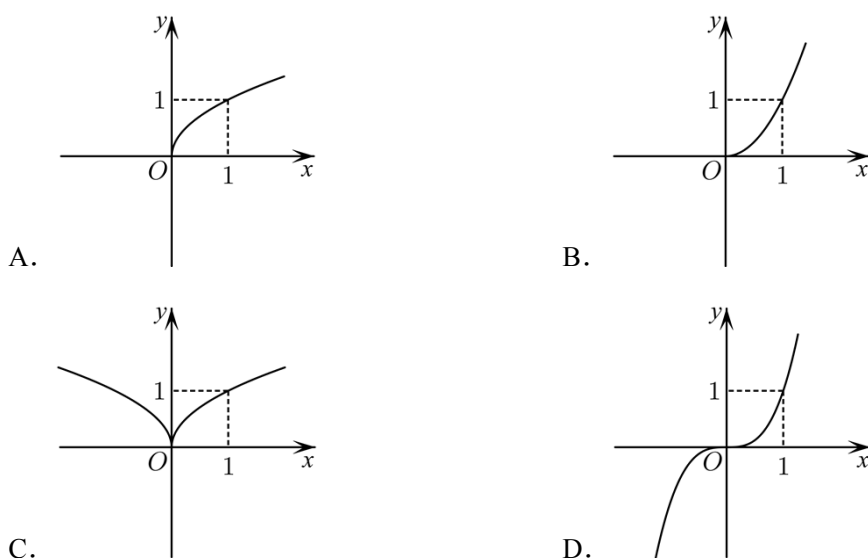
一、单选题

1. 下列幂函数中过点 $(0,0)$, $(1,1)$ 的偶函数是

- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = x^{-2}$ C. $y = x^4$ D. $y = x^{\frac{1}{3}}$

2. 已知函数 $f(x) = a^{x-16} + 7$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 P , 若定点 P 在幂函数

$g(x) = x^\alpha$ 的图象上, 则幂函数 $g(x)$ 的图象是()



3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
 ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $(0, \frac{1}{2})$;
 ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
 ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$, 则函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是_____.

5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P(\frac{1}{2}, 2)$,

如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 设集合 $E = \{1, 2, 3, \dots, 2n\}$, $A = \{1, 2, 3, \dots, a_n\} \subseteq E$, 满足对任意的 $a_i, a_j \in A$, $a_i + a_j \neq 2n + 1$,

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

(1) $n = 5$ 时, 写出 S_n 的值从大到小排列时前 5 个值对应的集合 A ;

(2) 求出所有的 S_n 相加所得的总和 T_n ;

参考答案:

1. C

【分析】对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$; 再根据偶函数的性质对选项进行逐一分析即可

【详解】由题, 对于幂函数 $y = x^\alpha$, 由于经过 $(0,0), (1,1)$, 则 $\alpha > 0$, 故排除选项 B;

对于选项 A, 定义域为 $[0, +\infty)$, 故不是偶函数;

对于选项 D, $(-x)^{\frac{1}{3}} = -x^{\frac{1}{3}}$, 是奇函数;

对于选项 C, $(-x)^4 = x^4$, 是偶函数;

故选 C

【点睛】本题考查幂函数的奇偶性, 考查幂函数所过定点的应用, 属于基础题

2. A

【分析】根据指数函数的性质, 令 $x-16=0$, 得到定点 $P(16,8)$. 代入幂函数解析式中求得

$g(x) = x^{\frac{3}{4}}$ 即可求解.

【详解】令 $x-16=0$, 即 $x=16$, 得 $f(16)=8$,

即函数 $f(x)$ 的图象恒过定点 $P(16,8)$.

又定点 $P(16,8)$ 在幂函数 $g(x) = x^\alpha$ 的图象上,

所以 $16^\alpha = 8$, 即 $2^{4\alpha} = 2^3$, 解得 $\alpha = \frac{3}{4}$,

所以 $g(x) = x^{\frac{3}{4}}$, 结合幂函数图象特点可知选 A.

故选: A

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

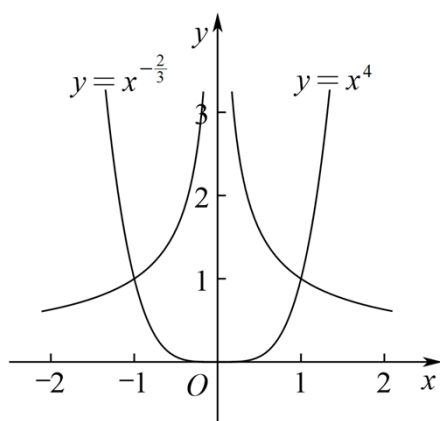
对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射,

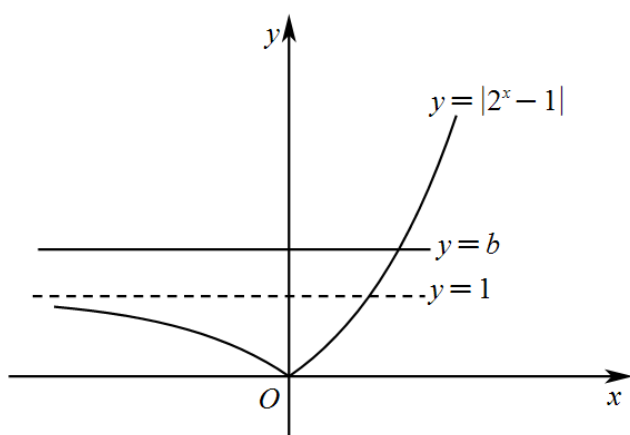
函数的定义, 故①对;

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(1,3]$

【分析】根据题意得出 $\begin{cases} 0 \leq x+1 \leq 4 \\ x-1 > 0 \end{cases}$ 求解即可.

【详解】由题意，函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$ ，即 $0 \leq x \leq 4$ ，

则函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 满足 $\begin{cases} 0 \leq x+1 \leq 4 \\ x-1 > 0 \end{cases}$, 解得 $1 < x \leq 3$,

即函数 $y = \frac{f(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 $(1, 3]$.

故答案为: $(1, 3]$.

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$, 通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 , 由此求得正确答案.

【详解】依题意, 设 $f(x) = a^x, g(x) = \log_b x, h(x) = x^\alpha$,

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}} = 2, \log_b \frac{1}{2} = 2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha = 2$,

解得 $a = 4, b = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha = -1$,

所以 $f(x) = 4^x, g(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x) = x^{-1}$,

由 $4^{x_1} = 4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2 = 4, x_3^{-1} = 4$

解得 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{4}$,

所以 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{2}$.

故答案为: $\frac{3}{2}$

6. (1) $\{10, 9, 8, 7, 6\}, \{10, 9, 8, 7, 5\}, \{10, 9, 8, 4, 6\}, \{10, 9, 8, 4, 5\}, \{10, 9, 3, 7, 6\}$; (2)

$2^{n-1}n(2n+1)$.

【分析】(1) 列出所有满足条件的 A 后可得 S_n 的值从大到小排列时前 5 个值对应的集合 A.

(2) 每个元素均在 2^{n-1} 个集合中出现, 从而可求 T_n .

【详解】(1) $n = 5$ 时,

A 可为:

$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 7, 5\}, \{1, 2, 3, 7, 6\},$

$\{1, 2, 8, 4, 5\}, \{1, 2, 8, 4, 6\}, \{1, 2, 8, 7, 5\}, \{1, 2, 8, 7, 6\},$

$\{1,9,3,4,5\}, \{1,9,3,4,6\}, \{1,9,3,7,5\}, \{1,9,3,7,6\},$

$\{1,9,8,4,5\}, \{1,9,8,4,6\}, \{1,9,8,7,5\}, \{1,9,8,7,6\},$

$\{10,2,3,4,5\}, \{10,2,3,4,6\}, \{10,2,3,7,5\}, \{10,2,3,7,6\},$

$\{10,2,8,4,5\}, \{10,2,8,4,6\}, \{10,2,8,7,5\}, \{10,2,8,7,6\},$

$\{10,9,3,4,5\}, \{10,9,3,4,6\}, \{10,9,3,7,5\}, \{10,9,3,7,6\},$

$\{10,9,8,4,5\}, \{10,9,8,4,6\}, \{10,9,8,7,5\}, \{10,9,8,7,6\},$

对于的 S_n 从大到小排列后, 前 5 个值为: 40, 39, 37, 36, 35,

对应的集合分别为:

$\{10,9,8,7,6\}, \{10,9,8,7,5\}, \{10,9,8,4,6\}, \{10,9,8,4,5\}, \{10,9,3,7,6\}.$

(2)

因为 $a_i, a_j \in A, a_i + a_j \neq 2n+1$, 故各集合 $\{1, 2n\}, \{2, 2n-1\}, \dots, \{n, n+1\}$ 中有且只有一个元素在

A 中. 故满足条件的 A 共有 2^n 个, 且元素 i 必在 2^{n-1} 个集合中出现,

故所有的 S_n 相加所得的总和 $T_n = 2^{n-1}(1+2+3+\dots+2n) = 2^{n-1}n(2n+1).$

【点睛】 本题考查有限集的子集的个数计算以及等差数列的前 n 项和, 也考查了与集合的子集元素的和有关的计算问题, 注意利用“算两次”来求和即 S_n 的和可以由 A 中元素的和逐个计算, 也可以通过元素在各集合中出现的次数来计算.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 对于幂函数① $y=x$, ② $y=x^2$, ③ $y=x^3$, ④ $y=x^{-1}$ ⑤ $y=x^{\frac{1}{2}}$, 其中既是奇函数且在 $(0,+\infty)$ 上又是增函数的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 函数 $f(x)=a^{x-2}-3(a>0, \text{且} a\neq 1)$ 的图象恒过定点 ()

A. $(2,-3)$ B. $(3,-3)$ C. $(2,-2)$ D. $(3,-2)$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

①对应: $A=\mathbb{R}, B=\mathbb{R}, f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数;

②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$;

③幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y=x^4$ 图像有且只有两个交点;

④当 $b>0$ 时, 方程 $|2^x-1|-b=0$ 恒有两个实根.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 求函数 $y=\sqrt{2+\log_{\frac{1}{2}}x}+\sqrt{\tan x}$ 的定义域为_____.

5. 一个函数的图像过点 $(1,2)$, 且在 $(0,+\infty)$ 上是增加的, 则这个函数的解析式可以为_____. (至少写 2 个)

三、解答题

6. (1) 已知: 集合 $M=\{x|x^2-8x+15=0\}$ 求出集合 M 的所有子集.

(2) $\log_2 \frac{1}{25} \cdot \log_3 \frac{1}{8} \cdot \log_5 \frac{1}{9} + e^0 - 4^{-\frac{3}{2}}$

参考答案:

1. B

【分析】对四个选项中的函数逐个判断可得正确的选项.

【详解】对于①中函数 $y=x$ ，它是奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，故①符合；

对于②中函数 $y=x^2$ ，它是偶函数，故②不符合；

对于③中函数 $y=x^3$ ，因 $(-x)^3=-x^3$ ，故该函数是奇函数，

又该函数在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，故③符合；

对于④中函数 $y=x^{-1}$ ，它在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，故④不符合；

对于⑤中函数 $y=x^{\frac{1}{2}}$ ，其定义域为 $[0,+\infty)$ ，定义域不关于原点对称，所以该函数不是奇函数，故⑤不符合.

故选：B.

【点睛】本题考查幂函数的性质，注意幂函数的单调性是由幂指数的正负决定的，当幂函数的幂指数是整数时，它的奇偶性决定了幂函数的奇偶性.

2. C

【详解】由于指数函数 $y=a^x$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象恒过 $(0,1)$ ，

而 $f(x)=a^{x-2}-3$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象可由函数 $y=a^x$ 的图象向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位得到，

$\therefore f(x)=a^{x-2}-3$ ($a>0$, 且 $a\neq 1$) 的图象经过定点 $(2,-2)$

选 C

3. C

【分析】对于①，由映射和函数的定义判断即可；

对于②，由抽象函数的定义求解即可；

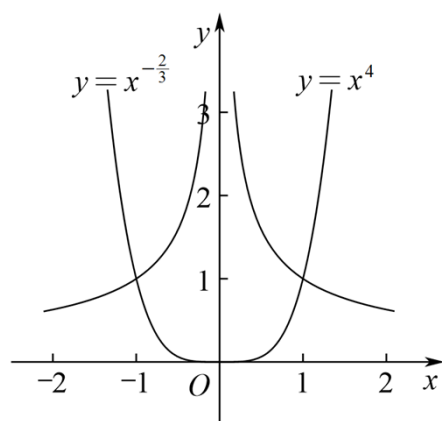
对于③，结合幂函数的性质作出图象即可判断；

对于④，将问题转化为 $y=|2^x-1|$ 与 $y=b$ 的图象交点个数的问題，作出图象即可判断.

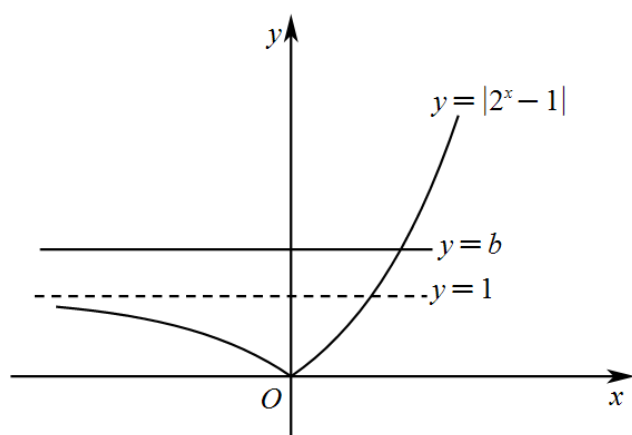
【详解】解：对于①，对应： $A=\mathbb{R}, B=\mathbb{R}, f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射，也是函数；符合映射，函数的定义，故①对；

对于②，若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$ ，则 $x-1 \in (0,1)$ ， $\therefore 2x \in (0,1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1,1), (-1,1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1,1), (-1,1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi, 4]$

【分析】根据二次根式以及三角函数的性质求出函数的定义域即可.

【详解】由题 $\begin{cases} 2 + \log_{\frac{1}{2}} x \geq 0 \\ \tan x \geq 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \\ \tan x \geq 0 \end{cases}$ 故 $\begin{cases} 0 < x \leq 4 \\ k\pi \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ，解得

$$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi, 4]$$

$$\text{故答案为} \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi, 4]$$

【点睛】本题考查具体函数的定义域,考查对数函数及正切函数性质,准确求解正切函数的不等式是关键,是基础题

$$5. \quad y = 2^x, \quad y = 2x^2 \quad (\text{答案不唯一})$$

【分析】根据指数函数,二次函数的概念求解即可.

【详解】设该函数为 $y = a^x (a > 1)$,

因为函数的图像过点 $(1, 2)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的,

解得 $a = 2$,

所以该函数为 $y = 2^x$;

设该函数为 $y = ax^2 (a > 0)$,

因为函数的图像过点 $(1, 2)$, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的,

解得 $a = 2$,

所以该函数为 $y = 2x^2$;

故答案为: $y = 2^x, \quad y = 2x^2$ (答案不唯一)

$$6. \quad (1) \quad \emptyset, \{5\}, \{3\}, \{3, 5\} \quad (2) \quad -\frac{89}{8}$$

【分析】(1) 解二次方程求得集合 M , 再写出子集

(2) 利用对数运算性质及指数运算求解即可

【详解】(1) $M = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\} = \{3, 5\}$, 故集合 M 的子集为 $\emptyset, \{5\}, \{3\}, \{3, 5\}$

$$(2) \quad \log_2 \frac{1}{25} \cdot \log_3 \frac{1}{8} \cdot \log_5 \frac{1}{9} + e^0 - 4^{-\frac{3}{2}} =$$

$$\log_2 5^{-2} \cdot \log_3 2^{-3} \cdot \log_5 3^{-2} + 1 - 2^{-3} = -2 \log_2 5 \cdot (-3) \log_3 2 \cdot (-2) \log_5 3 + 1 - \frac{1}{8}$$

$$= -12 \cdot \frac{\lg 5}{\lg 2} \cdot \frac{\lg 2}{\lg 3} \cdot \frac{\lg 3}{\lg 5} + 1 - \frac{1}{8} = -12 + 1 - \frac{1}{8} = -\frac{89}{8}$$

$$\text{故答案为} -\frac{89}{8}$$

【点睛】本题考查集合的子集,考查对数的运算性质,熟记对数换底公式是关键,是基础题

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 下列函数中是奇函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = x^{-1}$ B. $y = x^{\frac{1}{2}}$ C. $y = x^2$ D. $y = x^3$

2. 函数 $y = a^{x+1} - 3$ 与 $g(x) = \log_a(x+m) + n$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过同一个定点, 则 m^n 的值是 ()

- A. 4 B. -1 C. 3 D. $\frac{1}{4}$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数;
②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x) = \sqrt{64 - x^2} + \log_2(2\sin x - 1)$ 的定义域是_____.

5. 指数函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $\left(-2, \frac{1}{4}\right)$, 那么 $f(4)f(2)$ 等于_____.

三、解答题

6. 设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | m-1 < x < 2m+1\}$.

(1) 当 $x \in \mathbb{Z}$ 时, 求 A 的非空真子集个数;

(2) 当 $B \subseteq A$ 时, 求 m 的取值范围.

参考答案:

1. D

【解析】根据函数的单调性和奇偶性对各个选项逐一分析即可.

【详解】对 A, 函数 $y = x^{-1}$ 是奇函数, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 故错误;

对 B, 函数 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 是非奇非偶函数, 故错误;

对 C, 函数 $y = x^2$ 是偶函数, 故错误;

对 D, 函数 $y = x^3$ 是奇函数, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 故正确.

故选: D

【点睛】本题主要考查幂函数的奇偶性和单调性, 考查学生对基础知识的理解掌握, 属于基础题.

2. D

【分析】结合指数函数和对数函数过定点分别求出题中所给函数的经过的定点, 进而得到

$\begin{cases} 1-m=-1 \\ n=-2 \end{cases}$, 求出 m, n , 结合指数的运算即可求出结果.

【详解】因为函数 $y = a^{x+1} - 3$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 经过定点 $(-1, -2)$, 函数 $g(x) = \log_a(x+m) + n$

($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象经过定点 $(1-m, n)$, 由题意知 $\begin{cases} 1-m=-1 \\ n=-2 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} m=2 \\ n=-2 \end{cases}$, 故

$$m^n = 2^{-2} = \frac{1}{4},$$

故选: D

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

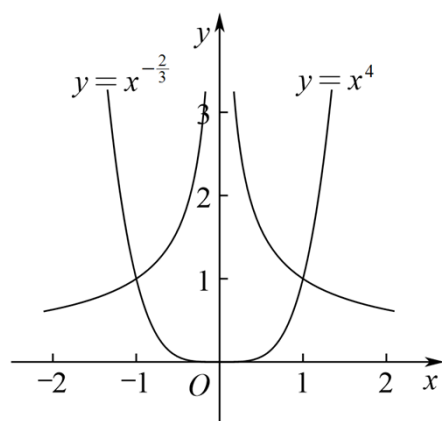
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

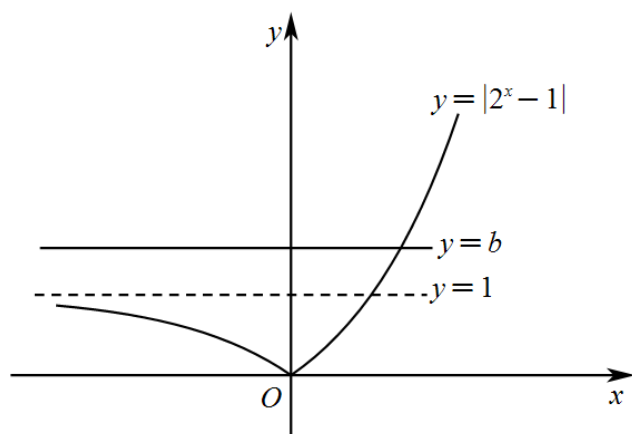
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

$$4. \left(-\frac{11}{6}\pi, -\frac{7}{6}\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\right) \cup \left(\frac{13}{6}\pi, 8\right]$$

【分析】由题意，得 $\begin{cases} 64 - x^2 \geq 0, & ① \\ 2\sin x - 1 > 0, & ② \end{cases}$ 解不等式组可得函数的定义域.

【详解】由题意，得 $\begin{cases} 64 - x^2 \geq 0, & ① \\ 2\sin x - 1 > 0, & ② \end{cases}$

由①得 $-8 \leq x \leq 8$,

由②得 $\sin x > \frac{1}{2}$, 由正弦曲线得 $\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5}{6}\pi + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

所以不等式组的解集为 $\left(-\frac{11}{6}\pi, -\frac{7}{6}\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\right) \cup \left(\frac{13}{6}\pi, 8\right]$

故答案为 $\left(-\frac{11}{6}\pi, -\frac{7}{6}\pi\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi\right) \cup \left(\frac{13}{6}\pi, 8\right]$

【点睛】 本题考查函数定义域的求法, 属基础题.

5. 64

【详解】 设 $y = f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1) \therefore a^{-2} = \frac{1}{4} \therefore a = 2$

$$\therefore f(4)f(2) = 2^4 2^2 = 64$$

6. (1) 62

$$(2) (-\infty, -2] \cup [-1, 1]$$

【分析】 (1) 由条件确定集合 A 中元素, 即可求解;

(2) 由 $B \subseteq A$, 分类讨论, 建立不等式求解即可.

(1)

$$(1) \because x \in \mathbb{Z},$$

$$\therefore A = \{x | -2 \leq x \leq 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\},$$

$$\therefore A \text{ 的非空真子集的个数为 } 2^6 - 2 = 62.$$

(2)

分两种情况讨论: ①当 $B = \emptyset$ 时, $m - 1 \geq 2m + 1$, 则 $m \leq -2$;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } B \neq \emptyset \text{ 时, } \begin{cases} m > -2, \\ m - 1 \geq -2, \text{ 解得 } -1 \leq m \leq 1. \\ 2m + 1 \leq 3 \end{cases}$$

综上可得, m 的取值范围为 $(-\infty, -2] \cup [-1, 1]$.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 设函数 $f(x)=3x-\frac{1}{x^3}$, 则 $f(x)$ ()

- A. 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递增
- B. 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递减
- C. 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递增
- D. 是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递减

2. 已知函数 $f(x)=a^{2x-6}+3$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$) 的图像经过定点 A, 且点 A 在角 θ 的终边上, 则 $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$
- B. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$
- C. 0
- D. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$

3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R}, f:x\rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y=x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y=x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b>0$ 时, 方程 $|2^x-1|-b=0$ 恒有两个实根.

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x)=\sqrt{\log_2 x-1}$ 的定义域为_____.

5. 一个函数的图像过点 $(1,2)$, 且在 $(0,+\infty)$ 上是增加的, 则这个函数的解析式可以为_____. (至少写 2 个)

三、解答题

6. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{C}|-3\leq x\leq 4\}$, 集合 $B=\{x|m+1\leq x<2m-1\}$.

- (1) 当 C 为自然数集 N 时, 求 A 的真子集的个数;
- (2) 当 C 为实数集 R 时, 且 $A\cap B=\emptyset$, 求 m 的取值范围.

参考答案:

1. A

【分析】由定义可判断函数 $f(x)$ 的奇偶性,由已知函数的单调性可判断函数 $f(x)$ 的单调性.

【详解】因为 $f(x)=3x-\frac{1}{x^3}$ ($x\neq 0$),所以对任意 $x\neq 0$,

$$f(-x)=-3x+\frac{1}{x^3}=-\left(3x-\frac{1}{x^3}\right)=-f(x), \text{ 所以 } f(x) \text{ 是奇函数;}$$

因为 $y=x^3$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增,则 $y=\frac{1}{x^3}$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减,所以 $f(x)=3x-\frac{1}{x^3}$ 在 $(0,+\infty)$

单调递增.

故选: A.

2. A

【分析】根据指数函数的性质求出点 A ,利用三角函数的定义可得 $\cos\theta=\frac{3}{5},\sin\theta=\frac{4}{5}$,结合两角和的余弦公式计算即可.

【详解】令 $2x-6=0$,解得 $x=3$,

当 $x=3$ 时, $y=a^0+3=4$,所以 $A(3,4)$,

$$\text{所以 } \cos\theta=\frac{3}{5}, \sin\theta=\frac{4}{5},$$

$$\text{则 } \cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\theta\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{4}\sin\theta$$

$$\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

故选: A

3. C

【分析】对于①,由映射和函数的定义判断即可;

对于②,由抽象函数的定义求解即可;

对于③,结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④,将问题转化为 $y=|2^x-1|$ 与 $y=b$ 的图象交点个数的问題,作出图象即可判断.

【详解】解:对于①,对应: $A=\mathbf{R}, B=\mathbf{R}, f: x \rightarrow y=\frac{1}{x^2+1}$ 是映射,也是函数;符合映射,

函数的定义,故①对;

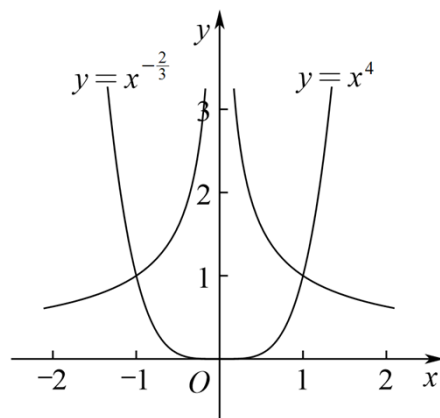
对于②,若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)$,则 $x-1\in(0,1),\therefore 2x\in(0,1)\Rightarrow x\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$,故②对

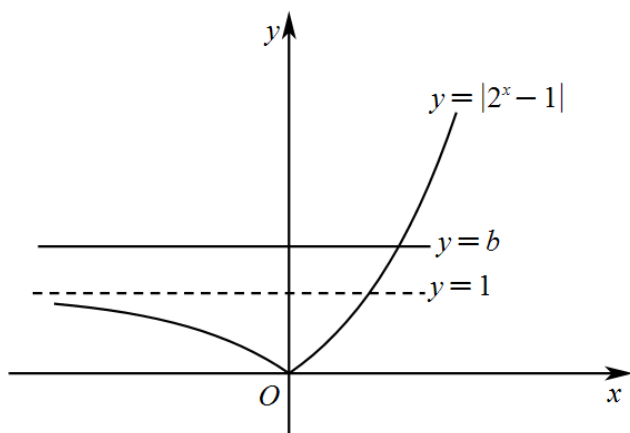
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $[2, +\infty)$

【详解】分析：根据偶次根式下被开方数非负列不等式，解对数不等式得函数定义域.

详解：要使函数 $f(x)$ 有意义，则 $\log_2 x - 1 \geq 0$ ，解得 $x \geq 2$ ，即函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2, +\infty)$.

点睛：求给定函数的定义域往往需转化为解不等式（组）的问题.

5. $y = 2^x$ 、 $y = 2x^2$ （答案不唯一）

【分析】根据指数函数，二次函数的概念求解即可.

【详解】设该函数为 $y = a^x (a > 1)$,

因为函数的图像过点 $(1, 2)$ ，且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的，

解得 $a = 2$ ，

所以该函数为 $y = 2^x$ ；

设该函数为 $y = ax^2 (a > 0)$ ，

因为函数的图像过点 $(1, 2)$ ，且在 $(0, +\infty)$ 上是增加的，

解得 $a = 2$ ，

所以该函数为 $y = 2x^2$ ；

故答案为： $y = 2^x$ 、 $y = 2x^2$ （答案不唯一）

6. (1) 31； (2) $m \leq 2$ 或 $m > 3$.

【详解】(1) 当 C 为自然数集 N 时， $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 A 有 5 个元素，故 A 的真子集的个数为 $2^5 - 1 = 31$.

(2) 当 C 为实数集 R 时， $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$ ， $\because A \cap B = \emptyset$ ， \therefore ①当 $B = \emptyset$ 时，

$m+1 > 2m-1$ ，解得 $m \leq 2$ ；②当 $B \neq \emptyset$ 时，由 $A \cap B = \emptyset$ 得 $2m-1 \leq 3$ 或 $m+1 > 4$ ，解得 $m \leq 2$ 或 $m > 3$

综上所述 $m \leq 2$ 或 $m > 3$

高中数学平行组卷 2022-10-21

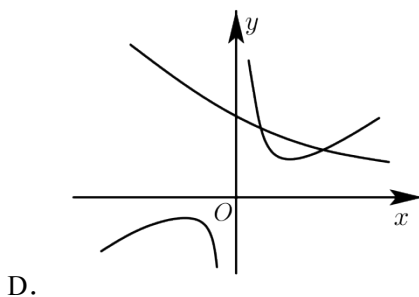
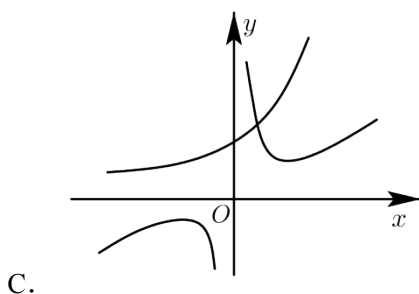
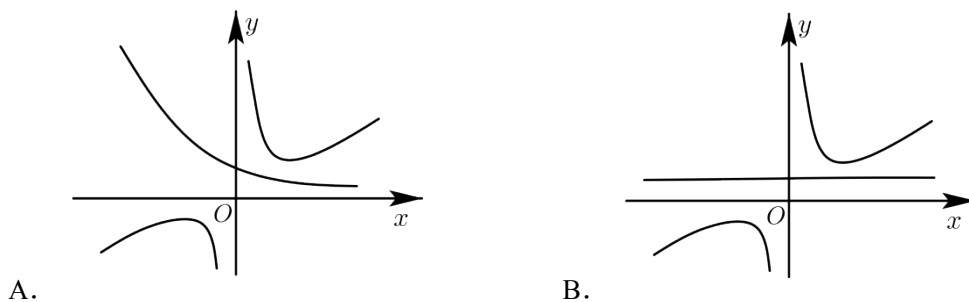
学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 设 $\alpha = \left\{-1, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\}$, 则使得 $f(x) = x^\alpha$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的 α 的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知 a 是大于 0 的常数, 把函数 $y = a^x$ 和 $y = \frac{1}{ax} + x$ 的图像画在同一坐标系中, 下列选项中不可能出现的是



3. 下列命题中, 正确的有 () 个

- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题

4. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{\lg(3-x)}$ 的定义域为_____.

5. 已知函数 $f(x) = a^{x-1} (x \geq 0)$ 的图象经过点 $(2, \frac{1}{2})$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则函数 $y = f(x) (x \geq 0)$ 的值域是_____.

三、解答题

6. 若集合 $A = \{x | x^2 + 5x - 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (2m+1)x + m^2 - 3 = 0\}$.

(1) 若 $m = 0$, 写出 $A \cup B$ 的子集;

(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

参考答案:

1. B

【分析】首先根据函数 $f(x)$ 为奇函数确定 α 的可能取值, 然后根据 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性确定 α 的准确值, 由此确定正确选项.

【详解】 $\because f(x) = x^\alpha$ 为奇函数,

$\therefore \alpha = -1, 1, 3$.

又 $\because f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数, $\therefore \alpha = 1$ 或 3 符合.

所以满足条件 α 的个数是 2 个.

故选: B.

2. D

【分析】利用指数函数和对勾函数的图像性质判定.

【详解】若 $0 < a < 1$, 则 $y' = \frac{-1}{ax^2} + 1 = \frac{1}{x^2} \left(x - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \left(x + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$, 则函数在 $x = \pm \frac{1}{\sqrt{a}}$ 取极值 $\pm \frac{2}{\sqrt{a}}$,

由于 $\frac{2}{\sqrt{a}} > 1$, 函数 $y = a^x$ 过点 $(0, 1)$, 故 A 正确、D 不正确;

若 $a = 1$, $y = 1$ 为直线, $y = \frac{1}{x} + x$ 极值为 ± 2 , 故 B 正确;

若 $a > 1$, 则 $y' = \frac{1}{x^2} \left(x - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \left(x + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)$, 则函数在 $x = \pm \frac{1}{\sqrt{a}}$ 取极值 $\pm \frac{2}{\sqrt{a}}$, 故 C 正确.

故选: D.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

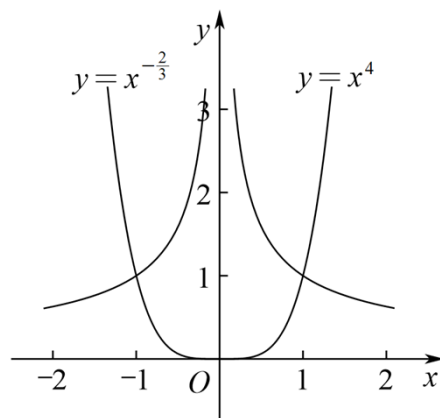
【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

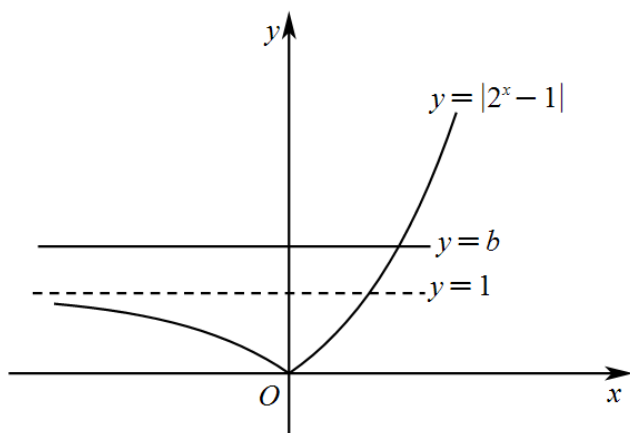
$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 故②对

对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ，

$y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过 $(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $\{x | 1 \leq x < 2 \text{ 或 } 2 < x < 3\}$

【详解】试题分析：要使函数有意义，需满足 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \therefore 1 \leq x < 3 \text{ 或 } 2 < x < 3$ ，所以定义域为

$\{x | 1 \leq x < 2 \text{ 或 } 2 < x < 3\}$

考点：函数定义域

5. $(0, 2]$

【分析】先利用点 $(2, \frac{1}{2})$ 求出 a 的值，然后利用指数函数的性质求出答案即可

【详解】因为 $f(x) = a^{x-1} (x \geq 0)$ 的图象经过点 $(2, \frac{1}{2})$,

所以 $\frac{1}{2} = a^{2-1}$, 解得 $a = \frac{1}{2}$, 则 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} (x \geq 0)$,

因为 $x \geq 0$, 所以 $x-1 \geq -1$,

所以 $0 < \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq 2$, 即函数 $y = f(x) (x \geq 0)$ 的值域是 $(0, 2]$,

故答案为: $(0, 2]$

6. (1) 见解析; (2) $m < -\frac{13}{4}$.

【分析】(1) 化简集合 A, B , 求出 $A \cup B$, 写出子集即可;

(2) 由 $A \cap B = B$ 知 $B \subseteq A$, 对集合 B 中的元素个数分类讨论即可.

【详解】(1) $A = \{x | x^2 + 5x - 6 = 0\} = \{x | (x-1)(x+6) = 0\} = \{1, -6\}$,

若 $m = 0$,

$$\text{则 } B = \{x | x^2 + x - 3 = 0\} = \left\{ \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \right\},$$

$$\text{此时 } A \cup B = \left\{ 1, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-\sqrt{13}}{2}, -6 \right\},$$

$$\text{其子集为: } \emptyset, \{1\}, \left\{ \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \right\}, \left\{ \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \right\}, \{-6\}, \left\{ 1, \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \right\}, \left\{ 1, \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \right\},$$

$$\{1, -6\}, \left\{ \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \right\}, \left\{ \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, -6 \right\},$$

$$\left\{ \frac{-1-\sqrt{13}}{2}, -6 \right\}, \left\{ \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-\sqrt{13}}{2}, -6 \right\}, \left\{ 1, \frac{-1-\sqrt{13}}{2}, -6 \right\},$$

$$\left\{ 1, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, -6 \right\}, \left\{ 1, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \right\}, \left\{ 1, \frac{-1+\sqrt{13}}{2}, \frac{-1-\sqrt{13}}{2}, -6 \right\};$$

(2) 若 $A \cap B = B$,

则 $B \subseteq A$,

①若 B 中没有元素即 $B = \emptyset$,

$$\text{则 } \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2-3) < 0,$$

此时 $m < -\frac{13}{4}$;

②若 B 中只有一个元素,

则 $\Delta = 0$, 此时 $m = -\frac{13}{4}$,

集合 $B = \left\{ \frac{11}{4} \right\}$, 故舍;

③若 B 中有两个元素,

则 $\Delta > 0$, 此时 $m > -\frac{13}{4}$.

因为 A 中也有两个元素, 且 $B \subseteq A$,

则必有 $B = A = \{1, -6\}$,

由韦达定理得 $\begin{cases} 1 + (-6) = -(2m+1) \\ 1 \times (-6) = m^2 - 3 \end{cases}$, 无解, 故舍.

综上所述, 当 $m < -\frac{13}{4}$ 时, $A \cap B = B$.

所以实数 m 的取值范围: $m < -\frac{13}{4}$.

【点睛】 本题主要考查了集合的并集运算, 子集的概念, 考查了分类讨论的思想, 属于中档题.

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = -x^3$, 则 $f(x)$ ()
- A. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
- C. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
2. 函数 $y = a^{x-3} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 图象一定过点 ()
- A. (0, 1) B. (3, 1) C. (0, 2) D. (3, 2)
3. 下列命题中, 正确的有 () 个
- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - |x-1|$ 的定义域是_____.
5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, 如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 M 满足 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$.
- (1) 若 M 的所有元素之和为 3, 求 M 中所有元素之积;
- (2) 写出所有满足条件的集合 M ;

参考答案:

1. B

【分析】结合幂函数的单调性可判断 $f(x)$ 的单调性, 然后检验 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系即可判断奇偶性.

【详解】解: 根据幂函数的性质可知 $f(x) = -x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{又 } f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x),$$

故 $f(x)$ 为奇函数.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的奇偶性和单调性的判断, 属于基础试题.

2. D

【分析】利用指数函数 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 求解即可果.

【详解】由 $x - 3 = 0$, 得 $x = 3$,

$$\text{此时 } y = a^0 + 1 = 2,$$

\therefore 函数 $y = a^{x-3} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 图象一定过点 $(3, 2)$, 故选 D.

【点睛】本题主要考查指数函数的几何性质, 属于简单题. 函数图象过定点问题主要有两种类型: (1) 指数型, 主要借助 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 解答; (2) 对数型: 主要借助 $y = \log_a x$ 过定点 $(1, 0)$ 解答.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

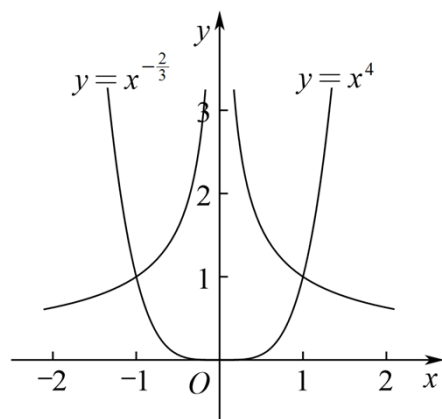
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

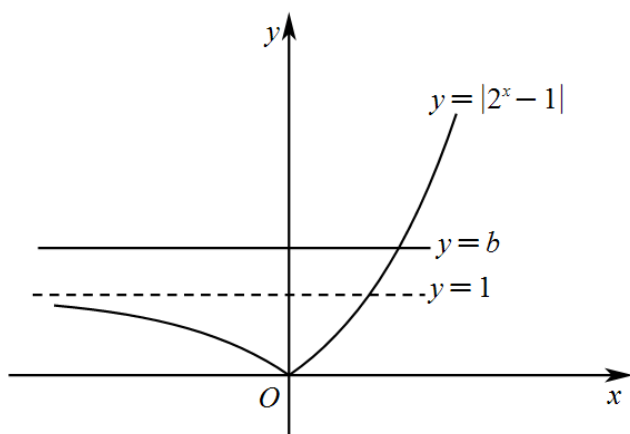
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(-2, +\infty)$

【详解】试题分析：函数的定义域需满足： $x+2 > 0$ 解得定义域为： $(-2, +\infty)$

考点：求函数定义域

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$ ，通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 ，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设 $f(x)=a^x, g(x)=\log_b x, h(x)=x^\alpha$ ，

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}}=2, \log_b \frac{1}{2}=2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha=2$ ，

解得 $a=4, b=\frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha=-1$ ，

所以 $f(x)=4^x, g(x)=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x)=x^{-1}$ ，

由 $4^{x_1}=4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2=4, x_3^{-1}=4$

解得 $x_1=1, x_2=\frac{1}{4}, x_3=\frac{1}{4}$ ，

所以 $x_1+x_2+x_3=\frac{3}{2}$ 。

故答案为： $\frac{3}{2}$

6. (1) -3 ; (2) $\{-1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-1, 2, 3\}, \{-1, 1, 2, 3\}$ 。

【分析】(1) 由元素与集合的关系，因为 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，运算则可得解；

(2) 由集合的子集的求法，分集合 M 为二元集、三元集、四元集讨论，一一列举即可。

【详解】解：(1) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，则 $-1 \in M, 3 \in M$ ，

即 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，

又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，

即 $1 \in M, 2 \notin M$ ，

即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，

故 M 中所有元素之积为 $(-1) \times 1 \times 3 = -3$ ；

(2) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，

故所有满足条件的集合 M 为： $M=\{-1, 3\}, M=\{-1, 1, 3\}, M=\{-1, 2, 3\}, M=\{-1, 1, 2, 3\}$ 。

【点睛】本题考查了集合的包含关系及集合的子集，重点考查了集合思想，属基础题。

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = -x^3$, 则 $f(x)$ ()
- A. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
- C. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
2. 函数 $y = a^{x-3} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 图象一定过点 ()
- A. (0, 1) B. (3, 1) C. (0, 2) D. (3, 2)
3. 下列命题中, 正确的有 () 个
- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - |x-1|$ 的定义域是_____.
5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, 如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 M 满足 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$.
- (1) 若 M 的所有元素之和为 3, 求 M 中所有元素之积;
- (2) 写出所有满足条件的集合 M ;

参考答案:

1. B

【分析】结合幂函数的单调性可判断 $f(x)$ 的单调性, 然后检验 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系即可判断奇偶性.

【详解】解: 根据幂函数的性质可知 $f(x) = -x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{又 } f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x),$$

故 $f(x)$ 为奇函数.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的奇偶性和单调性的判断, 属于基础试题.

2. D

【分析】利用指数函数 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 求解即可果.

【详解】由 $x - 3 = 0$, 得 $x = 3$,

$$\text{此时 } y = a^0 + 1 = 2,$$

\therefore 函数 $y = a^{x-3} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 图象一定过点 $(3, 2)$, 故选 D.

【点睛】本题主要考查指数函数的几何性质, 属于简单题. 函数图象过定点问题主要有两种类型: (1) 指数型, 主要借助 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 解答; (2) 对数型: 主要借助 $y = \log_a x$ 过定点 $(1, 0)$ 解答.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

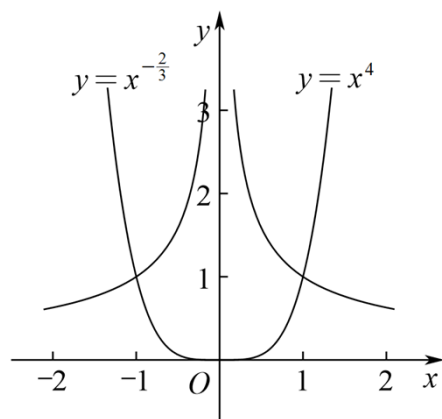
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

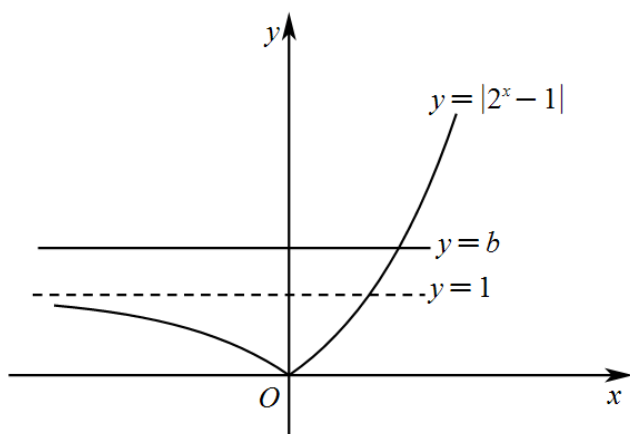
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(-2, +\infty)$

【详解】试题分析：函数的定义域需满足： $x+2 > 0$ 解得定义域为： $(-2, +\infty)$

考点：求函数定义域

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$ ，通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 ，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设 $f(x)=a^x, g(x)=\log_b x, h(x)=x^\alpha$ ，

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}}=2, \log_b \frac{1}{2}=2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha=2$ ，

解得 $a=4, b=\frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha=-1$ ，

所以 $f(x)=4^x, g(x)=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x)=x^{-1}$ ，

由 $4^{x_1}=4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2=4, x_3^{-1}=4$

解得 $x_1=1, x_2=\frac{1}{4}, x_3=\frac{1}{4}$ ，

所以 $x_1+x_2+x_3=\frac{3}{2}$ 。

故答案为： $\frac{3}{2}$

6. (1) -3 ; (2) $\{-1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-1, 2, 3\}, \{-1, 1, 2, 3\}$ 。

【分析】(1) 由元素与集合的关系，因为 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，运算则可得解；

(2) 由集合的子集的求法，分集合 M 为二元集、三元集、四元集讨论，一一列举即可。

【详解】解：(1) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，则 $-1 \in M, 3 \in M$ ，

即 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，

又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，

即 $1 \in M, 2 \notin M$ ，

即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，

故 M 中所有元素之积为 $(-1) \times 1 \times 3 = -3$ ；

(2) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，

故所有满足条件的集合 M 为： $M=\{-1, 3\}, M=\{-1, 1, 3\}, M=\{-1, 2, 3\}, M=\{-1, 1, 2, 3\}$ 。

【点睛】本题考查了集合的包含关系及集合的子集，重点考查了集合思想，属基础题。

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = -x^3$, 则 $f(x)$ ()
- A. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
- C. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
2. 函数 $y = a^{x-3} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 图象一定过点 ()
- A. $(0, 1)$ B. $(3, 1)$ C. $(0, 2)$ D. $(3, 2)$
3. 下列命题中, 正确的有 () 个
- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - |x-1|$ 的定义域是_____.
5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, 如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 M 满足 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$.
- (1) 若 M 的所有元素之和为 3, 求 M 中所有元素之积;
- (2) 写出所有满足条件的集合 M ;

参考答案:

1. B

【分析】结合幂函数的单调性可判断 $f(x)$ 的单调性, 然后检验 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系即可判断奇偶性.

【详解】解: 根据幂函数的性质可知 $f(x) = -x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{又 } f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x),$$

故 $f(x)$ 为奇函数.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的奇偶性和单调性的判断, 属于基础试题.

2. D

【分析】利用指数函数 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 求解即可果.

【详解】由 $x - 3 = 0$, 得 $x = 3$,

$$\text{此时 } y = a^0 + 1 = 2,$$

\therefore 函数 $y = a^{x-3} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 图象一定过点 $(3, 2)$, 故选 D.

【点睛】本题主要考查指数函数的几何性质, 属于简单题. 函数图象过定点问题主要有两种类型: (1) 指数型, 主要借助 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 解答; (2) 对数型: 主要借助 $y = \log_a x$ 过定点 $(1, 0)$ 解答.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

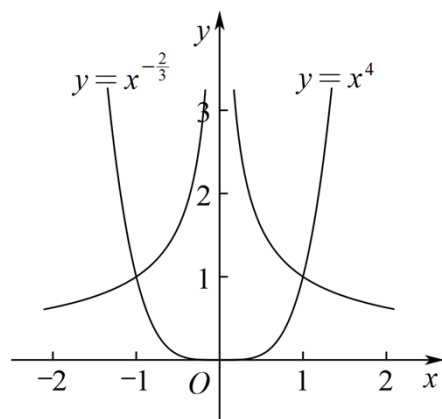
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

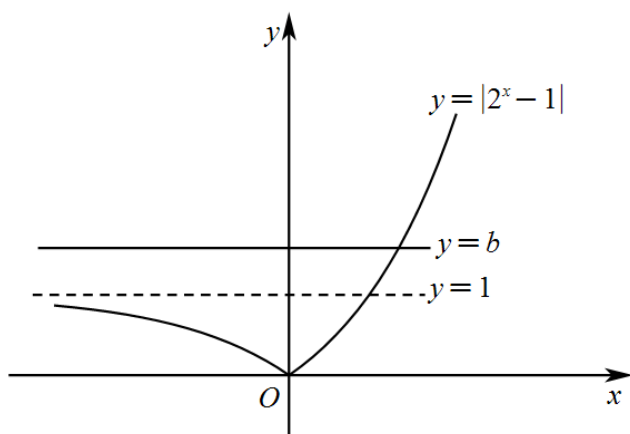
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(-2, +\infty)$

【详解】试题分析：函数的定义域需满足： $x+2 > 0$ 解得定义域为： $(-2, +\infty)$

考点：求函数定义域

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$ ，通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 ，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设 $f(x)=a^x, g(x)=\log_b x, h(x)=x^\alpha$ ，

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}}=2, \log_b \frac{1}{2}=2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha=2$ ，

解得 $a=4, b=\frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha=-1$ ，

所以 $f(x)=4^x, g(x)=\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x)=x^{-1}$ ，

由 $4^{x_1}=4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2=4, x_3^{-1}=4$

解得 $x_1=1, x_2=\frac{1}{4}, x_3=\frac{1}{4}$ ，

所以 $x_1+x_2+x_3=\frac{3}{2}$ 。

故答案为： $\frac{3}{2}$

6. (1) -3 ; (2) $\{-1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-1, 2, 3\}, \{-1, 1, 2, 3\}$ 。

【分析】(1) 由元素与集合的关系，因为 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，运算则可得解；

(2) 由集合的子集的求法，分集合 M 为二元集、三元集、四元集讨论，一一列举即可。

【详解】解：(1) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，则 $-1 \in M, 3 \in M$ ，

即 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，

又 M 的所有元素之和为 3 ，则只有可能 $-1+1+3=3$ ，

即 $1 \in M, 2 \notin M$ ，

即 $M=\{-1, 1, 3\}$ ，

故 M 中所有元素之积为 $(-1) \times 1 \times 3 = -3$ ；

(2) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，

故所有满足条件的集合 M 为： $M=\{-1, 3\}, M=\{-1, 1, 3\}, M=\{-1, 2, 3\}, M=\{-1, 1, 2, 3\}$ 。

【点睛】本题考查了集合的包含关系及集合的子集，重点考查了集合思想，属基础题。

高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:_____ 姓名:_____ 班级:_____ 考号:_____

一、单选题

1. 已知函数 $f(x) = -x^3$, 则 $f(x)$ ()
- A. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 B. 是奇函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
- C. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 D. 是偶函数, 且在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
2. 函数 $y = a^{x-3} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 图象一定过点 ()
- A. (0, 1) B. (3, 1) C. (0, 2) D. (3, 2)
3. 下列命题中, 正确的有 () 个
- ①对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数;
- ②若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$;
- ③幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}}$ 与 $y = x^4$ 图像有且只有两个交点;
- ④当 $b > 0$ 时, 方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 恒有两个实根.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

4. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - |x-1|$ 的定义域是_____.
5. 已知指数函数 $y = f(x)$, 对数函数 $y = g(x)$ 和幂函数 $y = h(x)$ 的图形都过 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, 如果 $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$, 那么 $x_1 + x_2 + x_3 =$ _____.

三、解答题

6. 已知集合 M 满足 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$.
- (1) 若 M 的所有元素之和为 3, 求 M 中所有元素之积;
- (2) 写出所有满足条件的集合 M ;

参考答案:

1. B

【分析】结合幂函数的单调性可判断 $f(x)$ 的单调性, 然后检验 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系即可判断奇偶性.

【详解】解: 根据幂函数的性质可知 $f(x) = -x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减,

$$\text{又 } f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x),$$

故 $f(x)$ 为奇函数.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的奇偶性和单调性的判断, 属于基础试题.

2. D

【分析】利用指数函数 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 求解即可果.

【详解】由 $x - 3 = 0$, 得 $x = 3$,

$$\text{此时 } y = a^0 + 1 = 2,$$

\therefore 函数 $y = a^{x-3} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 图象一定过点 $(3, 2)$, 故选 D.

【点睛】本题主要考查指数函数的几何性质, 属于简单题. 函数图象过定点问题主要有两种类型: (1) 指数型, 主要借助 $y = a^x$ 过定点 $(0, 1)$ 解答; (2) 对数型: 主要借助 $y = \log_a x$ 过定点 $(1, 0)$ 解答.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为 $y = |2^x - 1|$ 与 $y = b$ 的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应: $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

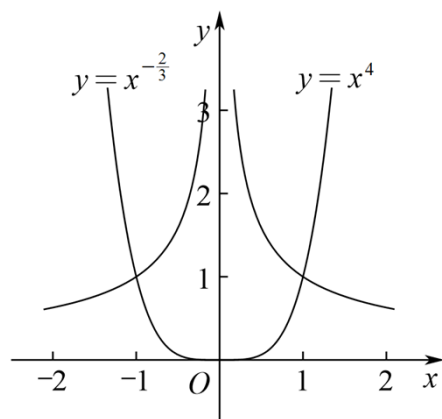
对于②, 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $(1, 2)$, 则 $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 故函数

$f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

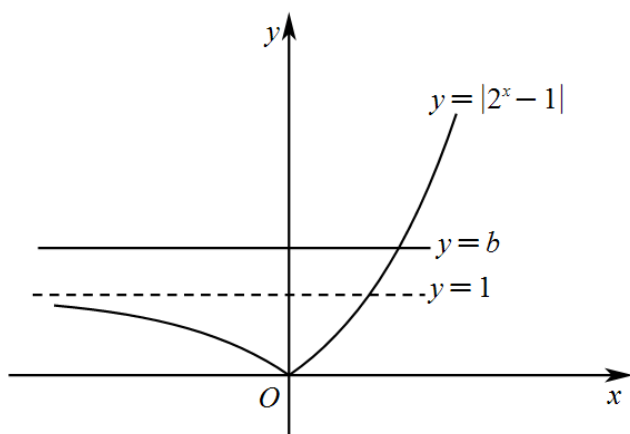
对于③，幂函数 $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，在 $(0, +\infty)$ 上单调递减且图

像过 $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$ 为偶函数，在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，在 $(0, +\infty)$ 上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$ 所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当 $x > 1$ 时， $|2^x - 1|$ 单调递增，且函数值大于 1，所以当 $b > 1$ 时，方程 $|2^x - 1| - b = 0$ 只有一个实根.故④错；



故选：C

4. $(-2, +\infty)$

【详解】试题分析：函数的定义域需满足： $x+2 > 0$ 解得定义域为： $(-2, +\infty)$

考点：求函数定义域

5. $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得 $f(x)$ 、 $g(x)$ 和 $h(x)$ ，通过解方程求得 x_1, x_2, x_3 ，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设 $f(x) = a^x, g(x) = \log_b x, h(x) = x^\alpha$,

代入 $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 得 $a^{\frac{1}{2}} = 2, \log_b \frac{1}{2} = 2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha = 2$,

解得 $a = 4, b = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha = -1$,

所以 $f(x) = 4^x, g(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x) = x^{-1}$,

由 $4^{x_1} = 4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2 = 4, x_3^{-1} = 4$

解得 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{4}$,

所以 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{2}$.

故答案为: $\frac{3}{2}$

6. (1) -3 ; (2) $\{-1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-1, 2, 3\}, \{-1, 1, 2, 3\}$.

【分析】(1) 由元素与集合的关系，因为 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，又 M 的所有元素之和为 3 ，则只可能 $-1 + 1 + 3 = 3$ ，即 $M = \{-1, 1, 3\}$ ，运算则可得解；

(2) 由集合的子集的求法，分集合 M 为二元集、三元集、四元集讨论，一一列举即可.

【详解】解：(1) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，则 $-1 \in M, 3 \in M$,

即 $-1, 3$ 必属于集合 M ， 1 或 2 可能属于 M ，也可能不属于 M ，

又 M 的所有元素之和为 3 ，则只可能 $-1 + 1 + 3 = 3$ ，

即 $1 \in M, 2 \notin M$ ，

即 $M = \{-1, 1, 3\}$ ，

故 M 中所有元素之积为 $(-1) \times 1 \times 3 = -3$ ；

(2) 由 $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，

故所有满足条件的集合 M 为: $M = \{-1, 3\}, M = \{-1, 1, 3\}, M = \{-1, 2, 3\}, M = \{-1, 1, 2, 3\}$.

【点睛】本题考查了集合的包含关系及集合的子集，重点考查了集合思想，属基础题.

