

2022 年 10 月 25 日高中数学作业

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 在① $y=4^x$; ② $y=x^4$; ③ $y=-4^x$; ④ $y=(-4)^x$; ⑤ $y=\frac{1}{4^x}$ 中, y 是关于 x 的指数函数的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 函数 $y=(a^2-4a+4)a^x$ 是指数函数, 则有 ()

- A. $a=1$ 或 $a=3$ B. $a=1$ C. $a=3$ D. $a>0$ 且 $a\neq 1$

3. 已知 $a=2^{0.1}$, $b=0.3^3$, $c=0.3^{0.1}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$
C. $b < c < a$ D. $a < c < b$

二、填空题

4. 若指数函数 $y=a^x$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值和最小值的差为 $\frac{1}{2}$, 则底数 $a=$ _____

5. 已知函数 $f(x)=3^x-\frac{a+2}{a^2}\cdot 3^{-x}$ ($a\neq 0$) 为奇函数, 则 $a=$ _____.

三、解答题

6. 已知指数函数 $f(x)=ax$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$), 过点 $(2, 4)$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)若 $f(2m-1)\cdot f(m+3)<0$, 求实数 m 的取值范围.

参考答案:

1. B

【分析】根据指数函数的定义进行求解判断即可.

【详解】根据指数函数的定义, 知①⑤中的函数是指数函数, ②中底数不是常数, 指数不是自变量, 所以不是指数函数; ③中 4^x 的系数是-1, 所以不是指数函数; ④中底数 $-4 < 0$, 所以不是指数函数.

故选: B.

2. C

【分析】根据已知条件列不等式, 由此求得正确选项.

【详解】由已知得 $\begin{cases} a^2 - 4a + 4 = 1 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} a^2 - 4a + 3 = 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$, 解得 $a = 3$.

故选: C

3. C

【分析】根据指数函数的单调性比较大小.

【详解】 $\because y = 0.3^x$ 是减函数, $3 > 0.1 > 0$, 所以 $0.3^3 < 0.3^{0.1} < 1$,

又 $2^{0.1} > 1$,

$\therefore b < c < a$.

故选: C.

4. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

【分析】就 $a > 1, 0 < a < 1$ 分类讨论后可得关于 a 的方程, 从而可得 a 的值.

【详解】若 $a > 1$, 则指数函数 $y = a^x$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为 a , 最小值为1,

所以 $a - 1 = \frac{1}{2}$, 即 $a = \frac{3}{2}$,

若 $0 < a < 1$, 则指数函数 $y = a^x$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为1, 最小值为 a ,

故 $1 - a = \frac{1}{2}$, 即 $a = \frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$.

5. 2 或 -1

【分析】根据条件，由 $f(0)=0$ ，求出 a 的值，再检验即可.

【详解】函数 $f(x)=3^x-\frac{a+2}{a^2}\cdot 3^{-x}$ ($a\neq 0$) 为奇函数，其定义域为 R

由 $f(0)=1-\frac{a+2}{a^2}=0$ ，解得 $a=2$ 或 $a=-1$

当 $a=2$ 时， $f(x)=3^x-3^{-x}$ ，则 $f(-x)=3^{-x}-3^x=-f(x)$ ，满足条件.

当 $a=-1$ 时， $f(x)=3^x-3^{-x}$ ，则 $f(-x)=3^{-x}-3^x=-f(x)$ ，满足条件.

故答案为：2 或 -1

6. (1) $f(x)=2^x$

(2) $m < 4$

【分析】(1) 将点 (2, 4) 代入函数解析式即可；

(2) 根据函数的单调性，即可求出 m 的取值范围.

(1)

将点 (2, 4) 代入 $f(x)=a^x$ ，得 $4=a^2, a=2$ ，

故 $f(x)=2^x$ ；

(2)

$\because 2 > 1$ ， $\therefore f(x)$ 是增函数，

$f(2m-1)-f(m+3) < 0$ ，即 $f(2m-1) < f(m+3)$ ，

$2m-1 < m+3$ ， $m < 4$ ；

综上， $f(x)=2^x$ ， $m < 4$.