高中数学平行组卷2022-10-23

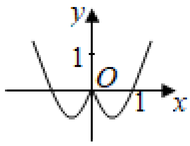
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

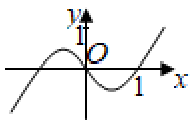
一、单选题

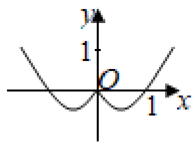
1．设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}, x\le 0\\ -x+1, x>0\end{cases}$，则满足 $f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$ 的 x 的取值范围是

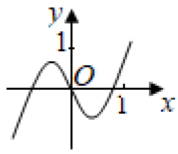
A．$(-\infty,\frac{1}{4})$　　B．$(\frac{1}{4},\frac{3}{4})$　　C．$(-\infty,\frac{3}{4})$　　D．$(\frac{3}{4},+\infty)$

2．函数 $\mathrm{f}(\mathrm{x})=\frac{\mathrm{x}^3-\mathrm{x}}{\mathrm{x}^2+1}$ 的图象大致为(　　)

A．

B．

C．

D．

3．函数 $f(x)$ 的定义域为R，若 $f(x+1)$ 是奇函数，$f(x-1)$ 是偶函数，则（　　）

A．$f(x)$ 是奇函数　　B．$f(x+3)$ 是偶函数

C．$f(3)=0$　　D．$f(x)=f(x+3)$

二、填空题

4．集合$\{x|x>3\}$用区间表示为____________.

5．幂函数 $y=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 的图像关于___________对称.

三、解答题

6．在①$k=-1$，②$k=1$这两个条件中任选一个，补充在下面问题中．

已知函数 $f(x)=\frac{k}{x}-kx$，且_______，

（1）求 $f(x)$ 的定义域，并判断 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）判断 $f(x)$ 的单调性，并用定义给予证明．

参考答案：

1．C

【分析】利用特殊值，对选项进行排除，由此得到正确选项.

【详解】当$x=1$时，$f\left(1\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}<1$，由此排除D选项.当$x=0$时，$f\left(0\right)+f\left(-\frac{1}{2}\right)=1+\sqrt{2}>1$，由此排除B选项.当$x=\frac{1}{2}$时，$f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(0\right)=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}>1$，由此排除A选项.综上所述，本小题选C.

【点睛】本小题主要考查分段函数求值，考查利用特殊值法解选择题，属于基础题.

2．B

【分析】由$\mathrm{f}\left(-\mathrm{x}\right)=-\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)$，即函数$y=f$（$x$）为奇函数，排除$A$，$C$，再由$\mathrm{f}\left(1\right)=0$排除D，得到结论.

【详解】因为$\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)=\frac{\mathrm{x}^{3}-\mathrm{x}}{\mathrm{x}^{2}+1}$，此函数定义域为R，又因为$\mathrm{f}\left(-\mathrm{x}\right)=\frac{(-\mathrm{x})^{3}-\left(-\mathrm{x}\right)}{(-\mathrm{x})^{2}+1}=-\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)$，

即函数$\mathrm{y}=\mathrm{f}\left(\mathrm{x}\right)$为奇函数，其图象关于原点对称，故排除选项A，C，

当$x=1$时，$\mathrm{f}\left(1\right)=0$，故排除D，

故选B.

【点睛】本题考查了函数的奇偶性的应用，利用函数的性质及特殊点的函数值进行排除选项是常用的方法，属于基础题.

3．B

【分析】根据奇偶函数的定义，结合函数的周期性、对称性，整理化简，即可得答案.

【详解】因为$f\left(x+1\right)$是奇函数，

$\therefore f\left(x+1\right)=-f\left(-x+1\right)$，

$\because f\left(x-1\right)$是偶函数，

$\therefore f\left(x-1\right)=f\left(-x-1\right)$，即$f\left(x+1\right)=f\left(-x-3\right)$，

$\therefore -f\left(-x+1\right)=f\left(-x-3\right)\Rightarrow f\left(x\right)+f\left(x+4\right)=0$，

则$f\left(x+8\right)=-f\left(x+4\right)=f\left(x\right)$，即周期为8；

另一方面$f\left(x+5\right)=-f\left(x+1\right)=f\left(-x+1\right)$，

$\therefore f\left(x+3\right)=f\left(-x+3\right)$，即 $f\left(x+3\right)$ 是偶函数.

故选：B.

4.（3，+∞）

【分析】用区间的定义即可求出答案.

【详解】因为集合{$x|x>3$}，表示从 3（不包括 3）开始直到正无穷，所以用区间表示为（3，+∞）.

【点睛】本题考查集合与区间的转化，考查区间的定义以及正无穷的概念，属于基础题.

5．原点##（0，0）

【分析】由已知得 $n\left(n+1\right)+1$ 为正奇数，因此有 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，得该幂函数为奇函数，根据奇函数的图象性质可得答案.

【详解】解：令 $y=f\left(x\right)=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，

因为 $n\left(n+1\right)+1$ 为正奇数，所以 $f\left(-x\right)=\left(-x\right)^{n(n+1)+1}=-x^{n(n+1)+1}=-f\left(x\right)$，所以幂函数为奇函数，所以幂函数 $y=x^{n(n+1)+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 的图像关于原点对称，

故答案为：原点.

6．（1）答案见解析；（2）答案见解析.

【解析】选择① $k=-1$，可得 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$，选择② $k=1$，可得 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x$.

（1）使函数 $f(x)$ 有意义，只需 $x\neq 0$；再求出 $f\left(-x\right)$ 与 $f\left(x\right)$ 的关系即可求解.

（2）根据证明函数单调性的步骤：取值、作差、变形、定号即可证明.

【详解】选择① $k=-1$，因为 $f(x)=\dfrac{k}{x}-kx$，所以 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$.

（1）要使函数 $f(x)$ 有意义，只需 $x\neq 0$，

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

因为 $f(-x)=-x-\dfrac{1}{-x}=-(x-\dfrac{1}{x})=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 为奇函数.

(2) 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 均为增函数.

证明如下：$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=x_1-\dfrac{1}{x_1}-(x_2-\dfrac{1}{x_2})$

$=(x_1-x_2)+\dfrac{x_1-x_2}{x_1x_2}$

$=(x_1-x_2)(1+\dfrac{1}{x_1x_2})$

$=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1x_2+1)}{x_1x_2}$，

因为$0<x_1<x_2$，所以$x_1-x_2<0$，$x_1x_2>0$，$x_1x_2+1>0$，

所以$f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$，

故函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$为增函数；

同理可证，函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$为增函数；

所以函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$均为增函数.

选择② $k=1$，因为$f(x)=\dfrac{k}{x}-kx$，所以$f(x)=\dfrac{1}{x}-x$.

（1）要使函数$f(x)$有意义，只需$x\neq 0$，

所以函数$f(x)$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

因为$f(-x)=\dfrac{1}{-x}-(-x)=-(\dfrac{1}{x}-x)=-f(x)$，

所以$f(x)$奇函数.

(2) 函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$均为减函数.

证明如下：$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1<x_2$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{1}{x_1}-x_1-(\dfrac{1}{x_2}-x_2)$

$=\dfrac{x_2-x_1}{x_1x_2}+(x_2-x_1)$

$=(x_2-x_1)\left(1+\dfrac{1}{x_1x_2}\right)$

$=\dfrac{(x_2-x_1)(x_1x_2+1)}{x_1x_2}$，

因为$0<x_1<x_2$，所以$x_2-x_1>0$，$x_1x_2>0$，$x_1x_2+1>0$，

所以$f(x_1)-f(x_2)>0$，即$f(x_1)>f(x_2)$，

故函数$f(x)$在区间$(0,+\infty)$为减函数；

同理可证，函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$为减函数；

所以函数$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(0,+\infty)$均为减函数.