

# 高中数学平行组卷 2022-10-21

学校:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_ 考号:\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 已知函数  $f(x) = -x^3$ , 则  $f(x)$  ( )
- A. 是奇函数, 且在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数    B. 是奇函数, 且在  $(-\infty, +\infty)$  上是减函数
- C. 是偶函数, 且在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数    D. 是偶函数, 且在  $(-\infty, +\infty)$  上是减函数
2. 函数  $y = a^{x-3} + 1$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 图象一定过点 ( )
- A. (0, 1)    B. (3, 1)    C. (0, 2)    D. (3, 2)
3. 下列命题中, 正确的有 ( ) 个
- ①对应:  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$  是映射, 也是函数;
- ②若函数  $f(x-1)$  的定义域是  $(1, 2)$ , 则函数  $f(2x)$  的定义域为  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ;
- ③幂函数  $y = x^{-\frac{2}{3}}$  与  $y = x^4$  图像有且只有两个交点;
- ④当  $b > 0$  时, 方程  $|2^x - 1| - b = 0$  恒有两个实根.
- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

## 二、填空题

4. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}} - |x-1|$  的定义域是\_\_\_\_\_.
5. 已知指数函数  $y = f(x)$ , 对数函数  $y = g(x)$  和幂函数  $y = h(x)$  的图形都过  $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ , 如果  $f(x_1) = g(x_2) = h(x_3) = 4$ , 那么  $x_1 + x_2 + x_3 =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

6. 已知集合  $M$  满足  $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ .
- (1) 若  $M$  的所有元素之和为 3, 求  $M$  中所有元素之积;
- (2) 写出所有满足条件的集合  $M$ ;



参考答案:

1. B

【分析】结合幂函数的单调性可判断  $f(x)$  的单调性, 然后检验  $f(-x)$  与  $f(x)$  的关系即可判断奇偶性.

【详解】解: 根据幂函数的性质可知  $f(x) = -x^3$  在  $(-\infty, +\infty)$  上单调递减,

$$\text{又 } f(-x) = -(-x)^3 = x^3 = -f(x),$$

故  $f(x)$  为奇函数.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了幂函数的奇偶性和单调性的判断, 属于基础试题.

2. D

【分析】利用指数函数  $y = a^x$  过定点  $(0, 1)$  求解即可果.

【详解】由  $x - 3 = 0$ , 得  $x = 3$ ,

$$\text{此时 } y = a^0 + 1 = 2,$$

$\therefore$  函数  $y = a^{x-3} + 1 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  图象一定过点  $(3, 2)$ , 故选 D.

【点睛】本题主要考查指数函数的几何性质, 属于简单题. 函数图象过定点问题主要有两种类型: (1) 指数型, 主要借助  $y = a^x$  过定点  $(0, 1)$  解答; (2) 对数型: 主要借助  $y = \log_a x$  过定点  $(1, 0)$  解答.

3. C

【分析】对于①, 由映射和函数的定义判断即可;

对于②, 由抽象函数的定义求解即可;

对于③, 结合幂函数的性质作出图象即可判断;

对于④, 将问题转化为  $y = |2^x - 1|$  与  $y = b$  的图象交点个数的问題, 作出图象即可判断.

【详解】解: 对于①, 对应:  $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{x^2 + 1}$  是映射, 也是函数; 符合映射, 函数的定义, 故①对;

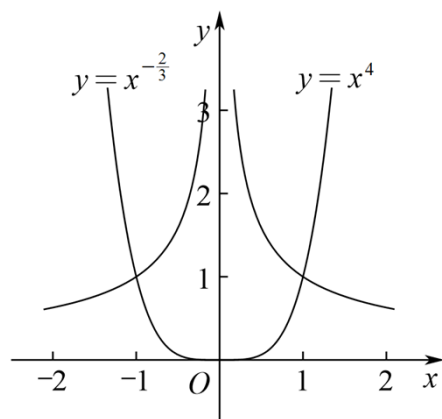
对于②, 若函数  $f(x-1)$  的定义域是  $(1, 2)$ , 则  $x-1 \in (0, 1), \therefore 2x \in (0, 1) \Rightarrow x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$  故函数

$f(2x)$  的定义域为  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，故②对

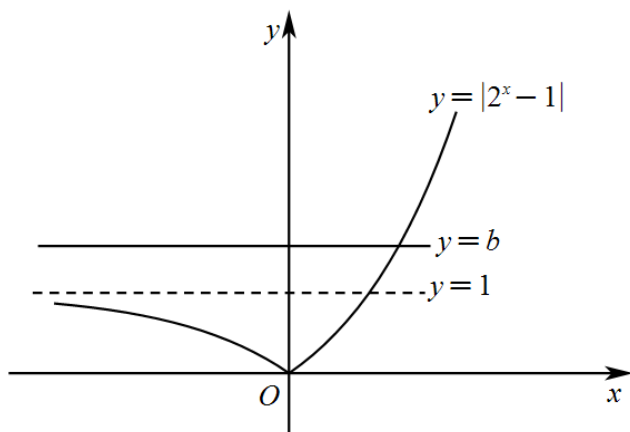
对于③，幂函数  $y = x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$  为偶函数，在  $(-\infty, 0)$  上单调递增，在  $(0, +\infty)$  上单调递减且图

像过  $(1, 1), (-1, 1)$ ， $y = x^4$  为偶函数，在  $(-\infty, 0)$  上单调递减，在  $(0, +\infty)$  上单调递增且图像过

$(1, 1), (-1, 1)$  所以两个图像有且只有两个交点；故③对；



于④，当  $x > 1$  时， $|2^x - 1|$  单调递增，且函数值大于 1，所以当  $b > 1$  时，方程  $|2^x - 1| - b = 0$  只有一个实根.故④错；



故选：C

4.  $(-2, +\infty)$

【详解】试题分析：函数的定义域需满足： $x+2 > 0$  解得定义域为： $(-2, +\infty)$

考点：求函数定义域

5.  $\frac{3}{2}$  ## 1.5

【分析】根据指数函数、对数函数、幂函数的知识求得  $f(x)$ 、 $g(x)$  和  $h(x)$ ，通过解方程求得  $x_1, x_2, x_3$ ，由此求得正确答案.

【详解】依题意，设  $f(x) = a^x, g(x) = \log_b x, h(x) = x^\alpha$ ,

代入  $P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  得  $a^{\frac{1}{2}} = 2, \log_b \frac{1}{2} = 2, \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha = 2$ ,

解得  $a = 4, b = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha = -1$ ,

所以  $f(x) = 4^x, g(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x, h(x) = x^{-1}$ ,

由  $4^{x_1} = 4, \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x_2 = 4, x_3^{-1} = 4$

解得  $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{4}, x_3 = \frac{1}{4}$ ,

所以  $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{3}{2}$ .

故答案为:  $\frac{3}{2}$

6. (1)  $-3$ ; (2)  $\{-1, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{-1, 2, 3\}, \{-1, 1, 2, 3\}$ .

【分析】(1) 由元素与集合的关系，因为  $-1, 3$  必属于集合  $M$ ， $1$  或  $2$  可能属于  $M$ ，也可能不属于  $M$ ，又  $M$  的所有元素之和为  $3$ ，则只有可能  $-1 + 1 + 3 = 3$ ，即  $M = \{-1, 1, 3\}$ ，运算则可得解；

(2) 由集合的子集的求法，分集合  $M$  为二元集、三元集、四元集讨论，一一列举即可.

【详解】解：(1) 由  $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，则  $-1 \in M, 3 \in M$ ,

即  $-1, 3$  必属于集合  $M$ ， $1$  或  $2$  可能属于  $M$ ，也可能不属于  $M$ ，

又  $M$  的所有元素之和为  $3$ ，则只有可能  $-1 + 1 + 3 = 3$ ，

即  $1 \in M, 2 \notin M$ ，

即  $M = \{-1, 1, 3\}$ ，

故  $M$  中所有元素之积为  $(-1) \times 1 \times 3 = -3$ ；

(2) 由  $\{-1, 3\} \subseteq M \subseteq \{-1, 1, 2, 3\}$ ，

故所有满足条件的集合  $M$  为:  $M = \{-1, 3\}, M = \{-1, 1, 3\}, M = \{-1, 2, 3\}, M = \{-1, 1, 2, 3\}$ .

【点睛】本题考查了集合的包含关系及集合的子集，重点考查了集合思想，属基础题.

