**因式分解专题——用卷**

命题人：轻井泽

一、单选题（本大题共**3**小题，共**15.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知互不相等的正数、、满足，则下列不等式中可能成立的是(    )



A. B. C. D.

【答案】

*B*

【解析】

【分析】

本题考查了不等式的性质，不等式比较大小，属于中档题．  
先由题意为互不相等的正数，，对其进行因式分解，得出与同号，再利用特殊值法进行判断即可得结论．

【解答】

解：若，则，不符合条件，排除，；  
又由，故与同号，排除；  
且当时，有可能成立，  
例如：取即可判断．  
故选*B*．

1. 下列各式运算正确的是 (    )



A. B.   
C. D.

【答案】

*C*

【解析】

【分析】

本题考查整式的乘法与因式分解，属于基础题．

【解答】

解：对于选项，右边左边，故*A*选项错误；  
对于选项，右边左边，故*B*选项错误；  
对于选项，根据立方和公式可知选项正确；  
对于选项，根据立方差公式可知，正确的运算是，故*D*选项错误．  
故选*C*．

1. 不等式的解集为(    )

A. 或 B.   
C. D. 或

【答案】

*D*

【解析】

【分析】

本题考查了一元二次不等式的解法，是基础题．  
原不等式可化为：，即可求出原不等式的解集．

【解答】

解：原不等式可化为：，  
因式分解得：，  
即或，  
解得：或，  
所以原不等式的解集为：或．  
故选：．

二、多选题（本大题共**1**小题，共**5.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

1. 下列等式中是恒等式的是 (    )



A. B.   
C. D.

【答案】

*ABD*

【解析】

【分析】

本题考查整式的乘法与因式分解，考查等式的性质及应用，属于基础题．  
对各个选项逐一判断即可．

【解答】

解：由等式的性质知、选项正确；   
由知选项错误；   
由平方差公式知选项正确．  
故选*ABD*．

三、填空题（本大题共**7**小题，共**35.0**分）

1. 已知正实数，满足，则的最小值为          ；的最小值为          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查利用基本不等式求最值，属中档题．

【解答】

解：第一空：  法一  配和积关系

，  当且仅当时取等号，故填．

法二  因式分解找整体定值  ，

，  当且仅当，即时取等号，故填．

法三  消元基本不等式  ，则

，  当且仅当，即取等号，故填．

第二空：  法一  配和积关系  ，  当且仅当时取等号

法二  因式分解找整体定值  ，则

，  当且仅当时取等号．

法三  消元  ，

，  当且仅当时取等号．

1. 设函数，若，且，则          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查因式分解，绝对值的处理，平方差公式的应用，属于中档题．  
由等号两边平方，移项后利用平方差公式，即可得到．

【解答】

解：依题意，，  
由得，  
所以，即，  
所以，  
因为，  
所以，  
所以，即．  
故答案为．

1. 不等式的解集是          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了一元二次不等式的解法，属于基础题．  
通过因式分解，不等式化为，解得即可．

【解答】

解：不等式化为，  
，  
解得：．  
不等式的解集为，  
故答案为．

1. 不等式的解集是          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了一元二次不等式的解法，属于基础题．  
将左边因式分解，再利用一元二次不等式的解法求解可求．

【解答】

解：因式分解得：，  
不等式的解集为，  
故答案为．

1. 已知集合，，如果，则的值为          ．

【答案】

或

【解析】

【分析】

此题属于以不等式的整数解为平台，考查了交集及其运算，是高考中常考的基本题型．  
求出集合中不等式的解集，找出解集中的整数解，得到的值，确定出集合，由两集合的交集不为空集，即两集合有公共元素，即可求出的值．

【解答】

解：由，  
因式分解得：，  
解得：，  
又，，，  
，  
，或．  
故答案为：或．

1. 设，使不等式成立的的取值范围为          ．

【答案】

【解析】

【分析】

本题考查一元二次不等式的解法，属于基础题．  
化简，利用因式分解法求不等式的解集．

【解答】

解：可化为，  
即，  
故不等式的解集为，  
故答案为：．

1. 不等式的解为          ；不等式的解为          ．

【答案】

或

【解析】

【分析】

本题考查了分式不等式求解和一元二次不等式的解法，属于基础题．  
将一元二次不等式因式分解，求解即可；将分式不等式右边化为，再对分式不等式求解即可．

【解答】

解：由，解得，  
所以不等式的解为：；  
由不等式得，  
所以，解得或，  
所以不等式的解为：或，  
故答案为：；或

四、解答题（本大题共**5**小题，共**60.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

1. 本小题分  
   比较下列两个代数式的大小，写出比较过程．  
   当时，与．

【答案】

解：当时，  
．  
当时，．

【解析】本题考查了作差法比较代数式的大小、因式分解，属于基础题．  
当时，作差，因式分解即可得出大小关系．

1. 本小题分  
   解不等式：   
   已知，求证：

【答案】

解：，，  
，，  
，，  
或，  
即．  
，，，  
，  
当且仅当时等号成立，  
当且仅当时等号成立，  
，，  
即当且仅当时等号成立．

【解析】本题主要考查解不等式、基本不等式，解答本题的关键是掌握相关知识，逐一分析解答即可．  
，，通分并因式分解后，即可求出不等式的解集；  
由化为，利用基本不等式即可证得．

1. 本小题分

已知关于的不等式．  
若的解集为，求实数的值  
当时，求关于的不等式的解集．

【答案】

解：因为的解集为，  
所以方程的两个根为，  
由根与系数关系得：  
因为，  
所以当时，方程的两个根分别为：．  
当时，则两根相等，故不等式的解集为  
当时，则，不等式的解集为或  
当时，则，不等式的解集为或．  
综上所述：  
当时，不等式的解集为  
当时，不等式的解集为或  
当时，不等式的解集为或．

【解析】本题考查了一元二次不等式的解法，一元二次方程的根与系数的关系，分类讨论的数学思想属于中档题．  
由已知得与是方程的根，利用韦达定理，即可得解；  
因式分解得，讨论与的大小，即可得解．

1. 本小题分  
   解关于的不等式：，．

【答案】

解：因为，  
所以．  
当时，，不等式的解集为．  
当时，不等式的解集为或．  
当时，不等式的解集为或．  
综上所述，当时，不等式的解集为或；  
当时，不等式的解集为；  
当时，不等式的解集为或．

【解析】本题主要考查了含参数的一元二次不等式的解法，注意分类时要不重不漏，同时考查了计算能力，属于中档题．  
先把不等式变形进行因式分解，按参数的范围讨论，解出不等式即可．

1. 本小题分

解下列不等式：

Ⅰ

Ⅱ是常数

【答案】

解：Ⅰ原不等式可化为，  
故  
所以原不等式的解集为；  
Ⅱ由可得  
当时，原不等式的解集为  
当时，原不等式的解集为  
当时，原不等式的解集为  
综上所述，当时，原不等式的解集为  
当时，原不等式的解集为  
当时，原不等式的解集为

【解析】本题考查一元二次不等式的解法，考查分类讨论思想．  
Ⅰ把分式方程转化为，解得即可，   
Ⅱ将所求不等式的左端因式分解后，对分类讨论即可．