

# 0307 计算物理导论作业

何翼成 \*

March 7, 2022

## 一 题目一

### 1.1 代码展示

---

```
1  %%用辛普森公式求下面积分，结果精确到10-8
2  clear;clc;
3  xspan=[0,1];
4  x_0=xspan(1);x_2n=xspan(end);
5  l=x_2n-x_0;
6  y_0=dI(x_0);y_2n=dI(x_2n);
7  error=10-8;
8  maxn=10000;
9  ints_series=zeros(1,maxn);
10 for n=1:maxn
11     s1=0;s2=0;
12     for i=1:n
13         s1=s1+dI((2*i-1)*l/(2*n)+x_0);
14         s2=s2+dI((2*i)*l/(2*n)+x_0);
15     end
16     ints=l*(y_0-y_2n+4*s1+2*s2)/(6*n);
17     ints_series(n)=ints;
18     if n>1&&abs(ints_series(n)-ints_series(n-1))<error
19         steps=n;
20         s=ints;
21         break
22     end
23 end
24 format long
25 fprintf("数值积分结果为"+num2str(s,9)+"，其中辛普森法划分区间数为"+2*n)
26 function dI=dI(x)
27     dI=4./(1+x^2);
28 end
```

---

\*学号:520072910043;  
邮箱地址: heyicheng@sjtu. edu. cn

## 1.2 代码运行结果

数值积分结果为 3.14159265, 其中辛普森法划分区间数为 14。

## 二 题目二

### 2.1 代码展示

---

```

1  %%
2  %数值求解sinx/x不定积分
3  clear;clc;
4  f=@(x)sin(x)/x;
5  error=10^(-8);
6  maxn=100000;
7  maxi=100;
8  s=0;
9  s_series=zeros(1,maxi);
10 for i=1:maxi
11     xspan=[2^(-i),2^i];
12     s=simpson(xspan,f,maxn);
13     s_series(i)=s;
14     if i>1&&abs(s_series(i)-s_series(i-1))<10^(-8)
15         break
16     end
17 end
18 [delta_min,idelta_min]=min(abs(s_series-pi/2));
19 fprintf("数值积分结果为"+num2str(s_series(idelta_min),9)+"",
20 其中积分区间为["+2^(-idelta_min)+"," +2^(idelta_min)+"]")
21 function dI=dI(x)
22     dI=4./(1+x^2);
23 end
24 function s=simpson(xspan,f,maxn)
25 x_0=xspan(1);x_2n=xspan(end);
26 l=x_2n-x_0;
27 y_0=f(x_0);y_2n=f(x_2n);
28 s1=0;s2=0;
29 for i=1:maxn
30     s1=s1+f((2*i-1)*l/(2*maxn)+x_0);
31     s2=s2+f((2*i)*l/(2*maxn)+x_0);
32 end
33 s=l*(y_0-y_2n+4*s1+2*s2)/(6*maxn);
34 end

```

---

## 2.2 代码运行结果

数值积分结果为 1.57079638, 其中积分区间为 [3.8147e-06,262144]。

# 三 题目三

## 3 第一类边界条件

### 3.1 代码展示

```

1  clear;clc;
2  x=-1:0.1:1;
3  f=@(x)1./(1+x.^2);
4  y=f(x);
5  format short
6  y0=y(1);      % S'(x0)=f'(x0)=y0
7  yn=y(end);    % S'(xn)=f'(xn)=yn
8  x0=x;
9  s=threesimple1(x,y,x0,y0,yn)
10 plot(x0,s)    %绘制第一边界条件插值函数图像
11 hold on
12 grid on
13 plot(x,y,'o')
14 xlabel('自变量 X'), ylabel('因变量 Y')
15 title('插值点与三次样条函数')
16 legend('三次样条插值点坐标','插值点')
17 function [D,h,A,g,M]=three1(X,Y,y0,yn)
18 %      自然边界条件的三次样条函数(第一种边界条件)
19 %      此函数为M值求值函数
20 %      D,h,A,g,M输出量分别为系数矩阵D, 插值宽度h, 差商表A, g值,M值
21 n=length(X);
22 A=zeros(n,n);A(:,1)=Y';D=zeros(n,n);g=zeros(n,1);
23 for j=2:n
24     for i=j:n
25         A(i,j)=(A(i,j-1)- A(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-j+1));
26     end
27 end
28
29 for i=1:n-1
30     h(i)=X(i+1)-X(i);
31 end
32 for i=1:n
33     D(i,i)=2;
34     D(1,2)=1;
35     D(n,n-1)=1;
36     if (i==1)

```

```

37         g(i,1)=6/h(i)*(A(2,2)-y0);
38     elseif (i==n)
39         g(i,1)=6/h(i-1)*(yn-A(i,2));
40     else
41         g(i,1)=(6/(h(i-1)+h(i)))*(A(i+1,2)-A(i,2));
42     end
43
44 end
45 for i=1:n-2
46     u(i)=h(i)/(h(i)+h(i+1));
47     n(i)=1-u(i);
48     D(i+1,i+2)=n(i);
49     D(i+1,i)=u(i);           %改到这里
50 end
51 M=D\g;
52 %M=[0;M;0];
53 end
54 function s=threesimple1(X,Y,x,y0,yn)
55 %     三次样条插值函数第一类型代码
56 %     s函数表示三次样条插值函数插值点对应的函数值
57 %     根据三次样条参数函数求出的D,h,A,g,M
58 %     x表示求解插值点函数点，X为已知插值点
59     [D,h,A,g,M]=three1(X,Y,y0,yn)
60     n=length(X); m=length(x);
61     for t=1:m
62         for i=1:n-1
63             if (x(t)<=X(i+1))&&(x(t)>=X(i))
64                 p1=M(i,1)*(X(i+1)-x(t))^3/(6*h(i));
65                 p2=M(i+1,1)*(x(t)-X(i))^3/(6*h(i));
66                 p3=(A(i,1)-M(i,1)/6*(h(i))^2)*(X(i+1)-x(t))/h(i);
67                 p4=(A(i+1,1)-M(i+1,1)/6*(h(i))^2)*(x(t)-X(i))/h(i);
68                 s(t)=p1+p2+p3+p4;
69                 break;
70             else
71                 s(t)=0;
72             end
73         end
74     end
75 end
76 function [D,h,A,g,M]=three2(X,Y,y0,yn)
77 %     第二边界条件的三次样条函数(包含自然边界条件)
78 %     y0,yn表示的是S'(x0)=f'(x0)=y0, S'(xn)=f'(xn)=yn,自然边界即条件值为0
79 %     此函数为M值求值函数
80 %     D,h,A,g,M输出量分别为系数矩阵D, 插值宽度h, 差商表A, g值,M值
81     n=length(X);
82     A=zeros(n,n); A(:,1)=Y'; D=zeros(n-2,n-2); g=zeros(n-2,1);
83     for j=2:n
84         for i=j:n
85             A(i,j)=(A(i,j-1)- A(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-j+1));

```

```

86         end
87     end
88
89     for i=1:n-1
90         h(i)=X(i+1)-X(i);
91     end
92     for i=1:n-2
93         D(i,i)=2;
94         if (i==1)
95             g(i,1)=(6/(h(i+1)+h(i)))*(A(i+2,2)-A(i+1,2))-h(i)/(h(i)+h(i+1))*y0;
96         elseif (i==(n-2))
97             g(i,1)=(6/(h(i+1)+h(i)))*(A(i+2,2)-A(i+1,2))-(1-h(i)/(h(i)+h(i+1)))*yn;
98         else
99             g(i,1)=(6/(h(i+1)+h(i)))*(A(i+2,2)-A(i+1,2));
100        end
101    end
102    for i=2:n-2
103        u(i)=h(i)/(h(i)+h(i+1));
104        n(i-1)=h(i)/(h(i-1)+h(i));
105        D(i-1,i)=n(i-1);
106        D(i,i-1)=u(i);
107    end
108    M=D\g;
109    M=[y0;M;yn];
110 end
111 function s=threesimple2(X,Y,x,y0,yn)
112 %     第二边界条件函数
113 %     s函数表示三次样条插值函数插值点对应的函数值
114 %     根据三次样条参数函数求出的D,h,A,g,M
115 %     x表示求解插值点函数点，X为已知插值点
116 [D,h,A,g,M]=three2(X,Y,y0,yn)
117 n=length(X); m=length(x);
118 for t=1:m
119     for i=1:n-1
120         if (x(t)<=X(i+1))&&(x(t)>=X(i))
121             p1=M(i,1)*(X(i+1)-x(t))^3/(6*h(i));
122             p2=M(i+1,1)*(x(t)-X(i))^3/(6*h(i));
123             p3=(A(i,1)-M(i,1)/6*(h(i))^2)*(X(i+1)-x(t))/h(i);
124             p4=(A(i+1,1)-M(i+1,1)/6*(h(i))^2)*(x(t)-X(i))/h(i);
125             s(t)=p1+p2+p3+p4;
126             break;
127         else
128             s(t)=0;
129         end
130     end
131 end
132 end

```

### 3.2 代码运行结果

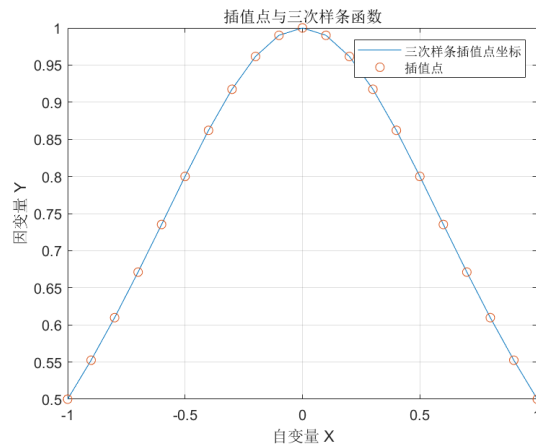


Figure 1: 第一类边界条件三次样条

## 3 第二类边界条件

### 3.1 代码展示

```

1  clear;clc;
2  x=-1:0.1:1;
3  f=@(x)1./(1+x.^2);
4  y=f(x);
5  y0=0;          % S'(x0)=f'(x0)=y0
6  yn=0;          % S'(xn)=f'(xn)=yn
7  x0=x;
8  s=threesimple2(x,y,x0,y0,yn)
9  plot(x0,s)      %绘制第二边界条件插值函数图像
10 hold on
11 grid on
12 plot(x,y,'o')
13 xlabel('自变量 X'), ylabel('因变量 Y')
14 title('插值点与三次样条函数')
15 legend('三次样条插值点坐标','插值点')
16 function [D,h,A,g,M]=three1(X,Y,y0,yn)
17 % 自然边界条件的三次样条函数(第一种边界条件)
18 % 此函数为M值求值函数
19 % D,h,A,g,M输出量分别为系数矩阵D, 插值宽度h, 差商表A, g值,M值
20 n=length(X);
21 A=zeros(n,n);A(:,1)=Y';D=zeros(n,n);g=zeros(n,1);
22 for j=2:n
23     for i=j:n
24         A(i,j)=(A(i,j-1)- A(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-j+1));
25     end

```

```

26         end
27
28         for i=1:n-1
29             h(i)=X(i+1)-X(i);
30         end
31         for i=1:n
32             D(i,i)=2;
33             D(1,2)=1;
34             D(n,n-1)=1;
35             if (i==1)
36                 g(i,1)=6/h(i)*(A(2,2)-y0);
37             elseif (i==n)
38                 g(i,1)=6/h(i-1)*(yn-A(i,2));
39             else
40                 g(i,1)=(6/(h(i-1)+h(i)))*(A(i+1,2)-A(i,2));
41             end
42
43         end
44         for i=1:n-2
45             u(i)=h(i)/(h(i)+h(i+1));
46             n(i)=1-u(i);
47             D(i+1,i+2)=n(i);
48             D(i+1,i)=u(i);           %改到这里
49         end
50         M=D\g;
51         %M=[0;M;0];
52     end
53     function s=threesimple1(X,Y,x,y0,yn)
54         % 三次样条插值函数第一类型代码
55         % s函数表示三次样条插值函数插值点对应的函数值
56         % 根据三次样条参数函数求出的D,h,A,g,M
57         % x表示求解插值点函数点，X为已知插值点
58         [D,h,A,g,M]=three1(X,Y,y0,yn)
59         n=length(X); m=length(x);
60         for t=1:m
61             for i=1:n-1
62                 if (x(t)<=X(i+1))&&(x(t)>=X(i))
63                     p1=M(i,1)*(X(i+1)-x(t))^3/(6*h(i));
64                     p2=M(i+1,1)*(x(t)-X(i))^3/(6*h(i));
65                     p3=(A(i,1)-M(i,1)/6*(h(i))^2)*(X(i+1)-x(t))/h(i);
66                     p4=(A(i+1,1)-M(i+1,1)/6*(h(i))^2)*(x(t)-X(i))/h(i);
67                     s(t)=p1+p2+p3+p4;
68                     break;
69                 else
70                     s(t)=0;
71                 end
72             end
73         end
74     end

```

```

75 function [D,h,A,g,M]=three2(X,Y,y0,yn)
76 % 第二边界条件的三次样条函数(包含自然边界条件)
77 % y0,yn表示的是S''(x0)=f''(x0)=y0, S''(xn)=f''(xn)=yn,自然边界即条件值为0
78 % 此函数为M值求值函数
79 % D,h,A,g,M输出量分别为系数矩阵D, 插值宽度h, 差商表A, g值,M值
80 n=length(X);
81 A=zeros(n,n);A(:,1)=Y';D=zeros(n-2,n-2);g=zeros(n-2,1);
82 for j=2:n
83     for i=j:n
84         A(i,j)=(A(i,j-1)- A(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-j+1));
85     end
86 end
87
88 for i=1:n-1
89     h(i)=X(i+1)-X(i);
90 end
91 for i=1:n-2
92     D(i,i)=2;
93     if (i==1)
94         g(i,1)=(6/(h(i+1)+h(i)))*(A(i+2,2)-A(i+1,2))-h(i)/(h(i)+h(i+1))*y0;
95     elseif (i==(n-2))
96         g(i,1)=(6/(h(i+1)+h(i)))*(A(i+2,2)-A(i+1,2))-(1-h(i)/(h(i)+h(i+1)))*yn;
97     else
98         g(i,1)=(6/(h(i+1)+h(i)))*(A(i+2,2)-A(i+1,2));
99     end
100 end
101 for i=2:n-2
102     u(i)=h(i)/(h(i)+h(i+1));
103     n(i-1)=h(i)/(h(i-1)+h(i));
104     D(i-1,i)=n(i-1);
105     D(i,i-1)=u(i);
106 end
107 M=D\g;
108 M=[y0;M;yn];
109 end
110 function s=threesimple2(X,Y,x,y0,yn)
111 % 第二边界条件函数
112 % s函数表示三次样条插值函数插值点对应的函数值
113 % 根据三次样条参数函数求出的D,h,A,g,M
114 % x表示求解插值点函数点, X为已知插值点
115 [D,h,A,g,M]=three2(X,Y,y0,yn)
116 n=length(X); m=length(x);
117 for t=1:m
118     for i=1:n-1
119         if (x(t)<=X(i+1))&&(x(t)>=X(i))
120             p1=M(i,1)*(X(i+1)-x(t))^3/(6*h(i));
121             p2=M(i+1,1)*(x(t)-X(i))^3/(6*h(i));
122             p3=(A(i,1)-M(i,1)/6*(h(i))^2)*(X(i+1)-x(t))/h(i);
123             p4=(A(i+1,1)-M(i+1,1)/6*(h(i))^2)*(x(t)-X(i))/h(i);

```



```

124         s(t)=p1+p2+p3+p4;
125         break;
126     else
127         s(t)=0;
128     end
129 end
130 end
131 end

```

### 3.2 代码运行结果

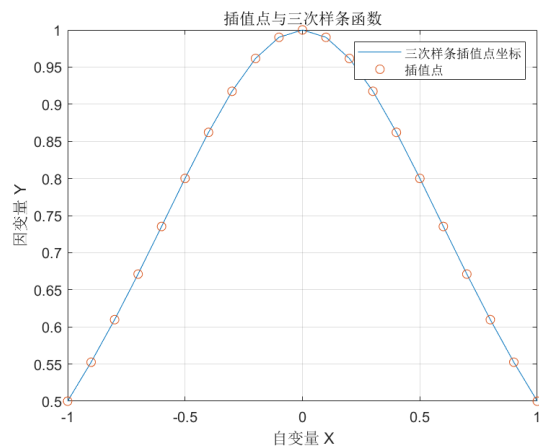


Figure 2: 第二类边界条件三次样条

## 四 题目四

### 4.1 代码展示

```

1  clear;clc;
2  x=[0.5;1.2;2.1;2.9;3.6;4.5;5.7];
3  x_0=ones(length(x),1);
4  t=0.5:0.01:5.7;
5  x=[x_0,x];
6  y=[2.81;3.24;3.80;4.30;4.73;5.29;6.03];
7  s=x\y;
8  T=s(1)+s(2)*t;
9  disp("y轴截距a为"+s(1)+"，回归系数b为"+s(2)+".")
10 plot(x(:,2),y,'o')
11 hold on
12 plot(t,T,"k")

```

## 4.2 代码运行结果

y 轴截距  $a$  为 2.4991, 回归系数  $b$  为 0.61981.

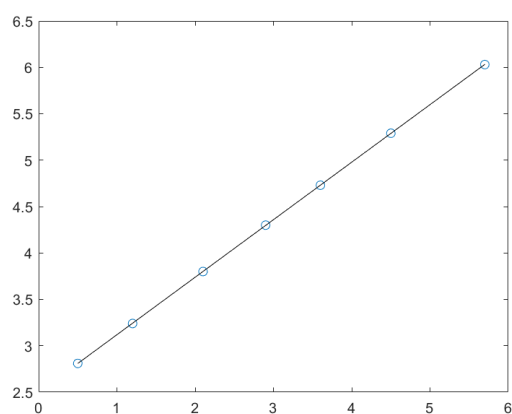


Figure 3: 数据点及其拟合的直线