

# TSSP 方法求解一维 G-P 方程

何翼成 \*

April 27, 2022

## Project 1

### 一 题目分析

- ◆ 用TSSP方法求解一维GP方程  $(|\psi(t=0, x)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}})$

$$i \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + \frac{x^2}{2} \psi(x, t) + 0.5 |\psi|^2 \psi$$

计算 $0 < t < 20$  时间范围内,  $\langle x^2 \rangle$  随时间的演化

Figure 1: 题目总览

本题的思路是利用 Strang-Splitting Method 对该方程进行时间算子分裂法的求解, 其中还要还要用到对一阶时间偏微分的近似进行求解。

### 二 代码展示

```
1 clear;clc;
2 a=-39;b=39;%求解范围
3 dx=0.1;%空间格点距离
4 M=(b-a)/dx;
5 x=a:dx:b;
6 phi20=1/sqrt(2*pi)*exp(-x.^2/2);%粒子初态
7 phi0=sqrt(phi20);
8 dt=0.1;
9 t=0:dt:20;%时间
10 tlength=length(t);
11 eps=1;%eps表示epsilon
12 phi_series=zeros(tlength,M+1);%存储phi(x,t)
13 phi_xx=zeros(1,M+1);%临时存储
14 phi_series(1,:)=phi0;
15 l=-M/2:1:M/2-1;
```

\*学号:520072910043;  
邮箱地址: heyicheng@sjtu. edu. cn

```

16 miu_l=2*pi*l/(b-a);%提前编号
17 phi_l=zeros(1,length(l));
18 phi_star2=zeros(1,length(x));
19 x2=zeros(1,tlength);
20
21 for nn=1:tlength-1
22 %处理第一部分
23 %更新数据
24 phi=phi_series(nn,:);
25 phi2=phi.^2;
26 %phi_pub=[0,phi,0];
27 %离散法求解二阶空间导数phi_xx
28 %for num=1:M+1
29 %phi_xx(num)=(phi_pub(num)+phi_pub(num+2)-2*phi_pub(num+1))/(dx)^2;
30 %end
31 %phi=phi+1i*eps/2*phi_xx*dt;
32 %试用新方法
33 phi=phi+1i*dt^3/2*phi;
34 %处理第二部分
35 phi_star=exp(-1i*(x.^2/2+0.5*phi2)*dt/(2*eps)).*phi;
36 %phi_l是phi_star的傅里叶系数
37 for ll=1:length(miu_l)
38 phi_l(ll)=sum(phi_star.*exp(-1i*miu_l(ll)*(x-a)));
39 end
40 %phi**的计算
41 for num=1:length(x)
42 phi_star2(num)=1/M*sum(exp(-1i*eps*dt.*miu_l.^2/2).*phi_l.*exp(1i*miu_l.*(x(num)-a)));
43 end
44 %phi(n+1/2)的计算
45 phi=exp(-1i*(x.^2/2+0.5*abs(phi_star2).^2)*dt/(2*eps)).*phi_star2;
46 %phi(n+1)的计算
47 %phi_pub=[0,phi,0];
48 %for num=1:M+1
49 % phi_xx(num)=(phi_pub(num)+phi_pub(num+2)-2*phi_pub(num+1))/(dx)^2;
50 %end
51 %phi=phi+1i*eps/2*phi_xx*dt;
52 phi=phi+1i*dt^3/2*phi;
53 %每一轮计算都进行归一化
54 co=1/sqrt(sum(abs(phi).^2)*dx);
55 phi_series(nn+1,:)=co*phi;%每一轮计算都进行归一化
56 clc;
57 disp("已完成第"+nn+"轮计算，总共有"+tlength+"轮，目前进度"+nn/tlength*100+"%")
58 %计算<x^2>的期望值
59 x2(nn)=sum(abs(phi_series(nn,:)).^2.*x.^2*dx)/(sum(abs(phi_series(nn,:)).^2*dx));
60 if nn==tlength-1
61 nn=nn+1;
62 x2(nn)=sum(abs(phi_series(nn,:)).^2.*x.^2*dx)/(sum(abs(phi_series(nn,:)).^2*dx));
63 disp("已完成第"+nn+"轮计算，总共有"+tlength+"轮，目前进度"+nn/tlength*100+"%")
64 end

```

```
65 end
66 plot(t,x2,'k')
67 xlabel('Time')
68 ylabel('<x^2>')
```

### 三 结果分析与结论

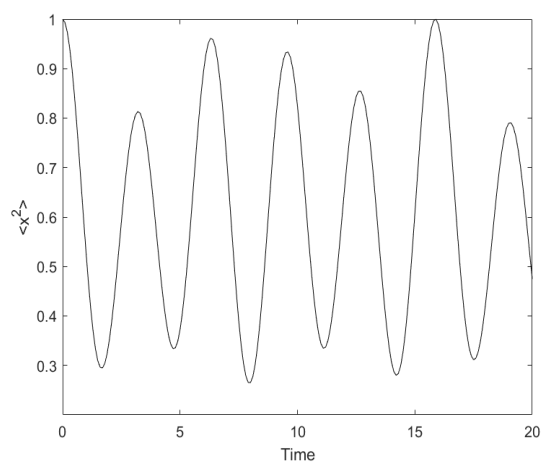


Figure 2:  $\langle x^2 \rangle$   $t \in [0, 20]$

由此可以得到  $\langle x^2 \rangle$  在  $t \in [0, 20]$  的演化情况。