

矩阵对角化

何翼成*

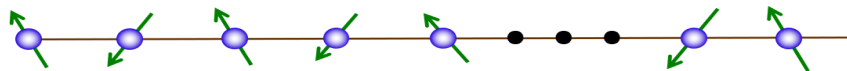
May 2, 2022

作业一

一 题目分析



作业1. 对角化量子多体系统的哈密顿量 (物理学基本常数均取1)



$$H = \sum_{i=1}^{L-1} -\hat{\sigma}_i^z \hat{\sigma}_{i+1}^z - \hat{\sigma}_L^z \hat{\sigma}_1^z + h \sum_{i=1}^L \hat{\sigma}_i^x$$

$$\hat{\sigma}_i^z \hat{\sigma}_j^z = \underset{1}{1} \otimes \underset{2}{1} \cdots \underset{i}{\sigma^z} \otimes \cdots \underset{j}{\sigma^z} \otimes \cdots \underset{L}{1} \quad \hat{\sigma}_i^x = \underset{1}{1} \otimes \underset{2}{1} \cdots \underset{i}{\sigma^x} \otimes \cdots \otimes 1$$

对于参数 $L=10$, 周期边界条件, $h=0.5, h=1.0, h=2.0$, 分别:

1. 对角化哈密顿量矩阵 H , 求得基态能量, 第一激发态能量

2. 计算基态上 $\langle \sigma_1^x \rangle$

3. $t=0$ 时系统处于 $h=0.5$ 的基态, $t>0$ 时系统哈密顿量变为 $h=3.0$, 求在此哈密顿量下的时间演化, 计算 $\langle \sigma_1^x(t) \rangle, 0 < t < 10$

1

Figure 1: 题目总览

二 代码展示

```
1 clear;clc;
2 L=10;
3 h=[1/2,1,2];
4
```

*学号:520072910043;
邮箱地址: heyicheng@sjtu.edu.cn

```

5 %计算不同h下的基态能量和第一激发态
6 he1e2=zeros(length(h),3);
7 for n=1:length(h)
8     hn=h(n);
9     H=G(hn,L);
10    En=unique(eig(H));
11    disp("h="+hn+"时, 基态能量为"+En(1,1)+" ,第一激发态为"+En(2,1))
12    he1e2(n,1)=hn;he1e2(n,2)=En(1,1);he1e2(n,3)=En(2,1);
13 end
14
15 %计算基态的 $\sigma_x$ 的期望值
16 disp("-----")
17 sigma1x_s=zeros(1,length(h));
18 for n=1:length(h)
19     hn=h(n);
20     H=G(hn,L);
21     [V,D]=eig(H);%V是特征值的对角矩阵, D使得H=DVD-1
22     %易知D是特征向量(列向量)组成的矩阵
23     psi0=V(:,1);
24     sigma1x=psi0'*Sigmax(1,L)*psi0;
25     sigma1x_s(n)=sigma1x;
26     disp("h="+hn+"时,  $\sigma_x$ 的期望值是"+sigma1x)
27 end
28
29 %t=0时系统处在h=0.5的基态, t>0时h=3, 求哈密顿量的时间演化。
30 disp("-----")
31 tspan=0:0.1:10;%时间范围
32 h=0.5;H=G(h,L);[~,D]=eig(H);psi0=V(:,1);%计算初态波函数
33 h=3;H=G(h,L);
34 sigma1x_t=zeros(1,length(tspan));
35 for n=1:length(tspan)
36     t=tspan(n);
37     psi=expm(-1i*H*t)*psi0;
38     sigma1x=conj(psi.').*Sigmax(1,L)*psi;
39     sigma1x_t(n)=sigma1x;
40     clc;
41     disp("已完成计算进度"+n/length(tspan)*100+"%")
42 end
43 plot(tspan,sigma1x_t,'k')
44 xlabel("Time")
45 ylabel("<\sigma_{1}^x>")
46
47 %%
48 %定义H的生成函数
49 function H=G(h,L)
50     H=0;
51     for i=1:L-1
52         H=H-Sigmaz(i,i+1,L)+h*Sigmax(i,L);
53     end

```