

• **积分公式.** $\int_{-\infty}^{\infty}exp[ix^2]dx=\sqrt{\pi}exp[i\pi/4]$ (Fresnel积分公式); $\int_{-\infty}^{\infty}dxxexp[-\alpha x^2+\beta x]=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}exp[\frac{\beta^2}{4\alpha}]$ , $\int_0^{+\infty}x^nexp[-ax^2]dx=\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{2a^{\frac{n+1}{2}}}$ , $\int_{-\infty}^{+\infty}xxexp[-\frac{1}{2}ax^2+bx]dx=\frac{b}{a}\sqrt{\frac{2\pi}{a}}exp[b^2/(2a)]$ , $\int_{-\infty}^{+\infty}x^2exp[-\frac{1}{2}ax^2+bx]dx=\frac{1}{a}(1+\frac{b^2}{a})\sqrt{\frac{2\pi}{a}}exp[b^2/(2a)]$ ;  
 $\int_{-\infty}^{+\infty}x^{2n}exp[-\frac{1}{2}ax^2]dx=\frac{(2n-1)!!}{a^n}\sqrt{\frac{2\pi}{a}}$ (Guass积分式); $\int_0^{+\infty}x^{2n+1}exp[-ax^2]dx=\frac{n!}{2a^{n+1}}$ ; $(\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}})^3\iiint exp[-\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}](p_z\frac{\partial}{\partial p_y}-p_y\frac{\partial}{\partial p_z})exp[\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}]d\tau=(p_z\frac{\partial}{\partial p_y}-p_y\frac{\partial}{\partial p_z})(\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}})^3\iiint exp[\frac{i}{\hbar}(\vec{p}-\vec{p'})\cdot\vec{r}]d\tau=(p_z\frac{\partial}{\partial p_y}-p_y\frac{\partial}{\partial p_z})\delta(\vec{p}-\vec{p'})$

• **晶格** (1)三斜(1; $a_1\neq a_2\neq a_3$ ; $\alpha\neq\beta\neq\gamma$ );单斜(2; $a_1\neq a_2\neq a_3$ ; $\alpha=\gamma=\pi/2\neq\beta$ ); 正交(4; $a_1\neq a_2\neq a_3$ ; $\alpha=\beta=\gamma=\pi/2$ );四角(2; $a_1=a_2\neq a_3$ ; $\alpha=\beta=\gamma=\pi/2$ ); 立方(3; $a_1=a_2=a_3$ ; $\alpha=\beta=\gamma=\pi/2$ );三角(1, $a_1=a_2=a_3$ ; $\alpha=\beta=\gamma\neq\pi/2$ ); 六角(1; $a_1=a_2\neq a_3$ ; $\alpha=\beta=\pi/2,\gamma=2\pi/3$ )(2)sc(简单立方);bcc(体心立方);fcc(面心立方);hcp(六角密堆积) (3)常见结构:NaCl( $Cl^-$ 面心&角+ $Na^+$ 边中&体心);CsCl( $Cs^+$ 体心+ $Cl^-$ 角); 金刚石结构(fcc+000& $\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}$ );ZnS结构(Zn000,0 $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{2}$ 0 $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ 0; S $\frac{1}{4}\frac{1}{4}\frac{1}{4}$ , $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{3}{4}$ , $\frac{3}{4}\frac{1}{4}\frac{3}{4}$ , $\frac{3}{4}\frac{3}{4}\frac{1}{4}$ )

• **两种指标**设晶面截距为 $a_1,a_2,a_3$ (1)( $a_1^{-1},a_2^{-1},a_2^{-1}$ );(2)[ $a_1,a_2,a_3$ ].上划线表示负号[ $u\bar{v}w$ ]

• **布拉格条件** $2d\sin\theta=n\lambda$ ; $\Delta\vec{k}=\vec{G}$ ; $2\vec{k}\cdot\vec{G}=\vec{G}^2$ ;

• **劳厄条件** $\vec{a_1}\cdot\Delta\vec{k}=2\pi v_1$ ; $\vec{a_2}\cdot\Delta\vec{k}=2\pi v_2$ ; $\vec{a_3}\cdot\Delta\vec{k}=2\pi v_3$ ;

• **倒格子初基平移矢量** $\vec{b_1}=2\pi\frac{\vec{a_2}\times\vec{a_3}}{\vec{a_1}\cdot\vec{a_2}\times\vec{a_3}}$ , $\vec{b_2}=2\pi\frac{\vec{a_3}\times\vec{a_1}}{\vec{a_1}\cdot\vec{a_2}\times\vec{a_3}}$ , $\vec{b_3}=2\pi\frac{\vec{a_1}\times\vec{a_2}}{\vec{a_1}\cdot\vec{a_2}\times\vec{a_3}}$

• **倒格矢** $\vec{G}=v_1\vec{b_1}+v_2\vec{b_2}+v_3\vec{b_3},v_i:\mathcal{Z}$

• **几何结构因子**前提:方向为 $\vec{k' }=\vec{k}+\Delta\vec{k}=\vec{k}+\vec{G}$ , $S_G=\sum_jf_je^{-i\vec{r_j}\cdot\vec{G}}=\sum_je^{-i2\pi(x_jv_1+y_jv_2+z_jv_3)}$ , 其中 $f_j=\int dVn_j(\vec{r})e^{-i\vec{G}\cdot\vec{r}}$

• **第一布里渊区**倒格子的维格纳-塞茨原胞(1)sc- $\rangle$ sc( $2\pi/a$ );bcc- $\rangle$ 棱形十二面体( $2\pi/a\sqrt{2}$ ); fcc- $\rangle$ 截角八面体(八面体的每个角都被切下,使得相邻三个面的正方形的边能围成正六边形)

• **声子-振动** (1)单原子: $u_{s\pm1}=ue^{isKa}exp^{\pm iKa}$ 色散关系: $w^2=(2C/M)(1-\cos Ka)$ ;  $w^2=(4C/M)\sin^2\frac{1}{2}Ka$ ;群速: $v_g=\frac{dw}{dK}=\sqrt{\frac{Ca^2}{M}}\cos\frac{1}{2}Ka$ ; 长波极限( $Ka\ll1$ ): $w^2=(C/M)K^2a^2$  (2)双原子:原胞p个原子,3个声学支,3p-3个光学支. $M_1\frac{d^2u_s}{dt^2}=C(v_s+v_{s-1}-2u_s)$ ; $M_2\frac{d^2v_s}{dt^2}=C(u_{s+1}+u_s-2v_s)$ .  $u_s=ue^{isKa}e^{-i\omega t}$ , $v_s=ve^{isKa}e^{-i\omega t}$ ,行列式系数为0: $M_1M_2w^4-2C(M_1+M_2)w^2+2C^2(1-\cos Ka)=0$ ;长波极限: 光学支 $w^2=2C(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2})$ ,声学支 $w^2=\frac{C}{2(M_1+M_2)}K^2a^2$ ;光学支下原子反向震动即质心固定,由光的电场来激发. (3)波矢选择定则:波矢 $\vec{k}$ 非弹性散射到 $\vec{k'}$ ,同时产生/吸收波矢为 $\vec{K}$ 的声子,那么 $\vec{k' }=\vec{k}\pm\vec{K}+\vec{G}$ , $\vec{G}$ 是倒格矢; (4)声子能量: $\epsilon=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega$ ;动能守恒: $\frac{\hbar^2k'^2}{2M_n}\pm\hbar\omega$

• **声子-热学** (0)定容热容 $C_V=(\frac{\partial U}{\partial T})_V$ (1)