0.1 量子计算基础

0.1.1 量子纠缠

0.1.1.1 双量子比特态

量子比特有两种状态 $|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ 和 $|\downarrow\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$. 通过张量积规则 $\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_1\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}\\a_2\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_1b_1\\a_1b_2\\a_2b_1\\a_2b_2\end{pmatrix}$ 计算复合系统的基矢 $|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$. 所以双量子比特 Hilbert 空间中的态可以展开为基矢的线性组合:

$$|\psi\rangle = \psi_1|\uparrow\uparrow\rangle + \psi_2|\uparrow\downarrow\rangle + \psi_3|\downarrow\uparrow\rangle + \psi_4|\downarrow\downarrow\rangle = \begin{pmatrix}\psi_1\\\psi_2\\\psi_3\\\psi_4\end{pmatrix}$$

0.1.1.2 双量子比特算符

通过 Pauli 矩阵约定 $\sigma_0 = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$, $\sigma^{1,2,3} = \sigma^{x,y,z}$, 且其张量积积简写为 $\sigma^i_A \otimes \sigma^j_B \equiv \sigma^{ij}$, 矩阵张量积规则为

$$\sigma^{32} = \begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix} \otimes \sigma^2 = \begin{pmatrix}1\sigma^2 & 0\sigma^2\\0\sigma^2 & -1\sigma^2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & -i & & \\ i & & & \\ & & & i\\ & & -i & \end{pmatrix}$$

这相当于是在给定算符的 ”基”. 即观测量矩阵都可以展开为这些矩阵张量积的线性组合. 谈论单量子比特的观测量时, 相当于默认另一个量子比特算符为 $\mathbb{I} = \sigma^0$, 使得算符基为 $(\sigma^{10}, \sigma^{20}, \sigma^{30})$ 和 $(\sigma^{01}, \sigma^{02}, \sigma^{03})$.

0.1.1.3 双量子比特模型

0.1.1.4 自旋单态

0.1.1.5 纠缠熵

0.1.1.6 互信息

0.1.1.7 EPR 佯谬和 Bell 不等式