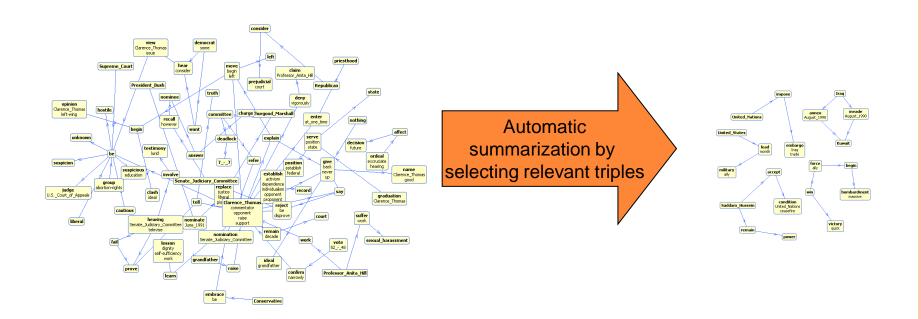


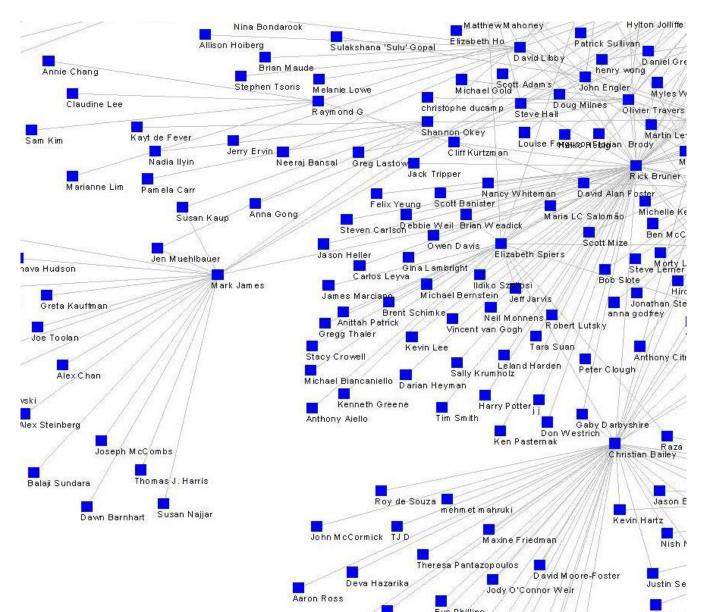
GRAFI

- · Usmerjeni graf
- Neusmerjeni graf
- Seznam sosednosti

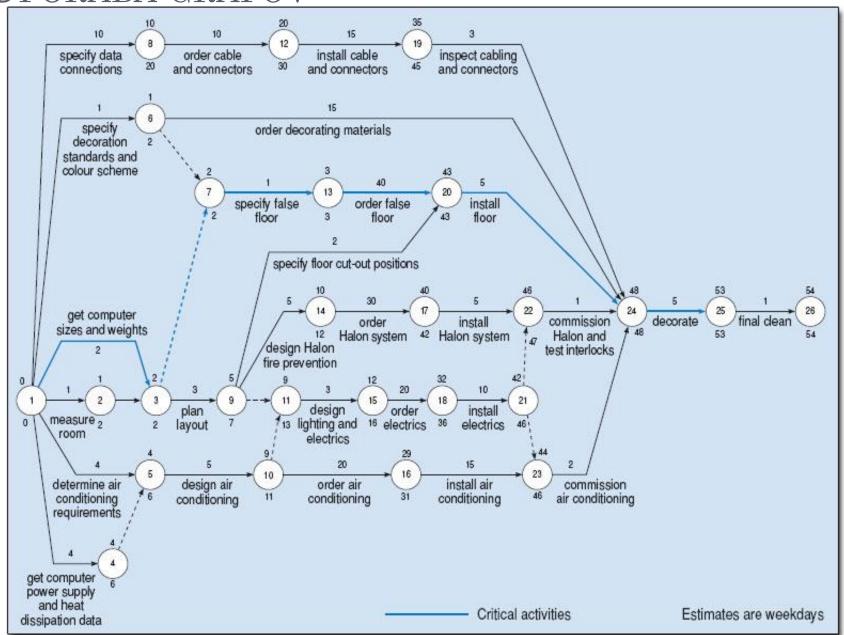
UPORABA GRAFOV

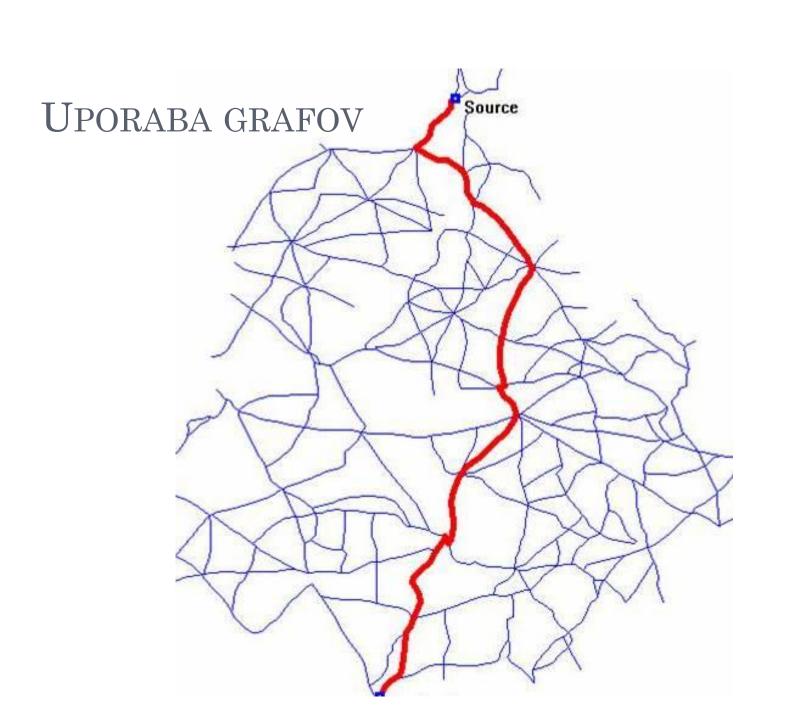


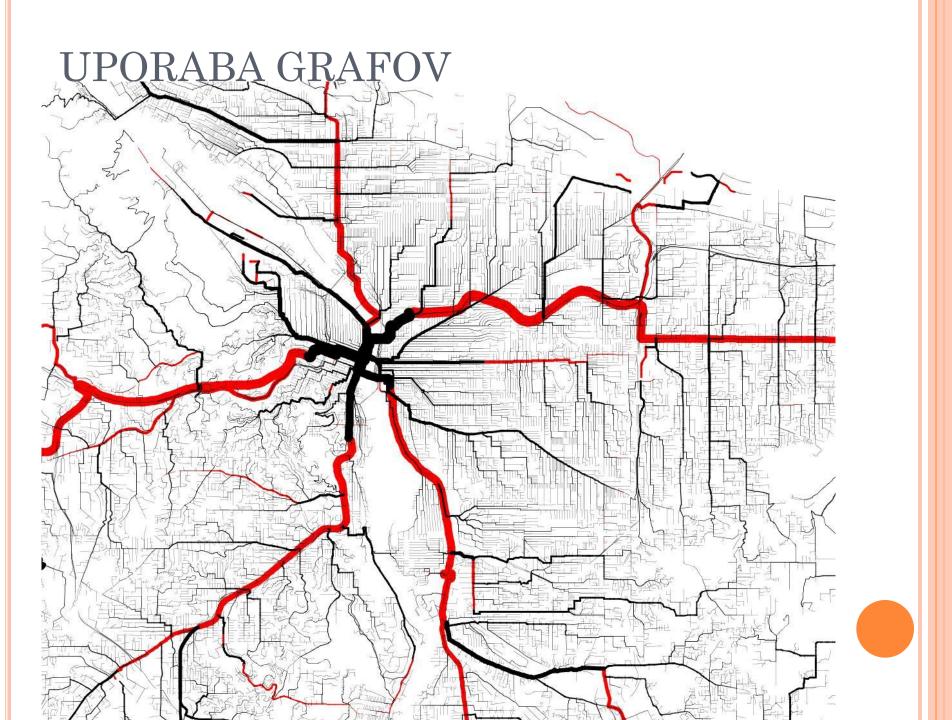
UPORABA GRAFOV

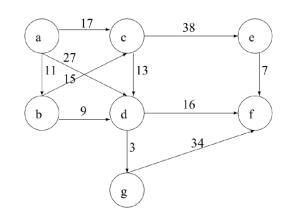


UPORABA GRAFOV









Usmerjeni graf (angl. directed graph)

USMERJENI GRAF (DIGRAPH)

- usmerjeni graf (directed graph) G=<V,E> je podan z množico vozlišč V (vertices) in množico povezav E (edges)
- povezava je **urejen** par vozlišč
 - prvemu vozlišču pravimo začetek povezave, drugemu pa konec povezave
 - > začetek in konec povezave je lahko isto vozlišče
- izstopna stopnja (*outdegree*) vozlišča *v* je število povezav, ki imajo to vozlišče kot svoj začetek
- vstopna stopnja (*indegree*) vozlišča v je število povezav, ki imajo to vozlišče kot svoj konec
- graf je poln (fully connected), če je vsako vozlišče povezano z vsakim drugim vozliščem (vključno s samim seboj)

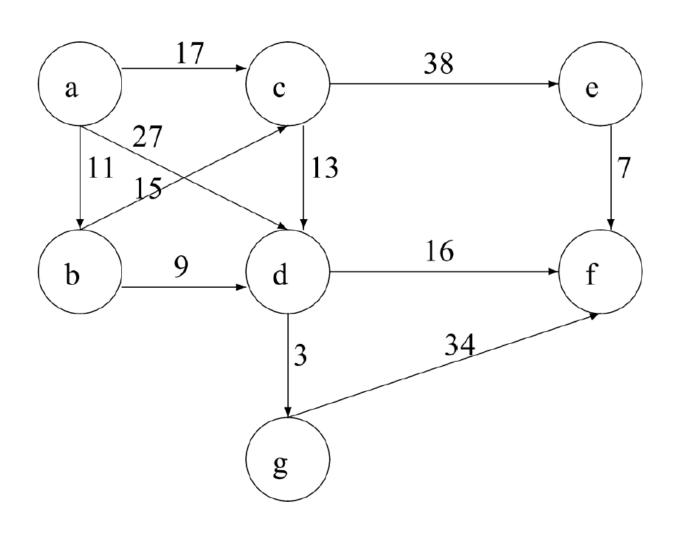
USMERJENI GRAF (DIGRAPH)

- pot (path) v grafu $G = \langle V,E \rangle$ je zaporedje vozlišč $v_1,...,v_k,$ tako da velja:
 - $\triangleright v_i \in V$
 - $\gt\langle v_i, v_{i+1} \rangle \in E$
- pot je enostavna (simple), če se vsako vozlišče na poti ponovi samo enkrat sicer imamo cikel (cycle)
- acikličen graf (acyclic graph) je graf brez ciklov
- vozlišče v_k je dosegljivo (reachable) iz v_1 , če v grafu obstaja pot $v_1,...,v_k$

USMERJENI GRAF (DIGRAPH)

- drevo je usmerjeni aciklični graf, kjer je vsako vozlišče dosegljivo iz korena po natanko eni poti
- podgraf danega grafa G=<V,E> je graf G'=<V',E'>, tako da $V'\subset V$ in $E'\subset E$
- vpeto drevo (spanning tree), je podgraf, ki je drevo in V' = V
- za ocenjevanja časovne zahtevnosti algoritmov na grafih je velikost problema:
 - n = |V| število vozlišč
 - m = |E| število povezav

PRIMER USMERJENEGA GRAFA



ADT USMERJENI GRAF (DIGRAPH)

ADT DIGRAPH je definiran z naslednjimi operacijami:

- MAKENULL(G) naredi prazen usmerjen graf G
- INSERT_VERTEX(v,G) doda vozlišče v v graf G
- INSERT_EDGE(v1,v2,G) doda povezavo $\langle v1,v2\rangle$ v graf G
- FIRST_VERTEX(G) vrne prvo vozlišče v grafu G
- NEXT_VERTEX(v,G) vrne naslednje vozlišče danega vozlišča v po nekem vrstnem redu
- FIRST_EDGE(v,G) vrne prvo povezavo v grafu G z začetkom v
- NEXT_EDGE(e,v,G) vrne naslednjo povezavo dane povezave e z začetkom v v po nekem vrstnem redu
- END_POINT(e,G) vrne konec povezave e v grafu G

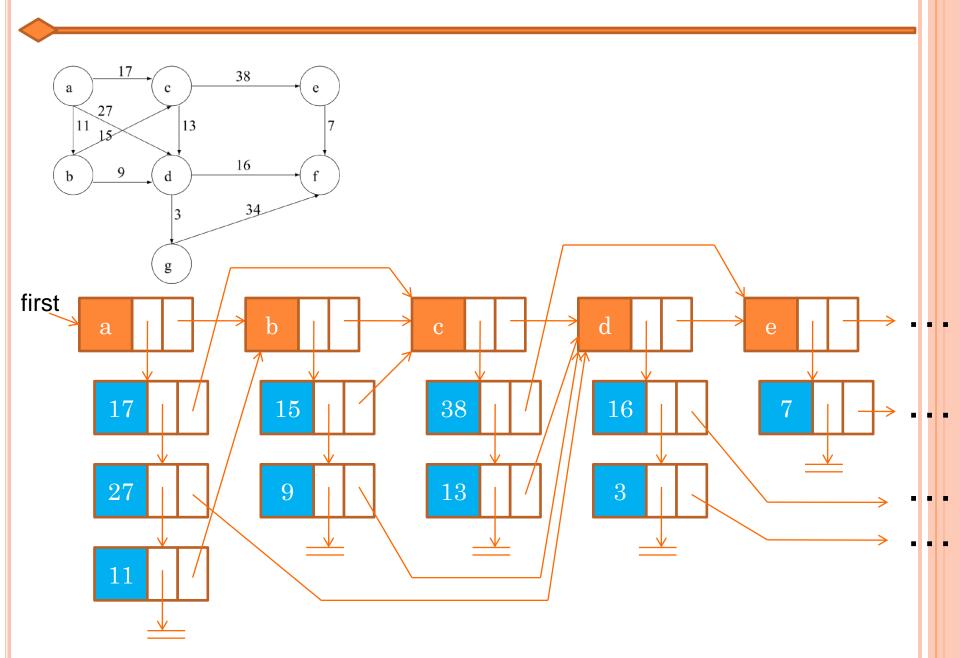
ADT USMERJENI GRAF (DIGRAPH)

```
interface DiGraph {
  public abstract void makenull();
  public abstract void insertVertex(Vertex v);
  public abstract void insertEdge(Vertex v1, Vertex v2);
  public abstract Vertex firstVertex();
  public abstract Vertex nextVertex(Vertex v);
  public abstract Edge firstEdge(Vertex v);
  public abstract Edge nextEdge(Vertex v, Edge e);
  public abstract Vertex endPoint(Edge e);
  public void printGraph();
} // DiGraph
```

IMPLEMENTACIJA USMERJENEGA GRAFA

- usmerjeni graf učinkovito implementiramo s **seznamom sosednosti** (adjacency list),
 - ≻vozlišča hranimo v seznamu
 - ▶vsako vozlišče ima seznam povezav, ki vodijo iz vozlišča
 - ≻vsaka povezava hrani še kazalec na konec povezave
- ullet časovna zahtevnost vseh operacij reda O(1)

SEZNAM SOSEDNOSTI



SEZNAM SOSEDNOSTI

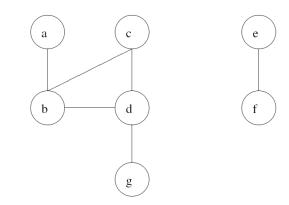
```
public class Vertex {
      Object value;
public class Edge {
      Comparable evalue;
public class VertexAdj extends Vertex {
      EdgeAdj firstEdge;
      VertexAdj nextVertex;
public class EdgeAdj extends Edge {
      VertexAdj endVertex;
      EdgeAdj nextEdge;
```

ADT USMERJENI GRAF (DIGRAPH)



vse operacije O(1)

- MAKENULL(G)
- INSERT_VERTEX(v,G)
- INSERT_EDGE(v1,v2,G)
- FIRST_VERTEX(G)
- NEXT_VERTEX(v,G)
- FIRST_EDGE(v,G)
- NEXT_EDGE(e,v,G)
- END_POINT(e,G)

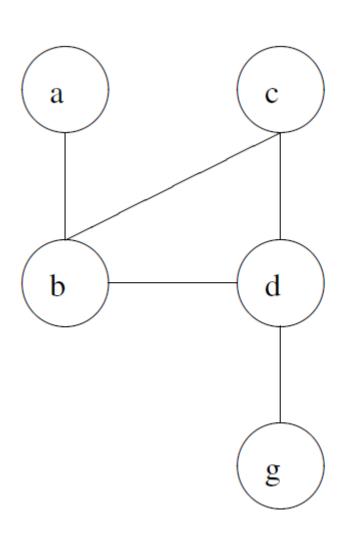


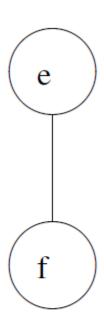
Neusmerjeni graf (angl. undirected graph)

NEUSMERJENI GRAF (GRAPH)

- neusmerjeni graf ($undirected\ graph$) G=<V,E> je podan z množico vozlišč V (vertices) in množico povezav E (edges)
- povezava je **neurejen** par vozlišč
 - > vozlišči sta dva konca povezave,
 - povezani vozlišči sta sosedni (adjacent)
 - > dva konca povezave sta <u>različni</u> vozlišči
- **stopnja** (*degree*) vozlišča *v* je število povezav, katerim je to vozlišče eden od koncev (število sosedov)
- graf je poln (fully connected), če je vsako vozlišče povezano z vsakim drugim vozliščem (sam s seboj ne more biti)

PRIMER NEUSMERJENEGA GRAFA





ADT NEUSMERJENI GRAF (GRAPH)

ADT GRAPH je definiran z naslednjimi operacijami:

- MAKENULL(G) naredi prazen neusmerjen graf G
- INSERT_VERTEX(v,G) doda vozlišče v v graf G
- INSERT_EDGE(v1,v2,G) doda povezavo $\langle v1,v2\rangle$ v graf G
- FIRST_VERTEX(G) vrne prvo vozlišče v grafu G
- NEXT_VERTEX(v,G) vrne naslednje vozlišče danega vozlišča v po nekem vrstnem redu
- FIRST_EDGE(v,G) vrne prvo povezavo v grafu G z enim koncem v
- NEXT_EDGE(e,v,G) vrne naslednjo povezavo dane povezave e z enim koncem v v po nekem vrstnem redu
- ADJACENT_POINT(e,v,G) vrne drugi konec povezave e v grafu G z enim koncem v v

IMPLEMENTACIJA NEUSMERJENEGA GRAFA



- implementiramo ga kot usmerjeni graf, kjer je vsaka povezava podvojena (dvosmerna)
- neusmerjeni graf učinkovito implementiramo s seznamom sosednosti (adjacency list),
- ullet časovna zahtevnost vseh operacij reda O(1)

ADT NEUSMERJENI GRAF (GRAPH)



vse operacije O(1)

- MAKENULL(G)
- INSERT_VERTEX(v,G)
- INSERT_EDGE(v1,v2,G)
- FIRST_VERTEX(G)
- NEXT_VERTEX(v,G)
- FIRST_EDGE(v,G)
- NEXT_EDGE(e,v,G)
- ADJACENT_POINT(e,v,G)