# OSNOVE UMETNE INTELIGENCE 2022/23

planiranje z regresiranjem ciljev verjetnostno sklepanje z bayesovskimi mrežami

# Pridobljeno znanje s prejšnjih predavanj

#### igranje iger med nasprotnikoma

- dva igralca, MIN in MAX, izmenične poteze v igralnem drevesu
- igralca vplivata na vrednost kriterijske funkcije v listih
- algoritem MINIMAX določa optimalno strategijo, če igralca igrata optimalno
- rezanje alfa-beta vrne isto zaporedje potez kot bi algoritem MINIMAX s to razliko, da ne upošteva vej, ki ne vplivajo na končno odločitev
  - alfa, beta, prenašanje vrednosti v globino, posodabljanje vrednosti navzgor
  - rezultat rezanja odvisen od vrstnega reda vozlišč, časovna zahtevnost?

#### planiranje

- začetno stanje, akcije, ciljno stanje, akcije imajo: predpogoje, učinke, omejitve
- jezika STRIPS, PDDL
- klasično preiskovanje prostora stanj (kombinatorična eksplozija, uporaba nekoristnih akcij)
- planiranje s sredstvi in cilji (vzvratno izpolnjujejmo predpogoje, da lahko izvedemo akcijo)
- planiranje z regresiranjem ciljev

# **Pregled**

#### III. PLANIRANJE in razporejanje opravil

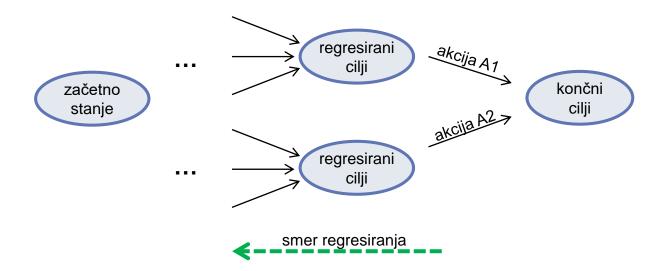
- predstavitev problema
- planiranje s "klasičnim" preiskovanjem prostora stanj
- planiranje s sredstvi in cilji
- planiranje z regresiranjem ciljev
- razporejanje opravil

#### IV. VERJETNOSTNO SKLEPANJE z bayesovskimi mrežami

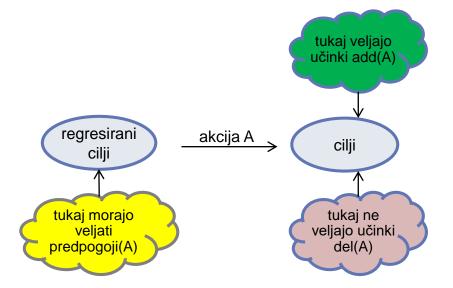
- definicija
- izračun verjetnosti dogodkov
- vprašanja pri verjetnostnem sklepanju
- odvisnosti v bayesovski mreži
- neodvisnosti v bayesovski mreži
- ekvivalenca bayesovskih mrež



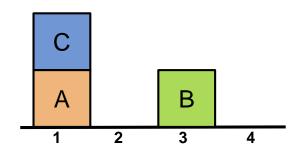
- rešitev za Sussmanovo anomalijo
- vzvratno preiskovanje od cilja proti začetnemu stanju (angl. *goal regression through action*)
- drugačna filozofija:
  - globalno planiranje, ker algoritem za planiranje obravnava vse cilje hkrati
  - ne obravnavamo samo akcij, ki so možne, temveč najbolj smiselne
- postopek:
  - izberemo akcijo, ki doseže čim večjo množico izbranih ciljev (upoštevamo torej celo množico ciljev)
  - izračunamo "predhodne" cilje ob uporabi te akcije (= regresiranje ciljev skozi akcijo)
    - analiziramo veljavnost množice ciljev glede na postopek regresiranja
    - analiziramo protislovja v regresirani množici ciljev
  - nadaljujemo z regresiranjem, dokler ne pridemo do ciljev, ki so izpolnjeni v začetnem stanju



postopek regresiranja ciljev



- regresirani cilji = cilji  $\cup$  predpogoji(A) add(A)
- veljati mora cilji  $\cap$  del $(A) = \emptyset$
- "stanja" pri preiskovanju so množice ciljev
- **ciljni pogoj:** <u>regresirani cilji</u> ⊆ <u>cilji</u> v začetnem stanju
- uporabimo znane preiskovalne algoritme (neinformirani / informirani algoritmi; A\*, hevristika?)



v primeru iz sveta kock velja:

```
stanje: [on(c,a), on(a,1), on(b,3), clear(c), clear(2), clear(b), clear(4)]
cilj: [on(a,b),on(b,c)]
```

rešitev z regresiranjem ciljev najde optimalno rešitev

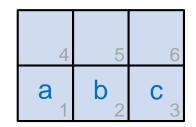
```
move(c,a,2)
move(b,3,c)
move(a,1,b) %plan zaključen, vsi cilji izpolnjeni
```

vaja regresiranja:

```
Regresiraj cilja C = \{on(a, b), on(b, c)\} skozi akcijo move(a,2,b).
```

```
Regresirani cilji = C \cup predpogoji(A) - add(A)
= \{on(a,b), on(b,c)\} \cup \{clear(a), clear(b), on(a,2)\} - \{on(a,b), clear(2)\} =
= \{on(b,c), clear(a), clear(b), on(a,2)\}
```

```
Pogoj: \{on(a,b), on(b,c)\} \cap \{on(a,2), clear(b)\} = \emptyset
```



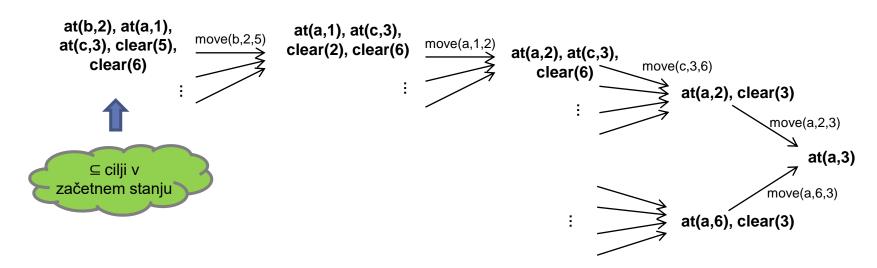
- primer: roboti na pravokotni mreži
- začetno stanje: [at(a,1), at(b,2), at(c,3), clear(4), clear(5), clear(6)]
- ciljno stanje: [at(a,3)]
- akcija:

move(Robot,From,To)

predpogoj: [at(Robot,From), clear(To)]

implicitne omejitve: [robot(Robot), adjacent(From,To)]

add: [at(R,To), clear(From)] del: [at(Robot,From),clear(To)]



plan: move(b,2,5), move(a,1,2), move(c,3,6), move(a,2,3)

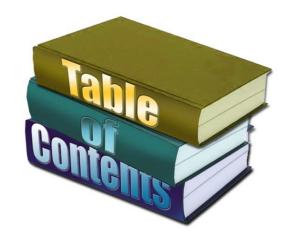
# **Pregled**

#### III. PLANIRANJE in razporejanje opravil

- predstavitev problema
- planiranje s "klasičnim" preiskovanjem prostora stanj
- planiranje s sredstvi in cilji
- planiranje z regresiranjem ciljev
- razporejanje opravil

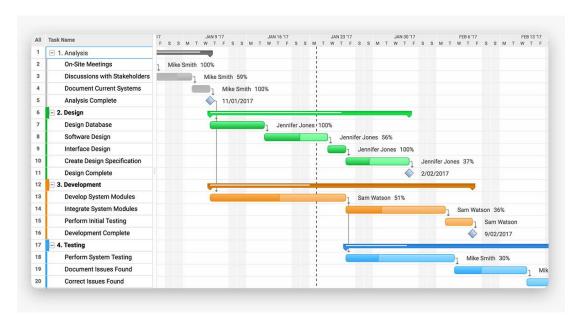
#### IV. VERJETNOSTNO SKLEPANJE z bayesovskimi mrežami

- definicija
- izračun verjetnosti dogodkov
- vprašanja pri verjetnostnem sklepanju
- odvisnosti v bayesovski mreži
- neodvisnosti v bayesovski mreži
- ekvivalenca bayesovskih mrež



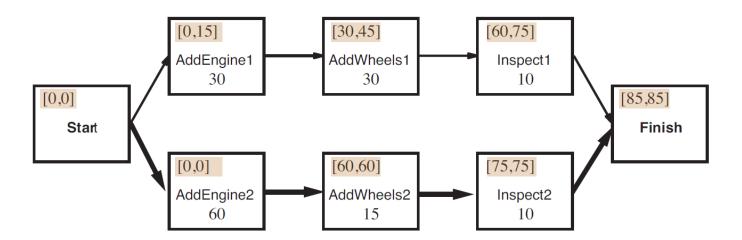
## Planiranje in razporejanje opravil

- do sedaj (klasično planiranje): kaj narediti in v kakšnem vrstnem redu
- pristopi:
  - planiranje kot preiskovanje prostora stanj
  - planiranje s sredstvi in cilji
  - planiranje z regresiranjem ciljev skozi akcije
- v realnosti imamo številne dodatne omejitve:
  - <u>časovne omejitve</u> (začetki aktivnosti, trajanja aktivnosti, roki zaključkov)
  - <u>resursi</u> (omejeno število procesorjev, kadra, bencina, denarja, surovin, ...)



- delno urejen plan: vrstni red podmnožice aktivnosti je lahko urejen
- razširimo lahko notacijo (PDDL):
  - Akcija1 ≺ Akcija2: pomeni, da se mora Akcija1 zgoditi pred Akcijo2
  - Resources podaja števila razpoložljivih resursov
  - DURATION opredeljuje trajanje posamezne akcije
  - CONSUME opredeljuje (trajno) porabo določene količine resursov
  - USE opredeljuje (začasno) zasedenost količine resursov med izvajanjem akcije

- za začetek: samo časovne omejitve
- metoda kritične poti
  - kritična pot: pot, ki je najdaljša in določa dolžino trajanja celotnega plana (krajšanje vzporednih poti ne vpliva na trajanje plana)
  - vsaki akciji priredimo par [ES, LS]:
    - **ES** najbolj zgodnji možen začetek (angl. *Earliest Start*)
    - **LS** najbolj pozen možen začetek (angl. *Latest Start*)



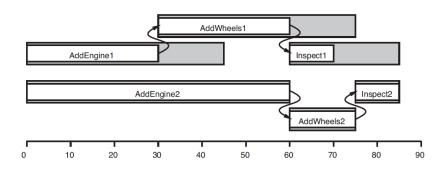
```
ES(Start) = 0

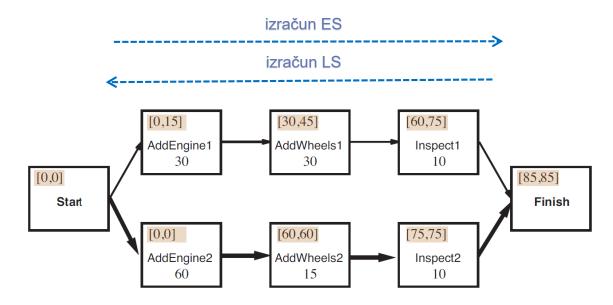
ES(B) = \max_{A < B} [ES(A) + Duration(A)]

LS(Finish) = ES(Finish)

LS(A) = \min_{A < B} [LS(B) - Duration(A)]

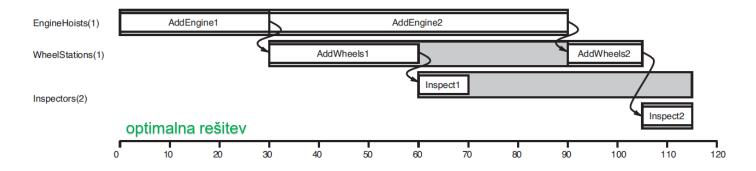
rezerva(slack) = LS - ES
```





• časovna zahtevnost algoritma: O(Nb), N – število akcij, b – faktor vejanja

- dodatno: upoštevanje tudi resursov
- uvede omejitev, da se aktivnosti, ki potrebujeta iste resurse, ne smeta prekrivati



- sprememba časovne zahtevnosti:  $O(Nb) \rightarrow NP$ -težek problem (!)
- primer izziv iz leta 1963 nerešen 23 let:
  - resursi: 10 strojev, 10 nalog, 100 akcij
  - preizkušene metode: simulirano ohlajanje, tabu search, razveji in omeji, ...
- primerna hevristika: algoritem najmanjše časovne rezerve (angl. minimum slack algorithm)
  - na vsaki iteraciji dodeli najbolj zgodnji možen začetek akciji, ki ima izpolnjene vse predhodnike in ima najmanj časovne rezerve,
  - nato posodobi [ES in LS] za celotni graf in ponovi.

- Kakšen je rezultat simulacije algoritma najmanjše časovne rezerve na obravnavanem problemu?
- Ali je rešitev enaka optimalni? Zakaj?
- Kako upoštevati omejitve v zaporedju akcij pri pristopih za planiranje?
- Kako upoštevati omejitve v omejenem številu resursov?



# Primer izpitne naloge

• 3. izpit, 2. 9. 2019

#### 2. NALOGA (10t):

Podan je naslednji delno urejen plan s trajanji akcij, njihovimi odvisnostmi in uporabo resursov:

```
Jobs (Zajtrk<Kosilo<Vecerja, Kava<Caj)
Resources(Salica(1), Lonec(1))
Action (Zajtrk, DURATION:10, USE:Salica(1))
Action (Kosilo, DURATION:15)
Action (Vecerja, DURATION:10, USE:Lonec(1))
Action (Kava, DURATION:30, USE:Salica(1))
Action (Caj, DURATION:15, USE:Lonec(1))
```

- a) (7t) Na zgornjem planu simuliraj algoritem najmanjše časovne rezerve (angl. minimum slack algorithm) in z njim določi plan izvajanja (grafično).
- b) (3t) Ali je algoritem v točki a) našel optimalno rešitev? Če ne, predlagaj boljšo (na pamet, brez simulacije algoritma).

# **Pregled**

#### III. PLANIRANJE in razporejanje opravil

- predstavitev problema
- planiranje s "klasičnim" preiskovanjem prostora stanj
- planiranje s sredstvi in cilji
- planiranje z regresiranjem ciljev
- razporejanje opravil

#### IV. VERJETNOSTNO SKLEPANJE z bayesovskimi mrežami

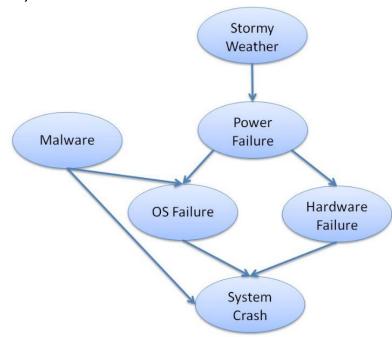
- definicija
- izračun verjetnosti dogodkov
- vprašanja pri verjetnostnem sklepanju
- odvisnosti v bayesovski mreži
- neodvisnosti v bayesovski mreži
- ekvivalenca bayesovskih mrež



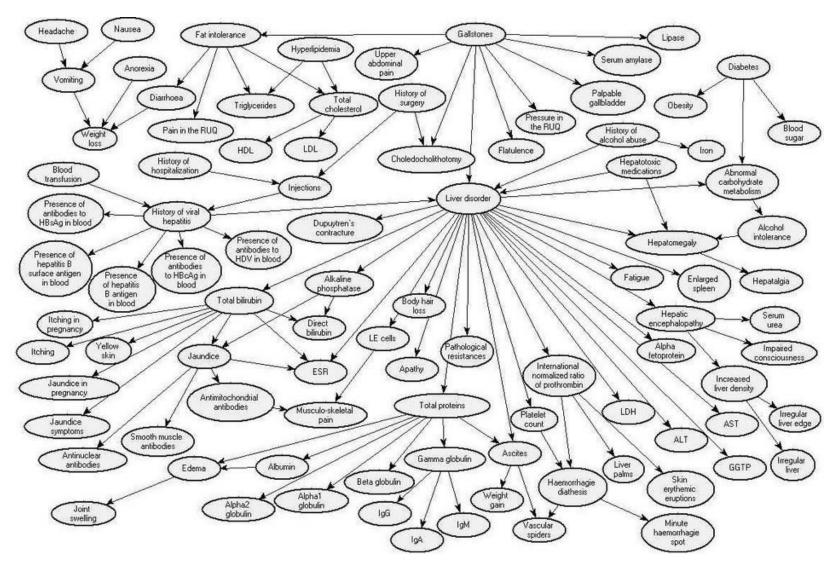
# IV. SKLEPANJE

# Bayesovske mreže

- so verjetnostni model, s katerim predstavimo odvisnosti med slučajnimi spremenljivkami
- pristop za **obravnavo negotovosti** v bazah znanja, ki je matematično dobro utemeljen v verjetnosti
- model je predstavljen z usmerjenim acikličnim grafom:
  - vozlišča: slučajne spremenljivke (dejstva, hipoteze),
  - povezave: odvisnosti med spremenljivkami (vpliv starša na naslednika)
- primeri uporabe:
  - splošno: za predstavitev verjetnostnega znanja in verjetnostno sklepanje
  - medicina: povezave med boleznijo in simptomi (diagnostika), napovedovanje izida operacije
  - ekspertni sistemi: ocenjevanje kvalitete vode, ...
  - sklepanje: kako verjetno so določene trditve, če vemo, da so druge trditve resnične?

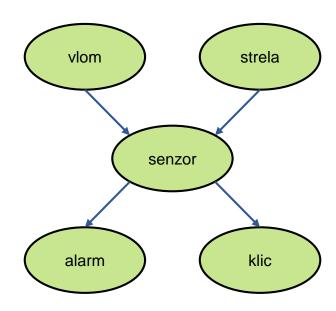


#### Primer iz medicine



# Bayesovske mreže

- stanje sveta povzamemo z vektorjem (logičnih) spremenljivk
- inteligentni agent (program) sklepa na verjetnost resničnosti določene spremenljivke
- upoštevamo lahko, da so določene spremenljivke med seboj neodvisne, kar predstavimo z bayesovsko mrežo, ki odraža te neodvisnosti (nepovezana vozlišča niso odvisna)
- primer:
  - senzor se sproži ob vlomu v hišo
  - včasih lahko tudi udar strele nehoteno sproži senzor
  - senzor ima nalogo, da sproži alarm in izvede opozorilni telefonski klic
- odvisnosti, ki izhajajo iz mreže:
  - senzor je odvisen od vloma in strele
  - alarm je odvisen od senzorja
  - klic je odvisen od senzorja



# Bayesovske mreže

- z zapisom P(X) okrajšamo P(X = true), z zapisom P(XY) pa konjunkcijo
- za opis stanja sveta, ki ima n spremenljivk, bi morali poznati **popolno verjetnostno porazdelitev**  $(2^n 1 \text{ podatkov} \text{možnih stanj vseh logičnih spremenljivk})$ 
  - spremenljivke: V, St, Se, A, K
  - popolna verjetnostna porazdelitev:

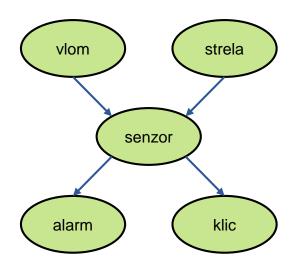
$$P(V St Se A K) = ...$$

$$P(\sim V St Se A K) = ...$$

$$P(V \sim St Se A K) = ...$$

$$P(\sim V \sim St Se A K) = ...$$

- potrebujemo  $2^5 1 = 31$  verjetnosti
- nepraktično ali nemogoče za veliko število spremenljivk



• verjetnost pojubnega dogodka (npr. P(VK)) izračunamo z vsoto vseh kombinacij vrednosti spremenljivk St, Se, A (pozitivna ali negirana) pri vrednostih V = true in K = true.

# Pogojne verjetnosti

ker bayesovska mreža opredeljuje odvisnosti spremenljivk, lahko opredelimo problem samo s
pogojnimi verjetnostmi:

```
P(vlom) = 0,001

P(strela) = 0,02

P(senzor | vlom \land strela) = 0,9

P(senzor | vlom \land \sim strela) = 0,9

P(senzor | \sim vlom \land strela) = 0,1

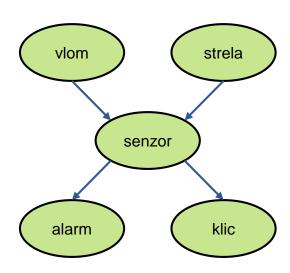
P(senzor | \sim vlom \land \sim strela) = 0,001

P(alarm | senzor) = 0,95

P(alarm | \sim senzor) = 0,001

P(klic | senzor) = 0,95

P(klic | \sim senzor) = 0
```



- podamo torej 10 podatkov namesto  $2^5 1 = 31$
- za spremenljivke, ki niso med seboj odvisne, ne potrebujemo vseh kombinacij verjetnosti:
  - če sta X in Y odvisna, v splošnem velja  $P(XY) = P(X) \cdot P(Y|X)$  (potrebujemo P(Y|X))
  - če sta X in Y neodvisna, velja:  $P(XY) = P(X) \cdot P(Y)$  (P(Y|X) ne potrebujemo, ker zaradi neodvisnosti velja P(Y|X) = P(Y))

# Pogojne verjetnosti

pogojne verjetnosti lahko predstavimo tudi s tabelami pogojnih verjetnosti

P(vlom)	
0,001	

*P(strela)* 0,02

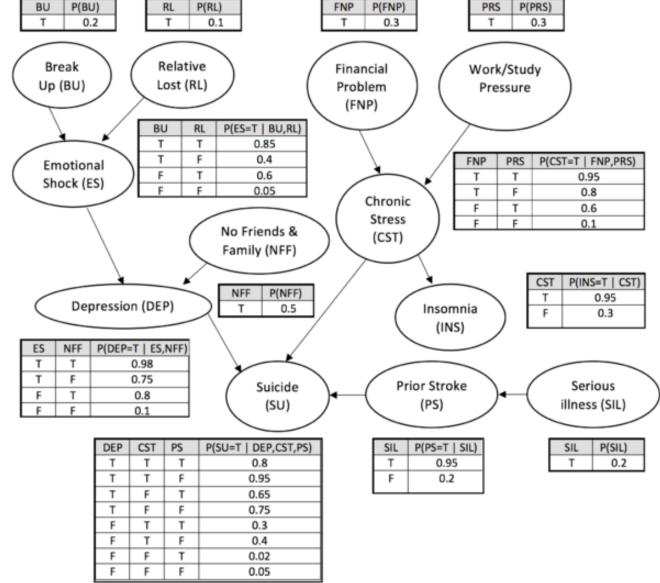
vlom	strela	P(senzor)
true	true	0,9
true	false	0,9
false	true	0,1
false	false	0,001

senzor	P(alarm)
true	0,95
false	0,001

senzor	P(klic)
true	0,95
false	0

 verjetnostni značaj modeliranja z bayesovskimi mrežami: podane verjetnosti nakazujejo, da obstajajo za X tudi drugi, neopredeljeni razlogi, ki niso zajeti v predstavitvi problema s podano mrežo (pri modeliranju se omejimo na relevantne vplivne dejavnike = predpostavka zaprtega sveta)

# Primer s podanimi verjetnostmi



# Izračun verjetnosti dogodka

- s pogojnimi verjetnostmi preprosteje izračunamo verjetnost dogodka iz popolne verjetnostne porazdelitve
- primer: kakšna je verjetnost  $P(V \sim St \ Se \ A \ K)$  ?  $P(V \sim St \ Se \ A \ K) = P(V) \cdot P(\sim St \ Se \ A \ K|V) = P(V) \cdot P(\sim St \ |V) \cdot P(Se|V \sim St) \cdot P(A|V \sim St \ Se) \cdot P(K|V \sim St \ Se \ A)$
- zaradi neodvisnosti, podanih v mreži, velja:

$$P(\sim St|V) = P(\sim St)$$

$$P(A|V \sim St Se) = P(A|Se)$$

$$P(K|V \sim St Se A) = P(K|Se)$$

• torej:

$$P(V \sim St \ Se \ A \ K) = P(V) \cdot P(\sim St \ Se \ A \ K|V) =$$
  
=  $P(V) \cdot P(\sim St) \cdot P(Se|V \sim St) \cdot P(A|Se) \cdot P(K|Se)$   
=  $0,001 \cdot 0,98 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,9 = 0,00075$ 

v splošnem velja:

$$P(X_1X_2 ... X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i|star\check{s}i(X_i))$$

