

Diskretne strukture

Vaje 2

1. Prepričaj se, da so spodnji pari izjavnih izrazov enakovredni. Nalogo reši s pomočjo resničnostine tabele in s poenostavljanjem.

(a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ in $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$

(b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)$ in $\neg p$

(c) $p \Rightarrow (q \Rightarrow (r \Rightarrow (p \wedge q)))$ in 1

(d) $(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg(q \vee r))$ in 0

2. S poenostavljanjem izrazov pokaži, da sta izraza enakovredna:

(a) $(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow r) \Rightarrow (q \vee r)$ in 1,

(b) $p \vee (p \wedge q)$ in $\neg(p \Rightarrow q)$,

(c) $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$ in $(\neg r \vee p) \Rightarrow q \wedge p$.

3. Ali obstaja tak izraz I , odvisen le od spremenljivk p in q , da bo

(a) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge q)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \Rightarrow I)$ protislovje?

(b) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge q)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \Rightarrow I)$ tautologija?

Za vsako možno rešitev poišči vsaj en izraz I .

4. Ali obstaja tak izraz I , v katerem nastopajo spremenljivke p , q in r , da bo

(a) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \vee \neg r) \Rightarrow I)$ tautologija?

(b) izraz $(p \Rightarrow (I \wedge r)) \Leftrightarrow ((q \vee \neg r) \Rightarrow I)$ nevtralen?

5. Določi izjavo I tako, da bo izjava

$$(p \Rightarrow (q \downarrow r)) \vee (I \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r) \uparrow p)$$

tautologija. Dobljeno izjavo čimbolj poenostavi.

6. Poišči izjavni izraz X , ki ima v resničnostini tabeli tak stolpec logičnih vrednosti:

(a) 01000111,

(b) 01010000.

Dobljena izraza poenostavi.

7. Kateri izmed spodaj naštetih naborov izjavnih veznikov so polni?

(a) $\{\Rightarrow, \wedge\}$

(b) $\{\Leftrightarrow, \wedge\}$

(c) $\{\Leftrightarrow, \wedge, 0\}$

(d) $\{\uparrow\}$

(e) $\{\downarrow\}$

(f) $\{A\}$, kjer je $A(p, q, r) \sim p \Leftrightarrow (\neg q \vee \neg r)$

(g) $\{A, 1\}$, kjer je $A(p, q, r) \sim p \Leftrightarrow (\neg q \vee \neg r)$

8. Za tromestni veznik V naj ima $V(p, q, r)$ nasprotno vrednost kot večina od argumentov p, q, r .
- (a) Sestavi resničnostno tabelo za veznik V .
 - (b) Poenostavi izraze $V(p, p, p)$, $V(p, p, q)$, in $V(p, q, \neg q)$.
 - (c) Pokaži, da samo z veznikoma V in \neg ne moremo izraziti izraza $p \wedge q$ (torej da $\{V, \neg\}$ ni poln nabor).
9. Veznik A je definiran s predpisom $A(p, q, r) \sim (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$.
- (a) Samo z veznikom A zapiši izraze 1 , $p \wedge q$ in $p \Rightarrow q$.
 - (b) Kateri izmed naborov $\{A\}$, $\{A, 1\}$, $\{A, 0\}$, $\{A, \Rightarrow\}$, $\{A, \vee\}$ so polni?