FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Física I

Cursos: Licenciatura em Engenharia Mecânica, Eléctrica,Electrónica, Química, Ambiente, Civil e Gestão Industrial

Regente – Félix Tomo
Assitentes – *Fernando Mucomole, Tomásio Januário, Alexandre Dambe, Belarmíno Matsinhe, Graça Massimbe & Valdemiro Sultane*

2023 – Aula Prática # 1 – Vectores e Noções Básicas de Integrais

1. As coordenadas de três pontos são dadas por $A(-2,2,3), B(1,0,-3)$ e $C(1,3,-1)$. Considerando os vectores $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$ e $\vec{b} = \overrightarrow{BA}$, represente estes vectores no sistema cartesiano de coordenadas.

2. Dê as propriedades dos vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tal que sejam válidas as seguintes condições:
- **a)** $\vec{a} \times \vec{b} = 0$;
- **b)** $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$
- **c)** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ e $a^2 + b^2 = c^2$

3. No sistema dextrogiro de coordenadas cartesianas ortogonais, encontrar os seguintes produtos vectoriais: $\vec{\imath} \times \vec{\imath}$; $\vec{\imath} \times \vec{\jmath}$; $\vec{\imath} \times \vec{k}$; $\vec{k} \times \vec{\jmath}$ e $\vec{k} \times \vec{\imath}$.

4. Sejam dados dois vectores $\vec{a} = 2\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - 3\vec{k}$ e $\vec{b} = -3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.
- **a)** Desenhe os referidos vectores num sistema tridimensional (dextrógiro);
- **b)** Aplicando o produto escalar, determine o ângulo entre estes dois vectores;
- **c)** Aplicando o produto vectorial, determine o ângulo entre estes dois vectores e compare com o resultado da alínea anterior;
- **d)** Represente o vector $\vec{c}$ no gráfico em **a)**, sendo $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.
- **e)** Determine os versores dos vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

5. Demonstrar que quando dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tem o mesmo módulo e entre eles formam um ângulo θ, o módulo da soma expressa-se por $S = 2|\vec{a}|\cos(\theta/2)$ e o módulo da diferença por $D = 2|\vec{a}|\sin(\theta/2)$.

6. Sejam dados três vectores $\vec{a} = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 8\vec{k}$ e $\vec{c} = 4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.
- **a)** Comprove a seguinte indentidade: $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}.\vec{b})$.
- **b)** Determine por cálculo directo se há alguma diferença entre os produtos $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ e $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$;
- **c)** Determine os produtos $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}), (\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c}, (\vec{c} \times \vec{a}).\vec{b}$ e verifique se há alguma diferença.

7. Três vectores com magnitudes $|\vec{a}| = 22, |\vec{b}| = 35\ e\ |\vec{c}| = 15$ encontram-se no plano *XY*. O vector $\vec{a}$ forma ângulo de $80°$ com o vector $\vec{b}$ e este por sua vez forma $130°$ com o vector $\vec{c}$. Determine:
- **a)** A magnitude e a direcção (em relação aomenor vector) do vector $\vec{d}$ sendo este o doubro da resultante ($\vec{r}$) dos três vectores.

b) Amagnitude do vector $\vec{f}$ sendo que $\vec{f} = -2\vec{a} + 3\vec{r}$.

8. Quando o vector $\vec{a}$ é adicionado ao vector $\vec{b} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$ resulta num vector orientado ao longo da direcção positiva do eixo *Y* e com magnitude igual à do vector $\vec{b}$. Determine a magnitude do vector $\vec{a}$.

9. Três vectores $\vec{a}, \vec{b}$ e $\vec{c}$ que se encotram no plano XY tem módulos iguais de $50\ m$ e formam ângulos em relação com o eixo Y, de $30°, 195°$ e $315°$ respectivamente. Determine:

a) As magnitudes e a direcções dos vectores $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\ e\ \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

b) Amagnitude e a direção do vector $\vec{f}$ tal que, $(\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{c} + \vec{f}) = 0$.

10. Determine o versor do vector $\vec{a}$ de módulo $a = 20$ que é perpendicular ao vector $\vec{b} = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ e que forma um ângulo de $30°$ com o vector $\vec{c} = 4\vec{k}$.

11. Dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tendo módulos iguais a $10\ unidades$ cada e ângulos $\theta_1 = 30°$ e $\theta_2 = 105°$ são orientados conforme se ilustra na Figura 1. Sendo a sua soma representada por $\vec{r}$, determine:

a) As componentes de $\vec{r}$ nos eixos *OX* e *OY*;

b) O módulo de $\vec{r}$;

c) O ângulo que $\vec{r}$ forma com o eixo *OY* .

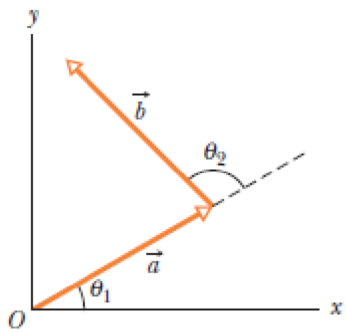

Figura 1.

12. Determine as primitivas das seguintes funções:

a) $f(\theta) = \sin\theta\cos\theta$;

b) $f(x) = e^{-x} + 3$;

c) $f(t) = t^2, sabendo\ que\ F(0) = 3$.

13. Obtenha $\vec{r}(t)$, isto é, um vector $\vec{r}$ dependente da variável t, resolvendo a seguinte expressão:

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t (\vec{v}_0 + \vec{a}t)dt$$

Sendo que, $\frac{d\vec{v}_0}{dt} = 0$ e $\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$;

14. Seja dada a equação $\frac{d\xi}{dt} = b + ct$, onde *b* e *c* são constantes arbitrárias. Sabendo que $\xi(t = 0) = \xi_0$, determine a função $\xi(t)$ para qualquer valor de *t* .

15. Obtenha a energia potencial gravitacional resolvendo a seguinte expressão:

$$\int_0^{E_p} dE_p = \int_\infty^r \frac{mM}{r^2} dr$$

Bom Trabalho