<u>FAEF</u>

Departamento de Física

Disciplina de Física

Aula Pratica # 1 (Suplemetar) – Introdução (Análise Vectoial e Cálculo Integral)

Docente – Dr. Fernando Mucomole

1. As coordenadas de três pontos são dadas por $A(-2, 2, 3), B(1, 0, -3)$ e $C(1, 3, -1)$. Considerando os vectores $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$ e $\vec{b} = \overrightarrow{BA}$, represente estes vectores no sistema cartesiano de coordenadas.

2. Dê as propriedades dos vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tal que sejam válidas as seguintes condições:
   a) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$;
   b) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$
   c) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ e $a^2 + b^2 = c^2$

3. No sistema dextrogiro de coordenadas cartesianas ortogonais, encontrar os seguintes produtos vectoriais: $\vec{\imath} \times \vec{\imath}$; $\vec{\imath} \times \vec{\jmath}$; $\vec{\imath} \times \vec{k}$; $\vec{k} \times \vec{\jmath}$ e $\vec{k} \times \vec{\imath}$.

4. Sejam dados dois vectores $\vec{a} = 2\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - 3\vec{k}$ e $\vec{b} = -3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.
   a) Desenhe os referidos vectores num sistema tridimensional (dextrógiro);
   b) Aplicando o produto escalar, determine o ângulo entre estes dois vectores;
   c) Aplicando o produto vectorial, determine o ângulo entre estes dois vectores e compare com o resultado da alínea anterior;
   d) Represente o vector $\vec{c}$ no gráfico em **a)**, sendo $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.
   e) Determine os versores dos vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

5. Demonstrar que quando dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tem o mesmo módulo e entre eles formam um ângulo θ, o módulo da soma expressa-se por $S = 2|\vec{a}|\cos\left(\theta/_2\right)$ e o módulo da diferença por $D = 2|\vec{a}|\sin\left(\theta/_2\right)$.

6. Sejam dados três vectores $\vec{a} = -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 8\vec{k}$ e $\vec{c} = 4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.
   a) Comprove a seguinte indentidade: $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}.\vec{b})$.
   b) Determine por cálculo directo se há alguma diferença entre os produtos $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ e $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$;
   c) Determine os produtos $\vec{a}.(\vec{b} \times \vec{c}), (\vec{a} \times \vec{b}).\vec{c}, (\vec{c} \times \vec{a}).\vec{b}$ e verifique se há alguma diferença.

7. Quando o vector $\vec{a}$ é adicionado ao vector $\vec{b} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath}$ resulta num vector orientado ao longo da direcção positiva do eixo Y e com magnitude igual à do vector $\vec{b}$. Determine a magnitude do vector $\vec{a}$.

8. Determine o versor do vector $\vec{a}$ de módulo $a = 20$ que é perpendicular ao vector $\vec{b} = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ e que forma um ângulo de 30° com o vector $\vec{c} = 4\vec{k}$.

9. Dois vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tendo módulos iguais a $10\,unidades$ cada e ângulos $\theta_1 = 30°$ e $\theta_2 = 105°$ são orientados conforme se ilustra na Figura 1. Sendo a sua soma representada por $\vec{r}$, determine:
   - **a)** As componentes de $\vec{r}$ nos eixos OX e OY;
   - **b)** O módulo de $\vec{r}$;
   - **c)** O ângulo que $\vec{r}$ forma com o eixo OY .

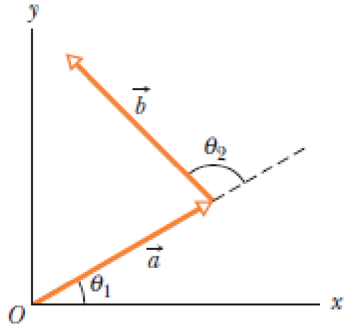

Figura 1.

10. Determine as primitivas das seguintes funções:
    - **a)** $f(\theta) = \sin\theta\cos\theta$;
    - **b)** $f(x) = e^{-x} + 3$;
    - **c)** $f(t) = t^2, sabendo\ que\ F(0) = 3$.

11. Obtenha $\vec{r}(t)$, isto é, um vector $\vec{r}$ dependente da variável t, resolvendo a seguinte expressão:

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t (\vec{v}_0 + \vec{a}t)dt$$

Sendo que, $\frac{d\vec{v}_0}{dt} = 0$ e $\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$;

12. Seja dada a equação $\frac{d\xi}{dt} = b + ct$, onde b e c são constantes arbitrárias. Sabendo que $\xi(t = 0) = \xi_0$, determine a função $\xi(t)$ para qualquer valor de t .

Bom Trabalho