DISCIPLINA – FÍSICA

CURSO – AGROECONOMIA E EXTENSÃO AGRARIA

Docente da Disciplina de Física –

1. **Guambe,** Francisco José, PhD;
2. **Mucomole,** Fernando Venâncio, Ms.C;
3. **Mucavele,** Bernardino da Conceição, Bs.C

Tema 1 – INTRODUÇÃO

Sumario –

- Introdução a analise vetorial. Vetores;
- Conceito de direcção orientada;
- Escalar e vetores;
- Soma e diferença de vetores;
- Produto escalar;
- Produto vetorial.

NOTA IMPORTANTE

Estas notas teóricas são apenas para o uso na Cadeira de Física, leccionada aos estudant Faculdade de Agronomia e Engenharia Florestal, no 1° Ano, 1° Semestre durante o ano Le de 2021, pelo Grupo da Disciplina de Física mencionado anteriormente. As mesmas poderã usado para outros fins mediante a autorização previa dos autores. (*pp.* 1-11)

email: fernando.mucomole@uem.mz

INTRODUÇÃO A ANALISE VETORIAL. VETORES

Vetores

Na natureza, em estudos da ciência e engenharia, sempre precisamos conhecer a locali: de um corpo ou objeto para isso recorremos técnicas de análise vetorial e a geómetra ana que fornecem a notação mais conveniente, ao longo da direcção onde de encontra orient objeto.

Direcção orientada

O deslocamento de um corpo pode se efetuar em sentido positivo ou negativo, mas podermos identifica-lo e necessário uma referencia que é **um eixo**.

Eixo e uma linha escolhida, orientada para o sentido positivo.

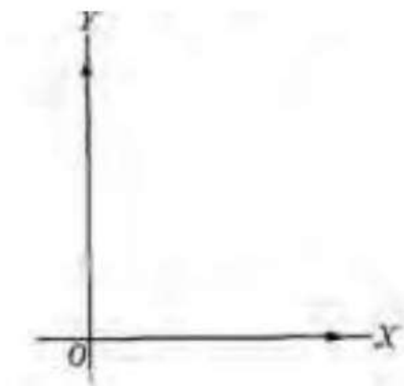


Figura 1 – eixos coordenados orientados

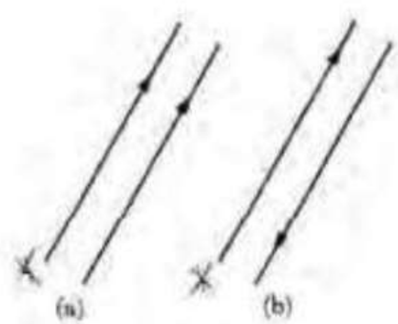


Figura 2 – Direções orientadas no mesmo sentido e em sentidos opostos.

O **sentido positivo** e indicado por **uma seta**,

Tal que a **direcção orientada,** e aquela definida por um alinha ou eixos orientados.

Linhas paralelas num mesmo sentido definem a direcção orientada **naquele sentido**, enc que linhas paralelas orientadas em sentidos opostos definem direções orientas em **ser oposto**.

Uma direcção orientada pertencente a um plano poderá ficar perfeitamente determinada p angulo formando por exemplo entre um eixo de referencia.

Escalar e vetores

Gradezas físicas na maioria dos casos, ficam definidos por um valor numérico referido a unidade convenientes (escalares).

Escalar (representado como A), e uma grandeza física ou generalizada, sem dimensã sentido.

Por exemplo: o volume, o tempo, a temperatura, a massa, a carga eléctrica, a energia, etc

Vetores (representado como $\vec{A}$), são grandezas físicas com direcção sentido e m usualmente representadas por vetores. Por exemplo: o deslocamento, a velocida aceleração, a forca o torque a quantidade de movimento, etc.

Vetor unitário $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}\ e\ \vec{k})$, e um vector cujo o modulo e a unidade.

$$\vec{V} = \vec{u}V$$

Um vector procedido de sial menos representa um outro vector que tem o mesmo modul mesma direcção e sentidos opostos.

$$\vec{V} = \lambda\vec{V}$$

Soma de vetores

Considerando dois corpos que se deslocam de A para b, a soma vetorial do deslocamento

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$$

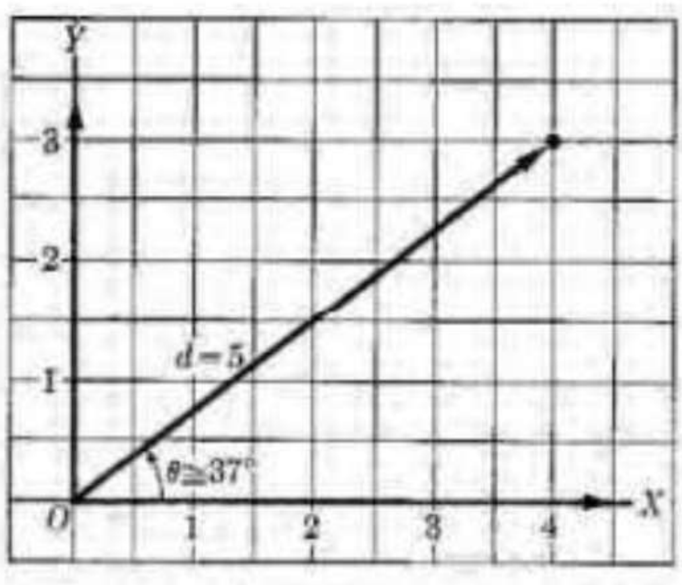


Figura 3 – Deslocamento e uma grandeza vetorial

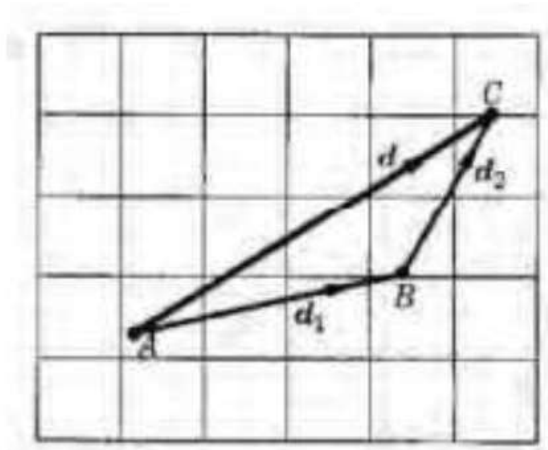


Figura 4 – Soma vetorial de dois deslocamentos.

Propriedade

A soma de dois vetores e **comutativa,** isto e

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

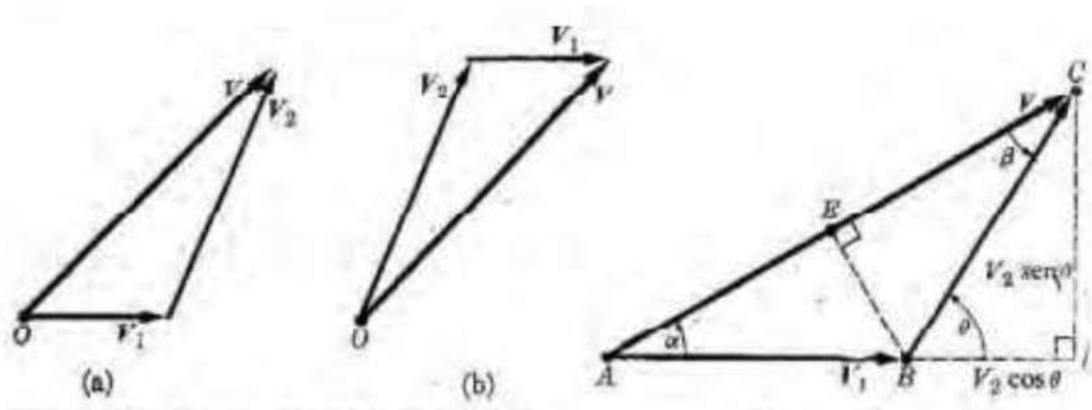


Figura 5 – A soma vetorial é comutativa

O módulo de $\vec{V}$ e dado como,

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

Com combinação de ângulos,

$$\frac{\vec{V}}{\sin\theta} = \frac{\vec{V}_1}{\sin\beta} = \frac{\vec{V}_2}{\sin\alpha}$$

Caso $V_1\ e\ V_2$, sejam perpendiculares então são validas as relações,

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

Tal que,

$$\tan\alpha = \frac{V_2}{V_1}$$

Diferença de vetores

A diferença de vetores e obtida somando o primeiro com negativo (oposto) do segundo vector

$$\vec{D} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$$

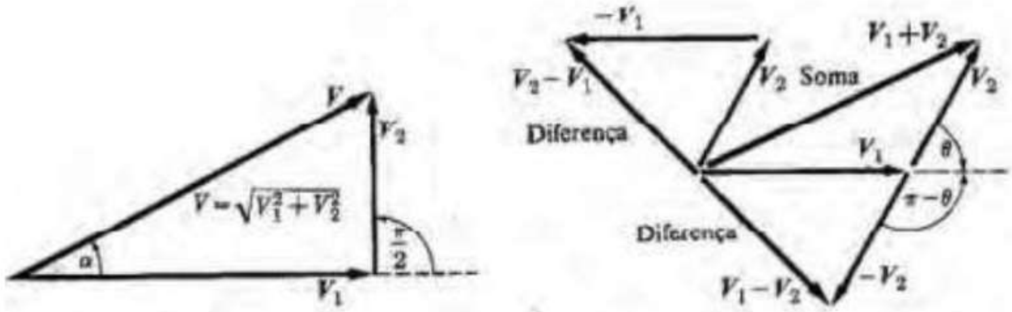


Figura 6 – A diferença entre vetores e anti comutativa

Propriedade

A diferença de vetores e anti comutativa, e o modulo da diferença $D = V_2 - V_1$,

$$D = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos\theta}$$

A soma de vários vetores

O vector soma representado em um segmento de recta que une a origem ao primeiro c extremidade do ultimo e,

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \cdots$$

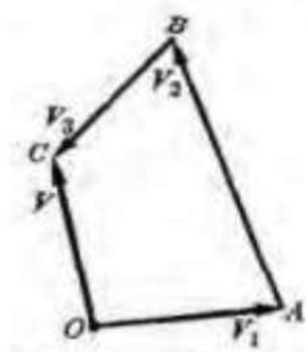


Figura 7 – A soma de vários vetores

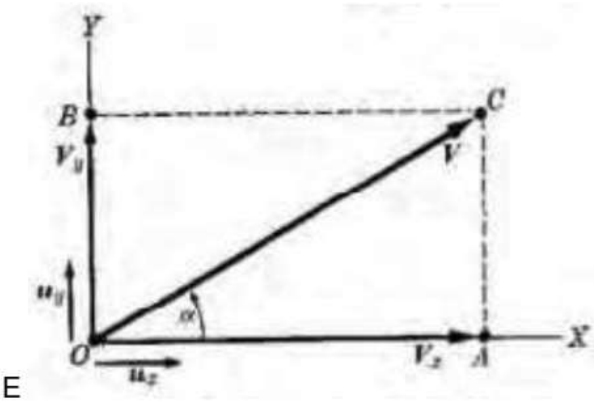
Componentes de um vector

O vector V pode ser dado como a soma de dois vetores, cuja a forma

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

Com as componentes,

$$\vec{V}_x = \vec{V}\cos\alpha \;\; e \;\; \vec{V}_y = \vec{V}\sin\alpha$$



E

Figura 8 – Componentes ortogonais de um vetor plano

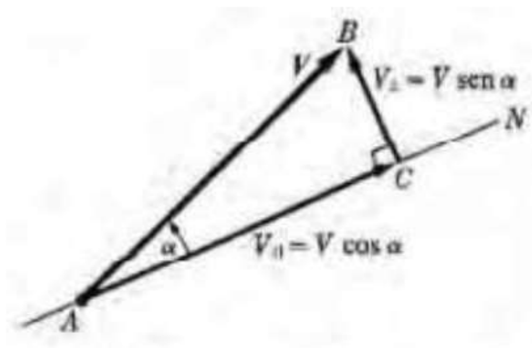


Figura 9 – Componentes de um vetor em uma direcção qualquer

Caso de três vetores unitários, o vector V, tem a forma

$$\vec{V} = \vec{i}V_x + \vec{j}V_y + \vec{k}V_z$$

Cujo modulo é,

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

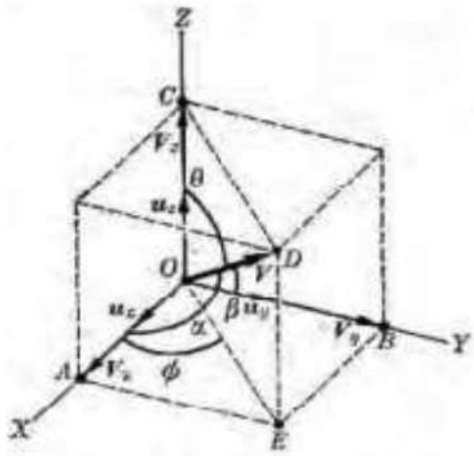


Figura 10 – Componentes ortogonais de um vetor em três dimensões

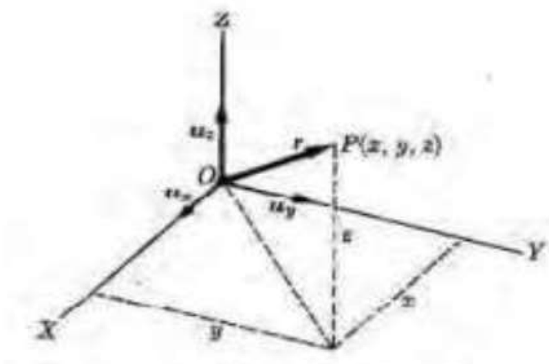


Figura 11 – O vetor posição

No espaço existem três componentes ortogonais dadas por: $\vec{V}_x, \vec{V}_y \ e \ \vec{V}_z$

Tal que,

$$V_x = V \sin\theta \cos\phi$$

$$V_y = V \sin\theta \sin\phi$$

$$V_z = V \cos\theta$$

Podemos tomar em conta que,

$$cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\theta = 1$$

Aqui $\cos\alpha$, $\cos\beta \ e \ \cos\gamma$ são os chamados cossenos diretores. O caso de uma partícula de um vetor tridimensional e o vetor posição $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$, escrita em termos de coordenas $(x, y \ e \ z)$.

$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = \vec{\imath}x + \vec{\jmath}y + \vec{k}z$$

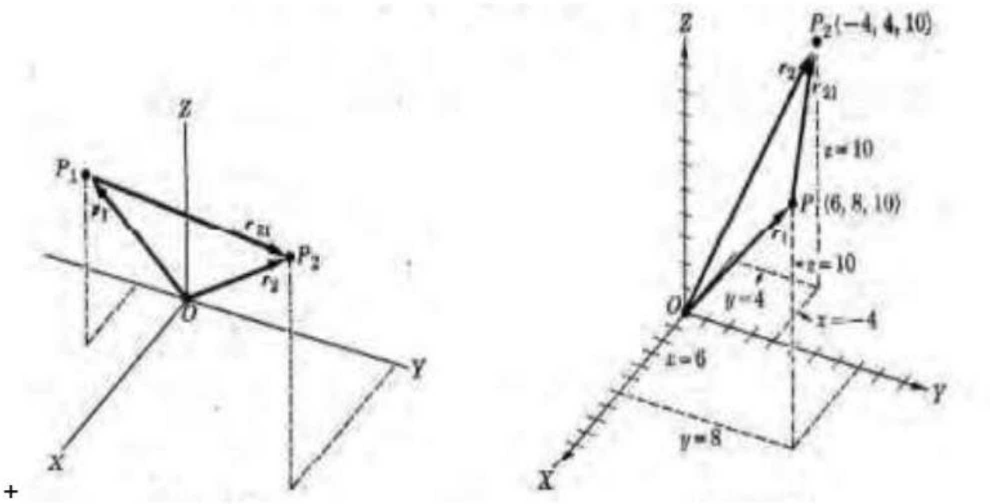


Figura 12 – O vetor posição generalizado

O vector posição relativo a dois pontos e,

$$r_{21} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Produto escalar (interno) e Produto vetorial (externo)

Produto escalar (interno)

O Produto escalar (interno) de dois vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$, representado por $\vec{A}.\vec{B}$ (lê-se A escalar B) e definido como,

$$\vec{A}.\vec{B} = A.B\cos\theta$$

Se dois vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$ formam um angulo $\theta = 0$,

$$\vec{A}.\vec{B} = A.B$$

Caso trate-se de vetores iguais,

$$\vec{A}.\vec{A} = A^2$$

Se dois vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$ são perpendiculares $\left(\frac{\pi}{2}\right)$, então

$$\vec{A}.\vec{B} = 0$$

Propriedade

O produto escalar e **comutativo**

$$\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$$

O produto escalar e **distributivo,**

$$\vec{C}(\vec{A} + \vec{B}) = \vec{C}\vec{A} + \vec{C}\vec{B}$$

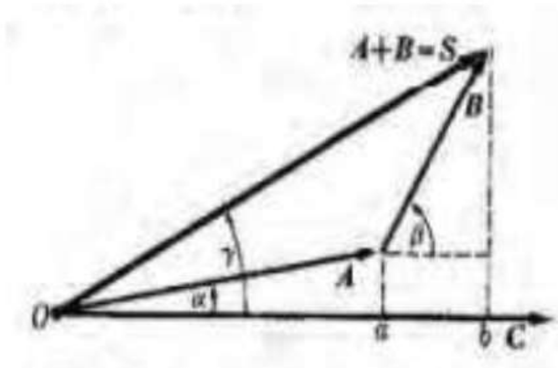


Figura 13 – O produto escalar e distributivo

O produto escalar entre quaisquer vetores unitários $\vec{\imath}, \vec{\jmath}\ e\ \vec{k}$ e,

$$\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\jmath}.\vec{\jmath} = \vec{k}.\vec{k} = 1$$

$$\vec{\imath}.\vec{\jmath} = \vec{\jmath}.\vec{k} = \vec{k}.\vec{\imath} = 1$$

Tal que o produto escalar pode ser calculado como,

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

O resultado tem muitas aplicações, observe que,

$$A^2 = \vec{A}.\vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

Produto vetorial (externo)

O Produto vetorial (externo) de dois vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$, represenntado por $\vec{A}.\vec{B}$ (lê-se A vetor B), muitas das vezes e fácil encontra aa direcção por intermedio da regra da mão direita, dos dedos esticados e na maioria dos casos como a orientação das roscas do parafuso da roca direita

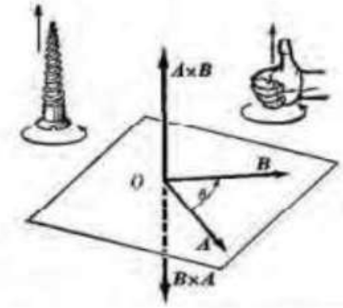


Figura 14 – Posições relativas dos vetores no produto vetorial

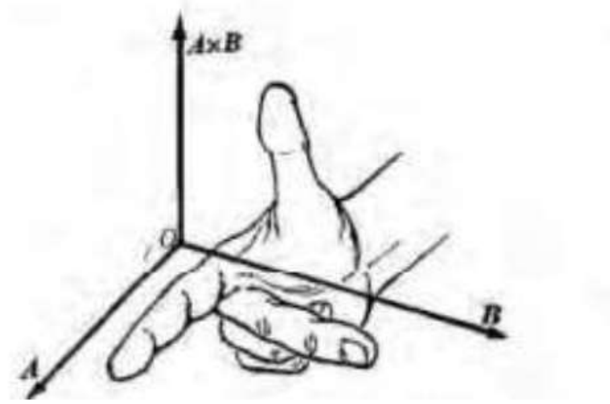


Figura 15 – Regra da mão direita para o produto vetorial

O seu modulo e definido como,

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = A.B \sin\theta$$

Da definição de produto vetorial,

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

Propriedades

O sentido de rotação do parafuso e invertido quando a ordem dos dois vetores e muda de modo que o produto vetorial e **anti comutativo**.

Se dois vetores são paralelos, $\theta = 0, \sin\theta = 0$ e $\vec{A} \times \vec{B} = 0$, entretanto este e o resultado para a condição e paralelismo.

O produto vetorial e igual a área do paralelogramo formado pelos vetores ou seja e igual ao dobro da área do triangulo formado pelos vetores resultante.

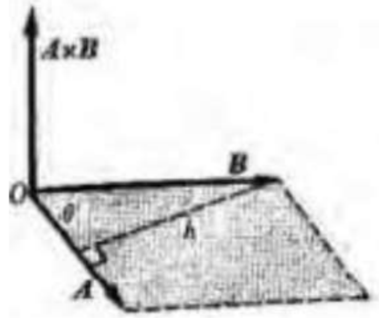


Figura 15 – O produto vetorial e equivalente a área do paralelogramo definido pelos dois vetores.

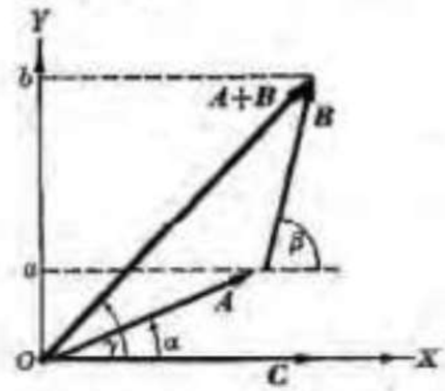


Figura 15 – O produto vetorial e distributivo.

$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = Ah = Area\ do\ Paralelogramo$$

O produto vetorial goza de propriedade **distributiva**,

$$\overrightarrow{C \times} \left(\vec{A} + \vec{B}\right) = \vec{C} \times \vec{A} + \vec{C} \times \vec{B}$$

Os produtos vetoriais entre vetores unitário,

$$\vec{\imath} \times \vec{\jmath} = -\vec{\jmath} \times \vec{\imath} = \vec{k}$$

$$\vec{\jmath} \times \vec{k} = -\vec{k} \times \vec{\jmath} = \vec{\imath}$$

$$\vec{k} \times \vec{\imath} = -\vec{\imath} \times \vec{k} = \vec{\jmath}$$

$$\vec{\imath} \times \vec{\imath} = \vec{\jmath} \times \vec{\jmath} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

O produto vetorial será,

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{\imath}\left(A_y B_z - A_z B_y\right) + \vec{\jmath}(A_z B_x - A_x B_z) + \vec{k}\left(A_x B_y - A_y B_x\right)$$

Também, pode ser representada na forma mais compacta,

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}=\vec{\imath}\left(A_yB_z-A_zB_y\right)+\vec{\jmath}(A_zB_x-A_xB_z)+\vec{k}\left(A_xB_y-A_yB_x\right)$$

Com $|\vec{\jmath}|=-\vec{\jmath}$