UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

FíSICA

Faculdade de Agronomia e Engenharia Florestal

Curso: Agro-Economia e Extensão Agrária

- **Tema # 3 _ Dinâmica de uma partícula**
  - **3.1. Massa e Peso.**
  - **3.2. Segunda lei de Newton.**
  - **3.2.1. Quantidade de movimento.**
  - **3.2.2. Princípio de conservação da quantidade de movimento.**
  - **3.3. Impulso linear de uma força.**
  - **3.2.1. Teorema de impulso linear.**
  - **3.4. Colisões**

Fernando V. Mucomole

- # Introdução: Força e movimento

- A **dinâmica** ocupa-se ao estudo da relação entre o movimento e as suas causas- as forças: acção ou efeito que um determinado objecto pode sofrer podendo ter uma deformação, variar sua trajectória ou em geral, experimentar uma aceleração.

- Usa-se a dinâmica para prever o movimento causado pelas forças aplicadas ao objecto, ou para determinar as forças necessárias para produzir um determinado tipo de movimento.

- Ela está assente em três leis de movimento estabelecidas por Newton (mecânica classica):

- Primeira lei de Newton (lei da inércia): Se a resultante de todas as forçasque actuam sobre um objecto for nula, o corpo estará em repouso, ou em movimento rectilíeo uniforme.

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_N = 0$$

- Segunda lei de Newton (equação do movimento): Um objecto que sofre a acção de uma força resultante diferente de zero, adquire uma aceleção proporcional à força aplicada e na mesma direcção e sentido.

$$\vec{F}_r = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (2) \qquad \text{ou}$$

$$\vec{F}_r = m\vec{a} \qquad (2')$$

- Terceira lei de Newton (acção-reacção): Se sobre um corpo A actuar uma força como resultado da interacção com um outro corpo B, simultaneamnete sobre o objecto A actuará uma força de igual magnitude e direcção, mas de sentidos opostos.

$$\frac{d}{dt}(m_A\vec{v}_A) = -\frac{d}{dt}(m_B\vec{v}_B), ou$$

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A} \qquad (4)$$

- A mecânica newtoniana é considerada caso especial da mecânica relativista
- (que obedece a lei de relatividade restrita de Einstein)

- em que os objectos movem-se com velocidades relativamente muito baixas em relação à velocidade da luz e da mecanica quântica, a qual é aplicada para objectos muito pequenos como átomos ou electrões

- **Massa e Peso**

- Todo o objecto material é constituído por átomos (ex: átomo de hidrogénio) os quais se agrupam em moléculas (ex: molécula de H_2O).

- Os átomos por sua vez são constituídos por um núcleo (com protões e neutrões) e electrões que orbitam em torno do núcleo segundo determiadas regras.
- A massa de um determinado objecto refere-se a quantidade de substância que compõe esse objecto (a soma da massa de todos os átomos que compõem o objecto):

$$M = \sum_{i=1}^{N} m_{atomo,i} = \sum_{i=1}^{M} m_{Protão,i} + \sum_{i=1}^{M} m_{electrão,i} + \sum_{i=1}^{L} m_{Neutrão,j}$$

$m_p = 1{,}673 \times 10^{-27} kg$, $m_e = 9{,}11 \times 10^{-31}$kg e $m_n = 1{,}674 \times 10^{-27} kg$

A massa é a mera da inércia de um corpo: quanto maior for a massa, maior será a resistência do corpo a ser acelerado.

A unidade internacional da massa é o kg, cujo padrão (barra cilíndrica de Platina e Irídio) está guardado bem Sévres, na França.

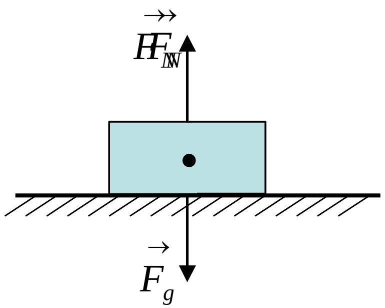
Em Física nuclear e atómica a unidade padrão conveniente é a unidade unificada de massa atómica (u):

$$1\,u = 1.660540 \times 10^{-27}\,kg$$

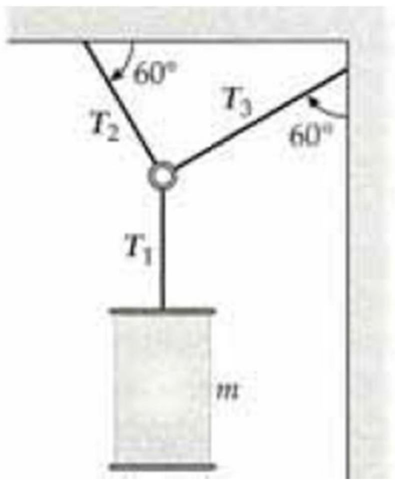
Objectos de diferentes massas agindo sobre eles força de determinada intensidade, receberão acelerações diferentes.

- **Peso:** o peso é a força que determinado objecto exerce, perpendiculramente, sobre uma superfície de sustentação (a & c) ou sobre ponto de suspensão (b). O peso nunca actua sobre o póprio objecto e nem sempre é igual a força de gravidade.

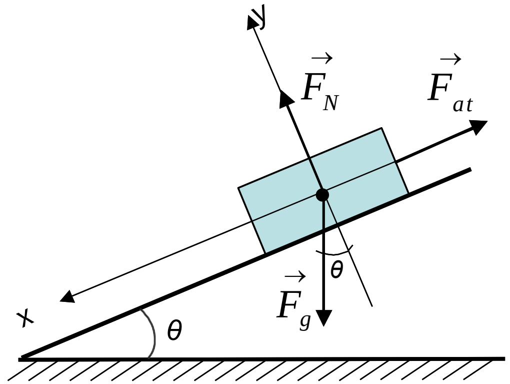
(a)



(b)



(c)



- Calculemos o peso do objecto para cada uma das 3 situações.

$(a)\ F_N - P = 0$ (3ª lei de Newton) e

$F_N - F_g = 0$ (1ª lei de Newton). Logo,

$$P = mg$$

$(b)\ T_1 - P = 0$ (3ª lei de Newton) e

$T_1 - F_g = 0$ (1ª lei de Newton). Consequentemente,

$$P = mg$$

$(c) F_N - P = 0$ (3ª lei de Newton) e

$F_N - F_g cos(P) = 0$. Logo,

$$P = mgcos(P)$$

- **Algumas forças mecânicas especiais**

- Força gravidade $(\vec{F}_g)$:força que a Terra exerce sobre determinado objecto;

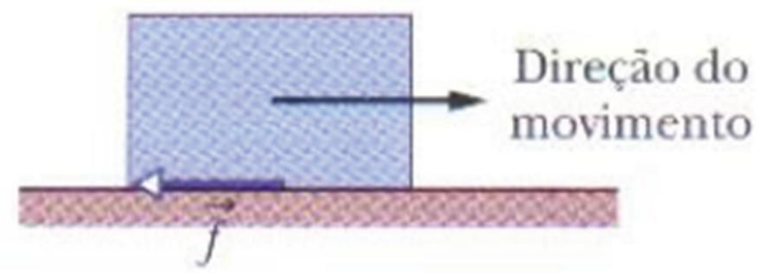
- Força normal $(\vec{F}_N)$: força que a superfície de sustentação exerce sobre um objecto, em reacção ao peso que o objecto exerce sobre a superfície. É uma força de contacto e é sempre perpendicular à superfície;

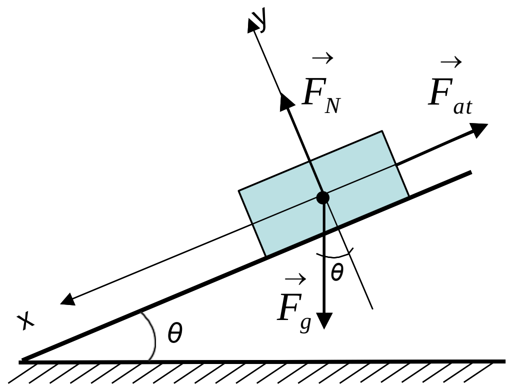
- Força de atrito $(\vec{F}_{at})$: força de contacto entre um objecto e a superfície em que este está apoiado. Actua paralelamente à superfície no sentido oposto ao da tendência do movimento do corpo.

Entre as duas forças de contacto (normal e de atrito) é válida a seguinte equação material:

$$F_{at} = \mu F_N$$

μ – coeficiente de atrito dependente da natureza dos materiais e estado das superfícies.

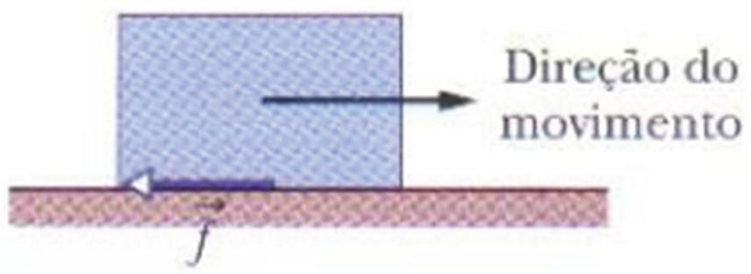


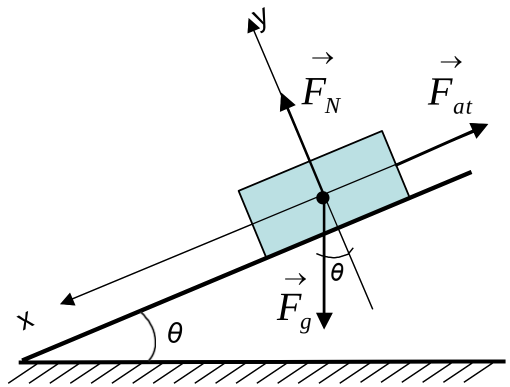


Numa superficie completamente lisa o atrito é desprezível.

Distingue-se o atrito estático-força de atrito que actua enquanto o objecto está em repouso, ela aumenta com o aumento da força aplicada, sendo máxima no limiar do movimento:

- Força de atrito $(\vec{F}_{at})$: força de contacto entre um objecto e a superfície em que este está apoiado. Actua paralelamente à superfície no sentido oposto ao da tendência do movimento do corpo;



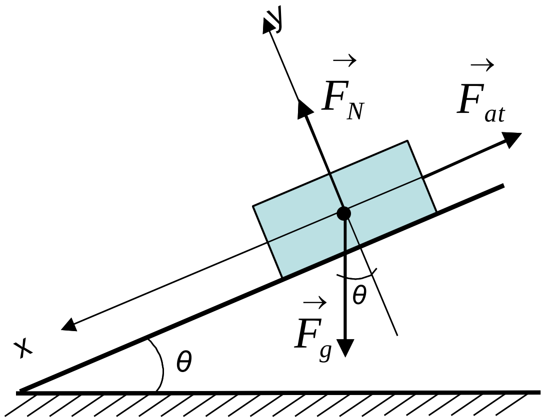


$$F_{at,e,max} = \mu_e F_N$$

- Uma vez iniciado o movimento a força de atrito reduz ligeiramente, passando a ser de atrito cinético:

$$F_{at,c} = \mu_c F_N$$

- Exemplo 1: Um bloco de massa m desliza à velocidade constante sobre um plano inclinado que forma um ângulo θ com a horizontal. Avalie o coeficiente de atrito cinético.



$$\vec{F}_g + \vec{F}_N + \vec{F}_{at} = 0$$

Projectemos esta equação nos eixos de coordenada (veja que o eixo x foi escolhido para baixo e y cima):

$$\begin{cases} x:\ F_{g,x} - F_{at} = 0 \\ F_N - F_{g,y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x:\ mg\sin\theta - F_{at} = 0 \quad y: \\ y:\ F_N - mg\cos\theta = 0 \end{cases}$$ e

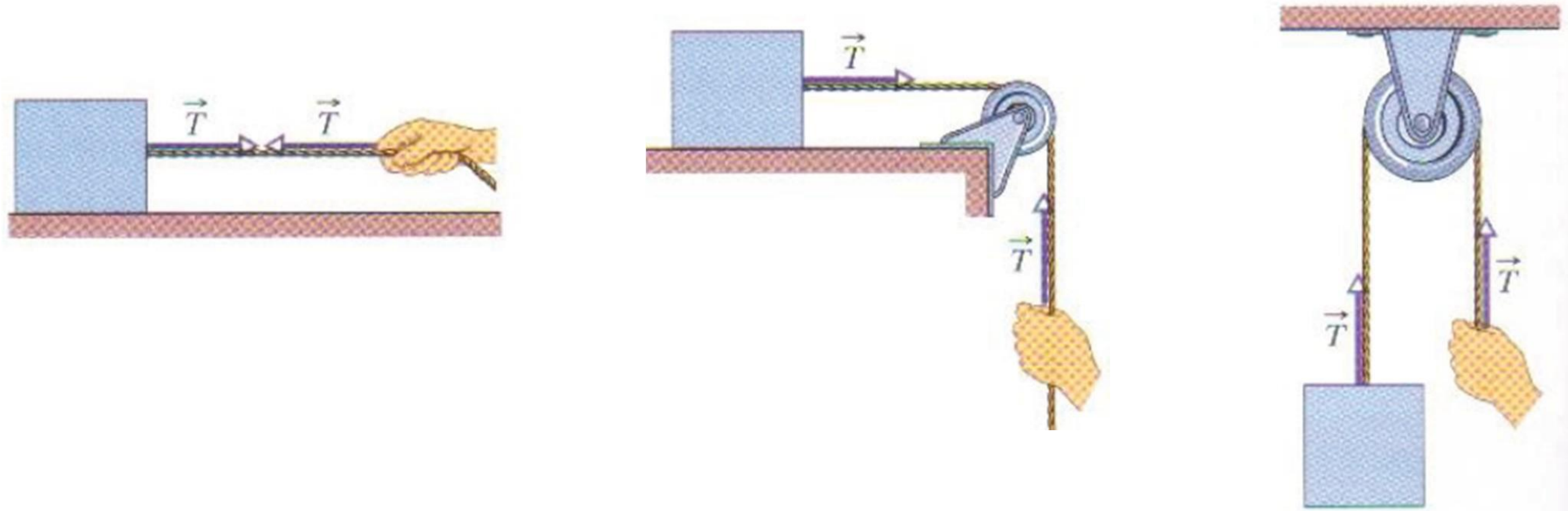
$$F_{at} = \mu_c F_N \Rightarrow \{ x:\ mg\sin\theta - \mu_c mg\cos\theta = 0$$

—

ou

$$\tan\theta = \mu_c$$

- Tracção (Tensão num cabo): Quando uma corda está sob tensão, cada extremidade exerce força sobre o objecto.



- Força elástica: força de reacção exercida por objectos com propriedades elásticas a objectos que tendem a comprimi-los (compressão) ou elonga-los (tracção). Quando a elongação é proporcional a força aplicada, tem lugar a lei de Hooke:

$$F_{el} = kx$$

$$x = |l - l_0| \; ;$$

- l e l_0 – é, respectivamente, a dimensão final e inicial do objecto elástico e
- k – constante elástica que depende da natureza dos materiais que compõem a mola, bem como do comprimento da mola e da espessura das espiras.

• Força de arrasto e velocidade terminal

Quando um objecto move-se num determinado fluído (líquido ou gás), o objecto experimenta uma foça de arrasto ($\vec{F}_{arrast.}$), representada muitas vezes por $\overrightarrow{D}$ (drag force na lingua inglesa).

A força sendo de resistência ao movimento, é oposta ao movimento relativo.

Para corpos com configuração esférica, movendo à velocidade relativa pequena temos:

$$D = 6\pi\eta r v \; (lei\ de\ Stockes)$$

r–raio da partícula, η–coeficiente de viscosidade e v – velocidae relativa.

- Em geral, sobre um corpo que se move num fluído viscoso sob a acção de uma força constante $\vec{F}$, a equação do movimento (2a lei Newton) é:

$$F - D = ma$$

Ex: Obter a velocidade, em função do tempo, de uma partícula que se move em linha recta através de um fluído viscoso. Suponha que D seja proporcional à velocidade ($D = K\eta v$).

Primeiro vamos escrever a lei do movimento:

$$m\frac{dv}{dt} = F - K\eta v$$

$$m\frac{dv}{dt} = F - K\eta\text{v}$$

- ou

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F - K\eta v}{m} = -\frac{K\eta}{m}\left(v - \frac{F}{K\eta}\right) \leftrightarrow dv = -\frac{K\eta}{m}\left(v - \frac{F}{K\eta}\right)dt$$

- ou

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{\left(v - \frac{F}{K\eta}\right)} = -\frac{K\eta}{m}\int_{t_0}^{t} dt$$

$$ln\left(\frac{v - \frac{F}{K\eta}}{v_0 - \frac{F}{K\eta}}\right) = -\frac{K\eta}{m}t \;\; ou \;\; \frac{v - \frac{E}{K\eta}}{v_0 - \frac{F}{K\eta}} = e^{-\frac{K\eta}{m}t}$$

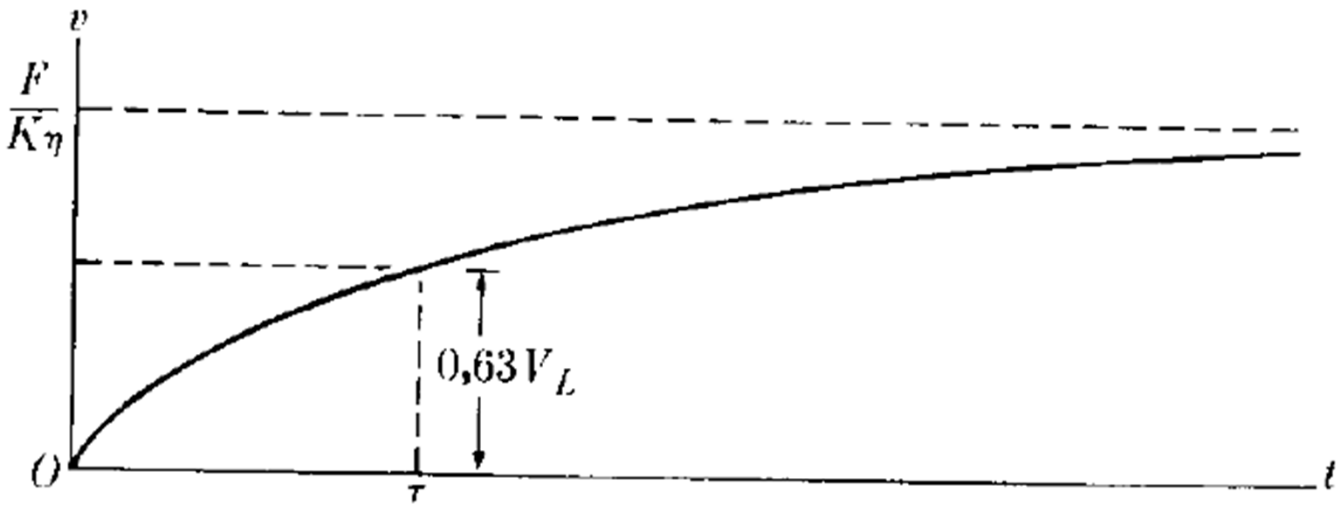
- ou

$$v(t) = \frac{F}{K\eta} + \left(v_0 - \frac{F}{K\eta}\right)e^{-\frac{K\eta}{m}t}$$

O segundo termo decresce muito rapidamente, pelo que pode-se desprezar, e a velocidade limite será:

- $v_L = \frac{F}{K\eta}$ e é independente da velocidae inicial.

- Para $v_0 = 0, v(t) = \frac{F}{K\eta}\left(1 - e^{-\frac{K\eta}{m}t}\right)$



- Para velocidades suficientemente consideráveis capazes de provocar turbulência, a dependência relativamente à velocidade é quadrática:

$$D = \frac{1}{2} C\rho A v^2$$

- C- coeficiente de arrasto; ρ- densidae do fluído e A – área de secção recta. Um corpo ao movimentar-se verticalmemte num determinado fluído sofre a acção da força de gravidade e a de arrasto (desprezando a impulsão). Nesse movimento, o aumento da velocidade implica aumento de D.
- Passado algum tempo o movimento deixa de ser acelerado devido ao equilíbrio enre as duas forças. A velocidade constante desse movimento denomina-se velocidade terminal:

$$D - mg = 0 \leftrightarrow \frac{1}{2} C\rho A v^2 - mg = 0 \leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

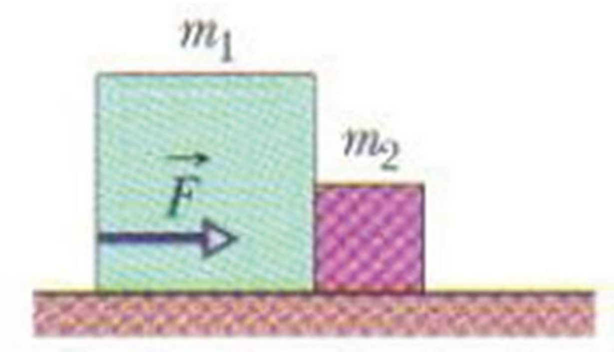
Os animais, esquiadores e paraquedistas usam eficientemente seu corpo para variar D de acordo com as circunstâncias.

Estratégias para resolver problemas típicos da dinâmica

- ✓ Esquematizar o problema apresentado (desenho);
- ✓ Representar todas as forças que actuam sobre o(s) objecto(s). Represente através das origens das forças para evitar indicação de uma mesma força com nomes diferentes;
- ✓ Escrever equação vectorial que traduz a lei de Newton a aplicar de acordo com a classificação do problema;
- ✓ Projectar nos eixos de coordenada a equação escrita no ponto anterior.
- ✓ Ressolver a equação ou sistema de equações e analisar a solução.

Exemplo:

- Dois blocos estão em contacto numa mesa horizontal e completamente lisa. Uma força $\vec{F}$ é aplicada ao corpo da esquerda. (a) Se $m_1 = 2.3\,kg$; $m_2 = 1.2\,kg$ e $F = 3.2\,N$, determine o módulo da força que actua entre os blocos.



- Representemos todas as forças que agem sobre cada um dos objectos não se esquecendo da que cada um dos objectos age sobre o outro (acção-reacção). Comecemos por alínea a):
- Para m_1 temos:

$$\begin{cases} x: F - F_{2,1} = m_1 a \\ y: F_{N1} - m_1 g = 0 \end{cases}$$

- Para m_2 temos

$$\begin{cases} x: F_{1,2} = m_2 a \\ y: F_{N,2} - m_2 g = 0 \end{cases}$$

- Usemos as equações em x para resolver o problema, já que não se pede a força normal e a força de atrito é nula:

$$\begin{cases} x: \ F - F_{2,1} = m_1 a \\ x \ : F_{1,2} = m_2 a \end{cases}$$

Somando estas duas equações achamos a aceleração, e com ela determinaremos as forças de contacto ($F_{1,2}/F_{2,1}$).

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} \quad \text{e} \quad F_{1,2} = m_2 \frac{F}{m_1 + m_2} = 1{,}2 \frac{3{,}2}{2{,}3 + 1{,}2}$$

$$= 1{,}097 \approx 1.1 \text{ N}$$

Quantidade de movimento

- **Quantidade de movimento,** também conheccida por momeneto linear, é uma grandeza vectorial $\vec{p}$ dada pela expressão:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- A direcção e esentido de $\vec{p}$ é definida pela direcção e sentido do vector velocidade. Esta grandeza dá informação de maior qualidade do que a velocidade.
- Exemplo: dois automóveis de massas diferentes e movendo-se à mesma velocidade, para iguais intervalos de tempoexperimenta-se diferentes variações da quantidade de movimento, sendo por isso mais difícil acelerar ou travar o carro de maior massa.
- A quantidade de movimento expressa-se em kg.m/s.
- A taxa de variação temporal da quantidade de movimento é igual a resultante das forças que actuam sobre a partícula e tem a mesma orientação que a força:

$$\vec{F}_r = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \text{ caso } \vec{v} \text{ seja constante}$$

$\vec{v}$ muda se existir força e se esta não existir, $\vec{p}$ será constante.

• Conservação da quantidade de movimento

- Quando a força resultante externa aplicada a um objecto é nula, a quantidade de movimento desse objecto será constante.
- Ou Para um sistema isolado a quantidade de movimento permanece constante:

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} \rightarrow$$

- Se a força externa total exercida é nula,
- então a quantidade de movimento é constante:

$$\vec{p} = constante$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

- Esta formulação constitui a lei de conservação da quantidade de movimento.

- O que acontece se a partícula não é isolada? Suponhamos que a partícula A interage com a partícula B e ambas estão isoladas do resto do universo.
- Neste caso a quantidade de movimento do conjunto será conservado:

$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f}$$

- A quantidade de movimento de um sistema composto de duas partículas sujeitas apenas às suas interacções mútuas permanece constante. Generalizando, a conservação da quantidade de movimento implica:

- $\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} + \cdots + \vec{p}_{N,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f} + \cdots + \vec{p}_{N,f}$

• Impulso linear de uma força

- Chama-se de impulso à variação da quantidade de movimento num dado intervalo de tempo:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1)$$

Usando a segunda lei de Newton na sua forma mais geral (teorema do momento linear)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext.}$$

- Conclui-se $\Delta\vec{p} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}_{ext.} dt$ - representa o efeito da força ao longo do tempo. Para força externa constante:

- $\Delta\vec{p} = \vec{F}_{ext.}(t - t_0)$se a força externa resultante for constante

- **Colisões**

- Numa colisão a força exercida sobre o objecto é de curta duração, mas as intensidades das forças envolvidas são elevadas, tal que a quantidade de movimento muda bruscamente. Distinguem-se dois tipos de colisões ou choques: inelásticas e elásticas.

- Na colisão inelástica não há conservação de energia cinética,entretanto, se o sistema for fechado e isolado, haverá conservação da quantidade de movimento:

$$\vec{p}_{1,i} + \vec{p}_{2,i} = \vec{p}_{1,f} + \vec{p}_{2,f}$$

Durante a colisão, a quantidade de movimento no instante imediatamente antes da colisão é igual à quantidade de movimento do sistema no instante imediatamente após a colisão.

Se após a quantidade de movimento os objectos envolvidos na colisão movem-se juntos (com a mesma velocidade), a colisão chama-se de perfeitamente inelástica.

- Na colisão elástica conserva-se a quantidade de movimento **e** conserva-se também a energia cinética:

- No caso de 2 objectos teremos:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\overrightarrow{v'}_1 + m_2\overrightarrow{v'}_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

- $\frac{m_i v_i^2}{2} = E_{c,i}$ -Energia cinética e $m_i\vec{v}_i$ quantidade de movimento

$$\frac{p_i^2}{2m_i} = E_{c,i}$$

- Dependendo de se tratar colisão unidimensional ou bidimensional, a primeira equação torna-se numa única equação escalar ou duas equações escalares, as quais são obtidas por projeção da equação vectorial nos eixos de coordenada.