I Carga eléctrica e Força electrostática

Introdução à unidade curricular Física II

1.1 Carga eléctrica e suas propriedades

1.2 Quantização da carga eléctrica

1.3 Conservação da carga eléctrica

1.4 Interações magnéticas

1.5 Força resultante entre cargas estáticas (lei de Coulomb)

1.6 Princípio de superposição (distribuição discreta e contínua de cargas)

Introdução

- No modo COVID, todas as aulas teóricas (T) da unidade curricular Fisica II serão leccionadas online, cabendo aos estudantes a criação de condições para assistirem as aulas. As aulas práticas (P) e laboratoriias (L) serão leccionadas do modo presencial; no entanto, algumas aulas poderão correr online.
- T: Estas aulas são a base para o sucesso das aulas práticas e laboratoriais; é importante que o estudante acompanhe através da bibliografia recomendada, os conteúdos dos diferentes capítulos.
- P: Apesar do COVID, a participação neste tipo de aulas tem um carácter obrigatório (tem que se estar doente para não participar). Para maior productividade, recomenda-se que os estudantes individualmente resolvam os exercícios propostos nas fichas;
- L: À semelhança das auals práticas, a participação neste tipo de aulas é obrigatório, e o processo termina com a entrega do relatório de cada trabalho laboratorial.

Critérios de avaliação : A nota de frequência será calculada com base em avaliação contínua (TPC's)), Testes (T) e Laboratório (Lab), de acordo com a seguinte expressão:

$$N_{freq} = 15\%\, TPC's + 60\%T + 25\%Lab$$

As condições de admissão, exclusão e dispensa são rigorosamente as plasmadas no regulamento pedagógico.

- **BIBLIOGRAFIA E RECURSOS**

1. Alonso, M. e Finn, E. Física. Um curso univrsitário, Vol 2, Edgard Bluchar, são Paulo, 1981.
2. Crowell, B. Electricity and Magnetism. Light and Matter, Fullerton, 2003.
3. Halliday, D. Resnik, R. Fundamentos de Física- Electridade e Magnetismo, Vol 3
4. Sears, Zemansky e Young. Física-Eelectricidade e Magnetismo, Vol 3

1.1 Carga eléctrica e suas propriedades

- Interacções electromagnéticas envolvem partículas que possuem uma propriedade chamada carga eléctrica, atributo importantíssimo tal como a massa (objectos com massa são acelerados por forças gravitacionais e os com carga são acelerados por forças eléctricas).

- Em tempos secos e frios facilmete pode ser electrizado(carregado) um objecto:

- ✓ Depois de pentear, facilmente o pente pode atrair pequenos pedaços de papel;
- ✓ Friccionando um balão a camisola que veste, o balão pode aderir ao tecto ou parede;

Estas são algumas manifestações de uma das forças fundamentais da natureza- a força eléctrica.

- Carga eléctrica é o termo técnico que indica que um determinado objecto foi preparado para participar em interacções eléctricas- uma forma de diferenciar do comum e indiscriminado uso de termo eléctrico.

➢ fricção de bastão de vidro sobre pano de lã. Este bastão repelirá um outro bastão de vidro previamente friccionado com pano de lã;

➢ fricção de bastão de âmbar(plástico) sobre pele de um animal. O bastão repelirá um outro bastão de âmbar previamente friccionado com pele;

➢ Entretanto os bastões de vidro e âmbar vão se atrair mutuamente.

- A matéria contém 2 tipos de cargas-positivas e negativas;

- Objectos electricamente neutros contém igual quantidade de cargas positivas e negativas;

- Friccionando 2 objectos electricamente neutros ocorre a transferência de carga de um objecto para o outro de tal modo que um adquire excesso de carga positiva e outro excesso de carga negativa;
- Objectos com carga de igual sinal repelem-se e de sinais contrários atraem-se.

1.2 Quantização da carga eléctrica

- A carga eléctrica é quantizada! Qualquer carga eléctrica é um múltiplo da carga elementar- a carga do electrão(protão):

$$q_p = +e$$

$$q_e = -e$$

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C\ (SI)$$

$$Q = Ne$$

N - # de portadores de carga (número inteiro)

Leitura: Experiência de Robert Millikan (gota de óleo)

1.3 Conservação da carga eléctrica

- Em qualquer sistema isolado, a carga eléctrica total do sistema é contante.
- Se a carga total do sistema variar, significa que o sistema não é isolado; consequentemente, a carga entra para o sistema ou sai dele.

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_N = const$$

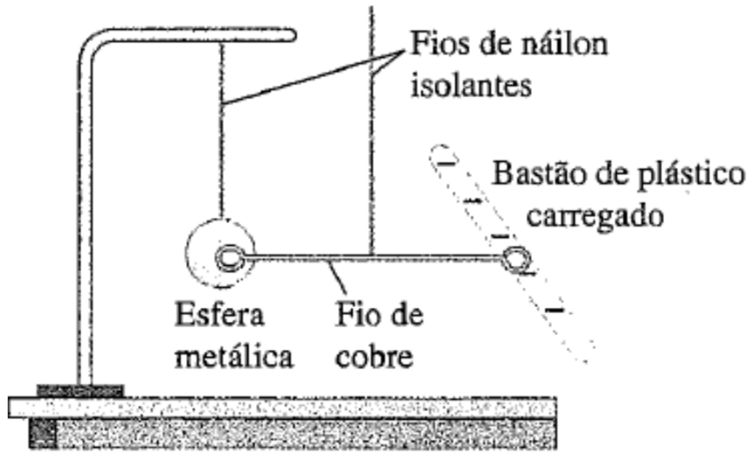
O âmbar adquire carga negativa ao friccionar em pele de animal porque ganha electrões da pele enquanto que a pele adquire carga positiva de módulo igual à do ambar porque a quantidade de electrões ganhos pelo âmbar é igual a que a pele perde.

Em qualquer processo no qual um corpo é carregado, a carga eléctrica não é criada nem destruída, mas sim transferida de um corpo para o outro

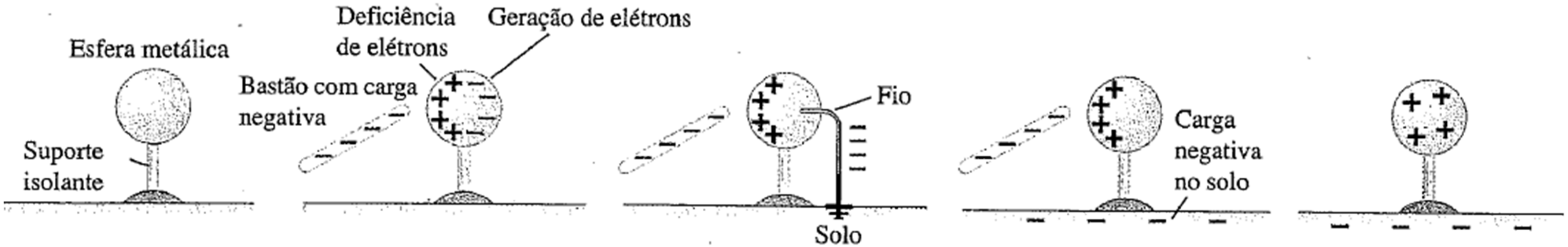
De que forma podemos carregar um corpo?

✓ Fricção de objectos inicialmente neutros;

✓ Transferência de carga por contacto directo de um objecto carregado (batão carregado por exemplo) com outro inicialmente neutro metálico através de fio condutor;



- Indução eléctrica (sem contacto directo).



1.4 Interacções magnéticas

- Forças magnéticas, tal como as eléctricas, actuam sobre cargas; mas as magnéticas só actuam sobre cargas em movimento.

✓ O íman (objecto com magnetismo permanente);

✓ A bobina atravessada por corrente eléctrica, como ocorre nos altifalantes (colunas) de aparelhagem de som.

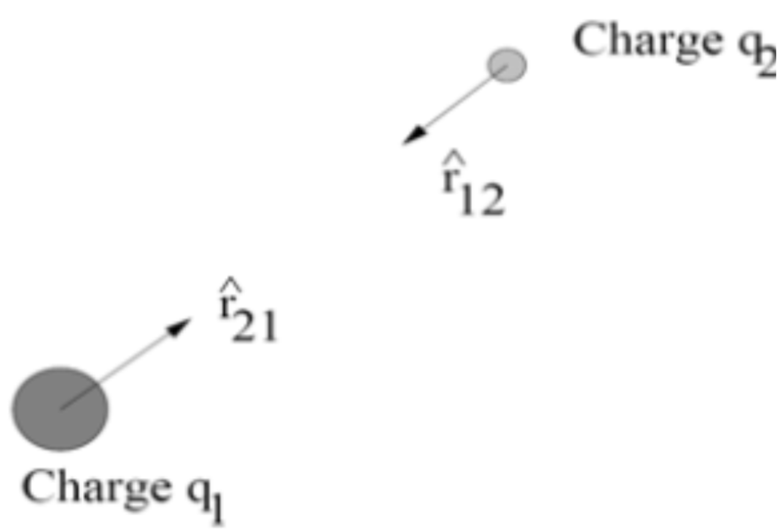
Ambos os tipos de magnetismo atrai limalhas de ferro;

Aproximando o íman a um altifalante haverá interacção mútua devido ao movimento de partículas carregadas pela bobina (corrente eléctrica) por um lado e devido ao movimento natural e ordenado partículas carregadas no interior do íman (em substâncias não magnéticas o movimento de partículas carregadas é caótico).

1.5 Lei de Coulomb

- A lei que regula a interacção entre cargas eléctricas pontuais e imóveis, conhecida por lei de Coulomb, foi estabelecida em 1784 por Charles Augustin Coulomb:
- A magnitude da força de interacção entre 2 partículas puntiformes q_1 e q_2 é directamente proporcional ao produto entre as cargas e inversamente proporcional a distância entre os seus centros r.

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$$



$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon {r_{21}}^2}\vec{u}_{r2,1}$$

$\vec{u}_{r2,1} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \hat{r}_{21}$- vector unitário

Onde $k = 9 \times 10^9 \; \frac{N \cdot m^2}{C^2}$; $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \times 10^9 \; \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

ε_0 -permissividade eléctrica do vácuo; $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \; \frac{C^2}{N.m^2}$.

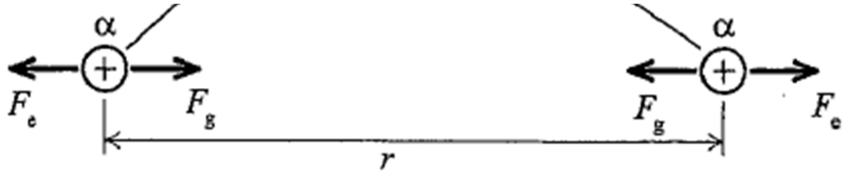
ε- Constante dieléctrica do meio (para vácuo $\varepsilon = 1$).

F- é atractiva se as cargas tem sinais opostos e repulsiva, caso contrário.

A lei de Coulomb é análoga a lei de gravitação excepto o facto de o carácter desta ser apenas atractivo;

As 2 leis estabelecem relações inversas ao quadrado da distância ($\sim \frac{1}{r^2}$)

Exemplo: Uma partícula α (alfa) é o núcleo do átomo de Hélio. Ela tem massa $m = 6{,}64 \times 10^{-27} kg$ e carga $Q = +2q = 3{,}2 \times 10^{-19} C$. Compare a força de repulsão eléctrica entre 2 partículas α com a de atracção gravitacional entre elas no vácuo.



$$F_e = k\frac{q^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(3{,}2 \times 10^{-19})^2}{r^2}$$

$$F_m = G\frac{m^2}{r^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{(6{,}64 \times 10^{-27})^2}{r^2}$$

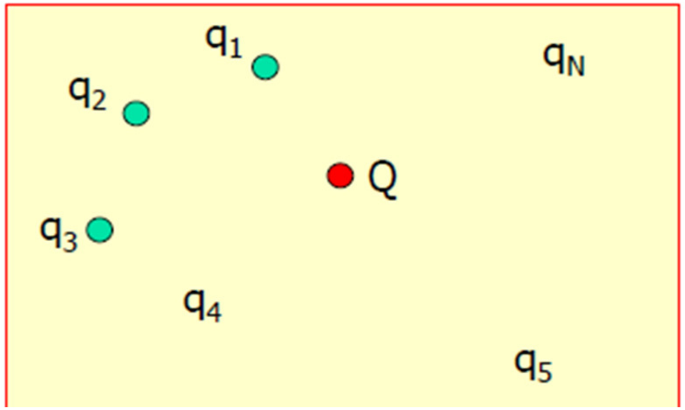
$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{G} \cdot \frac{q^2}{m^2} = \frac{9 \times 10^9}{6{,}67 \times 10^{-11}} \times \frac{(3{,}2 \times 10^{-19})^2}{(6{,}64 \times 10^{-27})^2} =$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 3{,}1 \times 10^{35}$$

O resultado mostra que a força electrostática é muitas vezes superior em relação a gravitacional (esta última é desprezível ao nível atómico).

1.6.1 Princípio de superposição (distribuição discreta)

- A força eléctrica obedece o princípio de sobreposição, tal como a gravitacional.



A força eléctrica sobre a carga Q , na figura, em consequência da acção de todas outras cargas é igual à soma vectorial das forças causadas por cada uma das cargas individualmente:

$$\vec{F}_Q = k\frac{q_1 Q}{{r_1}^2}\vec{u}_{r1} + k\frac{q_2 Q}{{r_2}^2}\vec{u}_{r2} + \cdots + k\frac{q_N Q}{{r_N}^2}\vec{u}_{N1} = k\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i Q}{{r_i}^2}\vec{u}_{ri}$$

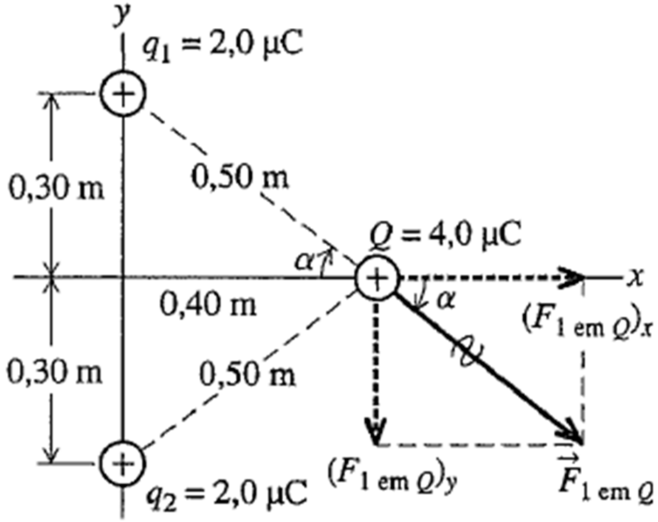
- Exemplo: Duas cargas puntiformes positivas e iguais $q_1 = q_2 = 2{,}0\ \mu C$ estão localizadas em $x = 0{,}0$; $y = 0{,}30$ m e $x = 0{,}0$; $y = -0{,}30$ m, respectivamente. Determine o módulo, a direcção e o sentido da força eléctrica resultante que age sobre uma terceira partícula puntiforme de carga $Q = 4{,}0\ \mu C$, situada em $x = 0{,}40$ m e $y = 0$.

Solução:Representemos primeiro o diagrama contendo as 3 cargas, bem como a forças $\vec{F}_{1,Q}$ e $\vec{F}_{2,Q}$ exercidas pelas cargas q_1 e q_2 sobre Q, bem como o vector resultante $\vec{F}_Q$. Pela simetria do problema, podemos simplificar o diagrma e a solução.

$$\begin{cases} F_{Q,x} = F_{1,Q}\cos\alpha + F_{2,Q}\cos\alpha = 2F_{1,Q}\cos\alpha \\ F_{Q,y} = -F_{1,Q}\sin\alpha + F_{2,Q}\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

- Logo,

$F_Q = 2k\dfrac{q_1 Q}{{r_1}^2}\cos\alpha;$



Onde $\cos\alpha = \dfrac{0,40}{0,50}$

&

$2k\dfrac{q_1 Q}{{r_1}^2} = 2 \times 9,0 \times 10^9 \times \dfrac{2,0\times10^{-6}\times4,0\times10^{-6}}{0,5^2} = 576 \times 10^{-3} =$
$0,576$

Logo, $F_Q = 0,576 \times \dfrac{0,40}{0,50} = 0,46\ N$

Direcção da força resultante: Horizontal; Sentido: para a direita

Poderiamos ter resolvido o problema de forma:

$$F = \sqrt{{F_1}^2 + {F_2}^2 + 2F_1F_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2)} =$$

Pela simetria do problema, F_1 e F_2 são iguais porque as cargas e distâncias envolvidas são iguias. Logo,

$$F = \sqrt{2{F_1}^2 + 2{F_1}^2\cos(2\alpha)} = F_1\sqrt{2(1 + \cos(2\alpha))}$$

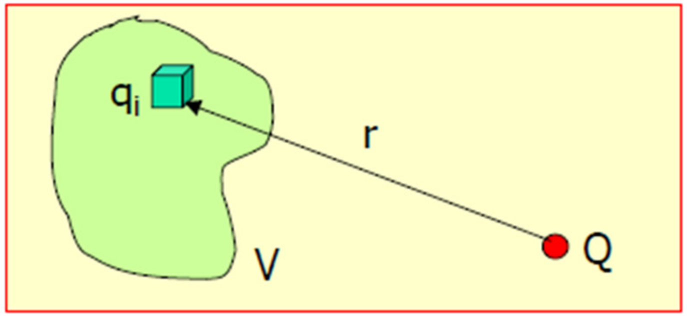
Conhecidas as distância Q e de q_i até Qpode ser determinado o ângulo e depois a força.

1.6.2 Princípio de superposição (distribuição contínua)

- Numa distribuição contínua de cargas pressupõe as seguintes transformações:

$q_i \rightarrow dq$ & $k\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i Q}{{r_i}^2} \quad \rightarrow k\int\frac{Q}{r^2}dq$. Ou seja,

$dq = \rho dV$ para distribuição volumétrica de carga



Em vez de $F = \sum k\frac{q_i Q}{{r_i}^2}$ passamos para

$$F = \int k\frac{\rho dV \cdot Q}{r^2}$$

- Quando a distribuição de carga é superficial ($\sigma = \frac{dq}{dS}$) tem-se:

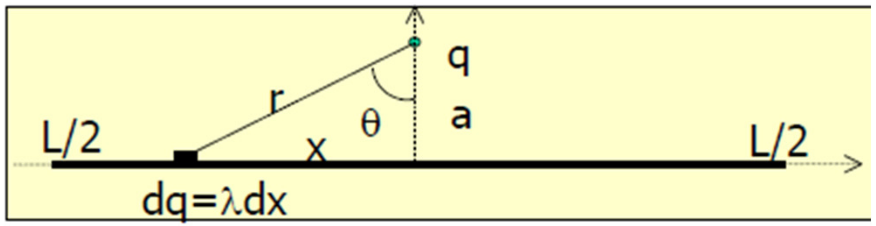
$$F = \int k \frac{\sigma dS \cdot Q}{r^2}$$

De igual modo, para distribuição linear de cargas ($\lambda = \frac{dq}{dl}$) a força total calcula-se por:

$$F = \int k \frac{\lambda dl \cdot Q}{r^2}$$

- Exemplo: uma haste fina tem carga eléctrica Q uniformemente distribuída pelo comprimento da haste. Uma carga puntiforme é colocada a uma distância a do ponto médio da haste. Qual é a força total exercida pela haste sobre a carga?

Solução: dividimos a haste em elementos de comprimento *dx*, cada qual com carga dq



Pela simetria do problema, $F \equiv F_y$ *(componente x total é nula)*

$F_y = \int k \frac{\lambda dx \cdot Q}{r^2} \cos\theta$

Pela figura $\frac{x}{a} = \tan\theta \rightarrow dx = a\frac{d\theta}{cos^2\theta}$ & $r^2 = x^2 + a^2$

$$F_y = k\lambda Q \int \frac{\cos\theta}{a^2\left(\frac{x^2}{a^2} + 1\right)} \cdot \frac{ad\theta}{cos^2\theta} =$$

$$F_y = \frac{k\lambda Q}{a} \int \frac{d\theta}{(tan^2\theta + 1)\cos\theta} = \frac{k\lambda Q}{a} \int \cos\theta \, d\theta =$$

$$F_y = \frac{k\lambda Q}{a} \cdot \sin\theta = \frac{k\lambda Q}{a} \cdot \frac{x}{\sqrt{(x^2 + a^2)}}$$

X varia de –L/2 à +L/2. Logo,

$$F_y = \frac{k\lambda Q}{a} \cdot \left[\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2}} + \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2}}\right] = \frac{k\lambda Q}{a} \cdot \frac{L}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2}} = k\frac{Qq}{a\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2}}$$

O que acontece se a barra do exemplo for infinita (L >> a)?

Recorremos a série de Tailor!

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} \pm \cdots, x^2 \ll 1$$

e

$$(1 \mp x)^{-n} = 1 \mp \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} \mp \cdots, x^2 \ll 1$$

Logo, $F = k\frac{Qq}{a\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{kQ\frac{\lambda L}{a}}{\frac{L}{2}\left(1+\left(\frac{2a}{L}\right)^2\right)^{1/2}} \approx kQ\,\frac{\lambda}{2a}$

- $F = k\dfrac{Qq}{a\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2}} = \dfrac{kQ\frac{\lambda L}{a}}{\frac{L}{2}\left(1+\left(\frac{2a}{L}\right)^2\right)^{1/2}} \approx kQ\,\dfrac{\lambda}{2a}$

- $\dfrac{1}{\left(1+\left(\frac{2a}{L}\right)^2\right)^{1/2}} = \left(1 + \left(\frac{2a}{L}\right)^2\right)^{-1/2}$

Comparando com e a primeira aproximação , ou seja, $x = \left(\frac{2a}{L}\right)^2 \ll 1$

$(1 \mp x)^{-n} = 1 \mp \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} \mp \cdots, x^2 \ll 1,$

Conclui-se que $\left(1 + \left(\frac{2a}{L}\right)^2\right)^{-1/2} \approx 1 - \dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2a}{L}\right)^2}{1!}$

Logo,

$$\frac{kQ\,\frac{\lambda L}{a}}{\frac{L}{2}\left(1 + \left(\frac{2a}{L}\right)^2\right)^{1/2}} \approx \frac{kQ}{\frac{L}{2}} \cdot \frac{\lambda L}{a}\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2a}{L}\right)^2\right) = kQ\,\frac{\lambda}{2a}$$

- Nota: A distribuição discreta de cargas puntiformes foi usada no ensino secundário para o cálculo de força e campo electrostáticos. Aqui, vamos capitalizar a nova abordagem- a distribuição contínua de cargas.

- Prestar atenção os 2 últimos pontos do sumário!