TPC #1 _ Física II _ FE _ 2022 _ II° Semestre

Correcção do TPC # 1

Regente – Félix Tomo

Assistentes – Fernando Mucomole, Esménio Macassa, Tomásio Januário, Graça Massimbe & Valdemiro Sultane

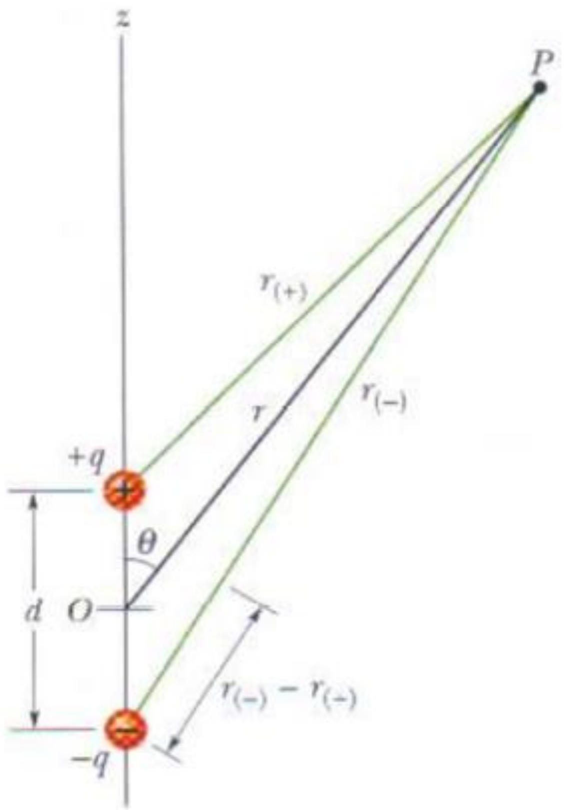
---

Atensão – Os problemas 1, 2, 3 e 4, são centrados na leitura, a sua correcção pode ser visitada nas fontes de leitura citadas no Plano Temático (Perguntar ao docente da disciplina no caso de duvida pontual).

5 - Desenhe um dipolo eléctrico e um ponto $\boldsymbol{P}$ localizado a uma distância $\boldsymbol{r}$ do $\boldsymbol{CM}$ do sistema ($\boldsymbol{r}$ forma um ângulo $\boldsymbol{\theta}$ com o vector momento dipolar, $\boldsymbol{\theta} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}$). [8.0 valores];

(a) Calcule o potencial eléctrico do dipolo no ponto $\boldsymbol{P}$, em função do momento dipolar $\vec{\boldsymbol{p}}$ e da distância $\boldsymbol{P}$ [2.0 valores];

Resolução



$$\phi_P = \phi_{(+)} + \phi_{(-)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ . r_-}\right)$$

Para um dipolo característico $r \gg d$. Para esta aproximação teremos que

$$r_- - r_+ \approx d\cos\theta \quad \& \quad r_+ . r_- \approx r^2$$

Substituíndo estas aproximações no potencial resultante em P teremos que

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

ou

$$\phi_P = \frac{\vec{p}\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

(b) Usando a resposta da alínea anterior, calcule o vector campo eléctrico no ponto ***P*** [3.0 valores];

Resolução

Usemos a relação potencial campo eléctico (conhecido o potencial, como calcular o campo?)

$$E_r = -\frac{\partial\phi}{\partial r} \; \& \; E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}$$

Essas são as componentes do vector $\vec{E}$ quando este ou o potecial é expresso em termos do vector posição e ângulo que este faz o momento dipolar.

Ponto de partida será

$$\phi = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_r = -\frac{\partial\phi}{\partial r} = -\frac{\partial\left(\frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)}{\partial r} = -\frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{(-2r)}{r^4} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

&

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\left(\frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)}{\partial\theta} = -\frac{1}{r}\frac{p(-\sin\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

Logo, $\vec{E} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u}_r + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{u}_\theta$

Onde $\vec{u}_r$ & $\vec{u}_\theta$ são versores perpendiculares entre sí (um orientado radialmente e o outro numa direcção transnversal àquela).

(c) Calcule o modulo do vector campo eléctrico para $\boldsymbol{\theta} = \frac{\pi}{2}$ [1.0 valores];

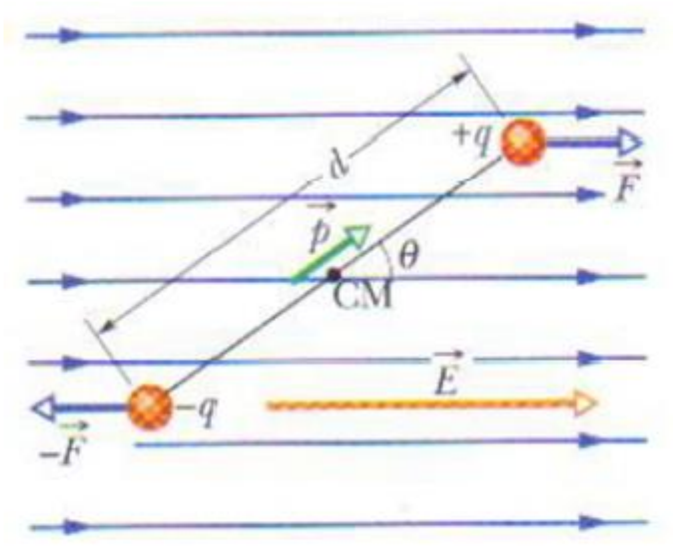
Resolução

$$E = \sqrt{\left(\frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)^2 + \left(\frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right)^2} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3cos^2\theta}$$

Para $\theta = \frac{\pi}{2}$ temos: $E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sqrt{1+3cos^2\theta} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

(d) Mergulhe o dipolo num campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ (representado por segmentos de rectas orientadas, de igual separação, cujo sentido é indicado pelas setas). Considerado que $\vec{\boldsymbol{p}}$ e $\vec{\boldsymbol{E}}$ formam ângulo $\boldsymbol{\varphi}$, demostre que o torque total aplicado ao $\boldsymbol{CM}$ é $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\boldsymbol{p}} \times \vec{\boldsymbol{E}}$ [2.0 valores].

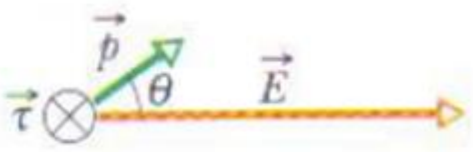
Resolução



No texto o ângulo aqui representado chama-se φ. Havendo duas forças, relativamente ao CM cada uma delas provoca um torque cuja rotação é no sentido horário, ou seja, os torques são sinérgicos. Chamemos de x a distância do CM à carga positiva e a dsitância restante $(d-x)$ a que separa o CM à carga negativa. Assim $x\sin\varphi$ e $(d-x)\sin\varphi$ são os respectivos braços:

$$\tau_{tot.} = \tau_1 + \tau_2 = qEx\sin\varphi + qE(d-x)\sin\varphi = qEd\sin\varphi$$

Considerando que $q\vec{p} = \vec{p}$ – vector com orrigem no CM e dirigido a carga positiva e $\vec{E}$ e um vector, coclui-se que $qEd\sin\varphi = \vec{p}\times\vec{E}$. Ou seja o torque resultante obtem-se multiplicando vectoriamnete estes dois vectores, e o sentido define-se usando a mao direita de tal modo que girando os quatro dedos do primeiro ao segundo vector, o polegar indique o sentido do vector resultante, quando se varre o menor angulo. Neste caso o vector torque penetra no plano da folha.



$\boldsymbol{N}$: $\boldsymbol{B}$: Fique atento se o estudante orienta $\vec{E}$ no sentido contrário ao escolhido, ou se as cargas estão invertidas.