

Corrente eléctrica contínua e resistência eléctrica

Conceito de corrente eléctrica

Densidade de corrente

Velocidade de deriva ou arrasto

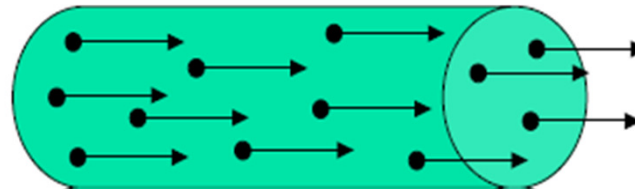
Resistência e resistividade eléctricas

Lei de Ohm

Semicondutores e supercondutores

Conceito de corrente eléctrica

- Consideremos uma região em que existe fluxo de cargas eléctricas (num condutor cilíndrico, por exemplo).



- Define-se de **corrente eléctrica** ao movimento ordenado dos portadores de carga; ela corresponde a carga que atravessa uma determinada secção por unidade de tempo:

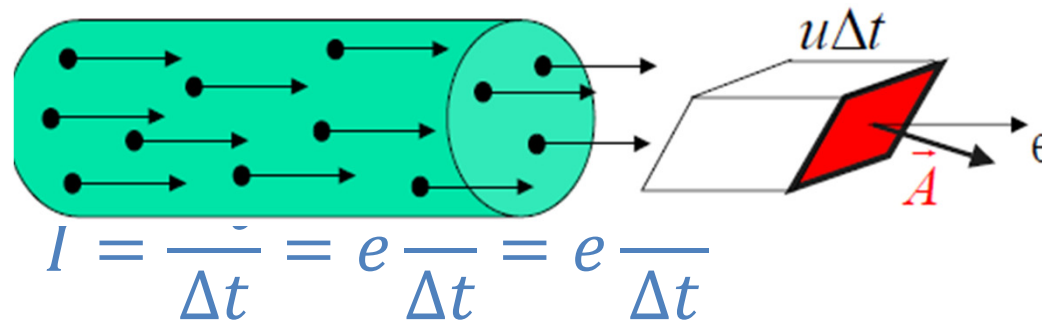
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

No SI, a corrente eléctrica expressa-se em Amperes.

$$[1 A] = 1 \frac{C}{s}$$

Densidade de corrente

- Seja n o # de portadores de carga por unidade de volume e u a velocidade de cada portador de carga devido à acção do campo eléctrico.
- A intensidade de corrente que flui através da área $A = S$ será:



Ou

$$I = e \frac{n A \cos \theta u \Delta t}{\Delta t} = e n \vec{u} \cdot \vec{S} = \vec{J} \cdot \vec{S}$$

Onde a secção recta A é substituída por S , e \vec{J} é a densidade de corrente $\vec{J} = e n \vec{u} = \rho \vec{u}$

ρ - densidade volumétrica de carga

- Ao derivar a expressão da densidade de corrente fizemos suposições, algumas das quais irrealísticas, como:
 - Existência de um só tipo de carga (na realidade pode-se ter os dois tipos de carga, como por exemplo iões positivos e negativos);
 - Mesma velocidade u para todas as partículas (não realístico);
 - Superfície regular tal que J é constante nessa superfície.

Para **múltiplos portadores de carga** deve-se escrever a seguinte expressão para a densidade de corrente:

$$\vec{J} = \sum_k q_k n_k \vec{u}_k = \sum_k \rho_k \vec{u}_k$$

- **Exemplo:** solução com diferentes tipos de iões, onde ião positivo movendo-se à velocidade u_k é equivalente a um ião negativo que se move à velocidade $-u_k$.

- Para **diferentes velocidades** é preciso achar a velocidade média:

$$\langle \vec{u}_k \rangle = \frac{1}{N_k} \sum_i (\vec{u}_k)_i$$

$$\vec{J} = \sum_k q_k n_k \langle \vec{u}_k \rangle = \sum_k \rho_k \langle \vec{u}_k \rangle$$

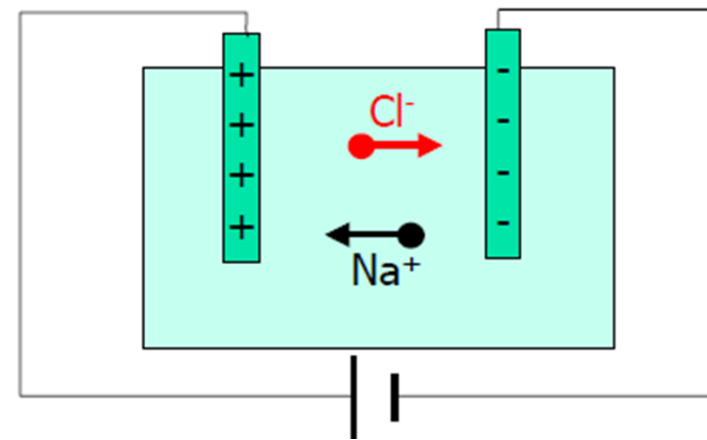
Uma superfície arbitrária, conduz para \vec{J} variável:

$$I = \int \vec{J} d\vec{S}$$

- Correntes não standardizadas

Normalmente associa-se a corrente eléctrica ao movimento dos electrões dentro dum conductor. Trata-se de apenas 1 tipo de condução.

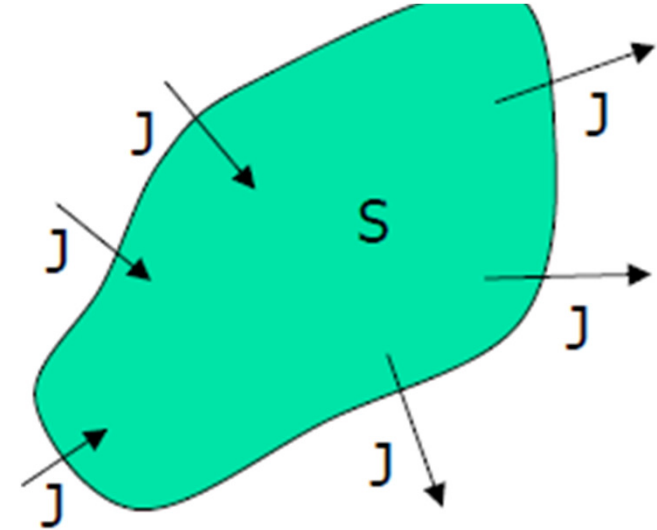
Outro tipo de condução é a condução iónica como o sal de cozinha em água, em que iões dissosados movem-se para electrodos diferentes.



- **Equação da continuidade**

A corrente I flui através de uma superfície fechada S :

- ✓ Alguma carga entra
- ✓ Outra sai



O que ocorre com a carga após sua entrada pela superfície?

- ✓ Move-se pela parte superior interna
- ✓ Abandona a superfície

$$\oint \vec{J} d\vec{S} = - \frac{\partial Q_{int}}{\partial t}$$

- Apliquemos ao teorema de Gauss para obter a equação da continuidade:

$$\oint \vec{J} d\vec{S} = \oint \nabla \vec{J} dV$$

Sabendo que a parte esquerda da equação é igual a $-\frac{\partial Q_{int}}{\partial t}$ podemos usar a relação entre a carga e a densidade volumétrica de carga:

$$-\frac{\partial Q_{int}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV$$

Igualemos o fluxo do vector \vec{J} ao membro direito:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \oint \nabla \vec{J} dV \Rightarrow \int_V \left(\nabla \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV = 0 \Rightarrow$$

$$\nabla \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Significado da eq. da continuidade:

- Conservação da carga eléctrica na presença de correntes
- Para o regime estacionário ($\rho = \text{const}$) implica ausência de acumulação de cargas no interior da superfície $\nabla \vec{J} = 0$

Velocidade de deriva ou arraste

- Quando um condutor não é percorrido por corrente, o movimento dos electrões livres ocorre de modo aleatório (não há direcção preferencial);
- Quando existe corrente eléctrica no condutor, os electrões passam a mover-se na direcção do campo eléctrico que produziu a corrente, mas no sentido oposto. A velocidade com que os electrões movem-se na direcção do campo, chama-se velocidade de deriva. Esta é a velocidade u relacionada com a densidade de corrente por:

$$\vec{J} = en\vec{u} = \rho\vec{u}$$

- A velocidade de deriva é extremamente pequena quando comparada com a velocidade do movimento aleatório, por exemplo, para o Cu a $u = v_d \sim 10^{-5}$ à 10^{-4} m/s , enquanto que $v_a \sim 10^6 \text{ m/s}$.

Simplificação: Vamos supor que a velocidade de deriva de todos os portadores de carga seja a mesma e que a densidade de corrente seja igual em toda a secção do fio, e que a secção seja constante.

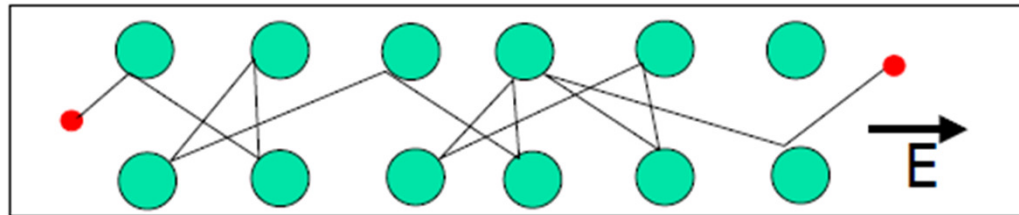
- O número de portadores de carga numa secção de comprimento L será $N = nAL$. Como cada portador tem carga e , logo a carga total será:

$$q = enAL$$

Os portadores de carga atravessam a secção recta do condutor num tempo t definido, em média, pelo movimento rectilíneo uniforme:

$$t = \frac{L}{v_d}$$

Ou seja, embora o campo eléctrico inicialmente acelere os portadores de carga, estes são desacelerados ao interagirem sucessivamente com iões, resultando em média num movimento uniforme.



A corrente eléctrica é a taxa de variação com o tempo do fluxo de carga em uma secção recta:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{enAL}{\frac{L}{v_d}} = enAv_d$$

$$I = enAv_d$$

Ou $v_d = \frac{I}{enA} = \frac{J}{en}$

Sendo o movimento dos portadores de carga um movimento uniformemente variado, a velocidade de deriva pode também ser escrita na forma:

$$v_d = a\tau = \frac{eE}{m}\tau$$

Igualando as duas expressões podemos achar a relação directa entre J e E:

$$\frac{J}{en} = \frac{eE}{m}\tau \text{ ou } E = \left(\frac{m}{ne^2\tau}\right)J = \rho J$$

Sendo constante a expressão entre parênteses (resistividade), conclui-se que nos metais o campo eléctrico é directamente proporcional à densidade de corrente em cada ponto. ρ -é a resistividade.

Resistência e resistividade eléctricas

- A resistência eléctrica R representa a dificuldade que os portadores de carga encontram ao atravessar um determinado dispositivo. Deve-se a interacção entre os portadores de carga livres com cargas fixas- os iões.
- A resistência eléctrica depende das propriedades geométricas (L & S) e das propriedades do material (ρ):

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

No SI, a resistência expressa-se em Ω (Ohm)

- A resistividade ρ descreve quão rápido os electrões podem mover-se pelo material:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Onde σ é a conductibilidade eléctrica.

A resistividade depende da natureza do material e da temperatura.

A tabela que se segue mostra a resistividade de alguns materiais à temperatura ambiente.

| Material | Resistividade , $\Omega.m$ |
|----------------|----------------------------|
| Prata | 1.62×10^{-8} |
| Cobre | 1.69×10^{-8} |
| Ouro | 2.35×10^{-8} |
| Alumínio | 2.75×10^{-8} |
| Ferro | 9.68×10^{-8} |
| H2O do mar | 0.2 |
| Polietileno | 2.0×10^{11} |
| Vidro | $\sim \times 10^{12}$ |
| Quartz fundido | $\sim \times 10^{16}$ |

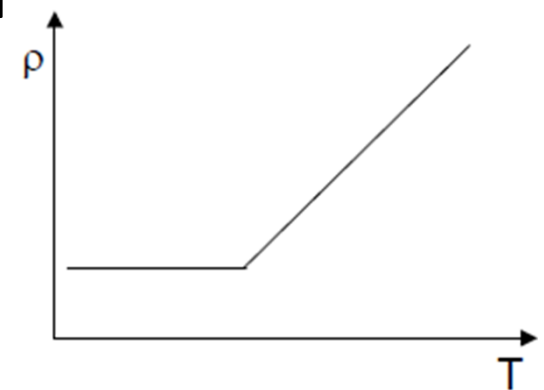
- A resistividade depende da temperatura. Por quê?

- ρ depende de processos de colisão

- Quando a temperatura cresce, aumenta o número de colisões e ρ cresce.

Para temperaturas muito baixas a distância livre média entre duas colisões é dominada por impurezas ou defeitos no material e ρ é essencialmente constante,

Quando o material é suficientemente puro, à temperaturas muito baixas alguns metais transformam-se em supercondutores.



- Para muitos materiais metálicos a relação resistividade e temperatura é expressa por:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Onde ρ_0 e T_0 é respectivamente a resistividade e temperatura de referência (para 293 K), respectivamente.

Como a resistividade varia com a temperatura, a resistência de um condutor específico, também varia com a temperatura:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Código de cores de resistores

| Cor | Algarismo | Precisão |
|----------|-----------|----------|
| Preto | 0 | |
| Castanho | 1 | 1% |
| Vermelho | 2 | 2% |
| Laranja | 3 | |
| Amarelo | 4 | |
| Verde | 5 | 0.5% |
| Azul | 6 | 0.25% |
| Roxo | 7 | 0.1% |
| Cinza | 8 | 0.05% |
| Branco | 9 | |
| Dourado | | 5% |
| Prateado | | 10% |
| nenhuma | | 20% |

Código de cores de resistores (cont):

- 2 primeiras faixas indicam dígitos e a terceira mostra o factor de multiplicação por 10;
- A quarta faixa se existir, indica a precisão do valor; quando ausente assume-se precisão de 20%. Faixa prateada ($\pm 10\%$) e dourada ($\pm 5\%$).

Qual a leitura para o resistor ao lado?

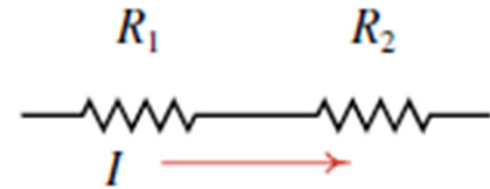
Resp: $30 \times 10^6 \Omega (\pm 10\%)$



- Associação de resistores:

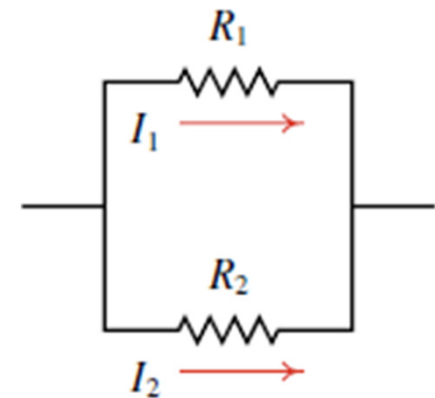
Série: $\Delta\phi = (\phi_1 + \phi_2) = (R_1 + R_2)I$

$$R_{eq} = \sum_i R_i$$

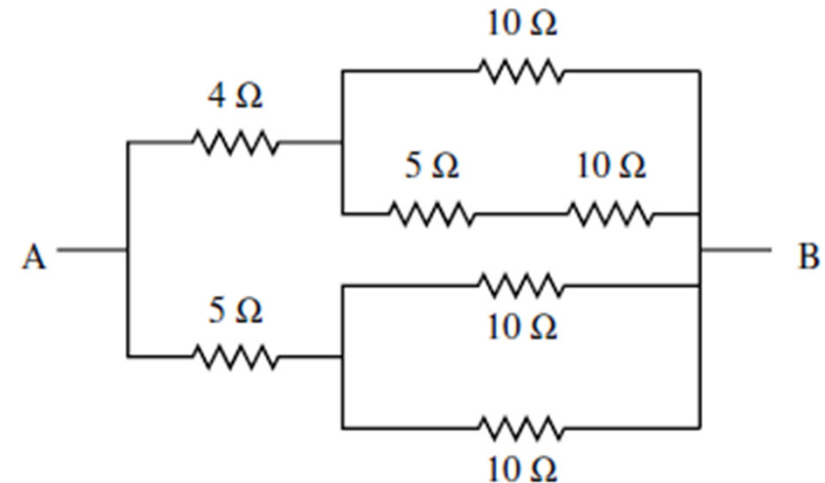


Paralela: $I = \frac{\phi}{R_{eq}} = (I_1 + I_2) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \phi$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

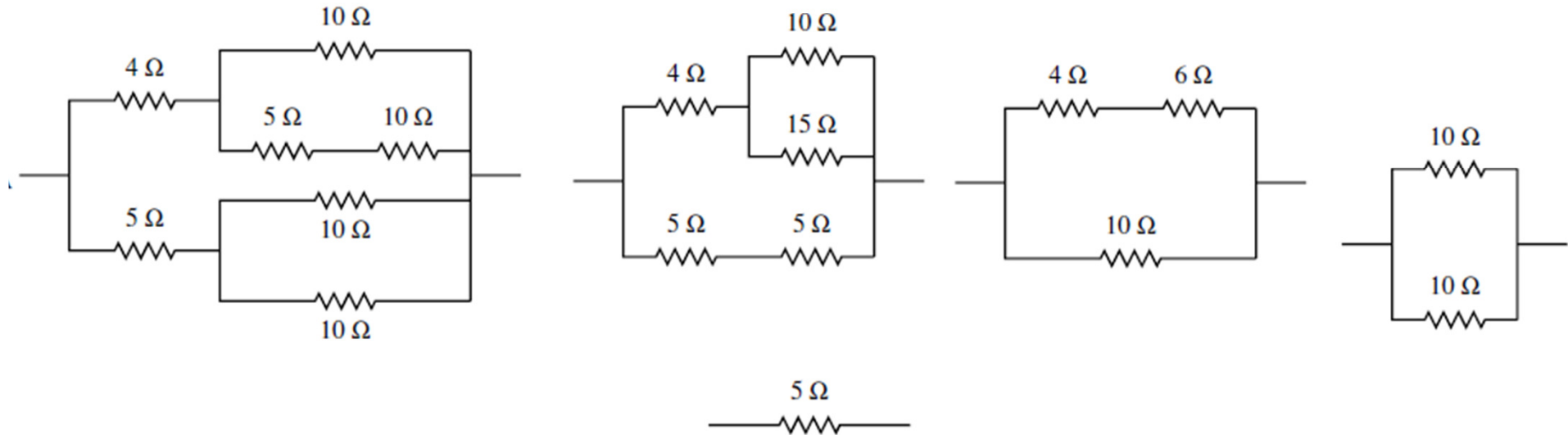


- **Exemplo:** Considere o circuito da figura abaixo e calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B e a corrente que circula em cada uma das resistências se a diferença de potencial entre ϕ_{AB} for de 12 V.



- **Resolução:** façamos substituições sucessivas de resistências ligadas em série e em paralelo, de modo a simplificar o circuito entre A e B.

- Assim teremos a seguinte sequência (a, b, c, d, e):



Ou seja $R_{eq} = 5 \Omega$ & $I_{tot} = \frac{\phi_{AB}}{R_{eq}} = \frac{12}{5} = 2.4 A$

Do circuito d temos: $I_{d,1} = I_{d,2} = \frac{12}{10} = 1.2 A$

No circuito c em cada ramo teremos também a mesma corrente calculada para o circuito d , ou seja $I_{ram,1} = I_{ram,2} = 1.2 A$

Logo, no circuito b, teremos que 1.2 A que passa pela resistência substituta deverá se dividir em duas partes de acordo com o peso dos resistores (maior resistência corresponde a menor corrente).

- $\phi_{xy} = 1.2 \times 6 = 7.2 \text{ V}$

Os 2 resistores tem a mesma diferença de potencial.

- $I_x = \frac{\phi_{xy}}{15} = \frac{7.2}{15} = 0.48 \text{ A} \quad I_y = \frac{\phi_{xy}}{10} = \frac{7.2}{10} = 0.72 \text{ A}$

- E assim sucessivamente

Lei de Ohm

Versão microscópica da lei de Ohm

O campo eléctrico provoca movimento de cargas eléctricas;

Experimentalmente foi observado por cientista alemão Ohm, que:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

A versão microscópica da lei de Ohm reflete a proporcionalidade existente entre a densidade da corrente e o campo eléctrico em cada ponto, sendo a constante de proporcionalidade a condutividade eléctrica.

Versão macroscópica da lei de Ohm

A corrente eléctrica flui num meio material uniforme de comprimento L num campo eléctrico uniforme \vec{E} :

A diferença de potencial entre as extremidades é: $\phi = EL$

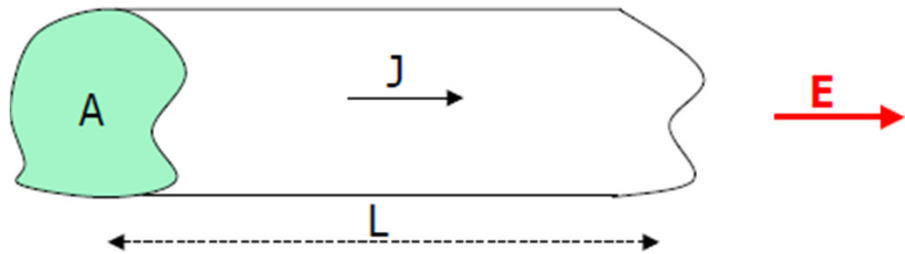
A lei $J = \sigma E$ é válida em todos os pontos:

$$J = \sigma E \Rightarrow \frac{I}{A} = \sigma \frac{\phi}{L} \quad \text{ou}$$

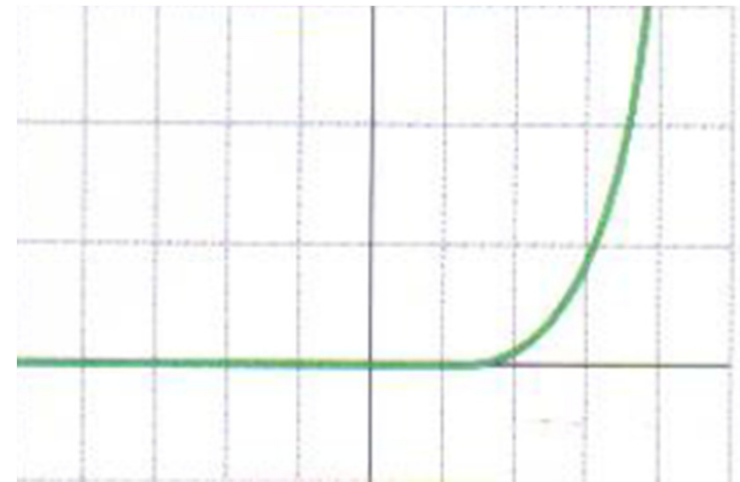
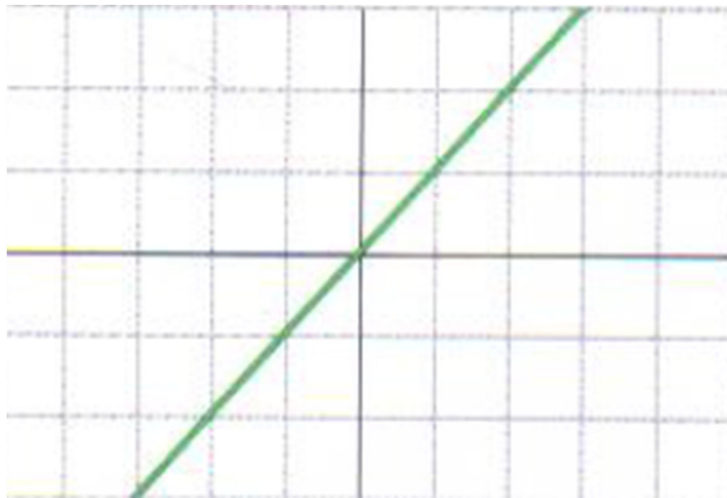
$$\phi = IR$$

$$\text{Onde } R \equiv \frac{L}{\sigma A}$$

Lei de Ohm: a corrente que atravessa um dispositivo é directamente proporcional à diferença de potencial aplicada ao dispositivo.



- Os resistores que obedecem a lei de Ohm são chamados de resistores ôhmicos (figura à esquerda: $I = f(U)$; $U = \phi$ - tensão aplicada).
- Os dispositivos que não obedecem a lei de Ohm (figura à direita $I = f(U)$;) são resistores não ôhmicos (ex: lâmpadas e díodos).



Semicondutores e supercondutores

- **Semicondutores** são um grupo de materiais cuja resistividade é intermédia entre a dos metais e a resistividade dos isolantes. Eles podem ser elementos simples (grupo IV da TM) ou compostos (combinação de elementos do grupo II e VI ou III e V da TM).
- Estes materiais tem relativamente aos metais menor número de portadores livres de carga, mas que tornam-se bons condutores quando dopados com outros átomos (impurezas aceitadoras ou dadoras em dependência do tipo de semicondutor –electrónico ou de lacuna).
- A importância dos semicondutores está assente na forma como a resistividade varia com a temperatura e com a presença de impurezas.

- Nos metais o aumento da resistividade com o aumento da temperatura, deve-se essencialmente a diminuição do tempo médio entre colisões (a concentração de portadores pouco depende da temperatura);
- Nos semicondutores a resistividade diminui com o aumento da temperatura fundamentalmente devido ao aumento rápido da concentração de portadores de carga com o aumento da temperatura já que a agitação térmica viabiliza a disponibilidade de maior número de portadores de carga.

$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$ fórmula válida tanto para metais como semicondutores

- **Supercondutores:** a supercondutividade é a propriedade de um condutor conduzir carga (corrente eléctrica) sem perder energia sob a forma de calor (resistência eléctrica nula).
- Normalmente tal propriedade ocorre para temperaturas muito baixas (obtidas a custos elevados). Porém, em 1986 foi descoberto que à temperatura ambiente materiais cerâmicos (são baratos de se obter) exibem a supercondutividade.
- Se uma corrente for estabelecida num anel supercondutor, ela permanecerá circulando indefinidamente sem necessidade de fonte de alimentação.

- Na figura que se segue nota-se que a resistência do mercúrio desaparece totalmente quando resfriado abaixo de 4 K.

