X Indutância

Indutores e auto-indutância. Indutância mútua

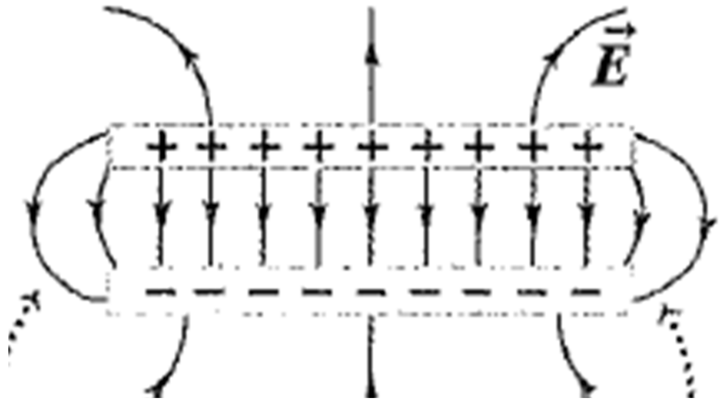
Circuito RL

Energia do campo magnético. Transformador (TPC)

Indutores e auto-indutância

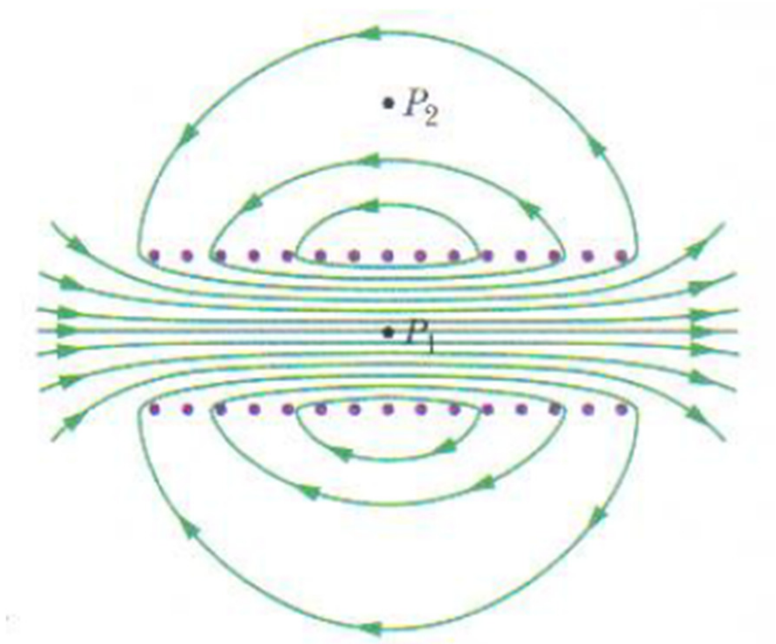
- No capítulo dedicado aos capacitores, vimos que um capacitor pode ser usado para produzir campos eléctricos com propriedades desejadas, sendo o mais simples o capacitor de placas paralelas.

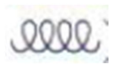
- Campo eléctrico produzido por capacitor palno (uniforme no centro)



- Ocorre que um indutor também pode ser usado para produzir campos magnéticos com propriedades desejadas, sendo o indutor mais simples o solenóide.

- Campo magnético de um solenóide (uniforme no centro).



- Quando a corrente eléctrica circula por um circuito cria um campo magnético e, portanto, um fluxo magnético.
- Qualquer variação do fluxo magnético conduz ao aparecimento de fem induzida no circuito. Por exemplo ao fechar o interruptor num circuito de corrente contínua, a corrente não aumenta instantaneamente de zero ao valor estacionário, devido à indutância do circuito ().
- A tendência de aumento da corrente será contrariada pela corrente induzida oposta que regula o aumento gradual da corrente. De modo semelhante, ao abrir o circuito, a corrente passa para zero de forma gradual.

- Se as espiras de um solenóide (usado como indutor) conduzirem corrente i, o fluxo magnético produzido na região central do indutor será Φ_B, e a relação entre este fluxo e os parâmetros do indutor é dada por:

$$L = N\frac{\Phi_B}{i}$$

L- indutância, é a mera do enlaçamento entre o fluxo magnético produzido pelo indutor por unidade de corrente; $[L\ ]= H(Henry) = (T.\frac{m^2}{A})$.

N- número de espiras enlaçadas pelo fluxo magnético

Ao produto $N\Phi_B$ chama-se de enlaçmento magnético.

<u>Nota</u>: Em qualquer das nossas abordagens, supomos que nas proximidade do indutor não xistam materiais magnéticos como Fe que possam distorcer o campo magnético produzido pelo indutor.

Indutância de um solenóide: considera-se um solenóide de secção S. Qual é a indutância por unidade de comprimento nas proximidades do centro do solenóide?

Seja l o comprimento do segmento perto do centro do solenóide:

$$N\Phi_B = nlBS$$

O módulo do campo magnético no interior do solenóide é: $B = n\mu_0 i$

Logo, a indutância será:

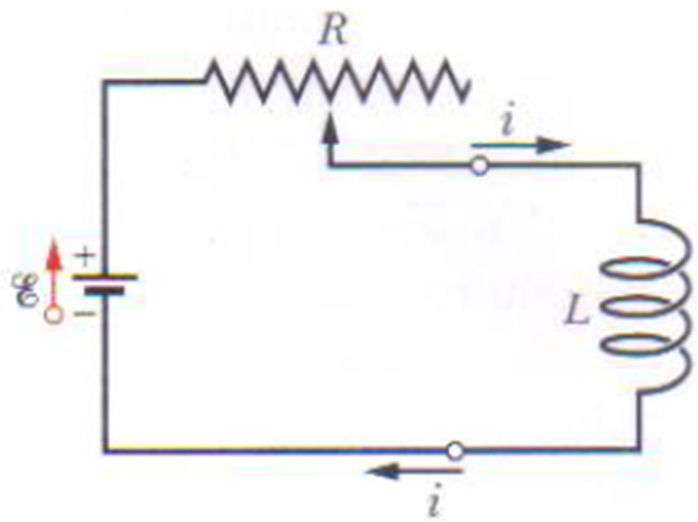
$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{nl(n\mu_0 i)S}{i} = \mu_0 n^2 lS$$

E,

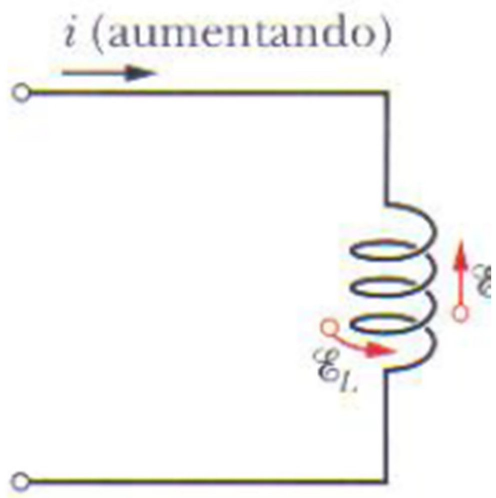
$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 S$$

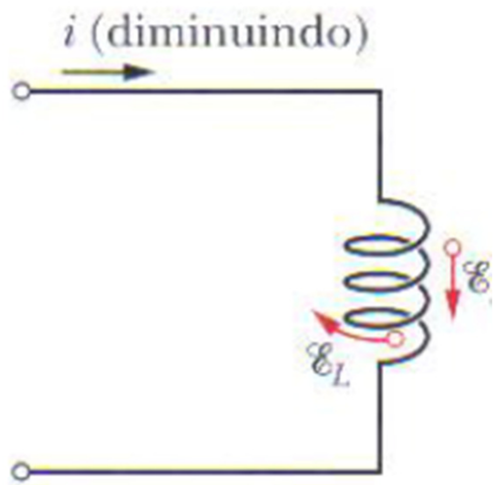
Na prática a indutância será igual ao valor acima definido se o comprimento do solenóidde for muito maior que o raio, da mesma forma que a capacitância equivale a ($C = \varepsilon_0 S/d$) quando as placas são muito próxiams de modo a excluir as distorções nas extremidades).

- A variação da corrente que passa pelo indutor, na figura ao lado, via variação do contacto no resistor variável, produz uma força electromoctriz induzida enquanto a corrente estiver a variar.



- Auto-indutância: Quando a corrente que atravessa um indutor varia, o fluxo magnético que atravessa as espiras também varia ($\Phi_B = BS = n\mu_0 iS$). Consequentemente, de acordo com a lei de Faraday, aparecerá fem no indutor. A este processo chama-se de auto-indução.
- $\varepsilon_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$



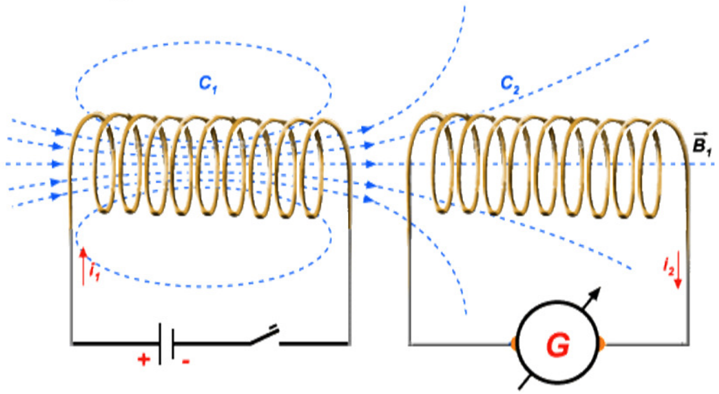


- $\varepsilon_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = -\frac{d(nl.n\mu_0 i\ )}{dt} = -\mu_0 n^2 lS\frac{di}{dt} =$
- $\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$ (força electromotriz auto-induzida).

- Para determinar a polaridade da fem auto-induzida aplica-se a lei de Lenz (a força electromotriz auto-induzida opõe-se à variação da corrente).
- Indutância mútua: imaginemos dois circuitos, um próximo do outro, tal como mostra a figura que se segue:

- No circuito à esquerda (C_1) uma fonte de tensão produz a corrente que por sua vez produz indução magnética $\vec{B}_1$ sobre a bobina do do ircuito correspondente. Se C_2 estiver as linhas de $\vec{B}_1$ podem atingir a outra bobina provocando um fluxo magnético. E se este último fluxo for variável no circuito C_2 aparecerá corrente induzida i_2. O segundo não fonte de tensão.

A corrente no circuito
à esquerda produz fluxo
magnético dentro do
circuito à direita:
$\Phi_2 = -Mi_1$



M- indutância mútua, constante que depende da forma dos circuitos e da separação entre eles.

A variação da corrente no circuito 1 induz fem no circuito 2.

$$\varepsilon_2 = M\frac{di_1}{dt}$$

- Como é que o pode ser variado o fluxo no primeiro circuito?

✓ Com uma corrente variável que pode ser conseguida colocando um reóstato e a corrente será função do ponto do contacto com o reóstato. Esta corrente variável provoca um campo magnetivo variável no circuito 2 e o fluxo varia;

✓ Para i_1 *constante, variação do fluxo consegue-se deslocando sucessivamente um circuito em relação ao outro.*

Havendo inicialmente corrente (variável) em cada um dos circuitos, cada um pode provocar indução magnética no outro, por isso se chama de indução mútua.

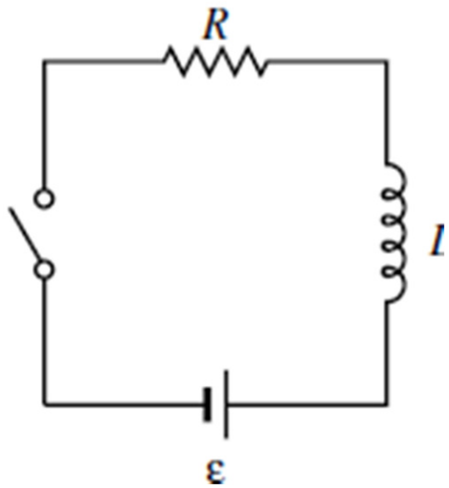
Circuito RL

- No circuito ao lado L representa a indutância total do circuito e R a resistência total do mesmo.
- Fechando o interruptor, no circuito irá fluir corrente i no sentido anti-horário, sendo a equação da malha (conservação de energia) a se´guinte:

$$iR = \varepsilon - L\frac{di}{dt}$$

$\frac{dq}{(\mathscr{E}-q)} = \frac{1}{CR}dt;\ u = -dq$ (no caso do capacitor)

- Circuito RL



- A equação pode ser re-escrita de modo a tomar o seguinte aspecto:

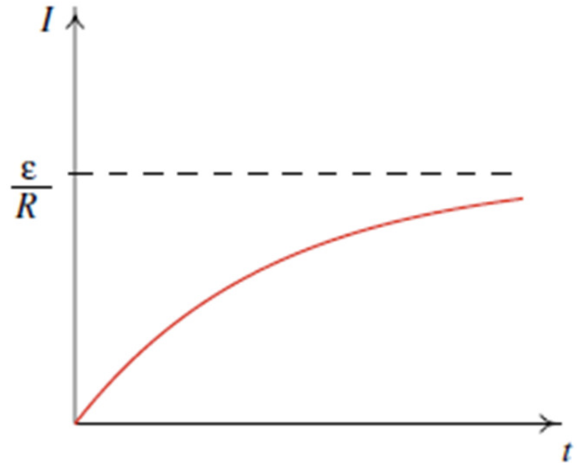
$$L\frac{di}{dt} + iR = \varepsilon$$

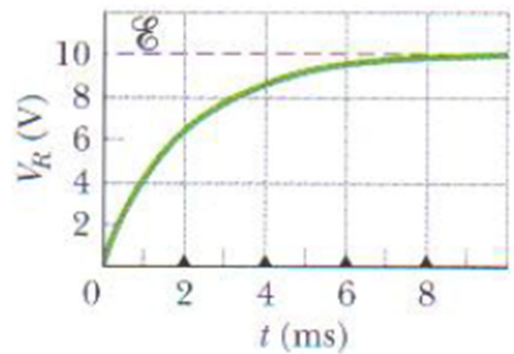
- A solução desta equação (veja como foi resolvvia a eq. dif. Para circuito RC)é:

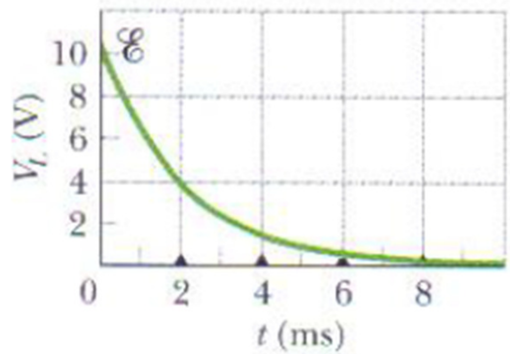
$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$- a corrente aumenta

Onde $\frac{L}{R}$ −é constante de tempo.

Graficos de $i(t)$ e diferença de potencial em R e L.







Energia do campo magnético.

- Como acabamos de ver, quando o circuito é fechado através do interruptor, a lei de conservação de energia é representada pela equação que se segue:

$\varepsilon = L\frac{di}{dt} + iR$ (relação entre a tensão e diferença de potencial no indutor e no resistor)

Se multiplicarmos esta equação pela corrente obtemos a potência (a taxa de variação temporal da energia):

$$\varepsilon i = Li\frac{di}{dt} + i^2 R$$

Ou seja, esta última equação representa a taxa com a qual a fonte de tensão fornece energia ao resto do circuito.

- O termo i^2R, representa a taxa com a qual a energia é dissipada pelo resistor como energia térmica,

e

- O termo $Li\frac{di}{dt}$, representa a taxa com a qual a energia é armazenada no campo magnético pelo indutor. Ou seja,

$$Li\frac{di}{dt} = \frac{dU_B}{dt}$$

U_B- energia potencia magnética

- De $Li\frac{di}{dt} = \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow$

$$dU_B = Lidi$$

Ou $\int_0^{U_B} dU_B = L\int_0^{i} idi \Rightarrow$

$$U_B = L\frac{i^2}{2} \text{ (energia magnética)}$$

U_B-representa a energia total armazenada por um indutor percorrido por corrente *i*.

Nota: U_B assemelha-se a $U_E = \frac{q^2}{2C}$ (energia armazenada pelo campo eléctrico)

- Exemplo: Uma bobina tem uma indutância de 60 mH e uma resistência de 300 mΩ. Se uma força electromotriz de 24 V for aplicada a bobina, (a) qual é a energia armazenada pelo campo magnético quando a corrente atinge o valor final? (b) após quantas τ_L metade da energia final está armazenada no campo magnético?
- $i_\infty = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{24}{0,30} = 80\ A$
- $U_{B,\infty} = L\frac{i^2{}_\infty}{2} = 0,06\frac{80^2}{2} = 192\ J$

$$U_B = \frac{1}{2} U_{B,\infty}$$

$$L\frac{i^2}{2} = \frac{1}{2} L\frac{i^2{}_\infty}{2} \qquad \Rightarrow$$

$$i = \frac{1}{\sqrt{2}} i_\infty = \frac{1}{1{,}41} 80\ A$$

$\frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau_L}\right) = i = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}R} \Rightarrow e^{-t/\tau_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ ou

$$\frac{t}{\tau_L} = -ln\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Densidade de energia do campo magnético: representa a energia por unidade de volume

$$\eta_B = \frac{U_B}{V} = \frac{1}{Sl} L \frac{i^2}{2} = \frac{L}{l} \frac{i^2}{2S}$$

Sendo L a indutância do solenóide dec comprimento l ($L = \mu_0 n^2 lS$), podemos re-escrever a equação na forma:

$$\eta_B = \frac{\mu_0 n^2 lS i^2}{2lS} = \frac{\mu_0 n^2 i^2}{2}$$

- Podemos expressar a densidade de energia com função directa do próprio campo magnético:

$$\eta_B = \frac{\mu_0 n^2 i^2}{2} \qquad \& \qquad B = \mu_0 i n$$

$$\eta_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Expressão comparável com a densidade de energia o campo eléctrico $\eta_E = \varepsilon_0 \frac{E^2}{2}$(no vácuo)

Transformador

- TPC #6
- Transformador elevador
- Transformador redutor