Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně
Ústav elektrotechniky a měření

Úvod do číslicové techniky

Přednáška č. 9

Milan Adámek

adamek@ft.utb.cz
U5 A711
+420576035251

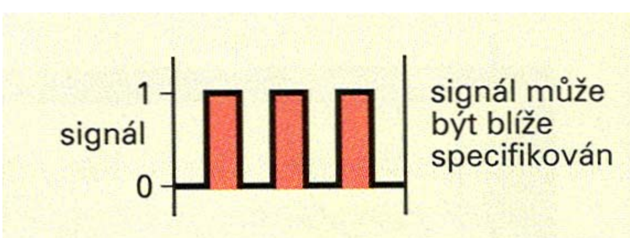
Základní pojmy

- *Informace* – kvantitativní ohodnocení nehomogenit v rozložení hmoty, polí a energie v prostoru a v čase
- *Číslicová technika* – zabývá se zpracováním číslicově kódovaných informací
- *Dvojková soustava* – každý číselný kód lze převézt na dvojkový kód (binární), soustava používá pro dva různé stavy různé symboly:
  - matematika – používá číslice 0, 1
  - logika – používá výrazy PRAVDA, NEPRAVDA
  - elektronika – používá stavů SEPNUTO, ROZEPNUTO

Základní pojmy

- *Booleova algebra* – definuje funkce logických proměnných a odvozuje vztahy mezi nimi. Jednotkou informace je 1 bit
- *pravdivostní tabulky* – obsahují vstupní a výstupní hodnoty logických funkcí nebo logických obvodů, reprezentované logickými hodnotami 0,1

Soustava	používané číslice
desítková	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
dvojková	0, 1



logická hodnota	úroveň napětí
0	L (např. 0 V)
1	H (např. 5 V)

Booleova algebra

- *matematické základy* této disciplíny položil George Boole (1815 – 1864 v Dublinu). Aplikacemi do elektrotechniky se zabýval americký ing. Claudie Elwood Shannon – zakladatel matematické teorie informace
- BA – zabývá se log. funkcemi, úpravou logických výrazů a logických rovnic
- zákony v BA:

jméno pravidla	příklad
Komutativní zákon o záměně pořadí	$a \wedge b = b \wedge a$ $a \vee b = b \vee a$
Asociativní zákony o sdružování do skupin	$a \wedge b \wedge c = (a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge c) \wedge b$ $a \vee b \vee c = (a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c) = (a \vee c) \vee b$
1. distributivní zákon 2. distributivní zákon	$(a \wedge b) \vee (a \wedge c) = a \wedge (b \vee c)$ $(a \vee b) \wedge (a \vee c) = a \vee (b \wedge c)$
de Morganovy zákony	$\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$ $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$

De Morganovy zákony

- *A. de Morgan* – anglický matematik (1806 – 1871)

1. De Morganův zákon - převádí pomocí negace konjunkci AND na disjunkci OR invertovaných vstupů

(De Morganův zákon)

rovnice:

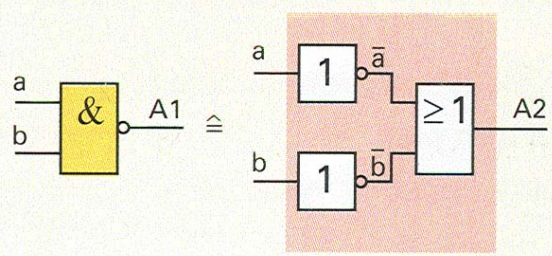
$$\underbrace{\overline{a \wedge b}}_{A1} = \underbrace{\bar{a} \vee \bar{b}}_{A2}$$

pravdivostní tabulky:

b	a	A1
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

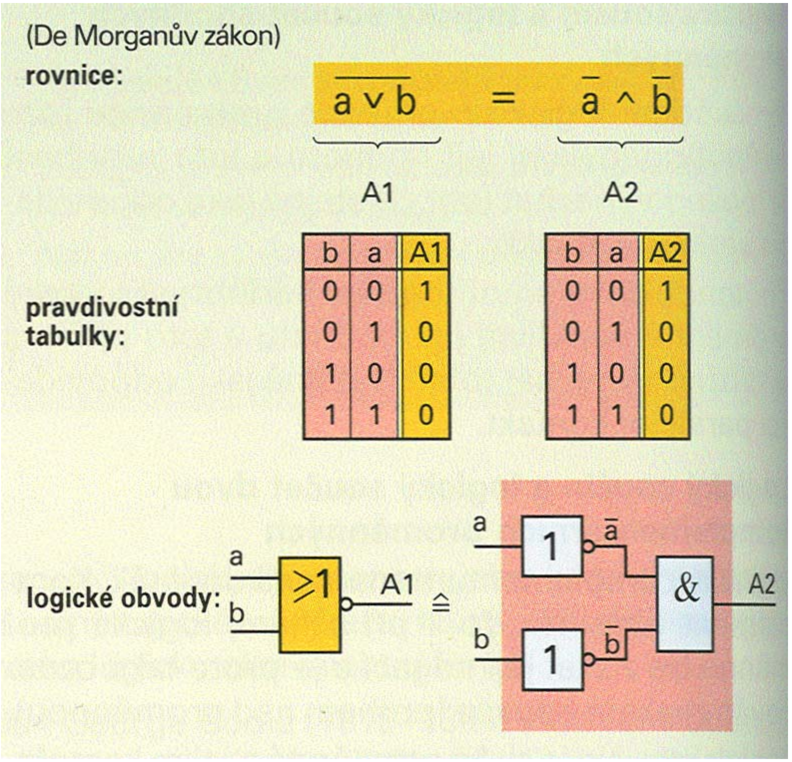
b	a	A2
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

logické obvody:

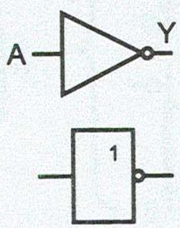
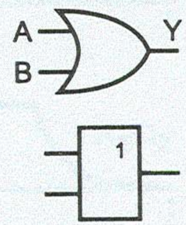
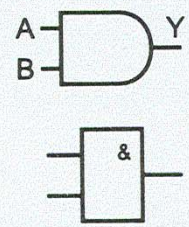
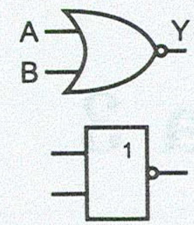
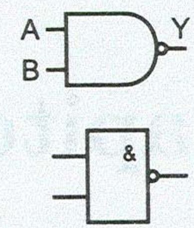


De Morganovy zákony

2. De Morganův zákon - převádí pomocí negace disjunkci OR na konjunkci AND invertovaných vstupů

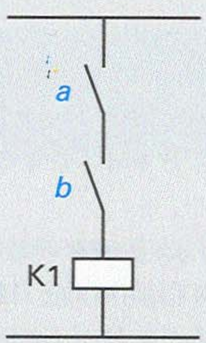
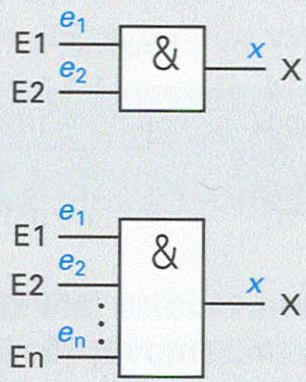
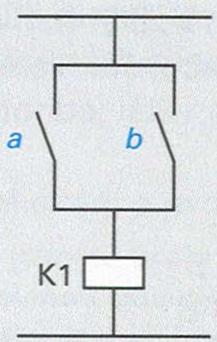
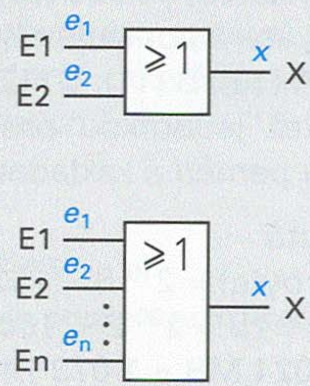


Základní logické funkce

Funkce	Negace NOT-INVERT	Součet OR	Součin AND	Neg. součet NOR	Neg. součin NAND
Symbol					
Funkce	$Y = \overline{A}$	$Y = A + B$	$Y = A \cdot B$	$Y = \overline{A + B}$	$Y = \overline{A \cdot B}$
Pravd. tabulka	A | Y L | H H | L	A B | Y L L | L L H | H H L | H H H | H	A B | Y L L | L L H | L H L | L H H | H	A B | Y L L | H L H | L H L | L H H | L	A B | Y L L | H L H | H H L | H H H | L

Základní logické funkce

Tabulka 1: Základní logické obvody AND a OR

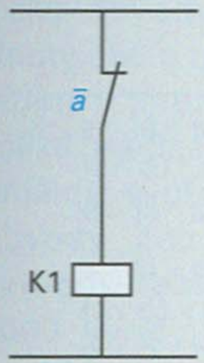
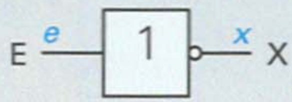
releové zapojení	bezkontaktní obvod	logická funkce	pravdivostní tabulka	početní pravidla
zapojení AND 		releové zapojení: $x_{K1} = a \wedge b$ bezkontaktní zapojení: $x = e_1 \wedge e_2$ $x = e_1 \wedge e_2 \wedge \ldots \wedge e_n$	viz tabulka AND	$0 \wedge 0 = 0$, $0 \wedge 1 = 0$, $1 \wedge 0 = 0$, $1 \wedge 1 = 1$
zapojení OR 		releové zapojení: $x_{K1} = a \vee b$ bezkontaktní zapojení: $x = e_1 \vee e_2$ $x = e_1 \vee e_2 \vee \ldots \vee e_n$	viz tabulka OR	$0 \wedge 0 = 0$, $0 \wedge 1 = 1$, $1 \wedge 0 = 1$, $1 \wedge 1 = 1$

b	a	x_{K1}
e_2	e_1	x
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

b	a	x_{K1}
e_2	e_1	x
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

[1] latinsky coniunctio = spojení [2] latinsky disjunctio = rozloučení

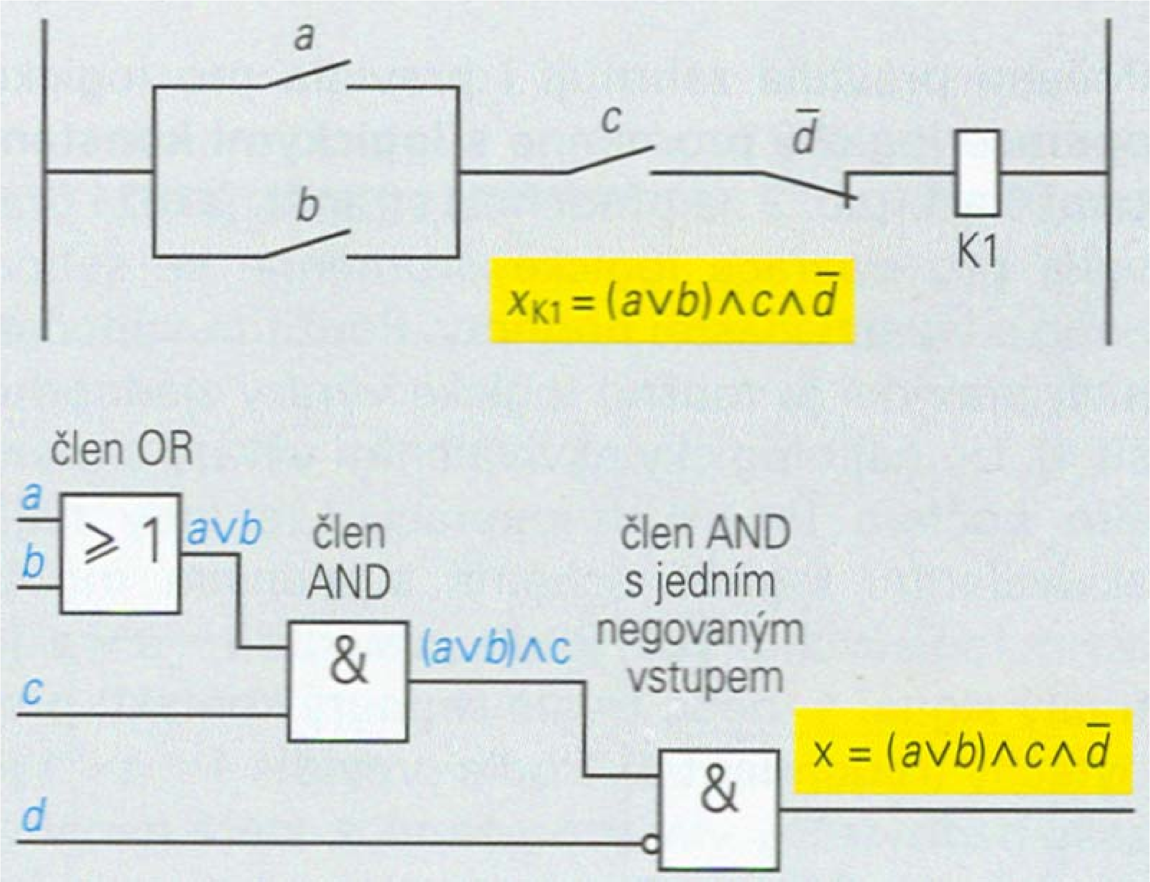
Logické funkce

<table>
<tr><th colspan="5">Tabulka 1: Obvod logické negace (logický invertor)</th></tr>
<tr><th>releové zapojení</th><th>bezkontaktní obvod</th><th>logická funkce</th><th>pravdivostní tabulka</th><th>početní pravidla</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>releová zapojení
$x_{K1} = \bar{a}$

bezkontaktní
zapojení
$x = \bar{e}$</td>
<td><table>
<tr><th>a</th><th>x_{K1}</th></tr>
<tr><th>e</th><th>x</th></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td></tr>
</table></td>
<td>$\bar{0} = 1$
$\bar{1} = 0$</td>
</tr>
</table>

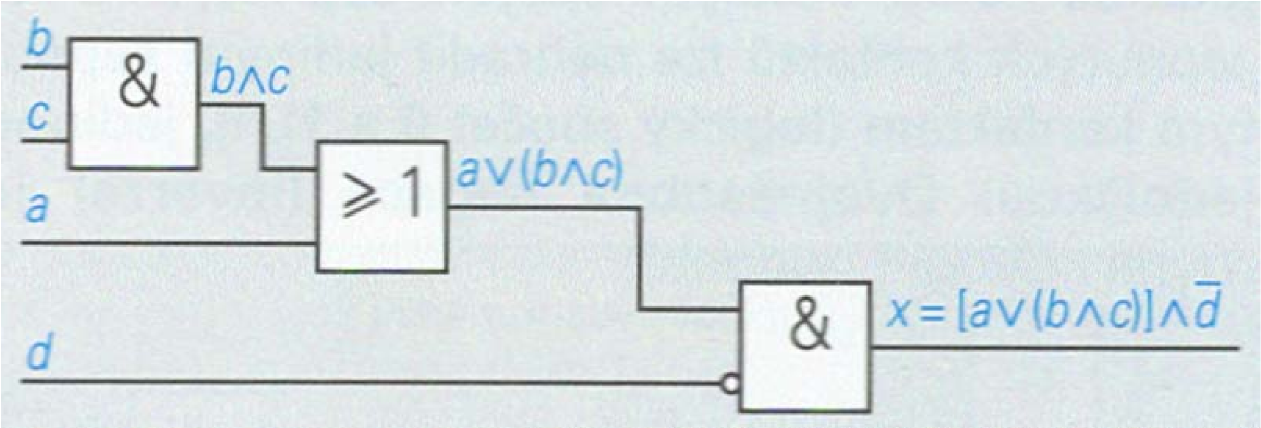
Logické funkce

Příklad realizace logické funkce



Logické funkce

Příklad realizace logické funkce



Logické funkce

Početní pravidla pro základní logické operace

Tabulka 2: Početní pravidla pro tři základní logické operace s jednou logickou proměnnou

$0 \wedge a = 0$	$0 \vee a = a$
$1 \wedge a = a$	$1 \vee a = 1$
$a \wedge a = a$	$a \vee a = a$
$a \wedge a \wedge \ldots \wedge a = a$	$a \vee a \vee \ldots \vee a = a$
$a \wedge \bar{a} = 0$	$a \vee \bar{a} = 1$
$\bar{\bar{a}} = a$	

Minimalizace logických funkcí

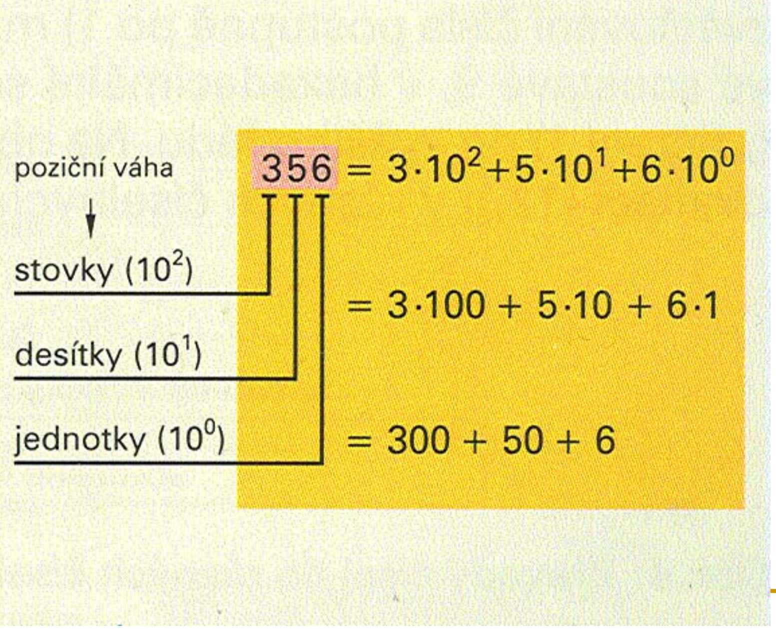
Karnaughovy mapy

- bloky v mapě by měly být co největší, aby jich při vyčerpání všech možností bylo pro pokrytí všech jedniček co nejméně
- logický výraz odpovídající jednomu bloku se nazývá term
- z termu vypadne ta proměnná, které se v rámci řádku nebo sloupce mění

Číselné soustavy

1. Desítková (dekadická) číselná soustava

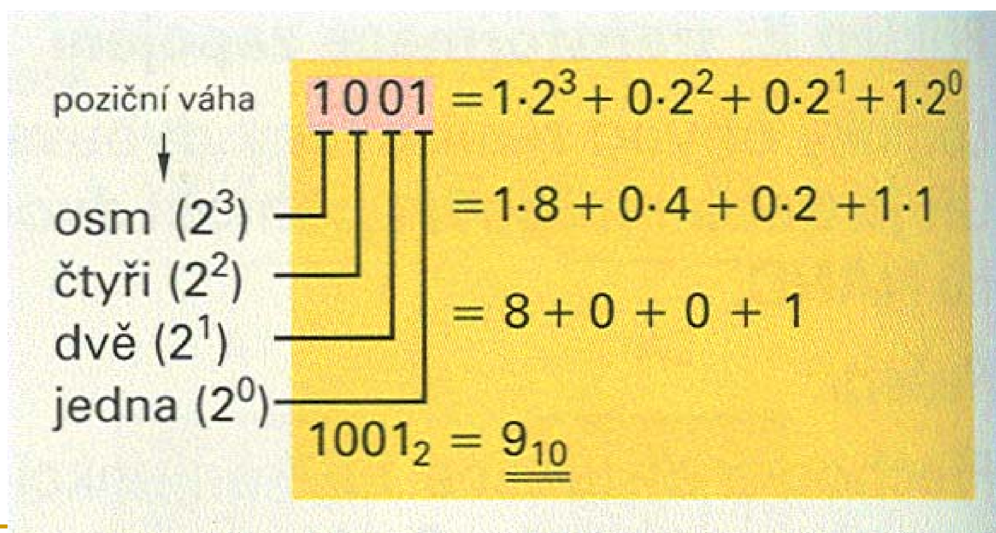
- základem je číslo 10
- soustava používá deset znaků (číslic, cifer): 0, 1,…8, 9
- hodnotu desítkového čísla lze získat jako součet součinů jednotlivých číslic s příslušnými pozičními váhami



Číselné soustavy

2. Dvojková (binární) číselná soustava

- základem je číslo 2
- soustava používá dva znaky (číslice, cifry): 0, 1
- hodnotu dvojkového čísla lze získat jako
  součet součinů jednotlivých číslic
  s příslušnými pozičními váhami



deka-dický zápis	dvojkový zápis			
	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Číselné soustavy

3. Osmičková (oktalová) číselná soustava

- základem je číslo 8
- soustava používá osm znaků (číslic, cifer): 0, 1,…,7
- jedna číslice oktalového zápisu nahradí tři číslice binárního zápisu

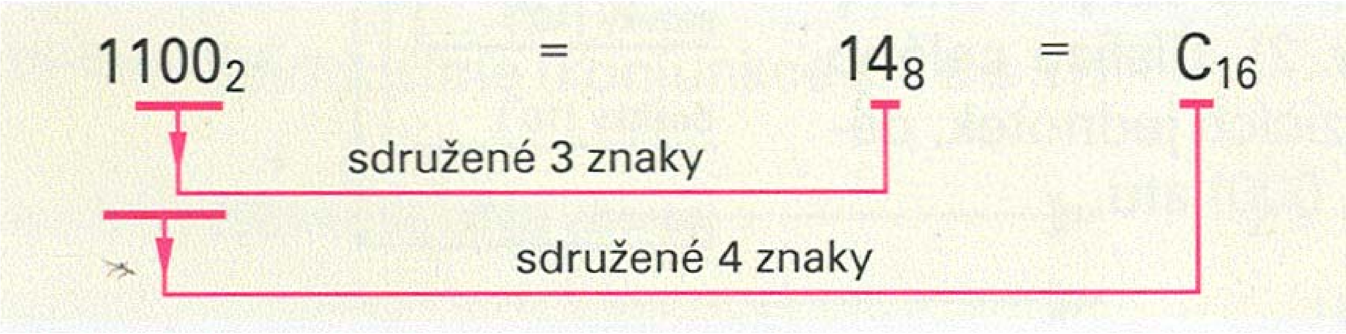
desítkový zápis		dvojkový zápis (kód)					oktálový zápis (kód)		hexadecimální zápis	
10^1	10^0	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	8^1	8^0	16^1	16^0
	0		0	0	0	0		0		0
	1		0	0	0	1		1		1
	2		0	0	1	0		2		2
	3		0	0	1	1		3		3
	4		0	1	0	0		4		4
	5		0	1	0	1		5		5
	6		0	1	1	0		6		6
	7		0	1	1	1		7		7
	8		1	0	0	0	1	0		8
	9		1	0	0	1	1	1		9
1	0		1	0	1	0	1	2		A
1	1		1	0	1	1	1	3		B
1	2		1	1	0	0	1	4		C
1	3		1	1	0	1	1	5		D
1	4		1	1	1	0	1	6		E
1	5		1	1	1	1	1	7		F
1	6	1	0	0	0	0	2	0	1	0
⋮				⋮				⋮		⋮
2	0	1	0	1	0	0	2	4	1	4

Číselné soustavy

4. šestnáctková (hexadecimální) číselná soustava

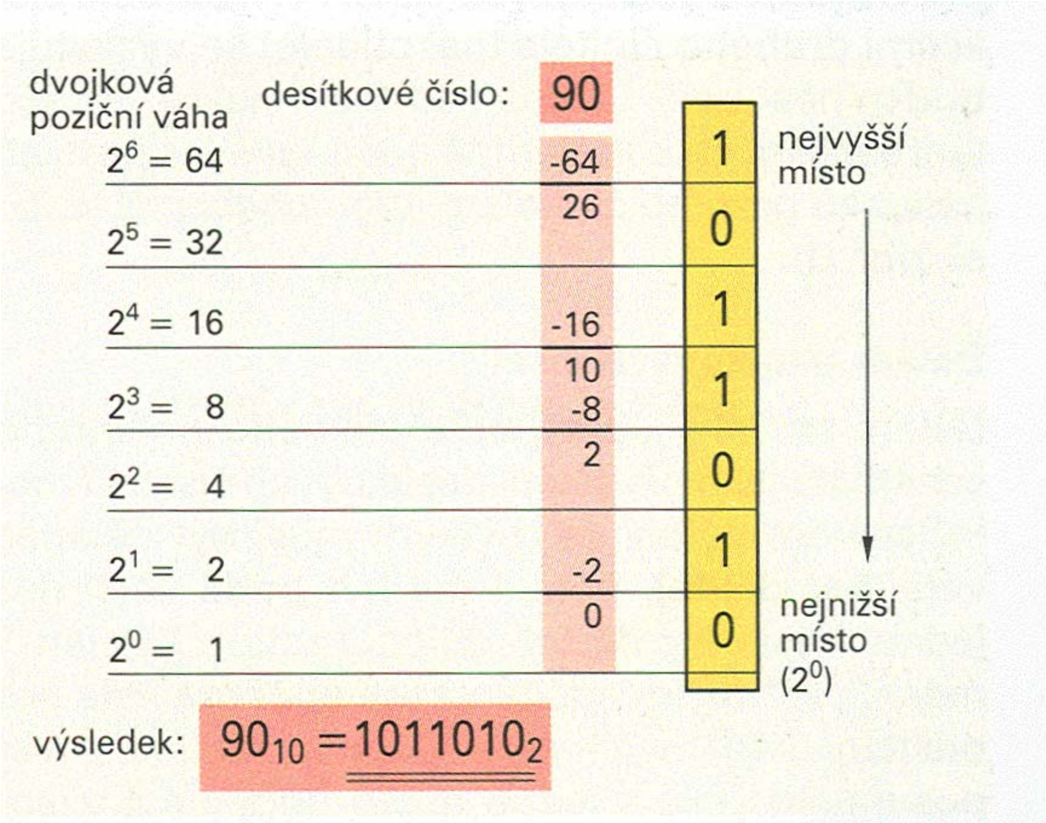
- základem je číslo16
- soustava používá šestnáct znaků (číslic a písmen, znaků):

  0, 1,…,9, A, B, C, D, E, F
- jedna číslice hexadecimálního zápisu nahradí čtyři číslice binárního zápisu



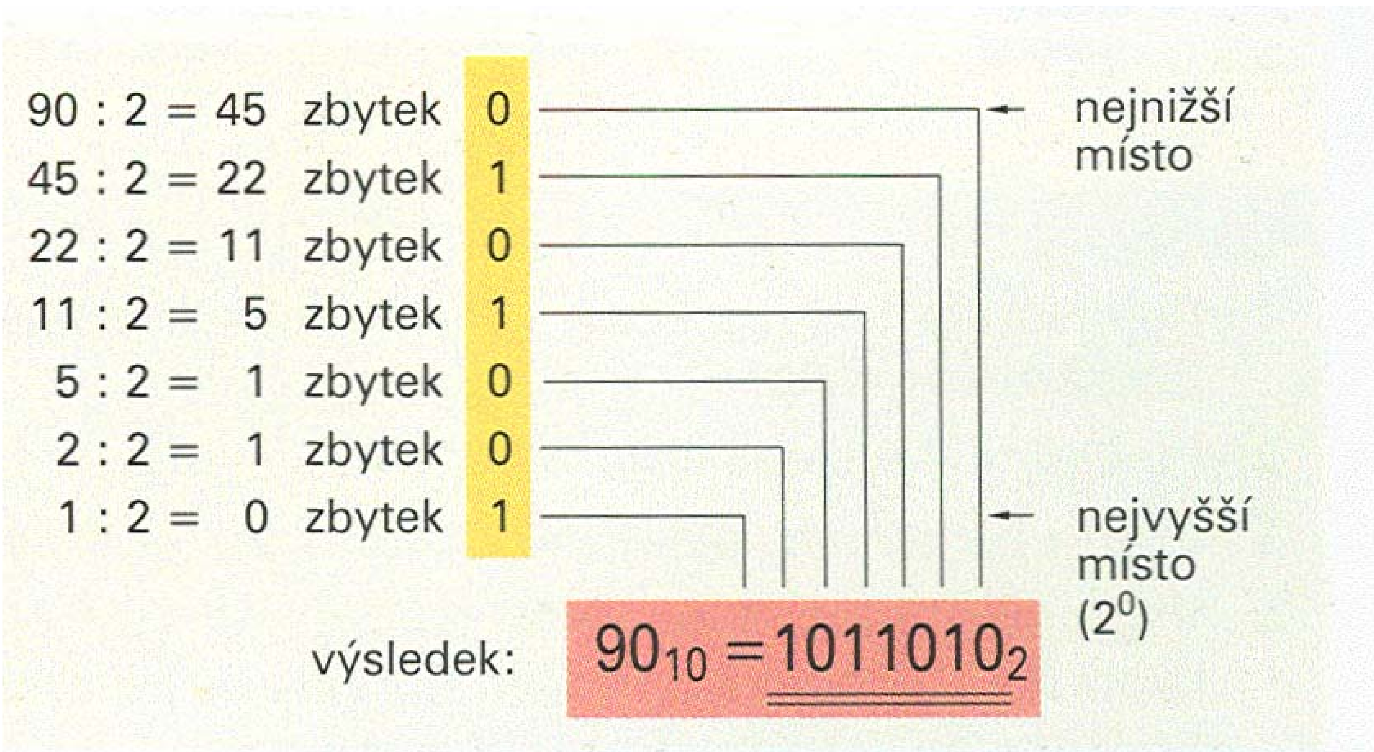
Převody desítkových čísel na dvojková čísla

1. Subatraktivní metoda – odčítá od převáděného čísla postupně nejvyšší možné mocniny 2



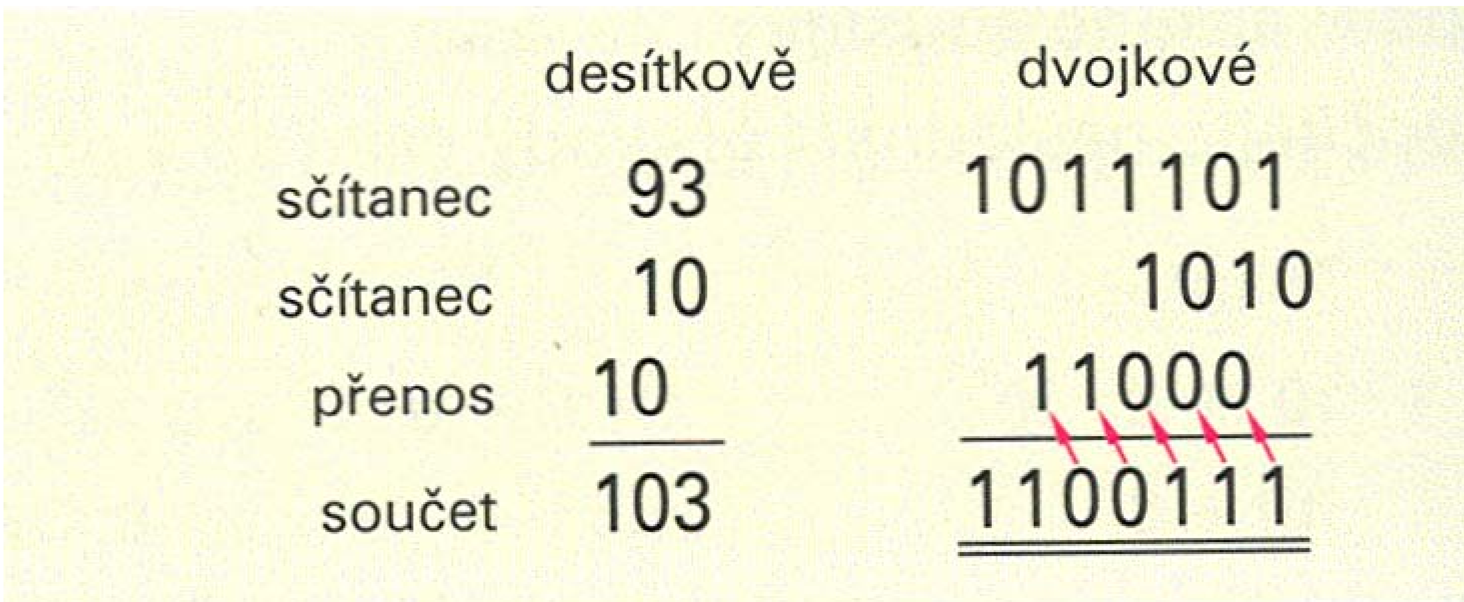
Převody desítkových čísel na dvojková čísla

2. Metoda dělení dvěma – dělí převáděné číslo 2 a sepisuje zbytky po dělení na pozice zprava



Počítání s dvojkovými čísly

1. Sčítání dvojkových čísel
   - dojde – li při sčítání k přetečení přes 1, dochází k přenosu do vyššího řádu (jde o přenos – carry)



Počítání s dvojkovými čísly

2. Odčítání dvojkových čísel
   - je – li na určitém řádovém místě cifra menšence menší než cifra menšitele, dochází k výpůjče jedničky z vyššího řádu a ta je před odčítáním přičtena k cifře menšitele

	desítkově	dvojkově
menšenec	21	10101
menšitel	−12	−1100
rozdíl	09	1001

Počítání s dvojkovými čísly

3. Násobení dvojkových čísel
    - platí stejná pravidla jako pro desítkové soustavy

činitelé	1011	· 101
	1011	
	0000	
	1011	
součin	110111	

Počítání s dvojkovými čísly

4. Dělení dvojkových čísel
   - platí stejná pravidla jako pro desítkové soustavy

```
dělenec 1 1 0 1 1 1  :  1 0 1  =  1 0 1 1
      − 1 0 1                     =======
        -----         dělitel      podíl
          0 1 1
        − 0 0 0
          -----
            1 1 1
          − 1 0 1
            -----
            0 1 0 1
            − 1 0 1
              -----
```

Binární (dvojkové) kódy

Kód – je zápis nějakého znaku jiným zápisem. Při kódování znaků představuje kód jednoznačné přiřazení mezi znaky dvou různých abeced nebo znakových sad.

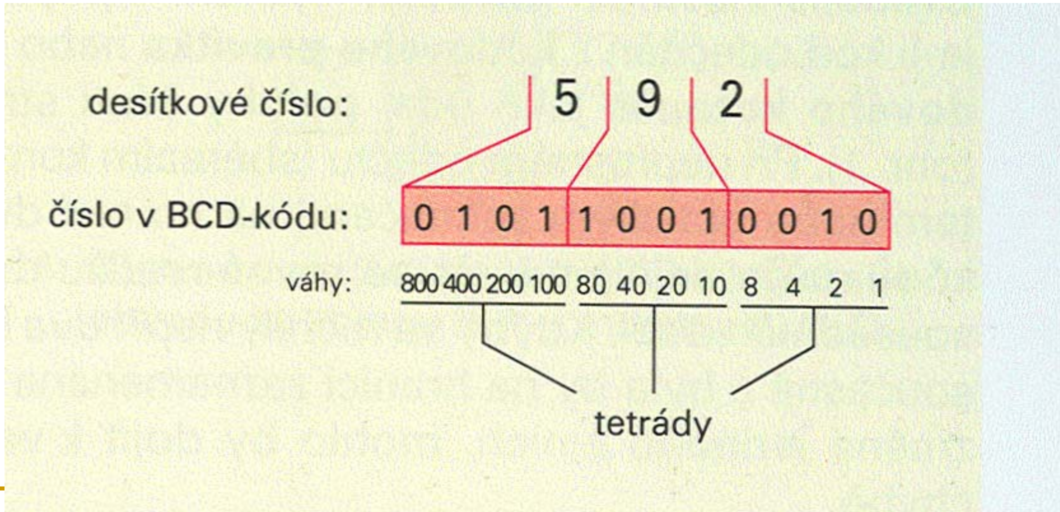
Dvojkové kódy:

- váhové kódy (Aikenův kód, kód BCD)
- neváhové kódy (Grayův kód)
- detekční kódy

Binární (dvojkové) kódy

1. Kód BCD

- BCD (Binary – Coded – Decimal = dvojkově desítkový kód) – je kód, který převádí (kóduje) jednotlivé číslice, tedy nepřevádí číslo jako celek
- dekadická číslice je vyjádřena čtyřmístným binárním kódem, tj. tetrádou binárních znaků
- jde o váhový kód 8-4-2-1



Binární (dvojkové) kódy

2. Kód Aikenův

- pojmenovaný podle amerického počítačového odborníka Howarda Aikena
- určen pro výpočty s dekadickými čísly v PC
- má různé váhy:
  - váha 2 – 4 – 2 – 1
  - váha 3 – 3 – 3 – 1

stav 1 na vstupu	Aikenův kód			
	3	3	2	1
D0	0	0	0	0
D1	0	0	0	1
D2	0	0	1	0
D3	0	0	1	1
D4	0	1	0	1
D5	1	0	1	0
D6	1	1	0	0
D7	1	1	0	1
D8	1	1	1	0
D9	1	1	1	1

Aikenův kód
0 0 0 0
0 0 0 1
0 0 1 0
0 0 1 1
0 1 0 0
1 0 1 1
1 1 0 0
1 1 0 1
1 1 1 0
1 1 1 1
2 4 2 1

Binární (dvojkové) kódy

3. Grayův kód

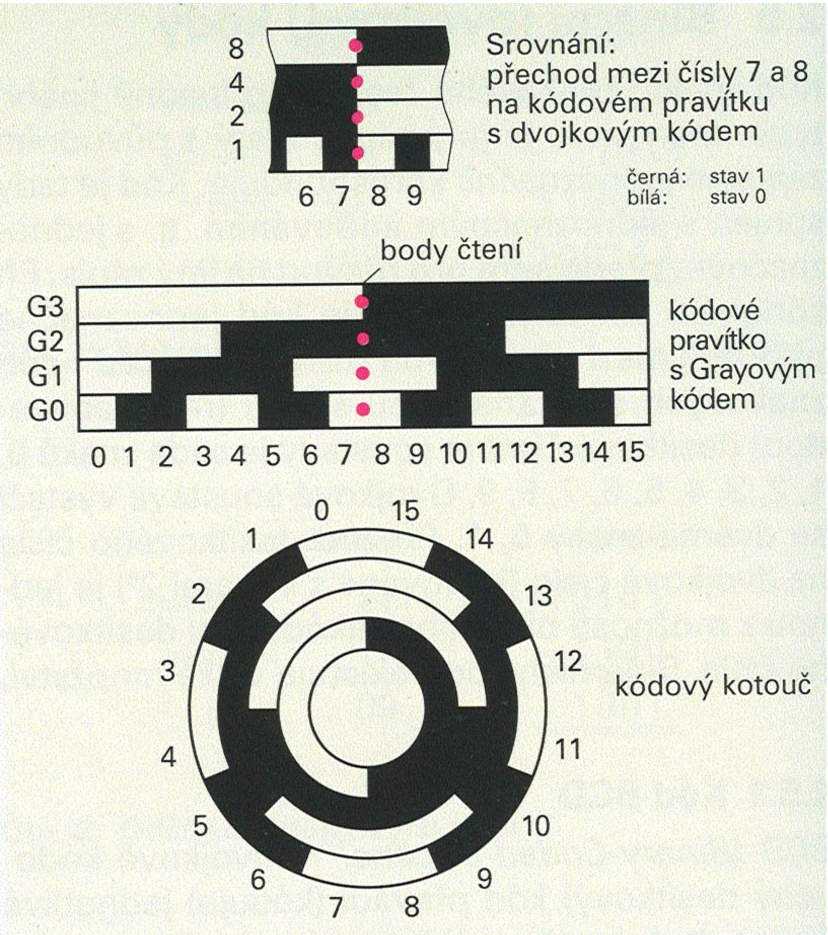
- jde o neváhový kód – pozicím nejsou přiřazeny žádné váhy
- je to reflexní kód – kódy dvou sousedních znaků se liší o jedničku
- výhoda reflexivity je u kódovacího pravítka nebo kotouče

stav 1 na	Grayův kód			
	G_3	G_2	G_1	G_0
D0	0	0	0	0
D1	0	0	0	1
D2	0	0	1	1
D3	0	0	1	0
D4	0	1	1	0
D5	0	1	1	1
D6	0	1	0	1
D7	0	1	0	0
D8	1	1	0	0
D9	1	1	0	1
D10	1	1	1	1
D11	1	1	1	0
D12	1	0	1	0
D13	1	0	1	1
D14	1	0	0	1
D15	1	0	0	0

Binární (dvojkové) kódy

Kódovací pravítko a kotouč

- při nepřesném odečtu (optickým snímačem na hranici dvou kódů dojde jen k chybě o jeden znak)



Obr. 1: **Grayův kód: kódové pravítko a kódový kotouč**

Binární (dvojkové) kódy

4. Detekční (redundantní) kódy

- rozpoznají některé chyby, které vzniknou při přenosu informace
- pro svou činnost vyžadují redundanci (nadbytečnost bitu) - jde o paritní bit
- je – li použita **lichá parita,** musí mít paritní bit takovou hodnotu, aby kompletní kód včetně paritního bitu měl lichý počet jedniček
- u **sudé parity** musí být celkově pro znak sudý počet jedniček

stav 1 na vstupu	binární kód 8	4	2	1	paritní bit
D0	0	0	0	0	1
D1	0	0	0	1	0
D2	0	0	1	0	0
D3	0	0	1	1	1
D4	0	1	0	0	0
D5	0	1	0	1	1
D6	0	1	1	0	1
D7	0	1	1	1	0
D8	1	0	0	0	0
D9	1	0	0	1	1
D10	1	0	1	0	1
D11	1	0	1	1	0
D12	1	1	0	0	1
D13	1	1	0	1	0
D14	1	1	1	0	0
D15	1	1	1	1	1

lichá parita

Binární (dvojkové) kódy

5. Kód ***k*** z ***n***

- obecně **k** bitů z celkových **n** nabývá hodnoty jedna

desítková číslice	kód 1 z 10	kód 2 z 5
0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1	1 1 0 0 0
1	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0	0 0 0 1 1
2	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0	0 0 1 0 1
3	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0	0 0 1 1 0
4	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0	0 1 0 0 1
5	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0	0 1 0 1 0
6	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0	0 1 1 0 0
7	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 1
8	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	1 0 0 1 0
9	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 0 1 0 0
poziční váhy	9 8 7 6 5 4 3 2 1 0	7 4 2 1 0 pro číslice 1 až 9