Tugas #3

Muhammad Akmal Fauta 23/519741/PA/22303
Giwari Akbar 23/520138/PA/22341

No.
Date

1.) $S = \{0, a, b, c\}$

+	0	a	B	C
0	0	a	B	C
A	a	0	C	B
B	b	c	0	A
C	c	b	a	0

x	0	a	b	c
0	0	0	0	0
a	0	a	b	c
b	0	a	b	c
c	0	0	0	0

$[S, +, x]$ ring ? Ring komutatif ?

Pembuktian:

Closure:

Jika dilihat pada tabel operasi kedua (perkalian), semua elemen pada setiap sel merupakan anggota dari himp. S.
Jadi, terbukti closure

Abelian:

- elemen identitas:
  $0 + a = a + 0 = a$
- elemen invers:
  $a + a = 0$; $b + b = 0$; $c + c = 0$
- komutatif
  $a + b = b + a$

Jika dilihat pada tabel operasi pertama (+). Memenuhi semua syarat di atas, Jadi, terbukti Abelian

Asosiatif:

$a(bc) = (ab)c$ Pada tabel operasi kedua (x).
Terbukti Asosiatif

$a(a) = (b)c$
$c = c$

Distributif:

$a(b+c) = ab + ac$; $(a+b)c = ac + bc$
$a(a) = b + c$ $(c)c = c + c$
$a = a$ $0 = 0$

Proses tersebut sesuai dgn tabel (+ & x). Jadi, terbukti distributif

estudee 36 lines (6mm spaced)

No.
Date

Dari syarat 3 tersebut, $(S, +, \times)$ merupakan Ring.

Cek, untuk Ring komutatif:

$ab = ba$

$\downarrow \quad \downarrow$

$b \neq a$ → tidak memenuhi.

Jadi, $(S, +, \times)$ adalah RING (memenuhi aksioma ring), tetapi RING ini TIDAK KOMUTATIF karena $ab \neq ba$.

2) Tentukan gcd dua polinomial $(x^3 - 2x + 1)$ dan $(x^2 - x - 2)$ pd GF(5.)

Jawab.

$$\gcd(x^3 - 2x + 1,\ x^2 - x - 2) = \gcd(x^2 - x - 2,\ x^3 - 2x + 1 \text{ rem } x^2 - x - 2)$$

$$= \gcd(x^2 - x - 2,\ x + 3)$$

$$= \gcd(x + 3,\ x^2 - x - 2 \text{ rem } x + 3)$$

$$= \gcd(x + 3,\ 0)$$

$$= x + 3 \ //.$$

$$\begin{array}{r|l} & x + 1 \\ \hline x^2 - x - 2 & x^3 - 2x + 1 \\ & x^3 - x^2 - 2x \\ \hline & x^2 + 1 \\ & x^2 - x - 2 \\ \hline & x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} & x + 4 \\ \hline x + 3 & x^2 - x - 2 \\ & x^2 + 3x \\ \hline & -4x - 2 \\ & -4x + 12 \\ \hline & 10 \end{array}$$

10 → karena GF(5) maka sisa = 0

Hasil : $x + 3$ //.

No.
Date

3) Tentukan gcd dua polinomial (x^4+8x^3+7x+8) dan $(2x^3+9x^2+10x+1)$ pada GF(11).

Jawab

$\gcd(x^4+8x^3+7x+8,\ 2x^3+9x^2+10x+1)$

$= \gcd(2x^3+9x^2+10x+1,\ x^4+8x^3+7x+8 \text{ rem } 2x^3+9x^2+10x+1)$

$2x^3+9x^2+10x+1 \mid 6x$

x^4+8x^3+7x+8

$x^4+10x^3+5x^2+6x$ −

$9x^3+6x^2+x+8$

$= \gcd(2x^3+9x^2+10x+1,\ 9x^3+6x^2+x+8)$

$= \gcd(9x^3+6x^2+x+8,\ 2x^3+9x^2+10x+1 \text{ rem } 9x^3+6x^2+x+8)$

$9x^3+6x^2+x+8 \mid 10$

$2x^3+9x^2+10x+1$

$2x^3+5x^2+10x+3$ −

$4x^2+9$

$= \gcd(9x^3+6x^2+x+8,\ 4x^2+9)$

$= \gcd(4x^2+9,\ 9x^3+6x^2+x+8 \text{ rem } 4x^2+9)$

$4x^2+9 \mid 5x$

$9x^3+6x^2+x+8$

$9x^3+x$ −

$6x^2+8$

$= \gcd(4x^2+9,\ 6x^2+8) = \gcd(6x^2+8,\ 4x^2+9 \text{ rem } 6x^2+8)$

$6x^2+8 \mid 8$

$4x^2+9$

$4x^2+9$ −

0

$= \gcd(6x^2+8,\ 0) = 6x^2+8$ //

kog tertinggi = 6 → $6^{-1}=2$, maka:

$(6x^2+8).2 = 12x^2+16 \equiv x^2+5 \pmod 9$

Jadi GCD monic-nya: x^2+5

estudee 30 lines 6mm spaced.