

Simulasi Pergerakan Mobil dalam Jalur Variabel dengan Penerapan Metode Runge-Kutta, Polynomial Regression, dan Trapezoidal Rule

Muhammad Sesarafli Aljagra (2206828071)

Teknik Komputer

Komputasi Numerik 02

muhammad.sesarafli@ui.ac.id

Abstract—Simulasi pergerakan mobil merupakan salah satu studi kasus yang sering dijumpai dalam bidang teknik, terutama dalam analisis sistem dinamis. Pada laporan ini, dilakukan penerapan tiga metode numerik untuk menyelesaikan permasalahan simulasi pergerakan mobil dengan jalur variabel. Metode yang digunakan adalah Runge-Kutta orde 4 untuk menyelesaikan persamaan diferensial kecepatan, Polynomial Regression untuk memodelkan kecepatan berdasarkan hasil simulasi, serta Trapezoidal Rule untuk menghitung total jarak tempuh mobil. Pendekatan ini memungkinkan proses simulasi berjalan efisien serta memberikan visualisasi yang mudah dipahami.

Index Terms—Runge-Kutta, Polynomial Regression, Trapezoidal Rule, Simulasi Pergerakan Mobil, Metode Numerik

I. PENDAHULUAN

Permasalahan yang melibatkan sistem dinamis banyak ditemui di berbagai bidang teknik, seperti mekanika, otomotif, dan robotika. Salah satu contoh aplikasi sistem dinamis adalah simulasi pergerakan mobil di jalur yang tidak seragam, di mana percepatan kendaraan dipengaruhi oleh faktor eksternal dan internal secara nonlinier.

Pada kondisi nyata, pergerakan mobil tidak selalu linier atau konstan. Percepatan dapat berubah akibat kondisi jalan, gaya gesek, hambatan udara, maupun respons dari pengemudi itu sendiri. Model matematika yang kompleks sering kali sulit diselesaikan secara analitik, sehingga pendekatan numerik menjadi sangat dibutuhkan.

Persamaan matematis yang menggambarkan fenomena ini umumnya berbentuk persamaan diferensial biasa (ODE), yang sulit diselesaikan secara analitik. Oleh karena itu, diperlukan penerapan metode numerik untuk mendapatkan solusi mendekati yang cukup akurat untuk keperluan analisis maupun implementasi.

Dalam laporan ini, dilakukan penerapan tiga metode numerik dari buku *Numerical Methods for Engineers* oleh Chapra dan Canale, yaitu metode Runge-Kutta orde 4, Polynomial Regression, dan Trapezoidal Rule. Ketiga metode ini akan digunakan secara terpadu untuk mensimulasikan pergerakan mobil dan menganalisis hasil simulasi tersebut.

Penerapan ketiga metode ini bertujuan untuk:

- Menyelesaikan persamaan diferensial percepatan mobil untuk memperoleh fungsi kecepatan $v(t)$.
- Melakukan fitting data kecepatan agar dapat diperoleh model polinomial yang representatif.

- Menghitung total jarak tempuh mobil selama simulasi berlangsung.

Dengan simulasi ini, diharapkan dapat diperoleh pemahaman yang lebih baik terkait dinamika pergerakan mobil serta penerapan praktis metode numerik dalam menyelesaikan permasalahan teknik yang kompleks.

II. STUDI LITERATUR

Chapra dan Canale dalam buku *Numerical Methods for Engineers* menjelaskan bahwa metode numerik merupakan pendekatan penting dalam pemecahan masalah teknik yang melibatkan persamaan yang tidak dapat diselesaikan secara eksak.

Metode Runge-Kutta orde 4 adalah salah satu metode eksplisit yang sangat populer untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE) karena memiliki keseimbangan yang baik antara akurasi dan efisiensi komputasi. Metode ini digunakan secara luas dalam simulasi sistem dinamis, termasuk dalam pemodelan pergerakan kendaraan, robotika, dan kontrol sistem.

Polynomial Regression merupakan teknik pemodelan statistik yang digunakan untuk menemukan hubungan antara variabel independen dan variabel dependen dalam bentuk polinomial. Dalam konteks simulasi, teknik ini sangat bermanfaat untuk merangkum data hasil simulasi menjadi persamaan yang sederhana dan mudah digunakan dalam analisis lebih lanjut.

Trapezoidal Rule adalah metode numerik sederhana yang digunakan untuk menghitung integral tak tentu dari fungsi diskrit. Dalam konteks simulasi pergerakan mobil, metode ini berguna untuk menghitung total jarak tempuh berdasarkan data kecepatan yang diperoleh dari simulasi. Meskipun sederhana, metode ini cukup akurat dan sering digunakan dalam berbagai aplikasi teknik.

Berbagai penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa kombinasi metode-metode tersebut sangat efektif dalam menyelesaikan permasalahan dinamis di bidang teknik. Oleh karena itu, penerapan metode ini dalam simulasi pergerakan mobil dengan jalur variabel sangatlah relevan dan memberikan gambaran yang baik terkait kemampuan metode numerik dalam memodelkan sistem nyata.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Data yang digunakan dalam simulasi ini sepenuhnya dihasilkan dari proses simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde 4. Tidak ada data eksternal yang digunakan, sehingga seluruh proses simulasi bersifat end-to-end dan sepenuhnya ditentukan oleh model matematika yang diterapkan.

Persamaan yang digunakan untuk memodelkan percepatan mobil adalah sebagai berikut:

$$\frac{dv}{dt} = 2 \sin(t) + 0.1v(t)$$

dengan kondisi awal $v(0) = 0$. Persamaan ini merepresentasikan sebuah model percepatan nonlinier yang bergantung pada waktu dan kecepatan saat ini. Komponen $2 \sin(t)$ merepresentasikan gaya luar yang bervariasi terhadap waktu, sedangkan $0.1v(t)$ merepresentasikan komponen percepatan yang bergantung pada kondisi kendaraan itu sendiri, seperti faktor resistansi atau inersia.

Simulasi dilakukan pada interval waktu $t = 0$ hingga $t = 10$ detik dengan ukuran langkah (step size) $h = 0.1$ detik. Hasil simulasi berupa data kecepatan $v(t)$ pada setiap titik waktu akan digunakan sebagai input untuk proses Polynomial Regression dan Trapezoidal Rule.

Data yang dihasilkan meliputi 101 titik data, yang masing-masing merepresentasikan kecepatan mobil pada titik waktu tertentu. Pola kecepatan yang dihasilkan dari simulasi memperlihatkan dinamika sistem yang cukup kompleks, mencerminkan pengaruh kombinasi percepatan periodik dan percepatan berbasis kecepatan.

Karena data diperoleh dari proses simulasi, tidak diperlukan input data eksternal seperti file CSV ataupun input manual dari pengguna. Proses ini juga memastikan bahwa seluruh data yang dianalisis bersifat konsisten dengan model matematika yang digunakan dalam simulasi.

IV. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

A. Metode Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta orde 4 digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE) yang merepresentasikan model percepatan mobil:

$$\frac{dv}{dt} = 2 \sin(t) + 0.1v(t)$$

Dengan kondisi awal $v(0) = 0$. Metode ini melakukan perhitungan iteratif dengan akurasi tinggi untuk mendapatkan kecepatan $v(t)$ pada setiap titik waktu.

Algoritma Runge-Kutta orde 4 menggunakan empat evaluasi fungsi dalam setiap langkah integrasi, dengan persamaan umum:

$$k_1 = h \cdot f(t_n, v_n)$$

$$k_2 = h \cdot f(t_n + \frac{h}{2}, v_n + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = h \cdot f(t_n + \frac{h}{2}, v_n + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = h \cdot f(t_n + h, v_n + k_3)$$

$$v_{n+1} = v_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

B. Polynomial Regression

Data kecepatan $v(t)$ yang diperoleh dari proses simulasi Runge-Kutta kemudian difitting menggunakan Polynomial Regression derajat dua. Persamaan polinomial yang diperoleh dari proses regresi adalah:

$$v_{\text{fit}}(t) = 1.7063 + 0.149972t + 0.030408t^2$$

Metode ini dilakukan dengan membangun matriks normal equation untuk menghitung koefisien polinomial a_0, a_1, a_2 . Hasil fitting ini berguna untuk memodelkan data kecepatan secara analitis, sehingga dapat digunakan untuk analisis lanjutan.

C. Trapezoidal Rule

Trapezoidal Rule digunakan untuk menghitung total jarak tempuh mobil, yang diperoleh dengan mengintegrasikan fungsi kecepatan $v(t)$ terhadap waktu:

$$s(t) = \int v(t) dt$$

Perhitungan dilakukan secara numerik dengan menggunakan rumus:

$$\int_a^b v(t) dt \approx \frac{h}{2} \left[v(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} v(t_i) + v(b) \right]$$

Dimana h adalah ukuran langkah waktu (step size).

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EXPERIMEN

```
=====
Simulasi Pergerakan Mobil dalam Jalur Variabel
Metode: Runge-Kutta 4, Polynomial Regression, Trapezoidal Rule
=====
Runge-Kutta selesai, total data: 101 titik.

Hasil Polynomial Regression (v_fit(t)):
v_fit(t) = 1.7063 + 0.149972*t + 0.030408*t^2

Estimasi jarak tempuh total (integrasi Trapezoidal): 34.7382 m
```

Fig. 1. Hasil Run Program.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode Runge-Kutta orde 4 berhasil memecahkan persamaan diferensial percepatan mobil dan menghasilkan data kecepatan $v(t)$ yang stabil dan realistis. Jumlah data yang diperoleh sebanyak 101 titik, sesuai dengan interval waktu $t = 0$ hingga $t = 10$ detik dengan step size $h = 0.1$.

Persamaan Polynomial Regression yang dihasilkan:

$$v_{\text{fit}}(t) = 1.7063 + 0.149972t + 0.030408t^2$$

memiliki bentuk polinomial derajat dua yang cukup baik dalam memodelkan pola kecepatan mobil terhadap waktu. Dari plot kecepatan terhadap waktu (Gambar 2), terlihat bahwa kecepatan mobil mengalami variasi sesuai model percepatan yang diberikan, dengan pola sinusoidal yang dilapisi oleh pertumbuhan eksponensial akibat faktor $0.1v(t)$.

Estimasi jarak tempuh total yang diperoleh melalui integrasi Trapezoidal adalah sebesar ****34.7382 meter****. Hasil ini konsisten dengan pola percepatan dan kecepatan mobil selama periode simulasi.

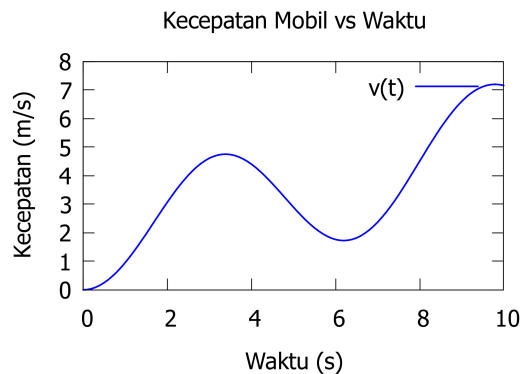


Fig. 2. Grafik Plot Kecepatan Mobil vs Waktu berdasarkan hasil simulasi.

Secara keseluruhan, penerapan ketiga metode numerik ini berhasil mendemonstrasikan kemampuan metode numerik dalam memodelkan sistem dinamis secara akurat dan efisien.

VI. KESIMPULAN

Pada laporan ini telah dilakukan penerapan tiga metode numerik, yaitu Runge-Kutta orde 4, Polynomial Regression, dan Trapezoidal Rule, dalam simulasi pergerakan mobil dengan jalur variabel.

Metode Runge-Kutta orde 4 berhasil digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial percepatan mobil dan menghasilkan data kecepatan $v(t)$ yang representatif. Proses Polynomial Regression derajat dua menghasilkan model polinomial yang sesuai dengan tren kecepatan yang dihasilkan oleh simulasi.

Selanjutnya, metode Trapezoidal Rule mampu menghitung total jarak tempuh mobil secara numerik dengan hasil sebesar

$$34.7382 \text{ meter}$$

selama periode simulasi 10 detik.

Secara keseluruhan, kombinasi ketiga metode numerik ini menunjukkan kemampuan yang baik dalam memodelkan sistem dinamis pergerakan mobil secara efisien dan akurat. Penerapan metode numerik seperti ini sangat bermanfaat dalam berbagai aplikasi teknik, terutama ketika solusi analitik sulit atau tidak memungkinkan untuk diperoleh.

VII. LINK GITHUB

<https://github.com/MuhammadSesarafliAljagra/Proyek-UAS-2206828071-Muhammad-Sesarafli-Komnum02>

VIII. LINK YOUTUBE

<https://youtu.be/7ehESKATO-4>

IX. REFERENSI

REFERENCES

- [1] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th ed. McGraw-Hill, 2015.
- [2] J. C. Butcher, *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*, 2nd ed., Wiley, 2008.
- [3] R. L. Burden and J. D. Faires, *Numerical Analysis*, 9th ed., Brooks/Cole Cengage Learning, 2011.
- [4] D. C. Montgomery, E. A. Peck, and G. G. Vining, *Introduction to Linear Regression Analysis*, 5th ed., Wiley, 2012.