

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT INSTITUTI

ASHUROV BAXTIYOR ISKANDAROVICH

**EKONOMETRIKA
bo'yicha
PRAKTIKUM**

Uslubiy qo'llanma

SAMARQAND-2021

EKONOMETRIKA bo'yicha PRAKTIKUM.

Uslubiy qo'llanma. T.: «Samarqand iqtisodiyot instituti» nashryoti, 2021, 139 bet.

Ashurov Baxtiyor

Uslubiy qo'llanma “Ekonometrika asoslari” fanidan amaliy mashg’ulotlar olib borish uchun mo’ljallangan. Qo’llanma har bir mavzu bo'yicha uslubiy ko’rsatmalar, namunaviy misollar echish va mustaqil ishlash uchun masalalar qismlaridan hamda misol va masalalar echishda qo'llaniladigan statistik jadvallardan tashkil topgan.

Uslubiy qo'llanma o'qituvchilar, iqtisodiy yo'nalishda tahsil olayotgan talabalari, magistrlar uchun mo’ljallangan.

Taqrizchilar: Fizika –matematika fanlari nomzodi, dotsent Ma'murov I.

Iqtisod fanlari nomzodi, TMI “Statistika” kafedrasи mudiri
Rashitova N.

MUNDARIJA

| | | |
|-----------------|---|------------|
| | KIRISH..... | 5 |
| I-bob. | Juft regression - korrelyatsion taxlil | 6 |
| 1.1. | Uslubiy ko'rsatma | 6 |
| 1.2. | Namunaviy misollar echish..... | 10 |
| 1.3. | Mustaqil ishslash uchun masalalar..... | 24 |
| II-bob. | Ko'p omilli regressiya va korrelyatsiya..... | 34 |
| 2.1. | Uslubiy ko'rsatma | 34 |
| 2.2. | Namunaviy misollar echish..... | 39 |
| 2.3. | Mustaqil ishslash uchun masalalar..... | 49 |
| III-bob. | Tenglamalar sistemasi ko'rinishidagi ekonometrik modellar..... | 61 |
| 3.1. | Uslubiy ko'rsatma | 61 |
| 3.2. | Namunaviy misollar echish..... | 62 |
| 3.3. | Mustaqil ishslash uchun masalalar..... | 70 |
| IV-bob. | Dinamik qatorlarda ekonometrik modellashtirish.... | 77 |
| 4.1. | Uslubiy ko'rsatma | 77 |
| 4.2. | Namunaviy misollar echish..... | 80 |
| 4.3. | Mustaqil ishslash uchun masalalar..... | 87 |
| V–bob. | Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash..... | 97 |
| 5.1. | Uslubiy ko'rsatma | 97 |
| 5.2. | Namunaviy misollar echish..... | 100 |
| 5.3. | Mustaqil ishslash uchun masalalar..... | 104 |
| VI–bob. | Amaliy ekonometrik modellar..... | 110 |
| 6.1. | Iqtisodiyotda chiziqli modellar | 110 |
| 6.1.1. | Uslubiy ko'rsatma | 110 |
| 6.1.2. | Namunaviy misollar echish..... | 112 |
| 6.1.3. | Mustaqil ishslash uchun masalalar..... | 115 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 6.2. | Iste'mol tanlovi modellari | 116 |
| 6.2.1. | Uslubiy ko'rsatma | 116 |
| 6.2.2. | Namunaviy misollar echish..... | 118 |
| 6.2.3. | Mustaqil ishlash uchun masalalar..... | 119 |
| 6.3. | Ishlab chiqarish modellari | 120 |
| 6.3.1. | Uslubiy ko'rsatma | 120 |
| 6.3.2. | Namunaviy misollar echish..... | 123 |
| 6.3.3. | Mustaqil ishlash uchun masalalar..... | 124 |
| 6.4. | Iqtisodiyot dinamikasi modellari | 125 |
| 6.4.1. | Uslubiy ko'rsatma | 125 |
| 6.4.2. | Namunaviy misollar echish..... | 127 |
| 6.4.3. | Mustaqil ishlash uchun masalalar..... | 130 |
| 6.5. | Bozor munosabatlarini modellashtirishning ikki sektorli modeli Uslubiy ko'rsatma | 131 |
| 6.5.1. | Namunaviy misol echish..... | 131 |
| 6.5.2. | Mustaqil ishlash uchun masala.lalr..... | 132 |
| 6.5.3. | | 133 |
| | Adabiyotlar ro'yxati..... | 135 |
| | Ilovalar..... | 136 |

KIRISH

Innovatsion iqtisodiyot iqtisodchi mutahassislardan ish yuritishning zamonaviy yangi usullarini o'zlashtirishni va ularni amaliyotga qo'llay bilishni talab etadi. Iqtisodiyotdagi ko'pchilik usullar ekonometrik va iqtisodiy matematik usullar va modellarga asoslangan. Ularni bilmasdan va amaliyotga qo'llamasdan murakkab iqtisodiy jarayonlarni ilmiy asoslangan holda taxlil qilish va prognozlashda ijobjiy natijalarga erishish qiyin.

Ushbu uslubiy qo'llanma talabalarga gipotetik ma'lumotlar asosida ekonometrik va iqtisodiy matematik modellashtirish usullarini amaliyotga qo'llash ko'rnikmalarini hosil qilishga mo'ljallangan bo'lib, I.I. Eliseeva tahriri ostida 2003 yilda chop etilgan "Praktikum po ekonometrike" o'quv qo'llanma asosida tayyorlandi.

Uslubiy qo'llanmaning har bir bobiga "Uslubiy ko'rsatma", "Namunaviy misollar echish", "Mustaqil ishslash uchun masalalar" qismlaridan iborat. "Uslubiy ko'rsatma" qismida mavzuning misol. va masalalarini echishning uslubiy ta'minoti va formulalar keltirilgan. "Namunaviy misollar echish" qismida mavzuni mazmun va mohiyatini to'liq qamrab oluvchi misol.lar ketma-ketligi va ularni echish usullari hamda olingan echimlarni iqtisodiy ma'nosini tahlil qilish yo'l-yo'riqlari berilgan. "Mustaqil echish uchun masalalar" qismida talabalar o'rgangan usullarini mustaqil ravishda turli amaliy masalalarni echishga qo'llash va ekonometrik modellashtirish ko'nigmalarini mustahkamlashga qaratilgan. Qo'llanmaning bunday tartibda yozilishi talabalarga mavzuni qiyinchiliklarsiz o'zlashtirishga va pedagog xodimga amaliy mashg'ulotlarni mazmunini rejalashtirishga yordam beradi. Qo'llanmaning ilova qismida masalalar echishda foydalaniladigan statistik jadvallar berilgan.

Muallif taqrizchilarga o'z minnatdorchiligini bildirib, o'quvchilardan uslubiy qo'llanmani takomillashtirish hamda o'quv qo'llanmaga aylanitirish bo'yicha fikr – mulohazalarни kutib qoladi.

I-bob. Juft korrelyatsion-regression taxlil

1.1. Uslubiy ko'rsatma

Ikki y va x o'zgaruvchilar orasidagi regressiya juft (oddiy) omilli regressiya deyiladi, u $y = f(x)$ ko'rinishga ega bo'ladi.

bu erda: y –natijaviy belgi (erksiz o'zgaruvchi); x –omil belgi (erkli o'zgaruvchi).

Regressiya chiziqli va chiziqsiz (chiziqli bo'lмаган) regressiyalarga ajratiladi.

Chiziqli regressiya quyidagi ko'rinishga ega: $y = a + b \cdot x + \varepsilon$.

Chiziqsiz regressiya ikki sinfga bo'linadi.

Erkli o'zgaruvchilarga nisbatan chiziqli bo'lмаган regressiyalar:

-turli darajadagi polinomlar $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \varepsilon$;

-giperbolalar $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$.

Baholanayotgan parametrlarga nisbatan chiziqsiz regressiyalar:

-darajali funktsiya $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$;

-ko'rsatkichli funktsiya $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$;

-eksponentsiyal funktsiya $y = e^{a+b \cdot x} \cdot \varepsilon$.

Parametrlari bo'yicha regressiya parametrlarini baholash uchun eng kichik kvadratlar usuli(EKKU) qo'llaniladi. EKKU parametrlarning shunday qiymatlarini topish imkonini beradiki, shu topilgan qiymatlarda y belgining haqiqiy qiymatlaridan uning nazariy qiymatlari \hat{y}_x orasidagi farqlarni kvadratlarining yig'indisi eng kichik(minimal) qiymatni beradi, ya'ni

$$\sum (y - \hat{y}_x)^2 \Rightarrow \min.$$

Chiziqli va chiziqli holatga keltiriladigan tenglamalar uchun quyidagi tenglamalar sistemasi a va b parametrlarga nisbatan echiladi:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum y \cdot x. \end{cases}$$

Yoki bo'lmasa tenglamalar sistemasidan kelib chiqadigan tayyor formulalardan foydalanish mumkin

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}.$$

O'rganilayotgan xodisa va jarayonlarda o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish zichligi(yoki kuchi)ni r_{xy} – chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsienti orqali baholanadi.

Chiziqli regressiya uchun korrelyatsiya koeffitsienti ($-1 \leq r_{xy} \leq 1$):

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

Chiziqsiz regressiya uchun korrelyatsiya indeksi ($0 \leq \rho_{xy} \leq 1$):

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Bu erda $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$, $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}}$, $\sigma_{qol} = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{n-m-1}}$.

Tuzilgan modellar sifatini baholash approksimatsiyaning o'rtacha xatoligini hamda determinatsiya keffitsienti qo'llab amalga oshiriladi.

Approksimatsiyaning o'rtacha xatoligi – natijaviy belgini hisoblangan qiymatlariniyu haqiqiy qiymatlaridan o'rtacha og'ishi:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\%,$$

\bar{A} ning mumkin bo'lgan qiymatlari 10 % dan katta bo'lmasligi kerak.

Regressiya tenglamasining sifatini baholashning *F-test* – usuli.

Bu usulda regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligi ko'rsatkichini statistik ma'nodor emasligi haqidagi H_0 gipotezani tekshirishdan iborat. Buning uchun haqiqiy(F_{haq}) va Fisher F-kriteriyasining tablitsa(F_{jadv}) qiymatlari taqqoslanadi. F_{haq} quyidagicha topiladi:

$$F_{haq} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \frac{n - m - 1}{m},$$

bu erda n -kuzatuvlar soni, m -erkli o'zgaruvchilar soni.

F_{jadv} -berilgan erkinlik darajasi va α ma'nodorlik darajasida tasodifyi faktorlar ta'sirida kriteriyaning bo'lishi mumkin bo'lgan eng katta(maksimal) qiymati. α -ma'nodorlik darajasi, bu y teng bo'lgan qiymatda to'g'ri gipotezani inkor etish ehtimolligi. Odatda $\alpha 0,05$ yoki $0,01$ ga teng deb olinadi.

Agar $F_{jadv} < F_{haq}$ shart bajarilsa baholanayotgan regressiya tenglamasida omillarning tasodifiyligi haqidagi H_0 gipoteza rad etiladi hamda regressiya statistik ma'noga egaligi va ishonchliligi tan olinadi. Agar $F_{jadv} > F_{haq}$ shart o'rinli bo'lsa H_0 gipoteza rad etilmaydi va regressiya tenglamasining statistik ma'noga ega emasligi, ishonchli emasligi tan olinadi.

Regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlarining statistik ma'nodorligini baholash uchun Styudent t-kriteriyasi va har bir ko'rsatkichning ishonch intervallari hisoblanadi. Regressiya va korrelyatsiya koeffitsientlarining ma'nodorligini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholash ularning qiymatlarini tasodifyi xatolarining qiymatlari bilan taqqoslash orqali amalga oshiriladi: ya'ni,

$$t_a = \frac{a}{m_a}; \quad t_b = \frac{b}{m_b}; \quad t_r = \frac{r}{m_r}.$$

Chiziqli regressiya parametrlari va korrelyatsiya koeffitsientlarining tasodifyi xatolari quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$m_a = \sigma_{qol} \frac{\sqrt{\sum x^2}}{n \cdot \sigma_x}, \quad m_b = \frac{\sigma_{qol}}{\sigma_x \cdot \sqrt{n}}, \quad m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n - 2}}.$$

t-statistikada jadval(t_{jadv}) va haqiqiy(t_{haq}) qiymatlarni taqqoslab H_0 gipotezani qabul qilinadi yoki rad etiladi.

Fisher F-kriteriyasi va Styudent t-kriteriyasi orasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$t_r^2 = t_b^2 = \sqrt{F}.$$

Agar $t_{jadv} < t_{haq}$ shart bajarilsa H_0 gipoteza rad etiladi, ya'ni a, b va r_{xy} noldan tasodify farq qilmaydi va ular x omilning tizimli ta'sirida yuzaga kelgan. Agar $t_{jadv} > t_{haq}$ shart o'rinni bo'lsa, u holda H_0 gipoteza rad etilmaydi va a, b va r_{xy} lar tasodifiyligi tan olinadi.

Har bir parametr shonch oralig'ini hisoblash uchun bo'lishi mumkin bo'lgan hatolik $-\Delta$ aniqlaniladi.

$$\Delta_a = t_{jadv} \cdot m_a, \quad \Delta_b = t_{jadv} \cdot m_b.$$

Ishonch oraliqlarini aniqlash formulalari quyidagicha:

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a; \quad \gamma_{a_{min}} = a - \Delta_a; \quad \gamma_{a_{max}} = a + \Delta_a.$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta_b; \quad \gamma_{b_{min}} = b - \Delta_b; \quad \gamma_{b_{max}} = b + \Delta_b.$$

Agar ishonch oralig'i chegarasiga nol tushib qolsa, ya'ni quyi chegarasi manfiy yuqori chegarasi musbat bo'ladigan bo'lsa, baholanayotgan parametr nol deb qabul qilinadi, chunki u bir paytning o'zida ham musbat. ham manfiy qiymatni qabul qila olmaydi.

Erksiz o'zgaruvchi y ning prognoz qiymati $\hat{y}_x = a + b \cdot x$ regressiya tenglamasiga erkli o'zgaruvchi x_r ning prognoz qiymatini qo'yib hisoblanadi. Prognoz qiymatning aniqligini hisoblash uchun prognozning o'rtacha standart hatoligi $m_{\hat{y}_p}$ hisoblanadi.

$$m_{\hat{y}_p} = \sigma_{qol} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}},$$

Prognozning ishonch oralig'i quyidagicha aniqlaniladi:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = \hat{y}_p \pm \Delta_{\hat{y}_p}; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{min}}} = \hat{y}_p - \Delta_{\hat{y}_p}; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{max}}} = \hat{y}_p + \Delta_{\hat{y}_p}.$$

bu erda $\Delta_{\hat{y}_p} = t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_p}$.

1.2. Namunaviy misollar echish

1-misol.

Mamlakatda ettita viloyat bo'yicha ikkita ko'rsatkich qiymatlari berilgan(1.1-jadval).

1.1-jadval

| Viloyatlar raqamlari | Umumiylar xarakatlarda oziq -ovqat maxsulotlariini sotib olish uchun xarakatlari, %, y | Bir ishchining o'rtacha kunlik ish haqi, ming so'm, x |
|-------------------------|---|--|
| 1 | 68,8 | 45,1 |
| 2 | 61,2 | 59,0 |
| 3 | 59,9 | 57,2 |
| 4 | 56,7 | 61,8 |
| 5 | 55,0 | 58,8 |
| 6 | 54,3 | 47,2 |
| 7 | 49,3 | 55,2 |

Topshiriq:

1. y bilan x orasidagi bog'lanishni tavsiflash uchun quyidagi funktsiyalar parametrlarini hisoblang:

- a) chiziqli;
- b) darajali;
- v) ko'rsatkichli;
- g) teng tomonli giperbola.

2. Har bir modelni approsimatsiyaning o'rtacha xatoligi - \bar{A} va Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang.

Echish

1.a. $y = a + b \cdot x$ chiziqli regressiyaning a va b parametrlarini hisoblash uchun quyidagi normal tenglamalar sistemasini a va b larga nisbatan echamiz:

$$\begin{cases} n \cdot a + b \cdot \sum x = \sum y \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 = \sum (y \cdot x) \end{cases}$$

Hisoblashlarni amalga oshirish uchun quyidagi ishchi jadvalini tuzamiz(1.2-jadval):

1.2-jadval

| | y | x | yx | x^2 | y^2 | \hat{y}_x | $y - \hat{y}_x$ | $A_i, \%$ |
|-----------------|-------|-------|----------|----------|----------|-------------|-----------------|-----------|
| 1 | 68,8 | 45,1 | 3102,88 | 2034,01 | 4733,44 | 61,3 | 7,5 | 10,9 |
| 2 | 61,2 | 59,0 | 3610,80 | 3481,00 | 3745,44 | 56,5 | 4,7 | 7,7 |
| 3 | 59,9 | 57,2 | 3426,28 | 3271,84 | 3588,01 | 57,1 | 2,8 | 4,7 |
| 4 | 56,7 | 61,8 | 3504,06 | 3819,24 | 3214,89 | 55,5 | 1,2 | 2,1 |
| 5 | 55,0 | 58,8 | 3234,00 | 3457,44 | 3025,00 | 56,5 | -1,5 | 2,7 |
| 6 | 54,3 | 47,2 | 2562,96 | 2227,84 | 2948,49 | 60,5 | -6,2 | 11,4 |
| 7 | 49,3 | 55,2 | 2721,36 | 3047,04 | 2430,49 | 57,8 | -8,5 | 17,2 |
| Jami | 405,2 | 384,3 | 22162,34 | 21338,41 | 23685,76 | 405,2 | 0,0 | 56,7 |
| O'rtacha qiymat | 57,89 | 54,90 | 3166,05 | 3048,34 | 3383,68 | x | x | 8,1 |
| σ | 5,74 | 5,86 | x | x | x | x | x | x |
| σ^2 | 32,92 | 34,34 | x | x | x | x | x | x |

Jadval ma'lumotlaridan foydalanib a va b parametrлarning qiymatlarini hisoblaymiz:

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{3166,05 - 57,89 \cdot 54,9}{5,86^2} = -0,35,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 57,89 + 0,35 \cdot 54,9 = 76,88.$$

Parametrлarning qiymatlarini o'rniga qo'ysak ushbu regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y}_x = 76,88 - 0,35 \cdot x.$$

Tuzilgan regressiya tenglamasi o'rtacha kunlik ish haqini 1000 so'mga ortishi oziq-ovqat mahsulotlarini sotib olish uchun harajatlar ulushni o'rtacha 0,35 foizga kamayishiga olib kelishini ko'rsatadi.

Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsientini hisoblaymiz:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = -0,35 \frac{5,86}{5,74} = -0,357.$$

Bog'lanish o'rta miyona, teskari.

Determinatsiya koeffitsientini aniqlaymiz.

$$r_{xy}^2 = (-0,357)^2 = 0,127.$$

Determinatsiya koeffitsientining bu qiymati natija - y ning variatsiyasi 12,7 foiz x omil belgining variatsiyasiga bog'liqligini ko'rsatadi.

Regressiya tenglamasiga x ning haqiqiy qiymatlarini qo'yib \hat{y}_x ning nazariy (hisoblangan) qiymatlarini topamiz.

Endi \bar{A} – approksimatsiyaning o'rtacha standart hatoligini hisoblaymiz.

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{0,567}{7} 100\% = 8,1\%.$$

Bu, natijaviy belgining hisoblangan qiymatlari nazariy qiymatlaridan 8,1 foizga chetlanishini ko'rsatadi.

Fisherning F-kriteriyasini hisoblaymiz:

$$F_{haq} = \frac{0,127}{0,873} \cdot 5 = 0,7.$$

$1 \leq F \leq \infty$ ekanligini e'tiborga oladigan bo'lsak, olingan natijalar hosil bo'lган bog'lanishni tasodifiy xususiyatga egaligi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilish kerakligini va tenglama parametrлari hamda bog'lanish zichligini statistik ma'noga ega emasligini ko'rsatadi.

1 b. $y = a \cdot x^b$ –darajali modelni tuzishdan avval, o'zgaruvchilarni chiziqli ko'rinishga keltiramiz. Misolimizda chiziqli holatga keltirish tenglamani ikkala qismini logarifmlash orqali amalga oshiriladi.

$$\log y = \log a + b \cdot \log x,$$

$$Y = C + b \cdot X.$$

bu erda $Y = \log y$, $X = \log x$, $C = \log a$.

Hisoblashlarni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzib(1.3-jadval).

b va C larni hisoblaymiz:

1.3-jadval

| | Y | X | YX | Y² | X² | ŷ_x | y - ŷ_x | (y - ŷ_x)² | A_i |
|-----------------|----------|----------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------------|--|----------------------|
| 1 | 1,8376 | 1,6542 | 3,0398 | 3,3768 | 2,7364 | 61,0 | 7,8 | 60,8 | 11,3 |
| 2 | 1,7868 | 1,7709 | 3,1642 | 3,1927 | 3,1361 | 56,3 | 4,9 | 24,0 | 8,0 |
| 3 | 1,7774 | 1,7574 | 3,1236 | 3,1592 | 3,0885 | 56,8 | 3,1 | 9,6 | 5,2 |
| 4 | 1,7536 | 1,7910 | 3,1407 | 3,0751 | 3,2077 | 55,5 | 1,2 | 1,4 | 2,1 |
| 5 | 1,7404 | 1,7694 | 3,0795 | 3,0290 | 3,1308 | 56,3 | -1,3 | 1,7 | 2,4 |
| 6 | 1,7348 | 1,6739 | 2,9039 | 3,0095 | 2,8019 | 60,2 | -5,9 | 34,8 | 10,9 |
| 7 | 1,6928 | 1,7419 | 2,9487 | 2,8656 | 3,0342 | 57,4 | -8,1 | 65,6 | 16,4 |
| Jami | 12,3234 | 12,1587 | 21,4003 | 21,7078 | 21,1355 | 403,5 | 1,7 | 197,9 | 56,3 |
| O'rtacha qiymat | 1,7605 | 1,7370 | 3,0572 | 3,1011 | 3,0194 | x | x | 28,27 | 8,0 |
| σ | 0,0425 | 0,0484 | x | x | x | x | x | x | x |
| σ^2 | 0,0018 | 0,0023 | x | x | x | x | x | x | x |

$$b = \frac{\bar{Y} \cdot \bar{X} - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{\sigma_x^2} = \frac{3,0572 - 1,7605 \cdot 1,7370}{0,0484^2} = -0,298.$$

$$C = \bar{Y} - b \cdot \bar{X} = 1,7605 + 0,298 \cdot 1,7370 = 2,278.$$

Hisoblanganlarni o'rniga qo'yib $\bar{Y} = 2,78 - 0,298 \cdot x$ chiziqli tenglamani olamiz. Tenglamani potentsirlab quyidagi darajali modelni olamiz:

$$\hat{y}_x = 10^{2,278} \cdot x^{-0,298} = 189,7 \cdot x^{-0,298}.$$

Hosil bo'lgan tenglamaga x ning haqiqiy qiymatlarini qo'yib, \hat{y}_x natijaning nazariy qiymatlarini olamiz.

Ular bo'yicha bog'lanish zichligi- ρ_{xy} korrelyatsiya indeksini va \bar{A} -approksimatsiyaning o'rtacha xatoligini hisoblaymiz.

$$\bar{A} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,3758, \quad \bar{A} = 8,0\%.$$

Darajali modelning tavsifi bog'lanishni chiziqli funktsiyaga nisbatan ancha yaxshi ekanligini ko'rsatadi.

1v. $y = a \cdot b^x$ - ko'rsatkichli egri chiziq modelini tuzishdan oldin funktsiyani ikki tomonini logarifmlab o'zgaruvchilarni chiziqli ko'rinishga keltiramiz.

$$\log y = \log a + x \cdot \log b;$$

$$Y = C + B \cdot x.$$

$$\text{bu erda } Y = \log y, \quad C = \log a, \quad B = \log b.$$

Hisoblashni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzamiz(1.4-jadval).

1.4-jadval

| | \mathbf{Y} | x | \mathbf{Yx} | \mathbf{Y}^2 | x^2 | \hat{y}_x | $y - \hat{y}_x$ | $(y - \hat{y}_x)^2$ | A_i |
|------|--------------|-------|---------------|----------------|----------|-------------|-----------------|---------------------|-------|
| 1 | 1,8376 | 45,1 | 82,8758 | 3,3768 | 2034,01 | 61,7 | 8,1 | 65,61 | 11,8 |
| 2 | 1,7868 | 59,0 | 105,4212 | 3,1927 | 3481,00 | 56,4 | 4,8 | 23,04 | 7,8 |
| 3 | 1,7774 | 57,2 | 101,6673 | 3,1592 | 3271,84 | 56,9 | 3,0 | 9,00 | 5,0 |
| 4 | 1,7536 | 61,8 | 108,3725 | 3,0751 | 3819,24 | 55,5 | 1,2 | 1,44 | 2,1 |
| 5 | 1,7404 | 58,8 | 102,3355 | 3,0290 | 3457,44 | 56,4 | -1,4 | 1,96 | 2,5 |
| 6 | 1,7348 | 47,2 | 81,8826 | 3,0095 | 2227,84 | 60,0 | -5,7 | 32,49 | 10,5 |
| 7 | 1,6928 | 55,2 | 93,4426 | 2,8656 | 3047,04 | 57,5 | -8,2 | 67,24 | 16,6 |
| Jami | 12,3234 | 384,3 | 675,9974 | 21,7078 | 21338,41 | 403,4 | -1,8 | 200,78 | 56,3 |

| | | | | | | | | | |
|-----------------|--------|-------|---------|--------|---------|---|---|-------|-----|
| O'rtacha qiymat | 1,7605 | 54,90 | 96,5711 | 3,1011 | 3048,34 | x | x | 28,68 | 8,0 |
| σ | 0,0425 | 5,86 | x | x | x | x | x | x | x |
| σ^2 | 0,0018 | 34,34 | x | x | x | x | x | x | x |

A va C regressiya parametrlarining qiymatlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$B = \frac{\bar{Y} \cdot \bar{x} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{96,5711 - 1,7605 \cdot 54,90}{5,86^2} = -0,0023,$$

$$C = \bar{Y} - B \cdot \bar{x} = 1,7605 + 0,0023 \cdot 54,9 = 1,887.$$

Bularni tenglamaga qo'ysak $\hat{Y}_x = 1,887 - 0,0023 \cdot x$ chiziqli tenglama hosil bo'ladi.

Hosil bo'lgan tenglamani potintsirlab uni oddiy shaklda yozamiz:

$$\hat{y}_x = 10^{1,887} \cdot 10^{-0,0023 \cdot x} = 77,1 \cdot 0,9947^x.$$

Bog'lanish zichligini ρ_{xy} -korrelyatsiya indeksi orqali baholaymiz:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \hat{y}_x)^2}{\sum(y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{28,27}{32,92}} = 0,358, \quad \bar{A} = 8,0\%.$$

Bu bog'lanish o'rtamiyona bo'lib, approksimatsiya xatoligini oshganligini ko'rsatadi. Ko'rsatkichli funktsiya o'rganilayotgan bog'lanishni darajali funktsiyadagi bog'lanishga nisbatan yomonroq tasvirlaydi.

1g. $y = a + b \cdot \frac{1}{x}$ teng tomonli giperbola tenglamasini $z = \frac{1}{x}$ almashtirish bilan chiziqli xolatga keltiramiz. Bunda tenglama $y = a + b \cdot z$ ko'rinishni oladi. Hisoblashlarni amalga oshirish uchun ishchi jadval tuzamiz(1.5-jadval).

1.5-jadval

| | y | z | yz | z^2 | y^2 | \hat{y}_x | $y - \hat{y}_x$ | $(y - \hat{y}_x)^2$ | $A_i, \%$ |
|--|---|---|----|-------|-------|-------------|-----------------|---------------------|-----------|
|--|---|---|----|-------|-------|-------------|-----------------|---------------------|-----------|

| | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|----------|--------|----------|----------|-------|------|--------|------|
| 1 | 68,8 | 0,0222 | 1,5255 | 0,000492 | 4733,44 | 61,3 | 7,0 | 49,00 | 10,2 |
| 2 | 61,2 | 0,0169 | 1,0373 | 0,000278 | 3745,44 | 56,5 | 4,9 | 24,01 | 8,0 |
| 3 | 59,9 | 0,0175 | 1,0472 | 0,000306 | 3588,01 | 57,1 | 3,0 | 9,00 | 5,0 |
| 4 | 56,7 | 0,0162 | 0,9175 | 0,000262 | 3214,89 | 55,5 | 1,2 | 1,44 | 2,1 |
| 5 | 55,0 | 0,0170 | 0,9354 | 0,000289 | 3025,00 | 56,5 | -1,4 | 1,96 | 2,5 |
| 6 | 54,3 | 0,0212 | 1,1504 | 0,000449 | 2948,49 | 60,5 | -6,5 | 42,25 | 12,0 |
| 7 | 49,3 | 0,0181 | 0,8931 | 0,000323 | 2430,49 | 57,8 | -8,2 | 67,24 | 16,6 |
| Ja-mi | 405,2 | 0,1291 | 7,5064 | 0,002431 | 23685,76 | 405,2 | 0,0 | 194,90 | 56,5 |
| O'r-tacha qiy-mat | 57,89 | 0,0184 | 1,0723 | 0,000345 | 3383,68 | x | x | 27,84 | 8,1 |
| σ | 5,74 | 0,002145 | x | x | x | x | x | | x |
| σ^2 | 32,94 | 0,000005 | x | x | x | x | x | | x |

Hisoblashlar natijalariga ko'ra a va b parametrlarning qiymatlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{z} - \bar{y} \cdot \bar{z}}{\sigma_z^2} = \frac{1,0723 - 57,89 \cdot 0,0184}{0,002145^2} = 1051,4,$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{z} = 57,89 - 1051,4 \cdot 0,0184 = 38,5.$$

Parametrlarning hosil bo'lgan qiymatlarini o'rinalariga qo'yib

$$\hat{y}_x = 38,05 + 10,51 \cdot \frac{1}{x} \quad \text{regressiya tenglamasini olamiz.}$$

Korrelyatsiya indeksini hisoblaymiz:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{27,84}{32,92}} = 0,3944.$$

Approksimatsiyaning o'rtacha standart hatoligi $\bar{A} = 8,1\%$.

Ikki tomonli giperbola tenglamasi bo'yicha bog'lanish kuchi chiziqli, darajali va ko'rsatkichli regressiyalarga nisbatan kuchliroq ya'ni,

$$\rho_{xy} = 0,3944, \quad \bar{A} \text{ esa me'yor darajasida.}$$

$$2. \quad F_{haq} = \frac{\rho_{xy}^2}{1-\rho_{xy}^2} \cdot \frac{n-m-1}{n} = \frac{0,1555}{0,8445} \cdot 5 = 0,92,$$

$$F_{jad} = 6,6 > F_{haq} = 0,92, \quad \alpha = 0,05.$$

Xulosa qilib shuni ta'kidlash mumkinki, tenglamaning parametrlari statistik ahamiyatga ega emasligi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilinadi. Ushbu natijalar ko'rib chiqilgan bog'lanishlar zichligi nisbatan yuqori emasligi va kuztuvlar sonining kamligi bilan tasdiqlanadi.

2-misol.

Hududlar bo'yicha aholining bir kunlik o'rtacha ish haqi va bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi haqida ma'lumotlar berilgan(1.6-jadval).

1.6-jadval

| Hududlar raqami | Bitta mehnatga layoqatli aholining jon boshiga to'g'ri keladigan yashash minimumi, ming so'm, x | Bir kunlik o'rtacha ish haqi, ming so'm, y |
|-----------------|---|--|
| 1 | 78 | 133 |
| 2 | 82 | 148 |
| 3 | 87 | 134 |
| 4 | 79 | 154 |
| 5 | 89 | 162 |
| 6 | 106 | 195 |
| 7 | 67 | 139 |
| 8 | 88 | 158 |
| 9 | 73 | 152 |
| 10 | 87 | 162 |
| 11 | 76 | 159 |
| 12 | 115 | 173 |

Topshiriq:

1. y ni x ga juft regressiyasini chiziqli tenglamasini tuzing.
2. Juft korrelyatsiya chiziqli koeffitsientini va approsimatsiyaning o'rtachi xatoligin hisoblang.

3. Regressiya parametrlari va korrelyatsiya koeffitsientini statistik ma'nodorligini baholang.

4. Jon boshiga yashash minimumi x ning prognoz qiymati o'rtacha darajasiga nisbatan 107 foizga o'zgarganda ish haqi y ning prognoz qiymatini toping.

5. Prognoz hatoligi va uning oralig'ini hisoblab, prognoz aniqligini baholang.

Yechish

1. Chiziqli regressiya tenglamasi parametrlarini hisoblash uchun ishchi jadval tuzamiz(1.7-jadval).

1.7-jadval

| | x | y | $y \cdot x$ | x^2 | y^2 | \hat{y}_x | | $A_i\%$ |
|--------------------|-------|-------|-------------|--------|---------|-------------|-----|---------|
| 1 | 78 | 133 | 10374 | 6084 | 17689 | 149 | -16 | 12,0 |
| 2 | 82 | 148 | 12136 | 6724 | 21904 | 152 | -4 | 2,7 |
| 3 | 87 | 134 | 11658 | 7569 | 17956 | 157 | -23 | 17,2 |
| 4 | 79 | 154 | 12166 | 6241 | 23716 | 150 | 4 | 2,6 |
| 5 | 89 | 162 | 14418 | 7921 | 26244 | 159 | 3 | 1,9 |
| 6 | 106 | 195 | 20670 | 11236 | 38025 | 174 | 21 | 10,8 |
| 7 | 67 | 139 | 9313 | 4489 | 19321 | 139 | 0 | 0,0 |
| 8 | 88 | 158 | 13904 | 7744 | 24964 | 158 | 0 | 0,0 |
| 9 | 73 | 152 | 11096 | 5329 | 23104 | 144 | 8 | 5,3 |
| 10 | 87 | 162 | 14094 | 7569 | 26244 | 157 | 5 | 3,1 |
| 11 | 76 | 159 | 12084 | 5776 | 25281 | 147 | 12 | 7,5 |
| 12 | 115 | 173 | 19895 | 13225 | 29929 | 183 | -10 | |
| Jami | 1027 | 1869 | 161808 | 89907 | 294377 | 1869 | 0 | 68,8 |
| O'rtacha qiymat | 85,6 | 155,8 | 13484,0 | 7492,3 | 24531,4 | X | X | 5,7 |
| σ | 12,95 | 16,53 | X | X | X | X | X | X |
| σ^2 | 167,7 | 273,4 | X | X | X | X | X | X |

$$b = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{y} \bar{x}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = \frac{13484 - 85,6 \cdot 155,8}{7492,3 - 85,6^2} = \frac{151,8}{164,94} = 0,92.$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 155,8 - 0,92 \cdot 65,6 = 77,0.$$

Parametrlarning hosil bo'lgan qiymatlarini o'rinnariga qo'yib

$$\hat{y}_x = 77,0 + 0,92 \cdot x$$

regressiya tenglamasini olamiz.

Ushbu tenglamadan aytish mumkinki, jon boshiga yashash minimumini 1000 so'mga ortishi o'rtacha kunlik ish haqini 920 so'mga ko'tarishga olib keladi.

2. Chiziqli bog'lanish zichligini korrelyatsiya koeffitsienti baholab beradi.

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,92 \frac{12,95}{16,53} = 0,721; \quad r_{xy}^2 = 0,52.$$

Ushbu natija ish haqi bilan jon boshiga yashash minimumi orasidagi bog'lanish zichligi yuqori darajada bo'lib 0,7ga teng va y ning 52 foiz variatsiyasi x omilning varitsiyasi bilan bog'liqligini anglatadi.

Modelning sifatini approksimatsyaning o'rtacha xatoligi formulasi orqali aniqlaymiz.

$$\overline{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \hat{y}_x}{y} \right| \cdot 100\% = \frac{68,9}{12} 100\% = 5,7\%.$$

\overline{A} ning qiymati 10 foizdan oshmaganligi sababli tuzilgan modelni sifati yaxshi deb baholanadi.

3. Regressiya parametrlarini statistik muximligini baholashni Styudent t-statistikasi va har bir ko'rsatkichni ishonch oralig'ini hisoblash orqali amalga oshiramiz.

Ko'rsatkichlarni nuldan farqlanishini statistik muhim emasligi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilaylik: $a = b = r_{xy} = 0$. Erkinlik darajasi soni uchun $df = n - 2 = 12 - 2 = 10$ va $\alpha = 0,05$ bo'lganda t_{jad} qiymati 2,23ni tashkil etadi.

Endi $m_a, m_b, m_{r_{xy}}$ lardagi tasodifiy hatolarni aniqlaymiz.

$$m_a = 12,6 \frac{\sqrt{89907}}{12 \cdot 12,95} = 24,3; \quad m_b = \frac{12,6}{12,95 \cdot \sqrt{12}} = 0,281;$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - 0,520}{12 - 2}} = 0,219.$$

Bulardan:

$$t_a = \frac{77}{24,3} = 3,2; \quad t_b = \frac{0,92}{0,281} = 3,3; \quad t_r = \frac{0,721}{0,219} = 3,3$$

qiymatlarni olamiz. Ko'rinish turibdiki t-statistikaning haqiqiy(t_{haq}) qiymatlari jadval(t_{jad}) qiymatlaridan katta:

$$t_a = 3,2 > t_{jad} = 2,23; \quad t_b = 3,3 > t_{jad} = 2,23; \quad t_r = 3,3 > t_{jad} = 2,23.$$

shuning uchun H_0 gipoteza rad etiladi, ya'ni a, b va r_{xy} lar tasodifan noldan farq qilmaydi, ularning statistik muximligi tasdiqlanadi.

a va b lar uchun ishonch oraliqlarini hisoblaymiz. Buning uchun har bir ko'rsatkich uchun limit xatoliklarini aniqlaymiz:

$$\Delta_a = 2,23 \cdot 24,3 = 54; \quad \Delta_b = 2,23 \cdot 0,281 = 0,62.$$

Ishonch oraliqlarini hisoblaymiz:

$$\gamma_a = 77 \pm 54; \quad \gamma_{a_{min}} = 77 - 54 = 23; \quad \gamma_{a_{max}} = 77 + 54 = 131,0.$$

$$\gamma_b = 0,92 \pm 0,62; \quad \gamma_{b_{min}} = 0,92 - 0,62 = 0,30; \quad \gamma_{b_{max}} = 0,92 + 0,62 = 1,54.$$

Demak ishonch oraliqlari:

$$23,0 \leq \gamma_a \leq 131, \quad 0,30 \leq \gamma_b \leq 1,54.$$

Ishonch oraliqlarining taxlili shuni ko'rsatadi, a va b parametrlar $p=1-\alpha = 0,95$ ehtimollik bilan hisoblangan oraliqlarda nol qiymatga teng bo'lmaydi, ya'ni ular statistik muhim va noldan ancha farq qiladi.

4. Tuzilgan regressiya tenglamasining baholash natijalari uni prognozlash masalalarini echish uchun qo'llash mumkinligini ko'rsatadi.

Agar yashash minimumining prognoz qiymati $x_p = \bar{x} \cdot 1,07 = 85,6 \cdot 1,07 = 91,6$ ming so'mni tashkil etsa u holda oylik ish haqining prognoz qiymati $\hat{y}_p = 77 + 0,92 \cdot 91,6 = 161$ ming so'mni tashkil etadi.

5. Prognozlash hatoligi

$$m_{\hat{y}_p} = 12,6 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(91,6 - 85,6)^2}{12 \cdot 12,95^2}} = 13,2 \text{ ming so'mga teng.}$$

Prognozning limit xatoligi 95 foiz holatlarda

$$\Delta_{\hat{y}_p} = t_{jadv} \cdot m_{\hat{y}_p} = 2,23 \cdot 13,2 = 29,4 \text{ ming so'mdan oshmaydi.}$$

Prognozning ishonch oralig'i:

$$\gamma_{\hat{y}_p} = 161 \pm 29,4; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{min}}} = 161 - 29,4; \quad \gamma_{\hat{y}_{p_{max}}} = 161 + 29,4$$

$$131,6 \leq \gamma_{\hat{y}_p} \leq 190,4.$$

Prognoz qilingan o'rtacha oylik ish haqini 95 foiz($p=1-\alpha = 1-0,05=0,95$) ishonchli deyish mumkin, lekin u aniq qiymat emas. Chunki ishonch oralig'inining quyi va yuqori chegaralari nisbatil, 44 martaga teng, ya'ni

$$D_y = \frac{\gamma_{\hat{y}_{max}}}{\gamma_{\hat{y}_{min}}} = \frac{190,4}{131,6} = 1,44.$$

3-misol.

Bir turdag'i mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalar guruhlari bo'yicha mahsulot birligi tannarxi y ning jadvalda keltirilgan omillarga qanday bog'liqligi haqidagi ma'lumotlar berilgan:

1.8-jadval

| Omil belgi | Juft regressiya tenglamasi | Omilning o'rtacha qiymati |
|---|--|---------------------------|
| Ishlab chiqarish hajmi, mln. so'm, x_1 | $\hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$ | $\bar{x}_1 = 2,64$ |
| Mahsulot birligi mexnat sig'imi, kishi/soat, x_2 | $\hat{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83 \cdot x_2$ | $\bar{x}_2 = 1,38$ |
| Bir tonna yoqilg'inining ulgurji bahosi, mln. so'm, x_3 | $\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$ | $\bar{x}_3 = 1,50$ |
| Foydaning davlatga o'tkaziladigan ulushi, %, x_4 | $\hat{y}_{x_4} = 14,87 + 1,0116^{x_4}$ | $\bar{x}_4 = 26,3$ |

Topshiriq:

- Elastiklik koefitsienti yordamida har bir omilni natijaga ta'sir kuchini aniqlang.
- Omillarni ta'sir kuchlari bo'yicha ranjirlang.

Echish

1. $\hat{y}_{x_1} = 0,62 + 58,74 \cdot \frac{1}{x_1}$ – teng tomonli giperbola tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_1} = f'(x_1) \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}} = -\frac{b}{\bar{x}_1^2} \cdot \frac{\bar{x}_1}{a+b/\bar{x}_1} = -\frac{b}{a \cdot \bar{x}_1 + b} = -\frac{58,74}{0,62 \cdot 2,64 + 58,74} = -0,97\%.$$

$\hat{y}_{x_2} = 9,30 + 9,83 \cdot x_2$ – to'g'ri chiziq tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_2} = f^!(x_2) \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}} = \frac{b \cdot \bar{x}_2}{a + b \cdot \bar{x}_2} = \frac{9,83 \cdot 1,38}{9,30 + 9,83 \cdot 1,38} = 0,59\%.$$

$\hat{y}_{x_3} = 11,75 + x_3^{1,6281}$ - darajali bog'lanish tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_3} = f^!(x_3) \frac{\bar{x}_3}{\bar{y}} = a \cdot b \cdot \bar{x}_3^{b-1} \cdot \frac{\bar{x}_3}{a \cdot \bar{x}_3^b} = b = 1,63\%.$$

$\hat{y}_{x_4} = 14,87 + 1,0116^{x_4}$ - darajali bog'lanish tenglamasi uchun:

$$\overline{E}_{yx_4} = f^!(x_4) \frac{\bar{x}_4}{\bar{y}} = a \cdot b^{\bar{x}_4} \cdot \ln b \cdot \frac{\bar{x}_4}{a \cdot b^{\bar{x}_4}} = \ln b \cdot \bar{x}_4 = \ln 1,016 \cdot 26,3 = 0,42\%.$$

2. \overline{E}_{yx_1} larning qiymatlarini o'zaro taqqoslab, x_j larni maxsulot birligi tannarxiga ta'sir kuchlari bo'yicha ranjirlaymiz:

$$a) \overline{E}_{yx_3} = 1,63\%; \quad b) \overline{E}_{yx_2} = 0,59\%;$$

$$v) \overline{E}_{yx_4} = 0,42\%; \quad g) \overline{E}_{yx_1} = -0,97\%.$$

Korxonalar guruhi maxsuloti tannarxining shakllanishida yoqilg'i bahosi omili eng asosiy o'rinni egallaydi, keyingi o'rinni esa maxsulot birligi mehnat sig'imi va foydaning davlatga to'lanadigan ulushi. Ishlab chiqarish hajmi omili esa tannarxni kamayishiga olib keladi: ishlab chiqarish hajmining 1 foizga o'sishi maxsulot birligi tannarxini 0,97 foizga kamayishiga olib keladi.

4-misol.

20 ta oilaning yashash sharoitini o'rtacha jon boshiga to'g'ri keladigan daromadga bog'liqligini o'rganish natijalari quyidagicha tavsiflangan:

regressiya tenglamasi: $\hat{y}_x = 2 \cdot x^{0,3}$;

korrelyatsiya indeksi: $\rho_{xy} = 0,9$;

qoldiq dispersiya: $\sigma_{qol}^2 = 0,06$.

Topshiriq:

Olingan natijalarni dispersion tahlil qiling.

Yechish

1.9-jadval

| u ning variatsiyasi | Erkinlik darjası soni | Chetlanishlar kvadratlari yig'indisi, S | Bitta erkinlik darajasiga dispersiya, D | F_{haq} | F_{jad} $\alpha = 0,05,$ $k_1=1, k_2=18$ |
|-----------------------|-----------------------|---|---|-----------|--|
| Umumiy | $df = n - 1 = 19$ | 6,316 | - | - | - |
| Haqiqiy | $k_1 = m = 1$ | 5,116 | 5,116 | 76,7 | 4,41 |
| Qoldiq | $k_2 = n-m-1=18$ | 1,200 | 0,0667 | - | - |

$$S_{qol} = \sigma_{qol}^2 \cdot n = 0,06 \cdot 20 = 1,2;$$

$$S_{umum} = S_{qol} : (1 - \rho_{xy}^2) = 1,2 : (1 - 0,81) = 6,316;$$

$$S_{haq} = 6,316 - 1,2 = 5,116;$$

$$F_{haq} = \frac{0,9^2}{1 - 0,9^2} \cdot \frac{18}{1} = 76,7.$$

$F_{haq} = 76,7 > F_{jad} = 4,4$ munosabat o'rini bo'lganligi sababli, omil(haqiqiy) va qoldiq dispersiyalarning farqlanishini tasodifiyligi haqidagi gipoteza o'rini emas. Bu farqlanishlar muxim, statistik nuqtai nazardan axamiyatli, tenglama ishonarli, ahamiyatli, bog'lanish zichligi ko'rsatkichi ishonchli va oilalarning yashash sharoiti o'rtacha jon boshiga to'g'ri keladigan daromad miqdoriga bog'liqligini ifodalaydi.

1.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Quyidagi regressiya tenglamalari berilgan:

$$1. y = a + bx^3 + \varepsilon, \quad 2. y = a + b \ln x + \varepsilon,$$

$$3. \ln y = a + b \ln x + \varepsilon, \quad 4. y = a + bx^c,$$

$$5. \textcolor{brown}{y}^a = b + cx^2 + \varepsilon, \quad 6. \textcolor{brown}{y} = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$$

Topshiriq:

Yuqorida keltirilgan regressiya tenglamalarining qaysi biri o'zgaruvchilar bo'yicha chiziqli, qaysi biri parametrlar bo'yicha chiziqli, qaysi biri ham o'zgaruvchilar bo'yicha ham parametrlar bo'yicha chiziqli emasligini aniqlang.

2-masala.

y ning x ga bog'lanishini tavsiflovchi quyidagi regressiya modeli berilgan bo'lzin:

$$\textcolor{brown}{y} = 8 - 7x + \varepsilon.$$

$$r_{xy} = -0,5; \quad n = 20 \text{ 'ekanligi ham ma'lum bo'lzin.}$$

Topshiriq:

1. Berilgan modelda regressiya koeffitsienti uchun ehtimollikning quyidagi qiymatlarida ishonch oralig'ini tuzing:
 - a) 90% ehtimollik bilan;
 - b) 99% ehtimollik bilan.
2. Olingan natijalarni tahlil qilib, ularning farqlarini tushuntirib bering.

3-masala.

30 ta savdo tashkiloti bo'yicha maxsulot bahosi $-x$ (ming so'm) va savdo tashkilotining foydasi-y (mln. so'm) ko'rsatkichlari orasidagi bog'lanish o'r ganilgan.

Regression modelni baholash natijasida quyidagi dastlabki natijalar olingan:

$$\sum (y_j - \hat{y}_x)^2 = 39000;$$

$$\sum (y_j - \bar{y})^2 = 120000.$$

Topshiriq:

1. Bu malumotlar bilan qanday korrelyatsiya koeffitsientini aniqlash mumkin, tushuntirib bering.
2. Fisher F-kriteriyasi qiymatini hisoblash uchun dispersion tahlil jadvalini tuzing.
3. F-kriteriyasining haqiqiy qiymatini jadval qiymati bilan taqqoslang va hulosa qiling.

4-masala.

Firma foydasini $y = a \cdot b^x$ funktsiya bilan modellashtirish quyidagi jadvalda keltirilgan natijalarga olib kelgan:

1.10-jadval

| t/r | Firma foydasi, mlrd.so'm, y | | t/r | Firma foydasi, mlrd.so'm, y | |
|-----|-----------------------------|-------------|-----|-----------------------------|-------------|
| | haqiqiy | hisoblangan | | haqiqiy | hisoblangan |
| 1 | 10 | 11 | 5 | 18 | 20 |
| 2 | 12 | 11 | 6 | 11 | 11 |
| 3 | 15 | 17 | 7 | 13 | 14 |
| 4 | 17 | 15 | 8 | 19 | 16 |

Topshiriq:

Model sifatini baholash uchun:

- a) approksimatsiya xatoligini aniqlang;
- b) o'rganilayotgan modeldag'i omil belgi bilan foyda o'rtasidagi bog'lanish zichligini aniqlang;
- v) Fisherning F-kriteriyasini hisoblang.

5-masala.

$y = a \cdot x^b$ bog'lanish o'rganilgan. O'zgaruvchilarni logarifmlaganda quyidagi ifodalar olingan:

$$\sum xy = 4,2087; \quad \sum x = 8,2370;$$

$$\sum x^2 = 9,2334; \quad \sum y = 3,9310;$$

$$\sum (y - \hat{y}_2)^2 = 0,0014.$$

Topshiriq:

1. "b" parametrni aniqlang.
2. $\sigma_u = 0,08$ deb faraz qilib korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang va unimuhimligini baholang

6-masala.

15ta zavod bo'yicha maxsulot hajmi $-y$ (ming dona)ni ishlab chiqarishda band aholi $-x$ (kishi) ga bog'liqligi quyidagicha ifodalangan

| | |
|---|----------------------------------|
| Regressiya tenglamasi: | $y = 30 - 0,4x + 0,04 \cdot x^2$ |
| Umumiy dispersiyada qoldiq dispersiya ulushi: | 20% |

Aniqlang:

- a) korrelyatsiya indeksini;
- b) regressiya tenglamasini muhimligini;
- v) band aholining soni 30 kishi bo'lganda elastiklik koeffitsientini.

7-masala.

10ta bir turdag'i maxsulot ishlab chiqaruvchi zavodda maxsulot birligiga sarflangan material hajmini ishlab chiqarilgan mahsulot hajmiga bog'liqligini o'rGANISH natijalari haqida quyidagi ma'lumotlar berilgan:

1.11-jadval

| Ko'rsatkich | Zavodlar bo'yicha maxsulot material sig'imi | | | | | | | | | |
|-------------------------------|---|---|---|---|-----|-----|-----|---|---|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Maxsulot birligiga sarflangan | 9 | 6 | 5 | 4 | 3,7 | 3,6 | 3,5 | 6 | 7 | 3,5 |

| | | | | | | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| material hajmi, kg | | | | | | | | | | |
| Ishlab chiqarilgan maxsulot hajmi, ming birlikda | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 150 | 120 | 250 |

Topshiriq:

1. $y = a + \frac{b}{x}$ tenglamaning parametrlarini aniqlang.
2. Korrelyatsiya indeksi yordamida bog'lanish zichligini aniqlang.
3. Maxsulot material sig'imining o'zgarishini elastikligini tavsiflang.
4. Regressiya tenglamasining muhimligi haqida xulosa qiling.

8-masala.

Viloyatning 20ta fermer xo'jaliklari bo'yicha quyidagi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar olingan:

1.12-jadval

| Ko'rsatkich | O'rtacha qiymat | Variatsiya koeffitsienti |
|--|-----------------|--------------------------|
| Hosildorlik, ts/ga | 50 | 25 |
| 1ga ekin maydoniga berilgan o'g'it, kg | 10 | 15 |

Fisher F-kriteriyasining haqiqiy qiymati 50ga teng.

Topshiriq:

1. Chiziqli determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Chiziqli regressiya tenglamasini tuzing.
3. Elastiklikning umumiyligi koeffitsientini toping.
4. Ekin maydoniga berilgan o'g'itning o'rtacha miqdoriga nisbatan 10 foizga oshirilganda hosildorlikni 0,95 extimollik bilan bo'lishi mumkin bo'lgan qiymatini ishonch oralig'ini toping.

9-masala.

12ta savdo do'konlarining sotilgan maxsulotlari hajmi y (ming dollar) ning reklama xarajatlari x (ming dollar) ga bog'liqligi quyidagilar bilan tavsiflanadi:

Regressiya tenglamasi: $y = 10,6 + 0,6x$.

x bo'yicha o'rtacha kvadratik chetlanish: $\sigma_x = 4,7$.

y bo'yicha o'rtacha kvadratik chetlanish: $\sigma_y = 3,4$.

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Regressiya tenglamasini muximligini baholash uchun dispersion tahlil jadvalini tuzing.
3. Regressiya koeffitsientini baholashning standart xatoligini toping.
4. Styudent t-kriteriysi orqali regressiya koeffitsientining muximligini baholang.
5. 0,95 ehtimollik bilan regressiya koeffitsienti uchun ishonch oralig'ini aniqlang.

10-masala.

Bir xil turdag'i mahsulot ishlab chiqaruvchi 8ta zavod bo'yicha mahsulot birligi tannarxi y (mln.so'm)ning texnik ta'minlanganlik darajasi x (mln.so'm)ga bog'lanishini ifodalovchi $y = 25 + \frac{800}{x}$ regressiya tenglamasi tuzilgan. Umumiy dispersiyada qoldiq dispersiyaning ulushi 0,19ni tashkil etadi.

Topshiriq:

1. Ishlab chiqarish fondlarining narxi 200 mlrd.so'm bo'lzin deb faraz qilgan holda elastiklik koeffitsientini hisoblang.
2. Korrelyatsiya indeksini aniqlang.
3. Fisher F-kriteriyasini hisoblang va regressiya tenglamasini baholang.

11-masala.

Mamlakatning 20ta hududi bo'yicha ishsizlik darajasi-y (%)ni iste'mol bahosi indeksi $-x$ (avvalgi yilga nisbatan %)ga bog'liqligi o'rganilgan. Berilgan ko'satkichlarning logarifmlari orasidagi korrelyatsiya koeffitsienti $r_{\ln x} \ln y = 0,8$. Ko'rsatkichlarni logarifmik qiymati quyidagi jadvalda berilgan:

1.13-jadval

| Ko'rsatkich | $\ln x$ | $\ln y$ |
|--------------------------------|---------|---------|
| O'rtacha qiymati: | 0,6 | 1,0 |
| O'rtacha kvadratik chetlanish: | 0,4 | 0,2 |

Topshiriq:

1. Ishsizlik darajasini iste'mol bahosi indeksiga bog'liqligining regressiya tenglamasini darajali funktsiyalar ko'rinishida yozing.
2. Regressiya tenglamasida elastiklik koeffitsientini tavsiflab bering.
3. Determinatsiya koeffitsienti qiymatini aniqlang va uning ma'nosini tushuntiring.

12-masala.

Savdo korxonasining analitik bo'limi tomonidan 19 ta savdo nuqtalarida O'zbekistonda ishlab chiqarilgan A markali televizorlarga talab o'rganib chiqilgan. To'plangan ma'lumotlar bo'yicha har bir savdo nuqtasida sotilgan televizorlar soni-y va televizorlarning narxi-x o'rtaсидаги bog'lanish o'rganilgan va taxlil qilinib quyidagi bog'lanish olingan:

$$\ln y = 10,5 - 0,8 \ln x + \varepsilon.$$

Olingan tenglamada ozod had $a(10,5)$ va regressiya koeffitsienti $b(0,8)$ parametrlerining Styudent t-kriteriyasi uchun haqiqiy qiymatlari mos ravishda 2,5 va -4,0ga teng.

Topshiriq:

Savdo korxonasi raxbariyati kuzatuv o'tkazishdan avval O'zbekistonda ishlab chiqarilgan A markali televizorlarga talabning narxga nisbatan elastikligi 0,9 bo'lsa kerak deb taxmin qilingan edi. Kuzatuv natijalari bo'yicha rahbariyatning taxmini to'g'riliги isbotlandimi yoki yo'qmi?

13-masala.

Mamlakat tumanlari bo'yicha 2017 yil may oyi uchun quyidagi ma'lumatlar berilgan:

1.14-jadval

| Tumanlar | Jon boshiga iste'mol uchun harajatlar, ming so'm, y | Jon boshiga pul daromadlari, ming so'm, x |
|-------------------|---|---|
| Shimoliy tumanlar | | |
| 1 | 596 | 913 |
| 2 | 417 | 1095 |
| 3 | 354 | 606 |
| 4 | 526 | 876 |
| 5 | 934 | 1314 |
| 6 | 412 | 593 |
| 7 | 525 | 754 |
| 8 | 367 | 528 |
| Janubiy tumanlar | | |
| 1 | 364 | 520 |
| 2 | 336 | 539 |
| 3 | 409 | 540 |
| 4 | 452 | 682 |
| 5 | 367 | 537 |
| 6 | 328 | 589 |
| 7 | 460 | 626 |
| 8 | 380 | 521 |
| 9 | 439 | 626 |
| 10 | 344 | 521 |

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog'lanish shakli haqida gipotezani keltirib chiqaring.
2. Chiziqli, darajali, eksponentsiyal, yarimlogarifmik, teskari, giprbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.
3. Korrelyatsiya va determinatsiya ko'rsatkichlari orqali bog'lanish zichligini baholang.
4. O'rtacha (umumiyl) elastiklik koefitsientini hisoblang.
5. Approksimatsyaning o'rtacha xatoligi yordamida tenglama sifatini baholang.
6. Fisher kriterisi yordamida regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchlilagini baholang.

7. 4, 5 va ushbu punktlarda hisoblangan ko'rsatkichlar qiymatlari asosida eng yaxshi regressiya tenglamasini tanlang.
8. Agar omil belgining prognoz qiymati uning o'rtachasidan 4%ga ko'paysa, natijaning kutilayotgan qiymatini hisoblang. Muhimlik qiymati $\alpha = 0,05$ uchun prognoz qiymatining ishonch oralig'ini aniqlang.

Olingan natijalarni baholang, xulosani yozma shaklda ifodalang.

14-masala.

O'rtacha oylik mehnat unumdarligini ishchilarining yoshiga bog'liqligi $y = a + bx + cx^2$ model bilan tavsiflanadi. Modelning qo'llanilishi quyidagi jadvalda keltirilgan natijalarga olib kelgan:

1.15-jadval

| t/r | Ishchilarining mehnat unumdarligi, mln.so'm, y | | t/r | Ishchilarining mehnat unumdarligi, mln.so'm, y | |
|-----|--|-------------|-----|--|-------------|
| | haqiqiy | hisoblangan | | haqiqiy | hisoblangan |
| 1 | 12 | 10 | 6 | 11 | 12 |
| 2 | 8 | 10 | 7 | 12 | 13 |
| 3 | 13 | 13 | 8 | 9 | 10 |
| 4 | 15 | 14 | 9 | 11 | 10 |
| 5 | 16 | 15 | 10 | 9 | 9 |

Topshiriq:

Korrelyatsiya indeksi, approksimatsiyaning o'rtacha hatoligi va Fisher F-kriteriyasini hisoblab modelni sifatini baholang.

15-masala.

Mamlakatning xududlari bo'yicha 2017 yilda aholining jon boshiga umumiyl pul daromadlaridagi jamg'armaga ajratilgan qismining ulushi va aholining o'rtacha oylik ish haqi to'g'risida shartli ma'lumotlar berilgan:

1.15-jadval

| t/r | Xududlar nomi | Aholining jon boshiga umumiyl pul | Aholining o'rtacha oylik ish haqi, ming so'm(x) |
|-----|---------------|-----------------------------------|---|
| | | | |

| | | daromadlaridagi jamg'armaga ajratilgan qismining ulushi, % (y) | |
|----|----------------------------------|---|------|
| 1 | Qoraqalpog'iston Respublikasi | 6,9 | 1235 |
| 2 | Andijon | 8,7 | 965 |
| 3 | Buxoro | 6,4 | 896 |
| 4 | Jizzax | 8,4 | 821 |
| 5 | Qashqadaryo | 7,5 | 921 |
| 6 | Navoiy | 9,0 | 1092 |
| 7 | Namangan | 7,5 | 845 |
| 8 | Samarqand | 8,3 | 965 |
| 9 | Surxondaryo | 6,5 | 900 |
| 10 | Sirdaryo | 5,2 | 816 |
| 11 | Toshkent viloyati | 9,9 | 987 |
| 12 | Farg'ona | 8,3 | 863 |
| 13 | Xorazm | 6,7 | 1052 |
| 14 | Toshkent shahri | 12,2 | 893 |

Topshiriq:

1. Korrelyatsiya maydonini tuzing va bog'lanish shakli bo'yicha gipotezani ifodalang.
2. Chiziqli, darajali, teskari, yarimlogarifmik, giperbolik juft regressiya tenglamalarining parametrlarini hisoblang.
3. Har bir regressiya tenglamasida korrelyatsiya va determinatsiya koeffitsientlari yordamida bog'lanish zichligini baholang.
4. O'rtacha (umumiyl) elastiklik koeffitsienti yordamida omil belgining natijaviy belgi bilan bog'liqligini taqqoslama bahosini bering.
5. Approksimatsyaning o'rtacha xatoligi yordamida tenglama sifatini baholang.
6. Regression modellashtirish natijalarini statistik ishonchlilagini Fisher F-kriteriysi yordamida baholang. Olingan natijalar asosida eng maqbul regressiya tenglamasini tanlang.
7. Omil belgining qiymati o'rtachasiga nisbatan 10foizga ko'payganda natijaviy belgining prognoz qiymatini hisoblang. Muhimlik darjasasi $\alpha = 0,05$ uchun prognoz qiymatining ishonch oralig'ini toping.
8. Olingan natijalarni baholang va xulosa qiling.

II. Ko'p omilli regressiya va korrelyatsiya

2.1 Uslubiy ko'rsatma

Ko'p omilli regresiya deb natijaviy belgi (erksiz o'zgaruvchi) –y ning erkli o'zgaruvchilar(omillar) - x_1, x_2, \dots, x_p bilan bog'lanishini ifodalovchi

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$$

funktsiyaga aytiladi.

Ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzish uchun asosan quyidagi funktsiyalardan foydalaniladi:

- chiziqli $-y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p + \varepsilon;$
- darajali $-y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \dots x_p^{b_p} \cdot \varepsilon;$
- giperbola $-y = \frac{1}{a+b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p + \varepsilon};$
- eksponentli... $-y = e^{a+b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p + \varepsilon}.$

Bulardan tashqari chiziqli ko'rinishga keltirilishi mumkin bo'lgan boshqa funktsiyalardan ham foydalanish mumkin.

Ko'p omilli regressiya tenglamasini parametrlarini baholash uchun eng kichik kvadratlar usuli(EKKU) qo'llaniladi. Chiziqli tenglamalar va chiziqli ko'rinishga keltirilishi mumkin bo'lgan chiziqsiz tenglamalar uchun echimi regressiya parametrlarini baholash imkonini beruvchi quyidagi normal tenglamalar sistemasi tuziladi.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum y = na + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 + \dots + b_p \sum x_p, \\ \sum yx_1 = a \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_2 x_1 \dots b_p \sum x_p x_1, \\ \dots \\ \sum yx_p = a \sum x_p + b_1 \sum x_1 x_p + b_2 \sum x_2 x_p + \dots + b_p \sum x_p^2. \end{array} \right.$$

Sistemanı echish uchun matritsalar algebrasidan foydalaniladi.

Ko'p omilli regressiya modelini tuzishning bashqa usuli bu – standartlashtirilgan masshtabdagi regressiya tenglamasi:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2} + \cdots + \beta_p t_{x_p},$$

bu erda:

$$t_y = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y}, \quad t_{x_i} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_{x_i}} \text{ - standartlashtirilgan o'zgaruvchilar;}$$

β_i – standartlashtirilgan regressiya koeffitsientlari.

Standartlashtirilgan masshtabdagi ko'p omilli regressiya tenglamasiga EKKUni qo'llab, standartlashtirilgan regressiya koeffitsientlari quyidagi tenglamalar tizimidan aniqlaniladi.

$$\begin{cases} r_{yx_1} = \beta_1 + \beta_2 r_{x_2 x_1} + \beta_3 r_{x_3 x_1} + \cdots + \beta_p r_{x_p x_1}, \\ r_{yx_2} = \beta_1 r_{x_1 x_2} + \beta_2 + \beta_3 r_{x_3 x_2} + \cdots + \beta_p r_{x_p x_2}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ r_{yx_p} = \beta_1 r_{x_p x_1} + \beta_2 r_{x_p x_2} + \beta_3 r_{x_p x_3} + \cdots + \beta_p. \end{cases}$$

Ko'p omilli regressiya koeffitsienti b_i standartlashtirilgan regressiya koeffitsienti β_i bilan quyidagi munosabat orqali bog'langan:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}.$$

a parametr quyidagicha aniqlanadi:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 - \cdots - b_p \bar{x}_p.$$

Chiziqli regressiya uchun *elastiklikning o'rtacha koeffitsienti* quyidagi formula yordamida hisoblanadi:

$$\bar{E}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$$

Elastiklikning xususiy koeffitsientini hisoblash uchun quyidagi formula qo'llaniladi:

$$E_{yx_i} = b_i \frac{x_i}{\hat{y}_{x_i, x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_p}}.$$

Omillarning natijaga birgalikdagi ta'sir kuchi zichligi *ko'p omilli korrelyatsiya indeksi* bilan aniqlaniladi:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{qol}^2}{\sigma_y^2}}.$$

Ko'p omilli korrelyatsiya indeksining qiymati [0,1] oralig'ida yotadi va u juft korrelyatsiya indeksining eng katta qiymatidan katta yoki unga teng bo'lishi kerak, ya'ni:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} \geq r_{yx_i \text{ (max)}} \quad (i = \overline{1, p}).$$

Standartlashtirilgan masshtabdagi tenglama uchun ko'p omilli korrelyatsiya indeksini quyidagicha yozish mumkin:

$$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{\sum \beta_i r_{yx_i}}.$$

Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsienti(indeksi) y natijaviy belgiga x_i – omilni, qolgan omillar o'zgarmagan holda ta'sir kuchini o'lchaydi va u quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$r_{yx_i x_1 x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_{i-1}, x_{i+1} \dots x_p}^2}},$$

yoki quyidagi rekkurent formula bilan hisoblanadi:

$$r_{yx_i x_1 x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i x_1 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}} \cdot r_{x_i x_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)(1 - r_{x_i x_p x_1 x_2 \dots x_{p-1}}^2)}}$$

Korrelyatsiyaning xususiy koeffitsientlari [-1,1] oralig'ida o'zgaradi. Tuzilgan modelning sifatini determinatsiya koeffitsienti(indeksi) baholaydi. Ko'p omilli determinatsiya koeffitsienti ko'p omilli korrelyatsiya indeksi kvadratiga teng: $R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2$.

Tuzatilgan ko'p omilli determinatsiya indeksi erkinlik darajasi sonini e'tiborga oladi va quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1},$$

bu erda n - kuztuvar soni,
 m -omillar soni.

Ko'p omilli regressiya tenglamasining ahamiyatliligi Fisherning F-kriteriyasi

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}$$

yordamida baholanadi.

Xususiy F-kriteriya tenglamada har bir omilning ishtirokini statistik axamiyatliligini baholaydi. Umumiyo ko'rinishda x_i omil uchun xususiy F-kriteriya quyidagicha aniqlaniladi:

$$F_{x_{ususiy} x_i} = \frac{R_{yx_1 \dots x_i \dots x_p}^2 - R_{yx_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_1 x_2 \dots x_p}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1}.$$

Toza regressiya koeffitsientlarini Styudent t-kriteriyasi yordamida baholash quyidagi ifodaning qiymatini hisoblashga olib keladi:

$$t_{b_i} = \frac{b_i}{m_{b_i}} = \sqrt{F_{x_i}}.$$

bu erda $m_{b_i} - b_i$ regressiya koeffitsientining o'rtacha kvadratik xatoligi, u quyidagi formula bilan aniqlanishi mumkin:

$$m_{b_i} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R_{yx_1 \dots x_p}^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{1 - R_{x_i x_1 \dots x_p}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}}.$$

Ko'p omilli regressiya tenglamalarini tuzishda omillarning multikollinearlik muammosi yuzaga kelishi mumkin, ya'ni omillarning o'zaro chiziqli bog'lanish

darajasi yuqori bo'lishi holatlari. Bunday holatlarda ko'p omilli regressiya natijalari tuzilgan modelni ishonchli emasligiga olib keladi.

Omillarning multikollinearligini tekshirish uchun omillar bo'yicha juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi tuzilib uni determinanti hisoblanadi. Uchta o'zgaruvchili regressiya tenglamasi uchun

$$Det|R| = \begin{vmatrix} R_{x_1x_1} & R_{x_2x_1} & R_{x_3x_1} \\ R_{x_1x_2} & R_{x_2x_2} & R_{x_3x_2} \\ R_{x_1x_3} & R_{x_2x_3} & R_{x_3x_3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1,$$

bo'lsa, ya'ni birga qancha yaqin bo'lsa o'zgaruvchi omillarning multikollinearlik darajasi shunchalik past bo'ladi, aksincha

$$Det|R| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

bo'lgan holatda omillararo korrelyatsiya kuchli, multikollinearlik darajasi yuqori bo'lib, regressiya tenglamasining ishonchlilik darajasi past deb hisobdanadi.

Ko'p omilli regressiya tenglamalari parametrlarining qiymatlarini hisoblash uchun EKKU qo'llaniladi. Buning uchun qoldiq dispersiya *gamoskedastik* bo'lishi talab etiladi, ya'ni x_j omilning har bir qiymati uchun qoldiq ε_i bir hil dispersiyaga ega bo'lishi kerak. Agar mazkur shart bajarilmasa qoldiq dispersiya geteroskedastik bo'ladi, ya'ni qoldiq dispersiyalar o'zaro teng bo'lmaydi:

$$\sigma_{\varepsilon_i}^2 \neq \sigma_{\varepsilon_j}^2 \neq \sigma^2, \quad j \neq i.$$

Ko'p omilli regressiya tenglamasiga erkli o'zgaruvchi sifatida sifat ko'rsatkichlari kiritilishi mumkin (masala.n: kasb, jins, ma'lumot, ob-havo sharoiti va x.k.). Regression modelga bu kabi o'zgaruvchilarini kiritish uchun ularni tartiblab biror qiymat berilishi kerak, ya'ni sifat o'zgaruvchilari miqdor o'zgaruvchilarga aylantiriladi. Bunday ko'rinishdagi almashtirilgan o'zgaruvchilar ekonometrikada "sohta(fiktiv) o'zgaruvchilar" deb nomlanadi.

Masala.n, modelga "ma'lumot" iborasi sohta o'zgaruvchi kiritilayotgan bo'lsa, uni quyidagicha belgilash mumkin:

$$z = \begin{cases} 1 - \text{oliy ma'lumotli} \\ 0 - \text{o'rtacha maxsus ma'lumotli} \end{cases}$$

Sohta o'zgaruvchilarning ta'sirini ahamiyatligi haqidagi xulosani Ctyudent t-kriteriyasidan foydalanib chiqarish mumkin.

2.2. Namunaviy misollar echish

1-misol.

Shahardagi 30 ta oila bo'yicha jon boshiga kunlik o'rtacha daromad(y), bitta ishlovchining o'rtacha kunlik ish haqi(x_1) va ishsizlarning o'rtacha yoshi(x_2) haqida ma'lumotlar berilgan(2.1-jadval).

2.1-jadval

| Belgilar | O'rtacha qiymat | O'rtacha kvadratik chetlanish | Chiziqli juft korrelyatsiya koeffitsienti |
|--|-----------------|-------------------------------|--|
| Jon boshiga kunlik o'rtacha daromad, ming so'm, y | 86,8 | 11,44 | - |
| Bitta ishlovchining o'rtacha kunlik ish haqi, ming so'm, x_1 | 54,9 | 5,86 | $r_{yx_1} = 0,8405$ |
| Ishsizlarning o'rtacha yoshi, yosh, x_2 | 33,5 | 0,58 | $r_{yx_2} = -0,2101$ $r_{x_1x_2} = -0,1160$ |

Topshiriq:

- Standartlashtirilgan va oddiy shakldagi ko'pomilli regressiya tenglamasini tuzing; xususiy elastiklik koeffitsientini hisoblang, ularni β_1 va β_2 bilan taqqoslang, ular orasidagi farqni tushuntiring.
- Chiziqli xususiy korrelyatsiya koeffitsientini va ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini hisoblang, ularni juft korrelyatsiya koeffitsienti bilan taqqoslang va oralaridagi farqni tushuntiring.
- Fisherning umumiy va xususiy F-kriteriyasini hisoblang.

Echish

y ning x_1 va x_2 omil belgilar bilan chiziqli ko'p omilli regressiya tenglamasi $y = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$ ko'rinishga ega. Uning parametrlarini hisoblash uchun o'zgaruvchilarni standartlashtirish usulidan foydalanamiz va tuzilishi kerak bo'lgan tenglamani standartlashtirilgan mashtabda yozamiz:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2}.$$

β_1, β_2 -koeffitsientlarning qiymatlarini quyidagi formulalar bilan hisoblaymiz:

$$\beta_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{0,8161}{0,9865} = 0,8273.$$

$$\beta_2 = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2} = \frac{-0,2101 + 0,8425 \cdot 0,116}{1 - 0,116^2} = \frac{-0,1126}{0,9865} = -0,1141.$$

Koeffitsientlarning qiymatlarini o'rinaliga qo'yib quyidagi tenglamani olamiz:

$$t_y = 0,8273 t_{x_1} + 0,1141 t_{x_2}.$$

Oddiy shakldagi tenglamani tuzish uchun b_1 va b_2 parametrlarni hisoblash uchun β_i dan b_i ga o'tkazadigan formuladan foydalanamiz:

$$\beta_i = b_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y}; \quad b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}.$$

$$b_1 = 0,8273 \frac{11,44}{5,86} = 1,6151; \quad b_2 = -0,1141 \frac{11,44}{5,80} = -2,2505.$$

a parametrning qiymatini hisoblaymiz:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 = 86,8 - 1,6151 \cdot 54,9 + 2,2505 \cdot 33,5 = -73,52.$$

Yuqoridagilardan foydalanib oddiy ko'rinishdagi regressiya tenglamasini yozamiz:

$$y_{x_1 x_2} = -73,52 + 1,62 x_1 - 2,25 x_2$$

x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning y ga nisbiy ta'sir kuchini tavsiflash uchun o'rtacha elastiklik koefitsientini hisoblaymiz:

$$\bar{E}_{yx_j} = \bar{b}_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$$

$$\bar{E}_{yx_1} = 1,62 \frac{54,9}{86,8} = 1,03\%, \quad \bar{E}_{yx_2} = -2,25 \frac{33,5}{86,8} = -0,87\%.$$

O'rtacha ish haqi (x_1) 1 %ga o'zgarishi bilan jon boshiga o'rtacha daromadni (y) o'zining o'rtacha darajasiga nisbatan 1,03 %ga ko'payishiga olib keladi; ishsizlarning o'rtacha yoshi (x_2) 1 yoshga o'sganda jon boshiga o'rtacha daromad o'zining o'rtacha darajasidan 0,87 %ga kamayadi.

Ko'rinish turibdiki o'rtacha ish haqining jon boshiga o'rtacha daromadga ta'sir kuchi, ishsizlarning o'rtacha yoshini ta'sir kuchiga nisbatan katta ekan.

Bog'lanish kuchi haqidagi xuddi shunday xulosaga β_1 va β_2 lar qiymatlarining modullarini taqqoslash natijasida ham kelamiz:

$$|\beta_1| = |0,8273| > |\beta_2| = |-0,1141|.$$

\bar{E}_{yx_j} va β_i larni taqqoslashda olingan natijaga omillarning ta'sir kuchlaridagi farqlanishni quyidagicha tushunish kerak: elastiklik koefitsienti o'rtachalarning nisbatidan kelib chiqadi, ya'ni $\bar{E}_{yx_j} = \bar{b}_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$,

β_i - koefitsientlar esa o'rtacha kvadratik chetlanishlar nisbatidan kelib chiqadi

2. Chiziqli xususiy korrelyatsiya koefitsientlari rekkurent formulalar yordamida hisoblanadi:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0,8405 - 0,2101 \cdot 0,116}{\sqrt{(1 - 0,2101^2)(1 - 0,116^2)}} = 0,8404,$$

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{-0,2101 + 0,8405 \cdot 0,116}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,116^2)}} = -0,2092,$$

$$r_{x_1 x_2 y} = \frac{r_{x_1 x_2} - r_{yx_1} r_{yx_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_2}^2)}} = \frac{-0,116 + 0,8405 \cdot 0,2101}{\sqrt{(1 - 0,8405^2)(1 - 0,2101^2)}} = 0,1144.$$

Agar juft va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini taqqoslab ko'rsak omillar orasidagi bog'lanish ($r_{x_1 x_2} = -0,116$) kuchsiz bo'lganligi sababli juft va xususiy korrelyatsiyalar bir biridan kam farq qiladi degan xulosaga kelamiz.

Juft va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari asosida olingan xulosalar ustma-ust tushadi:

$$r_{yx_1} = 0,8405; \quad r_{yx_2} = -0,2101; \quad r_{x_1 x_2} = 0,1160;$$

$$r_{yx_1 x_2} = 0,8404; \quad r_{yx_2 x_1} = -0,2092; \quad r_{x_1 x_2 y} = 0,1144.$$

r_{yx_j} va β_j koeffitsientlarni qo'llab chiziqli ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} R_{yx_1 x_2} &= \sqrt{r_{yx_1} \cdot \beta_1 + r_{yx_2} \cdot \beta_2} = \sqrt{0,8405 \cdot 0,8273 + 0,2101 \cdot 0,1141} \\ &= \sqrt{0,7193} = 0,8481. \end{aligned}$$

y ning x_1 va x_2 omillarga bog'liqligi yuqori deb baholanadi, jon boshiga o'rtacha daromadning 72% variatsiyasi modelda hisobga olingan omillar: o'rtacha ish haqi va ishsizlarning o'rtacha yoshi variatsiyasi bilan tavsiflanadi. Modelga kiritilmagan boshqa omillar u ning umumiy variatsiyasining 28%ni tashkil etadi.

3. Umumiy F-kriteriya regressiya tenglamasining va bog'lanish zichligi ko'rsatkichi ($R^2 = 0$)ning statistik ahamiyatliligi haqidagi H_0 gipotezani tekshiradi:

$$F_{\text{haq}} = \frac{R_{x_1 x_2}^2}{1 - R_{yx_1 x_2}^2} : \frac{m}{n - m - 1} = \frac{R_{x_1 x_2}^2}{1 - R_{yx_1 x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} = \frac{0,7193}{0,2807} \cdot \frac{27}{2} = 34,6;$$

$$F_{\text{jadv}} = 3,4; \quad \alpha = 0,05.$$

F_{jadv} va F_{haq} larni taqqoslaganda, $F_{jadv} = 3,4 < F_{haq} = 34,6$ bo'lganligi sababli H_0 gipotezani rad etish kerak degan xulosaga kelamiz. $1-\alpha=0,95$ ehtimollik bilan tenglamani va haqiqatda x_1 va x_2 omillarni ta'siri natijasida hosil bo'lgan bog'lanish zichligi ko'rsatkichi $R_{yx_1x_2}$ ni statistik ma'nodorligi haqida xulosa qilamiz.

F_{x_1} va F_{x_2} xususiy F-kriteriya x_1 va x_2 omillarni ko'p omilli regressiya tenglamasida ishtirokini statistik ahamiyatliliginini va bir omilni ikkinchi omildan so'ng tenglamaga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi, ya'ni F_{x_1} x_1 omilni modelga x_2 omil kiritilgandan so'ng tenglamaga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi. Mos ravishda F_{x_2} x_2 omilni modelga x_1 omil kiritilgandan so'ng kiritish maqsadga muvofiqligini ko'rsatadi.

$$F_{x_1haq} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_2}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,2101^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 64,9.$$

$$F_{jadv} = 4,21; \quad \alpha = 0,05.$$

F_{jadv} va F_{haq} larni taqqoslab, $F_{jadv} = 3,4 < F_{x_1haq} = 64,9$ bo'lganligi sababli x_1 omilni modelga x_2 omildan so'ng kiritish kerak degan xulosaga kelamiz. R_y^2 ni x_1 omilni qo'shimcha kiritish hisobiga o'sib borishi muhim emasligi haqidagi H_0 gipotezani rad etamiz va x_1 omilni x_2 omildan so'ng kiritish maqsadga muvofiqligi statistik ma'qullanganligi haqidagi xuloaga kelamiz. x_2 omilni x_1 omildan so'ng modelga kiritish maqsadga muvofiqligini F_{x_2} tekshiradi.

$$F_{x_2haq} = \frac{R_{yx_1x_2}^2 - r_{yx_1}^2}{1 - R_{yx_1x_2}^2} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,8481^2 - 0,8405^2}{1 - 0,8481^2} \cdot \frac{30 - 2 - 1}{1} = 1,234.$$

F_{x_2haq} ning qiymatini kichikligi x_2 omilni modelga x_1 omildan so'ng kiritilishi hisobiga $r_{yx_1}^2$ ning o'sishi statistik ma'noga ega emasligini ko'rsatadi. Bundan kelib chiqqan holda, x_2 omil(ishsizlarning o'rtacha yoshi)ni modelga kiritish maqsadga muvofiq emasligi haqidagi H_0 gipoteza tasdiqlanadi. Bu esa o'rtacha

daromadni o'rtacha ish haqiga bog'lanishini ifodalovchi juft regressiya modeli etarlicha statistik ma'noga ega, ishonchli va uni x_2 -ishsizlarning o'rtacha yoshi omilini kiritib yanada yaxshilashni zaruriyati yo'qligini ko'rsatadi.

2-misol.

Hududning 20ta ko'p tarmoqli fermer xo'jaliklarida y - jon boshiga o'rtacha yillik daromadining(mlrd. so'm) x_1 .hududda dehqonchilik bilan shug'ulanayotgan band aholining umumiyligi aholi sonidagi ulushi(%) va x_2 - barcha aholi sonidagi chorvachilik bilan shug'ullanuchi aholi ulushi(%)ga bog'liqligi quyidagi 2.2-jadvalda keltirilgan ma'lumotlar asosida o'rganilgan:

2.2 –jadval

| Belgilar | O'rtacha qiymat | O'rtacha kvadratik chetlanish | Bog'lanish zichligi | Bog'lanish tenglamasi |
|----------|-----------------|-------------------------------|--|--|
| y | 112,76 | 31,58 | $R_{yx_1x_2} = 0,773$ | $\hat{y}_{x_1x_2} = -130,49 + 6,14 \cdot x_1 + 4,13 \cdot x_2$ |
| x_1 | 3,34 | 3,34 | $r_{yx_1} = 0,746$ | $\hat{y}_{x_1} = 74,4 + 7,1 \cdot x_1$ |
| x_2 | 1,74 | 1,74 | $r_{yx_2} = 0,507$ $r_{x_1x_2} = 0,432$ | $\hat{y}_{x_2} = -355,3 + 9,2 \cdot x_2$ |

Talab etiladi:

- Ko'p omilli regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligi ko'rsatkichini statistik ahamiyatlilagini $\alpha=0,05$ muhimlik darajasida tekshirish uchun dispersion taxlil jadvalini tuzish;
- Ko'p omilli regressiya tenglamasiga x_1 omilni x_2 omildan so'ng kiritilishi va x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritilishini qanchalik maqsadga muvofiqligini Fisherning xususiy F –kriteriysi yordamida baholash;
- Ko'p omilli regressiya tenglamasida x_1 va x_2 erkli o'zgaruvchilar oldidagi statistik ahamiyatlilagini Styudent t –kriteriysi yordamida baholash.

Echish

1. Dispersion taxlil masala.si regressiya tenglamasi va bog'lanish zichligini statistik ahamiyatga ega emasligi haqidagi H_0 gipotezani tekshirishdan iborat.

Taxlil Fisherning F -kriteriysining F_{jadv} va F_{haq} larning qiymatlarini taqqoslash bilan amalga oshiriladi. F_{haq} erkinlik darajasi bir bo'lgan holatda haqiqiy va qoldiq dispersiyalarning nisbatlari yordamida topiladi:

$$F_{haq} = \frac{\sum(\hat{y}_{x_1 x_2} - \bar{y})^2}{m} : \frac{\sum(y - \bar{y}_{x_1 x_2})^2}{n-m-1} = \frac{\sigma_{haq}}{\sigma_{qol}} \cdot \frac{n-m-1}{m},$$

bu erda n –kuzatuvlar soni;

m –chiziqli regressiya tenglamasidagi omillar soni;

y –natijaviy belgining haqiqiy qiymati;

$\hat{y}_{x_1 x_2}$ –natijaviy belgining hisoblangan qiymati.

Dispersion taxlilni amalga oshiramiz:

$$S_{umum} = \sigma_y^2 \cdot n = 31,58^2 \cdot 20 = 19945,9;$$

$$S_{haq} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R_{yx_1 x_2}^2 = 19945,9 \cdot 0,773^2 = 11918,3;$$

$$S_{qol} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R_{yx_1 x_2}^2) = \sigma_{umum} - \sigma_{haq} = 8027,6;$$

$$F_{haq} = \frac{11918,3}{8027,6} \cdot \frac{17}{2} = 12,62.$$

Dispersion taxlilning natijasini quyidagi 2.3-jadvalda ifodalaymiz:

2.3-jadval

| Natijaning variatsiyasi, y | Erkinlik darajasi soni | Chetlanish kvadratlari yig'indisi, S | Bir erkinlik darajasiga dispersiya, s^2 | F_{haq} | F_{jadv} $\alpha=0,05,$ $k_1=2, k_2=17$ |
|------------------------------|------------------------|--|---|-----------|---|
| Umumiyl | $df = n-1=19$ | 19945,9 | - | - | - |
| Omilli | $k_1=m=2$ | 11918,3 | 5959,15 | 12,62 | 3,59 |
| Qoldiq | $k_2=n-m-1=17$ | 8027,6 | 472,21 | - | - |

F_{jadv} va F_{haq} larning qiymatlarini taqqoslash natijasi H_0 gipotezani rad etish xulosasiga olib keladi va regressiya tenglamasini umuman va $R^2_{yx_1x_2}$ ning qiymati bo'yicha statistik ahamiyatliligi haqida xulosa qilamiz, chunki ular statistik ishonchli va tasodifiy bo'lмаган omillar ta'sirida xosil bo'lgan. H_0 gipotezani rad etganda bo'lishi mumkin bo'lgan xatolik ehtimolligi 5%dan oshmaydi va bu etarlicha kichik miqdorni tashkil etadi.

2. Fisherning xususiy F -kriteriysi x_1 omilni x_2 omil modelga kiritilgandan co'ng modelga kiritish maqsadga muvofiqligini baholaydi. Fisherning xususiy F -kriteriysi omil dispersiyani qo'shimcha kiritilgan omil (bir erkinlik darajasiga) hisobiga o'zgarishini qoldiq dispersiyaga nisbati bilan hosil qilinadi, ya'ni

$$F_{xususiy_{x_1}} = \frac{S_{haq_{yx_1x_2}} - S_{haq_{yx_2}}}{S_{qol_{yx_1x_2}}} \cdot \frac{n - m - 1}{1}.$$

Dispersion taxlilni amalga oshiramiz va uning natijalarini 2.4-jadvalda ifodalaymiz:

$$S_{umum} = \sigma_y^2 \cdot n = 31,58^2 \cdot 20 = 19945,9;$$

$$S_{haq} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R^2_{yx_1x_2} = 19945,9 \cdot 0,773^2 = 11918,3;$$

$$S_{haq_{x_2}} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot R^2_{yx_2} = 19945,9 \cdot 0,507^2 = 5127,1;$$

$$S_{haq_{x_1}} = S_{haq} - S_{haq_{x_2}} = 11918,3 - 5127,1 = 6791,2;$$

$$S_{qol} = \sigma_y^2 \cdot n \cdot (1 - R^2_{yx_1x_2}) = \sigma_{umum} - \sigma_{haq} = 8027,6;$$

2.4-jadval

| Natijaning variatsiyasi, y | Erkinlik darajasi soni | Chetlanish kvadratlari yig'indisi, S | Bir erkinlik darajasiga dispersiya, s^2 | F_{haq} | F_{jadv} $\alpha=0,05,$ $k_1=2, k_2=17$ |
|---|------------------------|--------------------------------------|---|-------------------------|---|
| Umumiyl | $df = n-1=19$ | 19945,9 | - | - | - |
| Omilli Shu jumladan: - x_2 hisobiga -qo'shimcha kiritilgan x_1 hisobiga | $k_1=m=2$ 1 1 | 11918,3 5127,1 6791,2 | 5959,15 5127,1 6791,2 | 12,62 10,86 14,38 | 3,59 4,45 4,45 |
| Qoldiq | $k_2=n-m-1=17$ | 8027,6 | 472,21 | - | - |

Modelga x_1 omilni x_2 omildan keyin kiritish statistik ma'noga ega va to'g'ri deb hisoblanadi, chunki x_1 omilni modelga qo'shimcha ravishda kiritish natijasi omil dispersiyani o'sishiga olib keldi, ya'ni

$$F_{xususiy_{x_1}} = \frac{11918,3 - 5127,1}{8027,6} \cdot \frac{17}{1} = 14,38.$$

$$F_{xususiy_{x_1}} = 14,38 > F_{jad} = 4,45.$$

Huddi shu tartibda x_2 omilni avval kiritilgan x_1 omildan so'ng qo'shimcha qilib kiritilishini maqsadga muvofiqligini aniqlaymiz. Hisoblashlarni $R^2_{yx_1x_2}$ va $r^2_{yx_1}$ bog'lanish zichliklarini qo'llab amalga oshiramiz:

$$F_{xususiy_{x_2}} = \frac{R^2_{yx_1x_2} - r^2_{yx_1}}{1 - R^2_{yx_1x_2}} \cdot \frac{n - m - 1}{1} = \frac{0,773^2 - 0,746^2}{1 - 0,773^2} \cdot 17 = 1,7.$$

Hosil bo'lgan $F_{hususiy} = 1,7 < F_{j_{adv}} = 4,45$ munosabatdan kelib chiqib x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritish maqsadga muvofiq emas deb xulosa qilishimiz mumkin, chunki erkinlik darajasi bir bo'lganda haqiqiy dispersiyani ortishi muhim emas, statistik ahamiyatga ega emasligi kelib chiqdi, x_2 omilni ta'siri sezilarli ham, doimiy ham emas ekan. Y ni x_1 ga chiziqli juft regressiya tenglamasni tuzish bilan chegaralanish kifoya edi.

3. b_1 va b_2 koeffitsientlarning ahamiyatlilagini Styudent t -kriteriyasi yordamida baholash, ularning qiymatlarini m_{b_1} va m_{b_2} -tasodifiy xatoliklar qiymatlari bilan taqqoslash bilan bog'liq. Tasodifiy hatoliklarning qiymatlarini hisoblash uchun quyidagi usuldan foydalanamiz:

$$t_{b_1} = \sqrt{F_{xususiy_{x_1}}} = \sqrt{14,38} = 3,79,$$

$$t_{b_2} = \sqrt{F_{xususiy_{x_2}}} = \sqrt{1,73} = 1,32.$$

Styudent t –kriteriyasini taqqoslab ko'ramiz. Bizning misol.imizda $\alpha= 0,05$, $df = 20-3=17$, $t_{jadv} = 2,14$. $t_{b_1} = 3,79 > t_{jadv} = 2,11$ munosabatdan xulosa qilish mumkinki, b_1 regressiya koeffitsienti statistik ma'nodor, ahamiyatga ega, taxlil va prognoz masala.larini echishda uni qo'llash mumkin.

$t_{b_1} = 1,32 < t_{jadv} = 2,11$ munosabatdan b_2 regressiya koeffitsienti statistik ma'noga ega emas, ahamiyatsiz, u tasodifiy omillar ta'siri natijasida hosil bo'lган degan xulosa qilinadi. Ushbu natija ko'rsatadiki y –natijaviy ko'rsatkichga x_1 omilning ta'siri statistik ahamiyatga ega, x_2 omilning ta'siri ahamiyatsiz, ya'ni xududda 20ta fermer xo'jaliklarida faoliyat yuritayotgan aholining o'rtacha yillik jon boshiga daromadi asosan dexqonchilik bilan shug'ullanayotgan aholining ulushiga to'g'ri kelishini ko'rsatadi.

3-misol.

Qo'y go'shti(y)ga talabni uning narxi(x_1)ga va mol go'shti narxi(x_2)ga bog'liqligi quyidagi

$$\log y = 0,1274 - 0,2143 \cdot \log x_1 + \log x_2$$

tenglama bilan ifodalangan.

Topshiriq:

- Berilan tenglamani oddiy shaklga keltiring.
- Agar x_1 oldidagi b_1 parametr uchun t –kriteriy 0,827, x_2 oldidagi b_2 parametr uchun esa -1,015 ma'lum bo'lsa, berilgan tenglama parametrlarini ahamiyatlil ekanligini baholang.

Echish

- Berilgan ko'p omilli regressiya tenglamasini ikki tomonlama potentsirlab oddiy shaklda yozamiz:

$$y = 10^{0,1274} \cdot x_1^{-0,2143} \cdot x_2^{2,8254}; \text{ yoki } y = 10^{0,1274} \cdot \frac{1}{x_1^{0,2143}} \cdot x_2^{2,8254}$$

Darajali funktsiyalarda b_1 va b_2 regressiya koeffitsientlari y natijaning x_1 va x_2 larga nisbatan elastiklik koeffitsientlariga teng.

$$\bar{E}_{yx_1} = -0,2143\%; \quad \bar{E}_{yx_2} = 2,8254\%.$$

Qo'y go'shtiga talab mol go'shti bahosi bilan yuqori bog'lanishda, mol go'shtining narhi 1%ga ko'tarilganda qo'y go'shtiga talab 2,83%ga oshmoqda. Qo'y go'shtiga talabning uning bahosiga bog'lanishi teskari, ya'ni narhning 1%ga o'zgarishi talabni 0,21%ga kamayishiga olib kelmoqda.

2. t -kriteriyning jadval qiymati $\alpha = 0,05$ bo'lganda odatda erkinlik darajasiga bog'liq ravishda 2-3 oralig'ida yotadi. Ushbu misol.da $t_{b_1} = 0,827$, $t_{b_2} = 1,015$.

Bu natija t -kriteriysining qiymatlari ancha kichik bo'lib, bog'lanish tabiatini tasodifiyligi, tenglamani statistik ahamiyatli emasligi haqidagi dalolatni beradi. Shuning uchun tuzilgan tenglamani prognoz uchun qo'llashga tavsiya etilmaydi.

2.3. Mustaqil ishslash uchun masalalar

1-masala.

Quyidagi jadvalda berilan ma'lumotlar asosida hududdagi 20ta korxona bo'yicha maxsulot ishlab chiqarishning bir ishchiga to'g'ri keladigan hajmini (y , ming so'm) yangi kiritilgan asosiy fondlarga (x_1 , -yil oxiridagi fond qiymatidan %) va ishchilarining umumiyligi sonidagi yuqori malakali ishchilarining salmog'iga (x_2 , %) bog'liqligi o'r ganilgan.

2.5-jadval

| Korxona raqami | y | x_1 | x_2 | Korxona raqami | y | x_1 | x_2 |
|----------------|-----|-------|-------|----------------|------|-------|-------|
| 1 | 7,0 | 3,9 | 10,0 | 11 | 9,0 | 6,0 | 21,0 |
| 2 | 7,0 | 3,9 | 14,0 | 12 | 11,0 | 6,4 | 22,0 |
| 3 | 7,0 | 3,7 | 15,0 | 13 | 9,0 | 6,8 | 22,0 |
| 4 | 7,0 | 4,0 | 16,0 | 14 | 11,0 | 7,2 | 25,0 |
| 5 | 7,0 | 3,8 | 17,0 | 15 | 12,0 | 8,0 | 28,0 |
| 6 | 7,0 | 4,8 | 19,0 | 16 | 12,0 | 8,2 | 29,0 |
| 7 | 8,0 | 5,4 | 19,0 | 17 | 12,0 | 8,1 | 30,0 |
| 8 | 8,0 | 4,4 | 20,0 | 18 | 12,0 | 8,5 | 31,0 |

| | | | | | | | |
|----|------|-----|------|----|------|-----|------|
| 9 | 8,0 | 5,3 | 20,0 | 19 | 14,0 | 9,6 | 32,0 |
| 10 | 10,0 | 6,8 | 20,0 | 20 | 14,0 | 9,0 | 36,0 |

Topshiriq:

1. Har bir belgining varitsiya ko'rsatkichlarini baholang va ularni o'rganish uchun EKKUni qo'llash mumkinligi haqida xulosa qiling.
2. Chiziqli juft korrelyatsiya va xususiy korrelyatsiya koeffitsientlarini tahlil qiling.
3. Ko'p omilli regressiya tenglamasini yozing, uning parametrlarini ahamiyatlilagini va iqtisodiy ma'nosini baholang.
4. *Regressiya tenglamasini va $R^2_{y_{x_1}x_2}$* ning statistik ishonchlilagini Fisher F-kriteriyasi yordamida baholang. Tuzatilgan va tuzatilmagan ko'p omilli chiziqli determinatsiya koeffitsientlarining qiymatlarini taqqoslang.
5. Fisherning F-kriteriysi yordamida x_1 omilni x_2 omildan va x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritilishini maqsadga muvofiqligini baholang.
6. O'rtacha xususiy elastiklik koeffitsientlarini hisoblang va ular asosida omillarni natijaga ta'sir kuchini qiyosiy baholang

2-masala.

19ta ulgurji savdo korxonalari bo'yicha sotilgan mahsulot hajmi(y)ni savdo maydoni o'lchami(x_1) va tovar zaxiralari(x_2)ga bog'liqligi o'rganilgan va regressiya tenglamasining quyidagi variantlari olingan:

1. $y = 25 + 15x_1$ $r^2 = 0,90;$
2. $y = 42 + 27x_2$ $r^2 = 0,84;$
3. $y = 30 + 10x_1 + 8x_2$ $R^2 = 0,92;$
4. $y = 21 + 14x_1 + 20x_2 + 0,6x_2^2$ $R^2 = 0,95;$
 $(2,5) \quad (4,0)$
 $(5,0) \quad (12,0) \quad (0,2)$

qavs ichida regressiya koeffitsientlari uchun standart xatoliklarning qiymatlari berilgan.

Topshiriq:

1. Natijani har bir omil bilan bog'lanish kuchini tahlil qiling.
2. Eng ma'qul regressiya tenglamasini tanlang, olingan natijalarini asoslab bering.

3-masala.

20ta engil sanoat korxonalari bo'yicha ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi (y , mld. so'm)ni yil davomida ishlangan kishi-soat (x_1 , ming kishi) va ishlab chiqarish uskunalarini (x_2 , mld. so'm)ning o'rtacha yillik qiymatiga bog'liqligi o'r ganilgan va quyidagi natijalar olingan:

| | |
|--|------------------------------|
| Regressiya tenglamasi: | $-y = 35 + 0,06x_1 + 2,5x_2$ |
| Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti: | - 0,9 |
| Natijaning hisoblangan qiymatlarini haqiqiy qiymatlaridan farqining kvadratlari yig'indisi: | -3000 |

Topshiriq:

1. Yuqoridagi modelda determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Dispersion taxlil natijalari jadvalini tuzing.
3. Olingan regression tahlil natijalarini tavsiflab bering.

4-masala.

Mamlakatning 25ta xududida paxta xosildorligiga (y , ts/ga) ob-havo sharoitining ta'siri o'r ganilgan. Bunda ikkita erkli o'zgaruvchi parametrler tanlab olingan: x_1 -yillik o'rtacha yog'ingarchilik (mm); x_2 -havoning o'rtacha harorati (C^0).

Bu ko'rsatkichlarning juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

| | y | x_1 | x_2 |
|-------|-----|-------|-------|
| y | 1 | | |
| x_1 | 0,8 | 1 | |
| x_2 | 0,7 | -0,8 | 1 |

Topshiriq:

- Natijaning har bir omil bilan xususiy korrelyatsiyasini hisoblang. Natijaning juft va xususiy korrelyatsiyalar koeffitsientlari orasidagi farqni izohlab bering.
- Berilgan korrelyatsiya matritsasi asosida quyidagi regressiya tenglamalarning qaysi birini tuzish maqsadga muvofiq:
 - y ni x_1 ga chiziqli juft regressiyasini;
 - y ni x_2 ga chiziqli juft regressiyasini;
 - ko'p omilli chiziqli regressiyani.

5-masala.

Ko'p tarmoqli fermer xo'jaliklarida mahsulot ishlab chiqarish hajmini mehnat sarfi va sarflangan energiya hajmiga bog'lanishi o'rganib chiqilgan. Buning uchun 20ta fermer xo'jaligining har biri bo'yicha bir yillik o'rtacha mahsulot hajmi (u , mlrd. so'm), xo'jliklar ishchilarining ro'yhatdagi o'rtacha soni (x_1 , kishi), sarf qilingan energiyaning yillik o'rtacha qiymati (x_2 , mln.so'm), haqidagi malumotlar to'plangan.

Quyida ushbu malumotlarni korrelyatsion taxlili natijalari keltirilgan.

Juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi:

| Berilgan o'zgaruvchilar uchun | | | | O'zgaruvchilarning natural logarifmlari uchun | | |
|-------------------------------|------|-------|-------|---|-----------|-----------|
| | y | x_1 | x_2 | $\ln y$ | $\ln x_1$ | $\ln x_2$ |
| y | 1,00 | | | | 1,00 | |
| x_1 | 0,78 | 1,00 | | | 0,86 | 1,00 |
| x_2 | 0,86 | 0,96 | 1,00 | | 0,90 | 0,69 |

Topshiriq:

- Yuqorida berilgan korrelyatsiya koeffitsientlarning ma'nosini tushuntirib bering.
- Ushbu ma'lumotlardan foydalanib quyidagilarga nisbatan xulosa yozing:

- a) y ni x_1 ($y=a+bx_1$) va y ni x_2 ($y=a+bx_2$) juft chiziqli regressiya tenglamalarida regressiya koeffitsientlari ishoralari haqida;
- b) chiziqli ko'p omilli regressiya tenglamasida x_1 va x_2 o'zgaruvchilarning regressiya koeffitsientlarining statistik ahamiyatliligi haqida.
3. $y= a+bx_1$ va $y=a+bx_2$ chiziqli juft regressiya tenglamalarida determinatsiya koeffitsientlari qiymatlarini aniqlang.
4. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasi uchun korrelyatsiyaning xususiy koeffitsientini aniqlang.
5. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasini standartlashtirilgan masshtabda aniqlang va xulosa qiling.

6-masala.

Viloyatning 30ta tijorat banklarida ularning ish faoliyati (y) ning bank xodimlarining yoshi(x_1), bilim darajasi(x_2) va jinsi(x_3) ko'rsatkichlariga bog'liqligini o'rGANISH maqsadida kuzatuv o'tkazilgan. Kuzatuv natijalari bo'yicha juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasi quyidagi ko'rinishga ega:

| | y | x_1 | x_2 | x_3 |
|-------|------|-------|-------|-------|
| y | 1,00 | | | |
| x_1 | 0,30 | 1,00 | | |
| x_2 | 0,60 | 0,10 | 1,00 | |
| x_3 | 0,40 | 0,15 | 0,80 | 1,00 |

Topshiriq:

- Standartlashtirilgan ko'rinishdagi regressiya tenglamasini tuzing va xulosa qiling.
- Ko'p omilli korrelyatsiya(tuzatish kiritilgan va tuzatish kiritilmagan) koeffitsientlarini aniqlang
- x_1 -o'zgaruvchini modelga x_2 va x_3 o'zgaruvchilar kiritilgandan so'ng kiritilishi maqsadga muvofiqligini baholang.

7-masala.

Mamlakatning 25ta xududi savdo do'konlarida sotilayotgan muzlatkichlarga bo'lган talab (y , dona)ni xudud aholisining o'rtachi yillik jon boshiga daromadi (x_1 , mln. so'm) va muzlatkichlarning o'rtacha narxi (x_2 , mln. so'm)ga bog'liqligini o'rGANISH maqsadida kuzatuv o'tkazilgan. Kuzatuv natijalari bo'yicha quyidagilar ma'lum:

2.6-jadval

| Ko'rsatkich | O'rtacha qiymat | Variatsiya koeffitsienti, % | Regressiya tenglamasi |
|-------------|-----------------|-----------------------------|-------------------------------|
| y | 35 | 20 | $\hat{y} = 20 + x_1 - 2,0x_2$ |
| x_1 | 16 | 30 | $\hat{y} = 9 + 1,1x_1$ |
| x_2 | 8 | 10 | $\hat{y} = 4 - 4,1x_2$ |

Topshiriq:

- Agar $r_{x_1x_2} = -0,35$ bo'lsa har bir regressiya tenglamasining muhimligini baholang.
- Ikki asosiy erkli o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsientlarini muhimligini baholang.
- Xususiy korrelyatsiya kkoeffitsientlarini aniqlang.
- Xususiy elastiklik koeffitsientlarini toping.

8-masala.

Birlashmaning 30ta korxonasi bo'yicha foydaning (y , mlrd. so'm) bir ishchiga to'g'ri keladigan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi (x_1 , dona) va mahsulot bahosi indeksiga (x_2 , %) bog'liqligi o'rGANILGAN. Ma'lumotlar quyidagi jadvalda berilgan:

2.7-jadval

| Ko'rsatkich | O'rtacha qiymat | O'rtacha kvadratik chetlanish | Juft korrelyatsiya koeffitsientlari |
|-------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| u | 250 | 38 | $r_{yx1} = 0,68$ |
| x_1 | 47 | 12 | $r_{yx2} = 0,63$ |
| x_2 | 112 | 21 | $r_{x1x2} = 0,42$ |

Topshiriq:

1. Juft regressiya chiziqli tenglamasini tuzing, ularning ahamiyatligilini Fisher F-kriteriysi yordamida baholang.
2. Standartlashgan va natural masshtablarda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
3. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientini, Fisherning umumiy va xususiy kriteriyasini hisoblang va xulosa qiling.

9-masala.

50ta oilada go'sht maxsulotlarini iste'mol hajmi –y (kg., har bir kishiga)ni daromad – x_1 (so'm., har bir oila a'zosiga)ga va baliq mahsulotlari ist'moli – x_2 (kg. har bir kishiga)ga bog'lanishi o'rganilgan. Tadqiqot natijalari quyidagicha bo'lган:

Regressiya tenlamasi:

$$\hat{y} = -180 + 0,2x_1 - 0,4x_2$$

Parametrlarning standart hatoligi: 20 0,01 0,25

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti: 0,85

Topshiriq:

1. Styudent t-kriteriysini qo'llab tenglama parametrlarini statistik ahamiyatligilini baholang.
2. Fisherning F-kriteriysini baholang.
3. Fisherning xususiy F-kriteriysidan foydalanib modelga:
 - a) x_1 omilni x_2 omildan so'ng;
 - b) x_2 omilni x_1 omildan so'ng kiritilishini baholang.

10-masala.

Savdo korxonalarining yalpi daromadi hajmiga asosiy va aylanma vositalarining qiymatini ta'siri o'rganilgan. Buning uchun 12ta savdo korxonasidan quyidagi ma'lumotlar olingan:

2.8-jadval

| Korxona tartib raqami | Yillik yalpi daromad, mlrd.so'm | O'rtacha yillik narx, mln.so'm | |
|-----------------------|---------------------------------|--------------------------------|-------------------|
| | | Asosiy fondlar | Aylanma vositalar |
| 1 | 203 | 118 | 105 |

| | | | |
|----|-----|-----|-----|
| 2 | 63 | 28 | 56 |
| 3 | 45 | 17 | 54 |
| 4 | 113 | 50 | 63 |
| 5 | 121 | 56 | 28 |
| 6 | 88 | 102 | 50 |
| 7 | 110 | 116 | 54 |
| 8 | 56 | 124 | 42 |
| 9 | 80 | 114 | 36 |
| 10 | 237 | 154 | 106 |
| 11 | 160 | 115 | 88 |
| 12 | 75 | 98 | 46 |

Topshiriq:

1. Ko'p omilli chiziqli regressiya tenglamasini tuzing va uning parametrlarini iqtisodiy ma'nosini tushuntiring.
2. Elastiklikning xususiy koeffitsientlarini hisoblang.
3. Regressiyaning standartlashtirilgan koeffitsientlarini aniqlang.
4. Natijaviy va omil belgilar orasidagi bog'lanish kuchi haqida xulosa qiling.
5. Juft va xususiy korrelyatsiya hamda ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientlarini aniqlang.
6. Determinatsiya koeffitsienti va Fisherning umumiy F-kriteriysi asosida olingan tenglamani baholang.

11-masala.

Quyidagi jadvalda berilgan o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishni va modelga kiritiluvchi o'zgaruvchilarning ketma-ketligini aniqlab sharhlab bering.

| | y | x_1 | x_2 | x_3 |
|-------|-----|-------|-------|-------|
| y | 1 | 0,6 | 0,5 | 0,7 |
| x_1 | - | 1 | 0,04 | 0,03 |
| x_2 | - | - | 1 | 0,1 |
| x_3 | - | - | - | 1 |

12-masala.

Quyidagi jadvaldagi o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishlarga asoslangan holda modelga kiritilishi mumkin bo'lgan o'zgaruvchilarni tanlang va sharhlab bering.

| | y | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 |
|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| y | 1 | 0,65 | 0,6 | 0,5 | 0,03 |
| x_1 | - | 1 | 0,5 | 0,9 | 0,3 |
| x_2 | - | - | 1 | 0,3 | 0,2 |
| x_3 | - | - | - | 1 | 0,2 |
| x_4 | - | - | - | - | 1 |

13-masala.

Tarmoqdagi 40ta korxonada mehnat unumdorligi (y)ni ishchilarning malaka darajasi (x_1) va ularning mehnatini energiya bilan qurollanganligi (x_2)ga bog'liqliligi o'r ganilganda quyidagi natija olingan:

Regressiya tenglamasi

$$\hat{y} = a + 10x_1 + 2x_2$$

Parametrlarning standart hatoligi

$$0,5 \quad 2 \quad ?$$

Parametrlar uchun t-kriteriya

$$3 \quad ? \quad 5$$

Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsienti

$$0,85$$

Topshiriq:

1. a parametrni aniqlang va tushurib qoldirilgan qiymatlarni to'ldiring.
2. Ko'p omilli korrelyatsiya koeffitsientining qiymatidan foydalananib tenglanamaning ahamiyatlilagini aniqlang.
3. Natijaga omillardan qaysi biri ko'proq ta'sir etishini aniqlang.

14-masala.

Dunyoning 45ta mamlakatida aholining o'rtacha umr ko'rish darajasi (y , yosh)ni YaIMning sotib olish qobiliyati pariteti (x_1), aholining avvalgi yilga nisbatan qo'shimcha o'sishi sur'ati (x_2 , %), ishchi kuchining avvalgi yilga nisbatan

qo'shimcha o'sish sur'ati (x_3 , %), yosh bolalar o'limi darajasi (x_4 , %) ga bog'liqligi quyidagi jadval ma'lumotlari asosida o'r ganilgan:

2.9-jadval

| Mamlakat | y | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 |
|----------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 47 | 3,0 | 2,6 | 2,4 | 113 |
| 2 | 55 | 4,3 | 2,5 | 2,4 | 91 |
| 3 | 52 | 2,4 | 3,1 | 3,1 | 89 |
| 4 | 58 | 5,1 | 1,6 | 2,1 | 79 |
| 5 | 57 | 3,4 | 2,0 | 1,7 | 72 |
| 6 | 50 | 2,0 | 2,9 | 2,7 | 123 |
| 7 | 53 | 4,5 | 2,9 | 2,8 | 80 |
| 8 | 58 | 5,1 | 2,7 | 2,7 | 58 |
| 9 | 62 | 5,2 | 1,8 | 2,0 | 68 |
| 10 | 68 | 7,4 | 3,1 | 4,0 | 46 |
| 11 | 47 | 4,9 | 3,1 | 2,8 | 124 |
| 12 | 60 | 8,3 | 2,9 | 3,3 | 90 |
| 13 | 67 | 7,0 | 3,0 | 3,8 | 45 |
| 14 | 69 | 10,8 | 1,1 | 1,1 | 34 |
| 15 | 57 | 7,8 | 2,9 | 3,1 | 56 |
| 16 | 51 | 7,6 | 2,9 | 2,6 | 90 |
| 17 | 72 | 12,1 | 1,3 | 2,0 | 16 |
| 18 | 63 | 14,2 | 2,0 | 2,7 | 56 |
| 19 | 64 | 14,1 | 1,6 | 2,5 | 51 |
| 20 | 66 | 10,6 | 2,2 | 2,7 | 39 |
| 21 | 65 | 12,4 | 2,0 | 2,6 | 55 |
| 22 | 66 | 12,4 | 2,9 | 3,5 | 44 |
| 23 | 69 | 15,6 | 2,2 | 3,2 | 36 |
| 24 | 74 | 13,1 | 1,0 | 1,8 | 13 |
| 25 | 68 | 13,5 | 2,7 | 2,9 | 41 |
| 26 | 70 | 15,6 | 0,2 | 0,2 | 13 |
| 27 | 69 | 28,0 | 0,9 | 1,3 | 35 |
| 28 | 67 | 20,7 | 1,7 | 2,1 | 48 |
| 29 | 70 | 20,0 | 0,3 | 0,6 | 14 |
| 30 | 72 | 23,7 | 1,9 | 2,8 | 33 |
| 31 | 68 | 20,0 | 1,5 | 1,6 | 44 |
| 32 | 71 | 33,4 | 2,4 | 2,7 | 12 |
| 33 | 72 | 35,3 | 1,5 | 2,1 | 12 |
| 34 | 73 | 24,6 | 0,6 | 1,0 | 18 |
| 35 | 73 | 30,8 | 1,3 | 2,0 | 22 |
| 36 | 78 | 43,4 | 0,6 | 0,9 | 8 |
| 37 | 72 | 42,4 | 0,9 | 1,9 | 10 |
| 38 | 77 | 53,8 | 0,2 | 1,0 | 7 |
| 39 | 77 | 61,1 | 3,5 | 3,5 | 8 |
| 40 | 77 | 70,2 | 1,1 | 1,4 | 6 |
| 41 | 78 | 73,7 | 0,2 | 0,4 | 7 |
| 42 | 78 | 78,3 | 1,3 | 1,0 | 6 |
| 43 | 78 | 78,0 | 0,5 | 0,8 | 6 |

| | | | | | |
|----|----|-------|-----|-----|---|
| 44 | 77 | 100,0 | 1,0 | 1,1 | 8 |
| 45 | 80 | 82,0 | 0,3 | 0,6 | 4 |

Topshiriq:

- Ma'lumotlarni dispersion taxlilini amalga oshiring va ularni saralang.
- Juft korrelyatsiyalar matritsasini tuzing. Qaysi omillar kollinear ekanligini aniqlang.
- Omillarni saralashni asoslagan holda ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.
- Qoldiqlar grafigini chizing va xulosa qiling.
- Gelfelda-Kvandta testini qo'llab ko'p omilli regressiya tenglamasi xatoligini geteroskedastiklikka testdan o'tkazing.
- Ko'p omilli regressiya tenglamasini statistik ahamiyatliligi baholang. Bu tenglamada qaysi omillar kutilayotgan o'rtacha umr ko'rish darajasiga ko'proq ta'sir etadi.
- Statistik ma'nodorlikka ega bo'lgan omillar bilan regressiya tenglamasini tuzing.

15-masala.

35ta mamlakat bo'yicha inson taraqqiyoti indeksi, hayot davomiyligi va aholining iste'mol qiladigan oziq-ovqatlarining jon boshiga kaloriyaliligi to'g'risida ma'lumotlar berilgan:

2.10-jadval

| Mamlakat | Inson taraqqiyoti indeksi, y | Hayot davomiyligi, yil, x_1 | Aholining iste'mol qiladigan oziq-ovqatlarining jon boshiga sutkalik kaloriyaliligi, kkal, x_2 |
|----------|------------------------------|-------------------------------|--|
| 1. | 0,904 | 77,0 | 3343 |
| 2. | 0,922 | 78,2 | 3001 |
| 3. | 0,827 | 72,9 | 3161 |
| 4. | 0,763 | 68,0 | 3101 |
| 5. | 0,923 | 77,2 | 3543 |

| | | | |
|-----|-------|------|------|
| 6. | 0,739 | 66,8 | 2938 |
| 7. | 0,918 | 77,2 | 3237 |
| 8. | 0,795 | 70,9 | 3402 |
| 9. | 0,906 | 77,2 | 3330 |
| 10. | 0867 | 78,1 | 3575 |
| 11. | 0,905 | 75,7 | 3808 |
| 12. | 0,616 | 66,3 | 3289 |
| 13. | 0,883 | 77,8 | 3272 |
| 14. | 0,545 | 62,2 | 2415 |
| 15. | 0,894 | 78,0 | 3295 |
| 16. | 0,900 | 78,2 | 3504 |
| 17. | 0,932 | 79,0 | 3056 |
| 18. | 0,740 | 67,7 | 3004 |
| 19. | 0,701 | 69,8 | 2844 |
| 20. | 0,744 | 68,4 | 2861 |
| 21. | 0,921 | 77,9 | 3259 |
| 22. | 0,927 | 78,1 | 3350 |
| 23. | 0,802 | 72,5 | 3344 |
| 24. | 0,852 | 72,4 | 3336 |
| 25. | 0,747 | 66,6 | 2704 |
| 26. | 0,752 | 69,9 | 2943 |
| 27. | 0,927 | 76,6 | 3642 |
| 28. | 0,728 | 69,0 | 3568 |
| 29. | 0,721 | 68,8 | 2453 |
| 30. | 0,913 | 76,8 | 2916 |
| 31. | 0,918 | 78,1 | 3551 |
| 32. | 0,833 | 73,9 | 3177 |
| 33. | 0,914 | 78,6 | 3280 |
| 34. | 0,923 | 78,5 | 3160 |
| 35. | 0,695 | 64,1 | 2933 |

Topshiriq:

1. Juft korrelyatsiya koeffitsientlari matritsasini tuzing.
2. Juft regressiya tenglamasini tuzing.
3. Fisher va Styudent kriteriyalari yordamida tenglamalarni va ularning parametrlarini statistik ahamiyatliliginini baholang.
4. Ko'p omilli regressiya tenglamasini tuzing.

5. Gelfelda-Kvandta testini qo'llab ko'p omilli regressiya tenglamasi xatoligini geteroskedastiklikka testdan o'tkazing.
6. Ko'p omilli regressiya tenglamasini statistik ahamiyatlilagini baholang. Quyidagi qaysi tenglamani prognozlash uchun qo'llash mumkin:
- a) y ni x_1 ga juft regressiyasini;
 - b) y ni x_2 ga juft regressiyasini;
 - v) ko'p omilli regressiyani.

III. Tenglamalar sistemasi ko'rinishidagi ekonometrik modellar

3.1 Uslubiy ko'rsatma

Murakkab iqtisodiy jarayonlar o'zaro bog'langan bir paytli tenglamalar sistemasi orqali ifodalanadi.

Tenglamalar tizimining bir qancha turlari mavjud.

Har bir bog'liq bo'lgan o'zgaruvchi (y) bitta to'plamdag'i omillar (x) funksiyasi deb qaraluvchi *bog'liq bo'limgan tenglamalar sistemasi*:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemani echish va uning parametrlarini aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usuli qo'llaniladi.

Bir tenglamadagi natijaviy belgi (u)lar o'zidan keyingi tenglamalarda (x) omil belgilar sifatida qatnashuvchi *rekursiv tenglamalar sistemasi*:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3m}x_m + \varepsilon_3 \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasini echish va uning parametrlarini aniqlash uchun ham eng kichik kvadratlar usuli qo'llaniladi.

O'zaro bog'liq tenglamalar sistemasida bitta natijaviy belgi bir tenglamaning chap qismida, boshqa tenglamaning o'ng qismida qatnashuvchi “*birgalikdagi, birpaytli tenglamalar*” sistemasi:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \dots + b_{1n}y_n + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \dots + b_{2n}y_n + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2 \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

Bunday tenglamalar sistemasi “*modelning tuzilmaviy shakli*” deb ataladi.

Endogen o'zgaruvchilar –modelning ichida aniqlanuvchi, o'zaro bog'liq o'zgaruvchilar (y).

Ekzogen o'zgaruvchilar –modeldan tashqarida aniqlanuvchi, bog'liq bo'limgan o'zgaruvchilar (x).

Avvaldan aniqlangan o'zgaruvchilar -endogen va lagli (vaqt bo'yicha avvalgi darajadagi) endogen o'zgaruvchilar tizimi.

O'zgaruvchilar oldidagi a va b koeffitsientlar *modelning tuzulmaviy koeffitsientlari* deb ataladi.

Modelning keltirilgan shakli –avvaldan aniqlangan o'zgaruvchilar tizimidagi endogen o'zgaruvchilarning chiziqli funktsiyalari sistemasi orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \dots + \delta_{1m}x_m \\ \hat{y}_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \dots + \delta_{2m}x_m \\ \dots \\ \hat{y}_n = \delta_{n1}x_1 + \delta_{n2}x_2 + \dots + \delta_{nm}x_m + \varepsilon_n \end{cases}$$

bu erda δ_{ij} – modelning keltirilgan shakli koeffitsientlari.

3.2. Namunaviy misollar echish

1-misol.

$$\begin{cases} y_1 = b_{13} \cdot y_3 + a_{11} \cdot x_1 + a_{13} \cdot x_3, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + b_{23} \cdot y_3 + a_{22} \cdot x_2, \\ y_3 = b_{23} \cdot y_2 + a_{31} \cdot x_1 + a_{33} \cdot x_3. \end{cases}$$

modelning tuzilmaviy shakli(MTSh) berilgan bo'lsin.

Topshiriq:

Quyida berilgan modelning keltirilgan shakli(MKSh)dan kelib chiqib, modelning tuzilmaviy shakli koeffitsientlari topilsin.

$$\begin{cases} y_1 = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3, \\ y_2 = 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3, \\ y_3 = -5 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3. \end{cases}$$

Echish

Modelning tuzilmaviy koeffitsientlarini hisoblaymiz.

MTShning birinchi tenglamasida x_2 bo'lmasligi sababli MKShdagidan uchinchi tenglamadan x_2 ni topamiz:

$$x_2 = \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3}{8}.$$

Ushbu ifodaga MTShdagi birinchi tenglamaga kerak bo'lgan y_3 , x_1 , x_3 o'zgaruvchilar kiradi. Topilgan x_2 ni MKShdagi birinchi tenglamaga qo'yamiz:

$$y_1 = 2 \cdot x_1 + 4 \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 5 \cdot x_3}{8} + 10 \cdot x_3 = 0,5y_3 + 4,5 \cdot x_1 + 7,5 \cdot x_3.$$

$y_1 = 0,50y_3 + 4,50 \cdot x_1 + 7,50 \cdot x_3$. -MTShning birinchi tenglamasi hosil bo'ladi.

2) MTShning ikkinchi tenglamasida x_1 va x_3 o'zgaruvchilar qatnashmayapti. Bu tenglamani parametrлari ikki bosqichda aniqlaniladi.

Birinchi bosqich: Mazkur holatda x_1 ni MKShning birinchi va uchinchi tenglamalaridan topish mumkin. Birinchi tenglamadan:

$$x_1 = \frac{y_1 - 4 \cdot x_3 - 10 \cdot x_3}{2} = 0,5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3.$$

Uchinchi tenglamadan x_3 ni topamiz:

$$x_3 = \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2}{5}.$$

Ushbu ifodani x_1 ga qo'yamiz.

$$x_1 = 0,5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot \left(\frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2}{5} \right) = 0,5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_1$$

$$x_1 = \frac{0,5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2}{6}.$$

Ikkinchi bosqich:

Huddi shunday x_3 ni qidirilayotgan y_1 , y_2 , y_3 lar orqali ifodalash uchun x_3 da x_1 ni MKShdagi birinchi tenglamasidan olingan qiymatiga almashtiramiz.

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{y_3 + 5 \cdot (0,5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3) - 8 \cdot x_2}{5} = \\ &= 0,2 \cdot y_3 + 0,5 \cdot y_1 - 3,6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3. \end{aligned}$$

Bundan ,

$$x_3 = 0,033 \cdot y_3 + 0,083 \cdot y_1 - 0,6 \cdot x_2. \text{ kelib chiqadi.}$$

Topilgan x_1 va x_3 ni MKShning ikkinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$y_2 = 3 \cdot \frac{0,5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2}{6} - 6 \cdot x_2 + 2 \cdot (0,033 \cdot y_3 + 0,083 \cdot y_1 - 0,6 \cdot x_2).$$

$y_2 = 0,42 \cdot y_1 - 0,43 \cdot y_3 - 4,2 \cdot x_2$ – MTSning ikkinchi tenglamasi.

3) MTSning uchinchi tenglamasida x_2 ishtirok etmayapti, uni MKShdagi ikkinchi tenglama orqali ifodalaymiz:

$$x_2 = \frac{-y_2 + 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_3}{6} = -0,167 \cdot y_2 + 0,5 \cdot x_1 + 0,333 \cdot x_3.$$

Hosil bo'lgan ifodani MKShdagi uchinchi tenglamaga qo'yamiz:

$$y_3 = -5 \cdot x_1 + 8 \cdot (-0,167 \cdot y_2 + 0,5 \cdot x_1 + 0,333 \cdot x_3) + 5 \cdot x_3.$$

$$y_3 = -1,34 \cdot y_2 - x_1 + 7,66 \cdot x_3. \quad \text{– MTSning uchinchi tenglamasi.}$$

Shunday qilib, MTSh quyidagi tenglamalar sistemasidan tashkil topadi:

$$\begin{cases} y_1 = 0,50y_3 + 4,50 \cdot x_1 + 7,50 \cdot x_3, \\ y_2 = 0,42 \cdot y_1 - 0,43 \cdot y_3 - 4,2 \cdot x_2, \\ y_3 = -1,34 \cdot y_2 - x_1 + 7,66 \cdot x_3. \end{cases}$$

2-misol.

Quydagi model o'rganilayotgan bo'lsin:

$$\begin{cases} y = a_1 + b_1(C + D) + \varepsilon_1, \\ C = a_2 + b_2 \cdot y + b_3 \cdot y_{-1} + \varepsilon_2. \end{cases}$$

bu erda: y –yalpi milliy daromad; y_{-1} –avvalgi yilgi yalpi milliy daromad;

C –shahsiy ist'mol; D –talab; ε_1 va ε_2 –tasodifiy miqdorlar.

Quyidagi jadvalda ko'rsatkichlarning to'qqiz yillik o'sish sur'atlari haqidagi ma'lumotlar berilgan (3.1-jadval):

3.1-jadval

| Yillar | D | y_{-1} | y | C | Yillar | D | y_{-1} | y | C |
|--------|-------|----------|------|------|----------|-------|----------|-------|-------|
| 1 | -6,8 | 46,7 | 3,1 | 7,4 | 6 | 44,7 | 17,8 | 37,2 | 8,6 |
| 2 | 22,4 | 3,1 | 22,8 | 30,4 | 7 | 23,1 | 37,2 | 35,7 | 30,0 |
| 3 | -17,3 | 22,8 | 7,8 | 1,3 | 8 | 51,2 | 35,7 | 46,6 | 31,4 |
| 4 | 12,0 | 7,8 | 21,4 | 8,7 | 9 | 32,3 | 46,6 | 56,0 | 39,1 |
| 5 | 5,9 | 21,4 | 17,8 | 25,8 | Σ | 167,5 | 239,1 | 248,4 | 182,7 |

O'rganilayotgan model uchun quyidagi keltirilgan tenglamalar sistemasi – MKSh tuzilgan:

$$\begin{cases} y = 8,219 + 0,6688 \cdot D + 0,2610 \cdot y_{-1}, \\ C = 8,636 + 0,3384 \cdot D + 0,2020 \cdot y_{-1}. \end{cases}$$

Topshiriq:

MTShning birinchi tenglamasini parametrlarini hisoblang.

Echish

MTShning parametrlarini aniqlash uchun ikki qadamli eng kichik kvadratlar usulini qo'llaymiz.

Birinchi qadam

MKShning ikkinchi tenglamasidan C endogen o'zgaruvchini nazariy qiymatlarini aniqlaymiz. Buning uchun

$$C = 8,636 + 0,3384 \cdot D + 0,2020 \cdot y_{-1}.$$

keltirilgan tenglamaga D va y_{-1} parametrining jadvaldagi qiymatlarini qo'yib S parametrning quyidagi nazariy qiymatlarini olamiz:

$$\hat{C}_1 = 15,8; \hat{C}_2 = 16,8; \hat{C}_3 = 7,4; \hat{C}_4 = 14,3; \hat{C}_5 = 15,0; \hat{C}_6 = 27,4; \hat{C}_7 = 24,0; \\ \hat{C}_8 = 33,2; \hat{C}_9 = 29,0.$$

Ikkinchi qadam

MTShda C parametrning haqiqiy qiymatlarini nazariy qiymatlariga almashtiramiz va $\hat{C} + D$ ning yangi qiymatlarini hisoblab jadvalga joylashtiramiz.

| Yillar | D | \hat{C} | $\hat{C} + D$ | Yillar | D | \hat{C} | $\hat{C} + D$ |
|--------|-------|-----------|---------------|----------|-------|-----------|---------------|
| 1 | -6,8 | 15,8 | 9,0 | 6 | 44,7 | 27,4 | 72,1 |
| 2 | 22,4 | 16,8 | 39,2 | 7 | 23,1 | 24,0 | 47,1 |
| 3 | -17,3 | 7,4 | -9,9 | 8 | 51,2 | 33,2 | 84,4 |
| 4 | 12,0 | 14,3 | 26,3 | 9 | 32,3 | 29,0 | 61,3 |
| 5 | 5,9 | 15,0 | 20,9 | Σ | 167,5 | 182,9 | 350,4 |

MTShdagi birinchi tenglamaga eng kichik kvadratlar usulini qo'llaymiz. $\hat{C} + D$ yangi o'zgaruvchini Z deb belgilab, $y = a_1 + b_1 \cdot Z$ chiziqli tenglamasini echamiz.

Bu tenglama uchun normal tenglamalar sistemasi:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a_1 + b_1 \sum Z, \\ \sum y \cdot z = a_1 \cdot \sum Z + b_1 \cdot \sum Z^2. \end{cases}$$

Ushbu normal tenglamalar tizimiga jadvaldagi qiymatlarni qo'yamiz.

$$\begin{cases} 248,8 = 9 \cdot a_1 + 350,4 \cdot b_1, \\ 13508,7 = 350,4 \cdot a_1 + 21142,0 \cdot b_1. \end{cases}$$

Bundan $a_1 = 7,678$; $b_1 = 0,512$ ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib MTShning quyidagi birinchi tenglamasini olamiz:

$$y = 7,678 + 0,512 \cdot (\hat{C} + D).$$

3-misol.

Quyidagi jadvalda xuddudda 2013 -2017 yillar davomida aholining jon boshiga yillik mol go'shtini istemoli, bir kilogramm go'shtning ulgurji narhi, aholining jon boshiga daromadi, go'shtni qayta ishslash uchun harajatlarni avvalgi yilga nisbatan o'zgarishi haqidagi ma'lumotlar berilgan.

3.2-jadval

| Yillar | Aholining jon boshiga yillik mol go'shtining | Bir kilogramm go'shtning ulgurji narhi, | Aholining jon boshiga daromadi, doll. (x_1) | Go'shtni qayta ishslash uchun harajatlarni |
|--------|--|---|---|--|
| | | | | |

| | istemoli, kg.(y ₁) | doll.(y ₂) | | narxiga nisbatan ulushi, % (x ₂) |
|------|--------------------------------|------------------------|------|--|
| 2012 | 60 | 5,0 | 1300 | 60 |
| 2013 | 62 | 4,0 | 1300 | 56 |
| 2014 | 65 | 4,2 | 1500 | 56 |
| 2015 | 62 | 5,0 | 1600 | 63 |
| 2016 | 66 | 3,8 | 1800 | 50 |

Topshiriq:

Mos tuzilmaviy koeffitsientlarni hisoblab

$$\begin{cases} y_1 = f(y_2, x_1), \\ y_2 = f(y_1, x_2). \end{cases}$$

ko'rinishdagi modelni tuzing.

Echish

Berilgan ko'rinishdagi modelning ikki endogen va ikki ekzogen o'zgaruvchili bir paytli tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12} \cdot y_2 + a_{11} \cdot x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar tizimining parametrlarini aniqlash uchun EKKUdan foydalananamiz. Buning uchun MTShdagi x o'zgaruvchilar oldidagi koeffitsientlarni aniqlash mumkin bo'lgan MKShga aylantiramiz:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2, \\ y_2 = \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2. \end{cases}$$

δ_{11} va δ_{12} larni qiymatlarini aniqlash uchun normal tenglamalar sistemasini yozamiz:

$$\begin{cases} \sum y_1 x_1 = \delta_{11} \cdot \sum x_1^2 + \delta_{12} \cdot \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_1 x_2 = \delta_{11} \cdot \sum x_1 \cdot x_2 + \delta_{12} \cdot \sum x_2^2. \end{cases}$$

Sistemanı echish uchun x va y larni ularning o'rtachalaridan chetlanishlari orqali ifodalab, sistema uchun kerakli ifodalarni hisoblaymiz va quyidagi ma'lumotlar matritsasini tuzamiz:

| Yillar | y ₁ | y ₂ | x ₁ | x ₂ | y ₁ x ₁ | y ₁ x ₂ | x ₁ x ₂ | x ₁ ² | x ₂ ² |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|

| | | | | | | | | | |
|----------|----|------|------|----|------|-----|-------|--------|----|
| 2013 | -3 | 0,6 | -200 | 3 | 600 | -9 | -600 | 40000 | 9 |
| 2014 | -1 | -0,4 | -200 | -1 | 200 | 1 | 200 | 40000 | 1 |
| 2015 | 2 | -0,2 | 0 | -1 | 0 | -2 | 0 | 0 | 1 |
| 2016 | -1 | 0,6 | 100 | 6 | -100 | -6 | 600 | 10000 | 36 |
| 2017 | 3 | -0,6 | 300 | -7 | 900 | -21 | -2100 | 90000 | 49 |
| Σ | 0 | 0,0 | 0 | 0 | 1600 | -37 | -1900 | 180000 | 96 |

Hisoblanganlarni normal tenglamalar sistemasiga qo'ysak, u quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} 1600 = 180000 \cdot \delta_{11} - 1900 \cdot \delta_{12}, \\ -37 = -1900 \cdot \delta_{11} + 96 \cdot \delta_{12}. \end{cases}$$

Bu sistemadan: $\delta_{11} = 0,00609$; $\delta_{12} = -0,26481$ kelib chiqadi va nihoyat MTShning birinchi tenglamasini olamiz:

$$y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot x_2.$$

Huddi shunday δ_{21} va δ_{22} koeffitsientlarni aniqlash uchun normal tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{cases} \sum y_2 x_1 = \delta_{21} \cdot \sum x_1^2 + \delta_{22} \cdot \sum x_1 \cdot x_2, \\ \sum y_2 x_2 = \delta_{21} \cdot \sum x_1 \cdot x_2 + \delta_{22} \cdot \sum x_2^2. \end{cases}$$

Ushbu sistemaga jadvaldagи qiymatlarni qo'yamiz va qo'shimcha hisoblashlarni amalga oshirsak yuqoridagi normal tenglamalar sistemasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} -160 = 180000 \cdot \delta_{21} - 1900 \cdot \delta_{22}, \\ 10,2 = -1900 \cdot \delta_{21} + 96 \cdot \delta_{22}. \end{cases}$$

Bu sistemadan: $\delta_{21} = 0,00029$; $\delta_{22} = 0,11207$ qiymatlarni olamiz va bularni o'rniga qo'yib MTShning ikkinchi tenglamasini keltirib chiqaramiz:

$$y_2 = 0,00029 \cdot x_1 + 0,11207 \cdot x_2.$$

Natijada MKSh quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot x_2, \\ y_2 = 0,00029 \cdot x_1 + 0,11207 \cdot x_2. \end{cases}$$

Endi MKShdan MTSning tuzilmaviy koeffitsientlarini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot x_2, \\ x_2 = \frac{y_2 - 0,00029 \cdot x_1}{0,11207}. \end{cases}$$

$$y_1 = 0,00609 \cdot x_1 - 0,26481 \cdot \frac{y_2 - 0,00029 \cdot x_1}{0,11207}.$$

Bundan tuzilmaviy modelning birinchi tenglamasi kelib chiqadi:

$$y_1 = -2,36290 \cdot y_2 + 0,00678 \cdot x_1.$$

MTShni ikkinchi tenglamasini topish uchun quyidagi amallarni bajaramiz:

$$\begin{cases} y_2 = 0,00029 \cdot x_1 + 0,11207 \cdot x_2, \\ x_1 = \frac{y_1 - 0,26481 \cdot x_2}{0,00609}. \end{cases}$$

$$y_2 = 0,00029 \cdot \frac{y_1 - 0,26481 \cdot x_2}{0,00609} + 0,11207 \cdot x_2.$$

Bundan tuzilmaviy modelning ikkinchi tenglamasi kelib chiqadi:

$$y_2 = 0,04762 \cdot y_1 + 0,12468 \cdot x_2.$$

Shunday qililib, MTSh quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{cases} y_1 = -2,36290 \cdot y_2 + 0,00678 \cdot x_1, \\ y_2 = 0,04762 \cdot y_1 + 0,12468 \cdot x_2. \end{cases}$$

3.3.

Mustaqil ishlash uchun masalalar

1 -masala.

Pul bozorining tuzilmaviy modeli berilgan:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_t, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_t + \varepsilon_t. \end{cases}$$

bu erda: R –foiz stavkasi;

Y –YaIM;

M –pul massasi;

I –ichki investitsiya;

t –joriy yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

2 - masala.

Quyidagi makroiqtisodiy model berilgan:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{12} \cdot Y_t + b_{13} \cdot T_t + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{24} \cdot K_{t-1} + \varepsilon_2, \\ Y_t = C_t + I_t. \end{cases}$$

bu erda: C –ist’mol;

I –investitsiya;

Y –daromad;

T –soliqg;

K –kapital g’amlamasi;

t –joriy yil;

t-1 –avvalgi yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

3 -masala.

Keyns modelining bir ko’rinishi berilgan bo’lsin:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + \varepsilon_{2t}, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

bu erda: C –ist’emol;
 I –yalpi investitsiya;
 Y –YaIM;
 G -kapital g’amlamasi;
 t –joriy yil;
 t-1 –avvalgi yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

4 -masala.

Pul va tovar bozori modeli berilgan bo’lsin:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{12} \cdot Y_t + b_{14} \cdot M_t + \varepsilon_1, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{23} \cdot I_t + b_{25} G_t + \varepsilon_2, \\ I_t = a_3 + b_{31} \cdot R_t + \varepsilon_3. \end{cases}$$

bu erda: R –foiz stavkasi;
 Y –real YaIM;
 M –pul massasi;
 I –ichki investitsiya;
 G -davlatning real harajatlari.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

5 -masala.

Keynsning modifikatsiya qilingan modeli berilgan bo’lsin:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + \varepsilon_{1t}, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_t + b_{22} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

bu erda: C –ist’emolga xarajatlar;
 Y –daromad;
 I –investitsiya;
 G -davlat xarajatlari;

t –joriy yil;
 $t-1$ –avvalgi yil.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

6 -masala.

Bozorda talab va taklif quyidagi model bilan tavsiflanadi:

$$\begin{cases} q_1 = a_1 + b_1 p + \varepsilon_1 \\ q_2 = a_2 + b_2 p + \varepsilon_2, \\ q_1 = q_2. \end{cases}$$

bu erda: q_1 –mahsulotga talab;
 q_2 –mahsulot hajmi taklifi;
 p –shartnomada ko’zda tutilgan narh.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

7 -masala.

Pulga talab va taklif modeli berilgan bo’lsin:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + \varepsilon_2. \end{cases}$$

bu erda: R –t davr uchun foiz stavkasi;
 Y –t davrdagi YaIM;
 M –t davrdagi pul massasi.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

8 -masala.

Pul bozori modeli berilgan bo’lsin:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11} \cdot M_t + b_{12} \cdot Y_t + \varepsilon_1, \\ Y_t = a_2 + b_{21} \cdot R_t + b_{22} \cdot I_t + \varepsilon_2, \\ I_t = a_3 + b_{33} \cdot R_t + \varepsilon_3 \end{cases}$$

bu erda: R –foiz stavkasi;

Y –YaIM;

M –pul massasi;

I –ichki investitsiya.

Topshiriq:

Modelning keltirilgan shaklini tuzing va tuzilmaviy shakli parametrlarini aniqlang.

9 -masala.

Inflyatsiya darajasi va oddiy aktsiyalarning daromadliligi orasidagi bog'lanishni o'rghanish uchun quyidagi regressiya tenglamalar sistemasi qo'llaniladi:

$$\begin{cases} Rb_t = a_1 + b_{11}Rs_t + b_{12}Rb_{t-1} + b_{13}L_t + b_{14}Y_t + b_{15}N_t + b_{16}I_t + \varepsilon_1, \\ Rs_t = a_2 + b_{21}Rb_t + b_{22}Rb_{t-1} + b_{23}L_t + b_{24}Y_t + b_{25}N_t + b_{26}I_t + \varepsilon_2. \end{cases}$$

bu erda: Rb –obligatsiyalar daromadliligi; Rs –oddiy aktsiyalar daromadliligi; L –aholi jon boshiga pul shaklidagi daromadlari; Y –barcha manbalardan aholi jon boshiga daromad; N –o'rGANILAYOTGAN davrda yangi qimmathli qog'ozlar chiqarishni tavsiflovchi o'zgaruvchi; ε -davr oxirida aktsiyalarning kutilayotgan daromadliligi; I –inflyatsiyaning kutilayotgan daromadliligi; t –joriy davr; t-1 –avvalgi davr.

Bu modelda Rb va Rs lar endogen o'zgaruvchilar.

Topshiriq:

1. Ushbu model bir paytli tenglamalar sistemasi bo'ladimi yo'qmi, aniqlang.
2. Modelning keltirilgan shaklini tuzing.
3. Bu modelni tuzilmaviy parametrlarini qaysi usul bilan aniqlaysiz?

10 –masala.

Keyns modeli turidagi quyidagi modeli berilgan:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11} \cdot Y_t + b_{12} T_t + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21} \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ T_t = a_3 + b_{31} Y_t + \varepsilon_3, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

bu erda: C –t vaqt davrida jami ist’emol;
 Y –t vaqt davrida jami daromad;
 I –t vaqt davrida investitsiya;
 T -t vaqt davrida soliqlar;
 G -t vaqt davrida davlat xarajatlari.

Ushbu modelda C, I,T va Y lar endogen o’zgaruvchilar.

Topshiriq:

Modelni keltirilgan shaklini tuzing.

11-masala.

Oltita kuzatuv natijalari bo'yicha quyidagi model tuzilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + b_{12} \cdot Y_2 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = a_2 + b_{21} \cdot Y_1 + c_{21} \cdot X_1 + \varepsilon_2, \\ Y_3 = Y_2 + X_2 \end{cases}$$

Kuzatuv natijalari quyidagilardan iborat:

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------|---|---|---|---|----|---|
| Y ₁ | 3 | 2 | 4 | 1 | 5 | 3 |
| X ₁ | 2 | 3 | 5 | 6 | 10 | 8 |
| X ₂ | 4 | 7 | 3 | 6 | 5 | 5 |

Tuzilmaviy modelga mos modelning keltirilgan shakli quyidagidan iborat:

$$\begin{cases} Y_1 = -1,25 + 22 \cdot X_1 + 0,67 \cdot X_2 + v_1, \\ Y_2 = 2 - 4X_1 + 10X_2 + v_2, \\ Y_3 = -30 + 12X_1 + 8X_2 + v_3. \end{cases}$$

Topshiriq:

1. Agar mumkin bo'lsa, birinchi tenglamaning tuzilmaviy parametrlarni toping.

2. Agar mumkin bo'lsa, ikiinchi tenglamaning tuzilmaviy parametrлarni toping.

12-masala.

Quyidagi modelning keltirilgan shakli berilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + b_{11} \cdot X_1 + b_{12} \cdot X_2 + c_{12}Y_2 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = a_2 + b_{22} \cdot X_2 + b_{23} \cdot X_3 + c_{21} \cdot Y_1 + \varepsilon_2, \\ Y_3 = a_3 + b_{31}X_1 + b_{33} \cdot X_3 + \varepsilon_3. \end{cases}$$

Ushbu modelni keltirilgan shakli quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} Y_1 = 6 + 8X_1 + 10X_2 + 4X_3 + \nu_1, \\ Y_2 = a_2 + b_{22} \cdot X_2 + b_{23} \cdot X_3 + c_{21} \cdot Y_1 + \nu_2, \\ Y_3 = a_3 + b_{31}X_1 + b_{33} \cdot X_3 + \nu_3. \end{cases}$$

Topshiriq:

1. MKShdan foydalanib MTSh koeffitsientlarini toping.
2. Tuzilmaviy koeffitsientlarni aniqlashda qo'llanilgan usulni asoslab bering.

13-masala.

Quyidagi ko'rinishdagi model tuzilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 + b_2 Y_2 + c_1 X_1 + \varepsilon_1, \\ Y_2 = a_2 + b_1 Y_1 + c_2 X_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Topshiriq:

Quyidagilarni e'tiborga olgan holda modelning tuzilmaviy koeffitsientlarini aniqlang:

$$\sum Y_1 X_1 = 2600; \quad \sum Y_1 X_2 = 4350; \quad \sum Y_1 = 350; \quad \sum Y_2 = 25; \quad \sum X_1 = 750;$$

$$\sum X_2 = 350; \quad \sum X_1^2 = 1200; \quad \sum X_2^2 = 1800; \quad \sum X_1 X_2 = 1500,$$

$$Y_2 = 2X_1 + 3X_2; \quad n = 30.$$

14-masala.

Quyidagi gipotetik tuzilmaviy model berilgan:

$$\begin{cases} Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2, \\ Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{23}Y_3 + a_{22}X_2, \\ Y_3 = b_{32}Y_2 + a_{31}X_1 + a_{33}X_3. \end{cases}$$

Modelning keltirilgan shakli quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} Y_1 = 3X_1 - 6X_2 + 2X_3, \\ Y_2 = 2X_1 + 4X_2 + 10X_3, \\ Y_3 = -5X_1 + 6X_2 + 5X_3. \end{cases}$$

Topshiriq:

Modelning tuzilmaviy koeffitsientni aniqlang.

15-masala.

Jadvalda ish haqi, mahsulot bahosi, daromad, import bahosi, iqtisodiy faol aholi soni, ishsizlik darajasi bo'yicha etti yillik shartli ma'lumotlar berilgan:

3.3-jadval

| Vaqt | O'sish sur'ati | | | | | Ihsizlik darajasi %, X_1 |
|------|----------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------------|---|----------------------------|
| | Ish haqi, mln. so'm, Y_1 | Baho, ming so'm, Y_2 | Daromad, mln. co'm, Y_3 | Import bahosi, mln. co'm, X_2 | Iqtisodiy faol aholi, ming kishi, X_3 | |
| 1 | 2 | 6 | 10 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 7 | 12 | 3 | 2 | 2 |
| 3 | 4 | 8 | 11 | 1 | 5 | 3 |
| 4 | 5 | 5 | 15 | 4 | 3 | 2 |
| 5 | 6 | 4 | 14 | 2 | 3 | 3 |
| 6 | 7 | 9 | 16 | 2 | 4 | 4 |
| 7 | 8 | 10 | 18 | 3 | 4 | 5 |

Topshiriq:

Quyidagi ko'rinishdagi tuzilmaviy model parametrlarini aniqlang:

$$\begin{cases} Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \varepsilon_1 \\ Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{23}X_2 + a_{23}X_3 + \varepsilon_2, \\ Y_3 = b_{31}Y_1 + a_{33}X_3 + \varepsilon_3. \end{cases}$$

IV. Dinamik qatorlarda ekonometrik modellashtirish

4.1 Uslubiy ko'rsatma

Bir ob'ektni ketma-ket momentlar(davrlar)dagi holatini tavsiflovchi qator ma'lumotlari bo'yicha tuzilgan modellar dinamik qatorlar modellari deyiladi.

Dinamik qator –bu ma'lum bir ko'rsatkichning bir qancha ketma-ket kelgan momentlar yoki davrlardagi qiymatlari to'plamidir. Dinamik qatorlarning har bir darajasi trendli(T), tsiklik yoki masumiylig(S) va tasodifiy(E) omillarning ta'siri natijasida yuzaga keladi.

Uchchala komponentalarning yig'indisidan tuzilgan model *dinamik qatorning additiv modeli* deyiladi. Uchchala komponentalarning ko'paytmasidan tuzilgan model esa *dinamik qatorning multiplikativ modeli* deyiladi.

Additiv model quyidagi umumiyoq ko'rinishga ega: $Y = T + S + E$.

Multiplikativ model esa quyidagi umumiyoq ko'rinishga ega: $Y = T \cdot S \cdot E$.

Additiv va multiplikativ modellarni tuzish dinamik qatorning har bir darajasi uchun T , S va E komponentalarning qiymatlarini hisoblashga olib keladi.

Modelni tuzish jarayoni bir nechta bosqichdan iborat:

- 1) berilgan qatorni sirg'anchoq o'rtacha usul bilan tekslash;
- 2) S – mavsumiy komponentaning qiymatini hisoblash;
- 3) qator tenglamasidan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlash va additiv modelda ($T+E$) yoki multiplikativ modelda ($T \cdot E$) tekislangan qiymatlarni topish;
- 4) ($T+E$) yoki ($T \cdot E$) darajalarni analitik tekislash va hosil bo'lgan trend tenglamasini qo'llab T ning qiymatlarini hisoblash;
- 5) hosil bo'lgan modelda ($T+E$) yoki ($T \cdot E$)ning qiymatlarini hisoblash;
- 6) mutloq va nisbiy hatoliklarni hisoblash.

Qator darajalari avtokorrelyatsiyasi – bu dinamik qatorlarning ketma-ket darajalari orasidagi korrelyatsion bog'lanish:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}},$$

bu erda: $\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}$; $\bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1}$. -qator darajalarining birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsienti.

$$r_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}}$$

bu erda: $\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}$; $\bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^n y_{t-2}}{n-2}$. -qator darajalarining ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsienti.

Yuqori tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsientlarini hisoblash uchun formulalarni chiziqli korrelyatsiya koeffitsientlari formulalaridan olish mumkin.

Darajalarning birinchi, ikkinchi va h.k. tartibdagi avtokorrelyatsiya koeffitsientlarining ketma-ketligi *dinamik qatorlar avtokorrelyatsiya funktsiyasi* deb ataladi. Avtokorrelyatsiya funktsiyasi qiymatini lag (avtokorrelyatsiya koeffitsienti tartibi) kattaligiga bog'lanish grafigi *korrelogramma* deb ataladi.

Dinamik qatorlarning tendentsiyasi(trendi)ni modellashtirish uchun analitik funktsiyalarni tuzish *dinamik qatorlarni analitik tekislash* deyiladi.

Trendlarni tuzish uchun ko'proq quyidagi funktsiyalar qo'llaniladi:

- chiziqli: $\hat{y}_t = a + b \cdot t$;
- giperbola: $\hat{y}_t = a + b/t$;
- eksponentsiyal trend: $\hat{y}_t = e^{a+b \cdot t}$;
- ko'rsatkichli funktsiya shaklidagi trend: $\hat{y}_t = a \cdot t^b$;
- ikki va undan yuqori tartibli parabola: $\hat{y}_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_k \cdot t^k$.

Trendlarning parametrlarini oddiy EKKU bilan aniqlanadi, bog'liq bo'limgan erkli o'zgaruvchi sifatida $t=1,2,\dots,n$ -vaqt, bog'liq o'zgaruvchi sifatida y_t -dinamik qatorning haqiqiy darajalari qatnashadi. Trendning eng yaxshi

shakllarini saralash kriteriyasi bo'lib, tuzatilgan determinatsiya koeffitsienti - \bar{R}^2 hisoblanadi.

Dinamik qatorlar bo'yicha regressiya modelini tuzishda tendensiyani yo'qotish uchun quyidagi usullar qo'llaniladi.

Trenddan chetlanish usuli -har bir dinamik qator modeli uchun trend qiymatlarini hisoblashni ko'zda tutadi, masala. n \hat{x}_t va \hat{y}_t larni hamda $x_t - \hat{x}_t$ va $y_t - \hat{y}_t$ trenddan chetlashishlarni hisoblash. Keyingi tahlil uchun berilgan darajalar emas, balki trenddan chetlashishlar qo'llaniladi.

Ketma-ket ayirmalar usuli shundan iboratki, agar dinamik qator chiziqli tendentsiyaga ega bo'lsa, u holda berilgan ma'lumotlar birinchi tartibli ayirma bilan almashtiriladi:

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1} = b + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1});$$

agar parabolik trend bo'lsa, ikkinchi tartibli ayirma bilan almashtiriladi:

$$\Delta_t^2 = \Delta_t - \Delta_{t-1} = 2 \cdot b_1 + (\varepsilon_t - 2 \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}).$$

Eksponentsiyal va darajali trend bo'lgan hollarda ketma-ket ayirmalar usuli berilgan ma'lumotlarning logarifmlariga qo'llaniladi.

Vaqt omili kiritilgan model quyidagi ko'rinishga ega:

$$y_t = a + b_1 \cdot x_t + b_2 \cdot t + \varepsilon_t.$$

Vaqt omili kiritilgan modelning a va b parametrлari EKKU bilan aniqlaniladi.

Qoldiqda avtokorrelyatsiya – bu ε_t qoldiqning joriy va avvalgi vaqtgagi qiymatlari orasidagi korrelyatsion bog'lanish.

Qoldiqda avtokorrelyatsiyani hisoblash uchun Darbin-Uotson kriteriysi qo'llaniladi va quyidagicha hisoblanadi:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}, \quad 0 \leq d \leq 4.$$

Birinchi tartibli qoldiq avtokorrelyatsiya koeffitsienti quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$r_1^\varepsilon = \frac{\sum_{t=2}^n (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2}, \quad -1 \leq r_1^\varepsilon \leq 1.$$

Darbin – Uotson kriteriysi va birinchi tartibli qoldiq avtokorrelyatsiya koeffitsienti quyidagi munosabat orqali bog’langan:

$$d = 2(1 - r_1^\varepsilon).$$

4.2. Namunaviy misollar echish

1-misol.

18 oylik ma’lumotlar asosida korxonaning daromadi (y , mld. so’m)ni hom ashyo bahosi (x_1 , mln. so’m/tonna) va mehnat unumдорлиги (x_2 , mahsulot birligi/bir ishchiga)ga bog’liqligini ifodalovchi regressiya tenglamasi tuzilgan:

$$\hat{y} = 200 - 1,5 \cdot x_1 + 4,0 \cdot x_2.$$

Qoldiq miqdorni tahlil qilganda quyidagi jadvalda keltirilgan qiymatlardan foydalanilgan:

4.1-jadval

| Oylar | y | x_1 | x_2 |
|-------|-----|-------|-------|
| 1 | 210 | 800 | 300 |
| 2 | 720 | 1000 | 500 |
| 3 | 300 | 1500 | 600 |
| ... | ... | ... | ... |

$$\sum \varepsilon_t^2 = 10500, \quad \sum (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2 = 40000.$$

Topshiriq:

1. Birinchi uch oy uchun $\hat{y}_t, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t^2, (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$ larni hisoblang.

2. *Darbin-Uotson* kriteriysini hisoblang.
3. Olingan natijani 5%li ahamiyatlilik darajasi bilan baholang.
4. Tuzilgan tenglama prognoz uchun yaroqliligini aniqlang.

Echish

1. \hat{y}_t ning qiymatini x_1 va x_2 larning haqiqiy qiymatlarini regressiya tenglamasiga qo'yib topiladi:

$$\hat{y}_1 = 200 - 1,5 \cdot 800 + 4,0 \cdot 300 = 200;$$

$$\hat{y}_2 = 200 - 1,5 \cdot 1000 + 4,0 \cdot 500 = 700;$$

$$\hat{y}_3 = 200 - 1,5 \cdot 1500 + 4,0 \cdot 600 = 350.$$

Qoldiq ε_t quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t.$$

Bundan,

$$\varepsilon_1 = 210 - 200 = 10, \quad \varepsilon_2 = 720 - 700 = 20, \quad \varepsilon_3 = 300 - 350 = -50;$$

$$\varepsilon_1^2 = 100, \quad \varepsilon_2^2 = 400, \quad \varepsilon_3^2 = 2500;$$

ε_{t-1} ning qiymatlari ε_t ning qiymatlarini bir oyga surilganiga teng.

Hisoblashlar natijalarini quyidagi jadval ko'rinishida yozamiz.

| Oylar | \hat{y}_t | ε_t | ε_{t-1} | $(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})$ | $(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$ | ε_t^2 |
|-------|-------------|-----------------|---------------------|---------------------------------------|---|-------------------|
| 1 | 200 | 10 | | | | 100 |
| 2 | 700 | 20 | 10 | 10 | 100 | 400 |
| 3 | 350 | -50 | 20 | -70 | 4900 | 2500 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | | | | | 40000 | 10500 |

2. Darbin-Uotson kriteriysi quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$d = \frac{\sum (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum \varepsilon_t^2} = \frac{40000}{10500} = 3,81.$$

3. Olingan natijani 5%li ahamiyatlilik darajasi bilan baholash uchun d ning haqiqiy qiymatlarini Darbin-Uotson kriteriysi jadval ma'lumotlari bilan solishtiramiz. n=18

oy va $m=2$ (omillar soni) bo'lganda d' ning quyi chegarasi 1,05ga teng, yuqori chegarasi esa -1,53. d ning haqiqiy qiymati 4ga yaqin bo'lganligi sababli qoldiqda avtokorrelyatsiyaning manfiy qiymati bilan tavsiflanadi. Avtokorrelyatsiyani manfiylik qiymatini tekshirish uchun quyidagi kattalikni topamiz:

$$4 - d = 4 - 3,81 = 0,19,$$

ushbu kattalik d' dan ancha kichik. Bu esa qoldiqda avtokorrelyatsiya mavjudligini bildiradi.

4. Qoldiqda avtokorrelyatsiya mavjudligi sababli regressiya tenglamasini progozlash uchun qo'llash mumkin emas. Qoldiqdagi avtokorrelyatsiya tenglamaga qandaydir muhim omil kiritilmaganligini yoki bog'lanishning shakli noto'g'ri tanlanganligini bildiradi.

2-misol.

Jadvalda oilaning bir a'zosiga daromad va A mahsulotga harajatlar miqdori haqida ma'lumotlar berilgan:

4.2-jadval

| Ko'rsatkichlar | 2010 y. | 2011 y. | 2012 y. | 2013 y. | 2014 y. | 2015 y. |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| A mahsulotga harajatlar, ming so'm. | 30 | 35 | 39 | 44 | 50 | 53 |
| Oilaning bir a'zosiga daromad, 2010 yilga nisbatan, % | 100 | 103 | 105 | 109 | 115 | 118 |

Topshiriq:

1. Daromad va harajatlarni yillik mutloq o'sishini aniqlang va har bir qatorni rivojlanish tendentsiyalari haqida xulosa qiling.
2. A mahsulotga talabni daromadga bog'liqligi modelini tuzish uchun tendentsiyani yo'qotishning asosiy yo'llarini ko'rsating.
3. Dinamik qatorning berilgan darajalarini birinchi tartibli ayirmalaridan foydalanib talabning chiziqli modelini tuzing.
4. Regressiya koeffitsientining iqtisodiy ma'nosini tushuntiring.

5. Vaqt omilini kiritib A mahsulotga talabning chiziqli modelini tuzing. Olingan parametrlarni izohlab bering.

Echish

1. A mahsulotga harajatni y deb, oilaning bir a'zosiga daromadni x deb belgilaymiz Yillar bo'yicha mutloq o'sish quyidagi formula orqali aniqlaymiz:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad \Delta x_t = x_t - x_{t-1}.$$

Hisoblashlarni jadval ko'rinishda ifodalaymiz:

| y_t | Δy_t | x_t | Δx_t |
|-------|--------------|-------|--------------|
| 30 | - | 100 | - |
| 35 | 5 | 103 | 3 |
| 39 | 4 | 105 | 2 |
| 44 | 5 | 109 | 4 |
| 50 | 6 | 115 | 6 |
| 53 | 3 | 118 | 3 |

Δy ning qiymati aniq ifodalangan tendentsiyaga ega emas, ular o'rtacha daraja atrofida o'zgaradi, bu dinamik qatorda chiziqli trend borligini bildiradi.

Huddi shunday xulosani x bo'yicha qatorga ham chiqarish mumkin: mutloq o'sishlar aniq yo'nalishga ega emas, ular taxminan turg'un holatda, demak qator chiziqli tendentsiya bilan tavsiflanadi.

2. Dinamik qator umumiy o'sish tendentsiyasiga ega bo'lganligi sababli A mahsulotga talabni daromadga bog'liqligining regressiya modelini tuzish uchun tendentsiyani yo'qotish kerak. Buning uchun model birinchi tartibli ayirma bo'yicha tuziladi, ya'ni agar dinamik qator chiziqli tendentsiya bilan tavsiflansa $\Delta y=f(\Delta x)$ ko'rinishda bo'ladi.

Modelni tuzishda tendentsiyani hisobga olishning yana bir yo'li –har bir qator uchun trendlarni aniqlashdan iborat:

$$\hat{y}_t = f(t) \text{ va } \hat{x}_t = f(t),$$

va undan chetlanish:

$$dy=y_t - \hat{y}_t; \quad dx = x_t - \hat{x}_t.$$

Yuqoridagilarni e'tiborga olib, endi model trenddan chetlanish bo'yicha tuziladi, ya'ni:

$$dy = f(dx).$$

Ekonometrik modellarni tuzishda asosan tendentsiyani hisobga oluvchi boshqa yo'l –modelga vaqt omilini kiritish yo'li qo'llaniladi. Boshqacha aytganda model berilgan ma'lumotlar asosida tuzilib, unga bog'liq bo'limgagan omil sifatida vaqt kiritiladi, ya'ni:

$$\hat{y}_t = f(x, t).$$

3. Model quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\Delta \hat{y} = a + b \cdot \Delta x.$$

a va b parametrlerning qiymatlarini aniqlash uchun EKKUni qo'llab, normal tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \sum \Delta y = n \cdot a + b \cdot \sum \Delta x, \\ \sum \Delta y \Delta x = a \cdot \sum \Delta x + b \cdot \sum \Delta x^2. \end{cases}$$

Misolimiz ma'lumotlaridan foydalanib quyidagi sistemani olamiz:

$$\begin{cases} 23 = 5 \cdot a + 18 \cdot b, \\ 88 = 18 \cdot a + 74 \cdot b. \end{cases}$$

Bu sistemani echib $a = 2,565$ va $b = 0,565$ ekanligini topamiz va bundan foydalanib quyidagi modelni hosil qilamiz:

$$\Delta \hat{y} = 2,565 + 0,565 \cdot \Delta x.$$

4. Regressiya koeffitsienti $b = 0,565$ ming so'mga teng. U jon boshiga daromad 1%ga o'sganda A mahsulotga harajatlar 0,565 ming so'mga teng bo'lgan o'rtacha tezlanish bilan o'sib borishini ko'rsatadi.

5. A mahsulotga talabning chiziqli modeliga vaqt omilini kiritiganda u quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\hat{y} = a + b \cdot x + c \cdot t,$$

unga EKKUni qo'llab quyidagi normal tenglamalar sistemasini olamiz:

$$\begin{cases} \sum y = n \cdot a + b \cdot \sum x + c \cdot \sum t, \\ \sum yx = a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + c \cdot \sum xt, \\ \sum yt = a \cdot \sum t + b \cdot \sum xt + c \cdot \sum t^2. \end{cases}$$

Hisoblashlar natijalarini quyidagi jadval ko'rinishida ifodalaymiz:

| t | y | x | yx | yt | xt | x^2 | t^2 |
|-------------|-----|-----|-------|------|------|-------|-------|
| 1 | 30 | 100 | 3000 | 30 | 100 | 10000 | 1 |
| 2 | 35 | 103 | 3605 | 70 | 206 | 10609 | 4 |
| 3 | 39 | 105 | 4095 | 117 | 315 | 11025 | 9 |
| 4 | 44 | 109 | 4796 | 176 | 436 | 11881 | 16 |
| 5 | 50 | 115 | 5750 | 250 | 575 | 13225 | 25 |
| 6 | 53 | 118 | 6254 | 318 | 708 | 13924 | 36 |
| $\Sigma=21$ | 251 | 650 | 27500 | 961 | 2340 | 70664 | 91 |

O'zgaruvchilarning qiymatlarini normal tenglamalar sistemasiga qo'yosak u
quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{cases} 251 = 6 \cdot a + 650 \cdot b + 21 \cdot c, \\ 27500 = 650 \cdot a + 70664 \cdot b + 2340 \cdot c, \\ 961 = 21 \cdot a + 2340 \cdot b + 91 \cdot c. \end{cases}$$

sistemanı echib, parametrlarning $a = -5,42$; $b = 0,322$; $c=3,516$ qiymatlarini topamiz va natijada quyidagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$y = -5,42 + 0,322 \cdot x + 3,516 \cdot t.$$

Parametr $b = 0,322$ y va x lar orasidagi bog'lanish kuchini ko'rsatadi. Uning qiymati bir oila a'zosiga daromadning 1foizga o'sishi bilan tendentsiya o'zgarmagan holda A mahsulotga harajatlar o'rtacha 0,322 ming so'mga oshishini bildiradi.

3-misol.

Oxirgi uch yilda hududdagi nikohlar soni haqidagi oylar bo'yicha ma'lumotlar asosida dinamik qatorning additiv modeli tuzilgan. Mos oylar uchun mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari jadvalda keltiriladi.
4.3-jadval

| Oylar | Mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari | Oylar | Mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari |
|--------|--|-------|--|
| Yanvar | -1,0 | Iyul | 3,0 |

| | | | |
|--------|------|----------|------|
| Fevral | 2,0 | Avgust | 1,0 |
| Mart | -0,5 | Sentyabr | 2,5 |
| Aprel | 0,3 | Oktyabr | 1,0 |
| May | -2,0 | Noyabr | -3,0 |
| Iyun | -1,1 | Dekabr | ? |

Trend tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y}_t = 2,5 + 0,03 \cdot t.$$

Trend parametrlarini hisoblashda haqiqiy vaqt hisobga olingan, ya'ni $t=1,2,\dots,36$.

Topshiriq:

1. Dekabr oyi uchun mavsumiy komponenta qiymatini toping.
2. Tuzilgan model asosida keyingi yilning birinchi choragi davomida qayd etilgan nikohlarning umumiy sonini prognozlang.

Echish

1. Mavsumiy komponentalarning bir davr ichidagi qiymatlarini yig'indisi (dinamik qatorlar additiv modelini tuzish metodikasiga asosan) nolga teng bo'lishi kerak. Bundan kelib chiqib dekabr oyi uchun mavsumiy komponentaning qiymati quyidagiga teng:

$$S_{12} = 0 - (-1 + 2 - 0,5 + 0,3 - 2 - 1,1 + 3 + 1 + 2,5 + 1 - 3) = -2,2.$$

2. Additiv modelda F_t dinamik qator darajasining proqnoz qiymati T_t -trend qiymati va S_t -mavsumiy komponentaning mos qiymatlari yig'indisiga teng.

Keyingi yilning birinchi choragida qayd etilgan nikohlar soni yanvar $-F_{37}$, fevral $-F_{38}$ va mart $-F_{39}$ oylaridagi nikohlar soni yig'indisidan iborat.

Trend qiymatlarini hisoblash uchun masala. shartida ko'rsatilgan trend tenglamasidan foydalanamiz:

$$\hat{y}_t = 2,5 + 0,03 \cdot t.$$

$$T_{37} = 2,5 + 0,03 \cdot 37 = 3,61;$$

$$T_{38} = 2,5 + 0,03 \cdot 38 = 3,64$$

$$T_{39} = 2,5 + 0,03 \cdot 39 = 3,67.$$

Mavsumiy komponentalarning mos qiymatlari:

$$S_1 = -1 - \text{yanvar}$$

$$S_2 = 2 - \text{fevral}$$

$$S_3 = -0,5 - \text{mart.}$$

Shunday qilib:

$$F_{37} = T_{37} + S_1 = 3,61 - 1 = 2,61;$$

$$F_{38} = T_{38} + S_2 = 3,64 + 2 = 5,64;$$

$$F_{39} = T_{39} + S_3 = 3,67 - 0,5 = 3,17.$$

Keyingi yilning birinchi choragida qayd etilgan nikohlar soni :

$2,61 + 5,64 + 3,17 = 11,42$ ming kishini tashkil etadi.

4.3 Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Bank ma'muriyati jismoniy shaxslarning depozitlarini qator yillar bo'yicha dinamikasini o'rgangan(taqqoslama baholarda, mln. doll.). Natijalar quyidagicha bo'lган:

| | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|----|----|----|-------------|
| Yillar, t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | $\Sigma=28$ |
| Jismoniy shaxslar depozitlari, x | 2 | 6 | 7 | 3 | 10 | 12 | 13 | $\Sigma=53$ |

Yana, ushbu yig'indi ham ma'lum: $\Sigma x^2 = 511$.

Topshiriq:

1. Chiziqli trend tenglamasini tuzing va uning parametrlarini izohlab bering.
2. Chiziqli trend uchun determinatsiya koeffitsientini aniqlang.
3. Bank ma'muriyati jismoniy shahslar depozitlarining o'rtacha yillik mutloq o'sishi 2,5 mln.dollordan kam bo'lmasligini tahmin qilgan. Siz olgan natija bilan ushbu tahmin tasdiqlanadimi – yo'qmi?

2-masala.

Fermer ho'jaligida bug'doy hosildorligi bo'yicha 8 yillik ma'lumotlar berilgan:

| Yillar, t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Bug'doy hosildorligi, y_t(ts/ga) | 10,2 | 10,7 | 11,7 | 13,1 | 14,9 | 17,2 | 20,0 | 23,2 |

Topshiriq:

1. Trend tenglamasi shaklini tanlashni asoslab bering.
2. Trend tenglamasi parametrlarini hisoblang.
3. Bug'doy hosildorligini keyingi yil uchun prognoz qiling.

3-masala.

Regionda ishsizlik darajasi y_t (%) bo'yicha 10 oylik ma'lumotlar berilgan:

| Yillar, t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ishsizlik darajasi, | 8,8 | 8,6 | 8,4 | 8,1 | 7,9 | 7,6 | 7,4 | 7,0 | 6,9 | 6,7 |
| y_t (%) | | | | | | | | | | |

Topshiriq:

1. Ushbu qator darajalarining birinchi va ikkinchi tartibli avtokorrelyatsiya koefitsientlarini aniqlang.
2. Trend tenglamasini tanlanishini asoslang va uning parametrlarini aniqlang.
3. Olingan natijalarni izohlang.

4-masala.

Quyidagi dinamik qator berilgan bo'lsin:

| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| x_t | 20 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | 10 |

Bundan tashqari yana $\sum x_t = 150$, $\sum x_t^2 = 1800$, $\sum_{t=2}^n x_t \cdot x_{t-1} = 7350$ lar ham ma'lum.

Topshiriq:

1. Qatorning darajalarini birinchi tartibli avtokorrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
2. Tadqiq qilinayotgan davriy qator tendentsiyaga egaligini aniqlang.

5-masala.

2000-2017 yillarda ikki mamlakat o'rtasidagi eksport, import va tashqi savdo aylanmasi jadvalda keltirilgan ma'lumotlar bilan tavsiflanadi:

4.4-jadval

| Yillar | Birinchi mamlakat, mln. doll. | | | Ikkinchi mamlakat, mln. doll. | | |
|--------|-------------------------------|--------|------------------------|-------------------------------|--------|------------------------|
| | Eksport | Import | Tashqi savdo aylanmasi | Eksport | Import | Tashqi savdo aylanmasi |
| 2000 | 117 | 131 | 248 | 562 | 533 | 1095 |
| 2001 | 129 | 126 | 255 | 609 | 581 | 1190 |
| 2002 | 146 | 144 | 290 | 683 | 633 | 1316 |
| 2003 | 166 | 164 | 330 | 846 | 811 | 1657 |
| 2004 | 204 | 206 | 410 | 1116 | 1109 | 2225 |
| 2005 | 209 | 205 | 414 | 1065 | 1061 | 2126 |
| 2006 | 236 | 247 | 483 | 1266 | 1261 | 2527 |
| 2007 | 257 | 278 | 535 | 1474 | 1499 | 2973 |
| 2008 | 281 | 280 | 561 | 1540 | 1570 | 3110 |
| 2009 | 328 | 332 | 660 | 1798 | 1866 | 3664 |
| 2010 | 366 | 386 | 752 | 2026 | 2125 | 4151 |
| 2011 | 405 | 419 | 824 | 2286 | 2357 | 4643 |
| 2012 | 431 | 412 | 843 | 2640 | 2694 | 5334 |
| 2013 | 450 | 434 | 884 | 2924 | 2864 | 5788 |
| 2014 | 498 | 496 | 994 | 3337 | 3277 | 6614 |
| 2015 | 549 | 547 | 1096 | 3479 | 3379 | 6858 |
| 2016 | 532 | 530 | 1062 | 3476 | 3201 | 6677 |
| 2017 | 540 | 539 | 1079 | 3479 | 3387 | 6866 |

Topshiriq:

1. Har bir qatorning dinamikasi grafigini chizing.
2. Turli shakldagi trendlar parametrlarini hisoblang.
3. Har bir trend sifatini approksimatsiyaning o'rtacha hatoligi, chetlanishning chiziqli avtokorrelyatsiya koeffitsienti orqali baholang.

4. Trendlarning statistik ahamiyatliliginini Fisherning F- kriterysi orqali, trend parametrlari axamiyatliliginini Styudentning t-kriteriysi orqali baholang.
5. Trendning eng yaxshi shaklini tanlang va u bo'yicha 2018 yilga prognoz qiling.
6. Prognoz hatoligini baholang va muhimlik darajasi 0,05 uchun prognozning ishonch oralig'ini tuzing.

6-masala.

Mamlakatning 5 yillik chakana savdo aylanmasining choraklar bo'yicha ma'lumotlari berilgan.

4.5-jadval

| Chorak raqami | Tovar aylanmasi, avvalgi yilga nisbatan, % | Chorak raqami | Tovar aylanmasi, avvalgi yilga nisbatan, % |
|---------------|--|---------------|--|
| 1 | 100,0 | 11 | 98,8 |
| 2 | 93,9 | 12 | 101,9 |
| 3 | 96,5 | 13 | 113,1 |
| 4 | 101,8 | 14 | 98,4 |
| 5 | 107,8 | 15 | 97,3 |
| 6 | 96,3 | 16 | 102,1 |
| 7 | 95,7 | 17 | 97,6 |
| 8 | 98,2 | 18 | 83,7 |
| 9 | 104,0 | 19 | 84,3 |
| 10 | 99,0 | 20 | 88,4 |

Topshiriq:

1. Dinamik qatorning grafigini tuzing.
2. Dinamik qatorning multiplikativ modelini tuzing.
3. O'rtacha mutloq hatolik va o'rtacha nisbiy chetlanish ko'rsatkichlari orqali model sifatini baholang.

7-masala.

Regionning ohirgi uch yillik elektrenergiya ist'emoli haqidagi oylik ma'lumotlar (mln.kVt/soat) asosida dinamik qatorning additiv modeli tuzilgan.

Mos oylar uchun mavsumiy komponentalarning tuzatilgan qiymatlari quyidagi jadvalda keltirilgan:

4.6-jadval

| | | | | | |
|--------|-----|--------|-----|----------|-----|
| yanvar | +25 | may | -32 | sentyabr | +2 |
| fevral | +10 | iyun | -38 | oktyabr | +15 |
| mart | +6 | iyul | -25 | noyabr | +27 |
| aprel | -4 | avgust | -18 | dekabr | ? |

Trend teglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$T = 300 + 1,5 \cdot t, \quad t = \overline{1:36}.$$

Topshiriq:

1. Dekabr oyi uchun davriy komponenta qiymatini toping.
2. Tuzilgan model asosida keyingi yilning birinchi choragi davomida kutilayotgan elektroenergiya ist'moli miqdorini prognoz qiling.

8-masala.

2012-2017 yillar uchun choraklar bo'yicha eksport hajmi haqida ma'umotlar berilgan.

4.7-jadval

| Chorak raqami | Eksport, mln. doll. | Chorak raqami | Eksport, mln. doll. |
|---------------|---------------------|---------------|---------------------|
| 1 | 4087 | 13 | 6975 |
| 2 | 4737 | 14 | 6891 |
| 3 | 5768 | 15 | 7527 |
| 4 | 6005 | 16 | 7971 |
| 5 | 5639 | 17 | 5875 |
| 6 | 6745 | 18 | 6140 |
| 7 | 6311 | 19 | 6248 |
| 8 | 7107 | 20 | 6041 |
| 9 | 5741 | 21 | 4626 |
| 10 | 7087 | 22 | 6501 |
| 11 | 7310 | 23 | 6284 |
| 12 | 8600 | 24 | 6707 |

Topshiriq:

1. Dinamik qatorning grafigini tuzing.
2. Dinamik qatorning additiv va multiplikativ modellarini tuzing.
3. Har bir modelning o'rtacha mutloq hatolik va o'rtacha nisbiy chetlanish ko'rsatkichlari orqali sifatini baholang. Eng yaxshi modelni tanlang.

9-masala.

Sotilgan benzin hajmi (y_t) ni iste'mol bahosi (x_t) dinamikasiga bog'liqligi o'r ganilgan. Jadvalda ohirgi 6 chorakda olingan ma'lumotlar keltirilgan:

4.8-jadval

| Ko'rsatkich | 1-chorak | 2-chorak | 3-chorak | 4-chorak | 5-chorak | 6-chorak |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1-chorakka nisbatan iste'mol bahosi indeksi | 100 | 104 | 112 | 117 | 121 | 126 |
| Chorak davomida o'rtacha 1 kunda sotilgan benzin hajmi, ming l. | 89 | 83 | 80 | 77 | 75 | 72 |

Yana quyidagilar ma'lum:

$$\sum x_t = 680, \quad \sum y_t = 476, \quad \sum x_t y_t = 53648, \quad \sum x_t^2 = 77566.$$

Topshiriq:

1. Sotilgan benzin hajmini iste'mol bahosi indeksiga bog'liqligi modelini vaqt omilini kiritib tuzing.
2. Tuzilgan modelni parametrlarini izohlab bering.

10-masala.

2009 – 2017 yillar davomida go'sht mahsulotlarining yillik iste'moli hajmi va aholi jon boshiga daromadlari haqidagi ma'lumotlar quyidagi jadvalda berilgan:

4.9-jadval

| Ko'rsatkich | 2009 y. | 2010 y. | 2011 y. | 2012 y. | 2013 y. | 2014 y. | 2015 y. | 2016 y. | 2017 y. |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Iste'mol, kg. | 46 | 50 | 54 | 59 | 62 | 67 | 75 | 86 | 100 |
| Daromad, doll. | 53 | 57 | 64 | 70 | 73 | 82 | 95 | 110 | 127 |

Topshiriq:

- $\sum Y = 599$, $\sum X = 731$, $\sum YX = 52179$, $\sum X^2 = 64361$, $\sum Y^2 = 42367$ lar ma'lum bo'lsa, vaqt omilini kiritib, regressiya tenglamasini tuzing.
- Olingan natijalarni izohlab bering.

11-masala.

Kompaniyaning oxirgi 10 yillikda oddiy aktsiyalar bo'yicha to'langan dividentlar darajasi va asosiy fondlarini o'rtacha yillik narxi haqidagi ma'lumotlar jadvalda berilgan.

4.10-jadval

| Ko'rsatkich | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Asosiy fondlarning o'rtacha yillik narhi, mlrd.so'm | 72 | 75 | 77 | 77 | 79 | 80 | 78 | 79 | 80 | 82 |
| Oddiy aktsiyalar bo'yicha dividentlar, % | 4,2 | 3,0 | 2,4 | 2,0 | 1,9 | 1,7 | 1,8 | 1,6 | 1,7 | 1,7 |

Topshiriq:

- Regressiya tenglamasi parametrlarini birinchi tartibli ayirmalar usulida aniqlang va ularni izohlab bering. Bog'liq bo'limgan o'zgaruvchi sifatida oddiy aktsiyalar bo'yicha dividenlarni oling.
- Nima sababdan regressiya tenglamasini ikkinchi tartibli ayirmalar usuli bilan emas, birinchi tartibli ayirmalar usuli bilan tuzildi?

12-masala.

Viloyatning sanoat korxonasida mehnat unumдорлиги ва мебнатни elektr bilan quollanganligi haqida 10 yillik (2008-2017yy.) ma'lumotlar berilgan.

4.11-jadval

| Ko'rsatkich | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 ishchiga o'rtacha yillik ishlab chiqarilan mahsulot, sh.b., y | 28,7 | 31,7 | 31,7 | 32,6 | 33,9 | 31,2 | 33,3 | 42,6 | 46,0 | 49,9 |
| Elektr bilan | 3,33 | 3,39 | 3,50 | 3,63 | 3,81 | 3,84 | 3,88 | 4,07 | 4,12 | 4,17 |

| | | | | | | | | | |
|------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| qurollanganlik,, kvt s/kishi, x | | | | | | | | | |
|------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Analitik tekislash natijasida har bir qator uchun quyidagi trendlar tenglamalari olingan:

a) mehnat unumdorligi davriy qatori uchun:

$$\hat{y}_t = 33,19 + 1,04 \cdot t + 0,09 \cdot t^2 \quad (t=-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9);$$

b) elektr bilan qurollanganlik dinamik qatori uchun:

$$\hat{x}_t = 3,774 + 0,049 \cdot t \quad (t=-9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9).$$

Topshiriq:

- Qatorning berilgan darajalarini, elektr bilan qurollanganlik darjasini uchun birinchi tartibli ayirmani va mehnat unumdorligi uchun ikkinchi tartibli ayirmani, asosiy tendensidan chetlanishni qo'llab dinamik qatorlar orasidagi korrelyatsiya koeffitsientini aniqlang.
- Olingan natijalarining farqlarini tushuntirib bering.
- Har bir davriy qatorda avtokorrelyatsiyani hisoblang.

13-masala.

Savdo firmasi administratsiyasi savdo hajmi bilan kompaniya ishchilarini orasidagi ayollarning ulushi orasida bog'lanish bor – yo'qligini bilish maqsadida oxirgi yigirma yilda yig'ilgan ma'lumotlar jadvalda keltirilgan.

4.12-jadval

| Ko'rsatkich | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Savdo hajmi, mlrd.so'm, y | 378 | 385 | 393 | 403 | 414 | 428 | 444 | 462 | 481 |
| Kompaniya ishchilarini orasida ayollarning ulushi, %, x _t | 25 | 24 | 27 | 30 | 31 | 29 | 31 | 33 | 34 |

Yana quyidagilar ma'lum:

$$\sum y_t = 3788, \quad \sum y_t^2 = 1604488, \quad \sum x_t = 264,$$

$$\sum x_t^2 = 78388, \quad \sum x_t y_t = 112001.$$

Har bir qator uchun trendlar tenglamasi quyidagilardan iborat:

- a) x_t qator uchun $\hat{x}_t = 23,5 + 1,17 \cdot t;$
 b) y_t qator uchun $\hat{y}_t = 374,14 + 3,33 \cdot t + 0,95 \cdot t^2.$

Topshiriq:

- O'rganilayotgan qatorlar orsidagi korrelyatsion bog'lanishni ularning darajalari bo'yicha aniqlang.
- O'rganilayotgan qatorlar orsidagi korrelyatsion bog'lanishni mos ravishda yuqorida berilgan chiziqli va parabolik trendlardan chetlanishi bo'yicha aniqlang.
- 1-va 2-punktida olingan korrelyatsion bog'lanishlaridan birini tanlab savdo hajmi va kompaniya ishchilari orasidagi ayollar salmog'ini ifodalovchi qatorlar orasidagi bog'lanish zichligini tavsiflang. Tanlovingizni asoslab bering.

14-masala.

Jadvalda Brazilyadan keltirilgan kakaoning o'rtacha yillik narhi (ming so'm) haqidagi gipotetik ma'lumotlar keltirilgan:

4.13-jadval

| Yillar | Narh | Yillar | Narh | Yillar | Narh | Yillar | Narh |
|--------|------|--------|-------|--------|-------|--------|------|
| 1991 | 29,4 | 1998 | 183,5 | 2005 | 105,3 | 2012 | 47,5 |
| 1992 | 23,5 | 1999 | 153,5 | 2006 | 94,9 | 2013 | 45,0 |
| 1993 | 26,2 | 2000 | 140,7 | 2007 | 92,0 | 2014 | 44,5 |
| 1994 | 48,5 | 2001 | 107,1 | 2008 | 83,9 | 2015 | 55,9 |
| 1995 | 73,4 | 2002 | 87,5 | 2009 | 72,7 | 2016 | 60,5 |
| 1996 | 56,6 | 2003 | 68,3 | 2010 | 56,9 | 2017 | 64,1 |
| 1997 | 77,0 | 2004 | 83,1 | 2011 | 49,1 | 2018 | 71,0 |

Topshiriq:

1. Turli darajadagi avtokorrelyatsiya koeffitsientlarini hisoblang va eng yahshi lagni tanlang.
2. Avtoregressiya funktsiyasini tuzing.
3. Uch yilga prognoz qiymatini aniqlang.

15-masala.

Jadvalda hudud aholisining 2014-2017 yillar choraklari bo'yicha pullik hizmatlar hajmi dinamikasini tavsiflovchi ma'lumotlar kelitrilgan:

4.14-jadval

| Chorak raqami | Aholining pullik hizmatlar hajmi, mln.so'm | Chorak raqami | Aholining pullik hizmatlar hajmi, mln.so'm |
|---------------|--|---------------|--|
| 1 | 2428 | 9 | 3528 |
| 2 | 2010 | 10 | 3838 |
| 3 | 2981 | 11 | 3916 |
| 4 | 3074 | 12 | 4142 |
| 5 | 2893 | 13 | 4441 |
| 6 | 3198 | 14 | 5583 |
| 7 | 3250 | 15 | 6230 |
| 8 | 3495 | 16 | 6494 |

Topshiriq:

1. Dinamik qator avtokorrelyatsiya funktsiyasini tuzing.
2. Avtokorrelyatsiya funktsiyasining korrellogenogrammasini tuzing.
3. Berilgan qatorni tarkibini tavsiflab bering.

V. Iqtisodiy jarayonlarni prognozlash

5.1 Uslubiy ko'rsatma

Iqtisodiy jarayonlar dinamikasini miqdoriy baholashda mutloq qo'shimcha o'sish (kamayish), o'sish (kamayish) sur'ati va qo'shimcha o'sish (kamayish) sur'ati kabi statistik ko'rsatkichlardan foydalaniladi. Ular bazisli, zanjirli va o'rtacha ko'rsatkichlardan iborat bo'lib, hisoblash formulalari quyidagi jadvalda keltirilgan.

5.1-jadval

| Ko'rsatkich nomlari | Mutloq qo'shimcha o'sish | O'sish sur'ati | Qo'shimcha o'sish sur'ati |
|---------------------|--|---|-----------------------------------|
| Bazisli | $\Delta Y_t^\delta = Y_t - Y_\delta$ | $T_t^\delta = Y_t / Y_\delta \cdot 100\%$ | $K_t^\delta = T_t^\delta - 100\%$ |
| Zanjirli | $\Delta Y_t^z = Y_t - Y_{t-1}$ | $T_t^z = Y_t / Y_{t-1} \cdot 100\%$ | $K_t^z = T_t^z - 100\%$ |
| O'rtacha | $\Delta \bar{Y}_t = (Y_n - Y_1) / (n-1)$ | $\bar{T}_t = \sqrt[n-1]{Y_n / Y_1} \cdot 100\%$ | $\bar{K} = \bar{T}_t - 100\%$ |

Formulalarda Y_1, Y_2, \dots, Y_n dinamik qatorlar darajalari; n --qator uzunligi; Y_δ -dinamika qatorida taqqoslash bazasi sifatida olingan daraja.

Bir qadam oldinga prognozlash uchun dinamik qatorning oxirgi darajasiga o'rtacha mutloq qiymatni qo'shimcha o'sishini qo'shish kifoya:

$$\hat{Y}_{n+1} = Y_n + \Delta \bar{Y}$$

bu erda Y_n - dinamik qator ko'rsatkichining n -nuqtasidagi qiymati; Y_{n+1} -- ko'rsatkichning $n+1$ -nuqtadagi prognozlangan qiymati; $\Delta \bar{Y}$ -dinamik qatorning o'rtacha qo'shimcha o'sish qiymati.

i qadam oldinga prognoz qiymatini aniqlash quyidagi formula orqali amalga oshiriladi:

$$\hat{Y}_{n+i} = Y_n \cdot \bar{T}$$

bu erda \hat{Y}_{n+1} -ko'rsatkichning $n+1$ -nuqtadagi prognoz qiymati, \bar{T} -nisbiy qiymatlarda ifodalangan o'rtacha o'sish sur'ati.

O'rtacha o'sish sur'ati quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$\bar{T} = (y_n / y_1)^{1/(n-1)} \cdot 100\%,$$

Iqtisodiy jarayonlarni prognozlashda o'sish egri chizig'i modeli.

O'sish egri chizig'i modeli dinamik qatorni approksimatsiya qiluvchi funktsiya bilan ifodalanuvchi o'sish egri chiziqlari orqali tuziladi.

O'sish egri chiziqlari sinfiga quyidagi polinomlarini kiritish mumkin:

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \dots$$

Ushbu polinomda $t = 0$ da a_0 qatorning boshlang'ich darjasи, a_1 - chiziqli qo'shimcha o'sish, a_2 - o'sish tezligi, a_3 - o'sish tezligining o'zgarishi deb ataladi.

Birinchi darajali polinom $y_t = a_0 + a_1 t$ grafikda to'g'ri chiziq ko'rinishida tasvirlanadi va vaqt bo'yicha bir tekisda rivojlanuvchi jarayonlarni ifodalashda foydalaniladi.

Ikkinchi darajali polinom $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ grafikda parabola ko'rinishida tasvirlanadi va jarayon rivojlanishi tekis tezlanuvchan bo'lgan hollarda foydalaniladi.

Uchinchi darajali $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ polinomda qo'shimcha o'sish ishorasi bir yoki ikki marta o'zgarishi mumkin.

Polinomlar parametrlarini aniqlash eng kichik kvadratlar usulida amalga oshiriladi. To'g'ri chiziq koeffitsientlarini aniqlash uchun quyidagi normal tenglamalar sistemasi echiladi:

$$\begin{cases} \sum y_t = a_0 n + a_1 \sum t \\ \sum y_t \cdot t = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases}$$

Tenglamalar sistemasining koeffitsentlari a_0 va a_1 larni Kramer formulasi bo'yicha hisoblanadi.

Ushbu holatda to'g'ri chiziqning koeffitsentlari quyidagi ifodadan topiladi:

$$a_0 = \sum y_t / n; \quad a_1 = \sum y_t \cdot t / \sum t^2.$$

Huddi shu usulda ikkinchi tartibli polinom koeffitsentlari aniqlanadi:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sum y_t / n - \sum t^2 / n \{ (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2] \} \\ a_1 &= \sum y_t \cdot t / \sum t^2; \\ a_2 &= (n \sum y_t \cdot t^2 - \sum t^2 \cdot \sum y_t) / [n \sum t^4 - (\sum t^2)^2]. \end{aligned}$$

Modellarning aniqlik darajasi prognozlash xatoligining qiymati bo'yicha aniqlaniladi.

Prognozning mutloq xatoligi quyidagi formula yordamida aniqlaniladi:

$$\Delta_t = \hat{y}_t - y_t,$$

bu erda \hat{y}_t - ko'rsatkichning prognoz qiymati, y_t - haqiqiy qiymati.

Amaliyotda ko'proq prognozning nisbiy xatoligi qo'llaniladi va u quyidagicha hisoblanadi:

$$\delta_t = 100(\hat{y}_t - y_t) / y_t.$$

Modul bo'yicha o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklar quyidagicha aniqlaniladi:

$$|\bar{\Delta}| = (\sum |\hat{y}_t - y_t|) / n; \quad |\bar{\delta}| = (100 \sum |(\hat{y}_t - y_t) / y_t|) / n.$$

Agar mutloq va nisbiy xatoliklar noldan katta bo'lsa, bunday holat prognoz qiymatining oshib ketganligidan, agar u noldan kichik bo'lsa kamayib ketganligidan dalolat beradi.

5.2 Namunaviy misolar echish

1-misol.

Quyida firma xizmatchilarining oylar bo'yicha ish haqi fondi, pul birligida berilgan.

| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Y_t | 252,0 | 253,0 | 254,2 | 255,3 | 256,5 |

Topshiriq:

Ish haqi fondining 6 - oyga prognoz qiymatini aniqlash uchun o'rtacha mutloq qo'shimcha o'sishni qo'llash o'rinni ekanligini asoslang.

Echish

Zanjirli mutloq qo'shimcha o'sish qiymatlarini aniqlaymiz:

$$\Delta Y_2 = Y_2 - Y_1 = 253 - 252 = 1$$

$$\Delta Y_3 = Y_3 - Y_2 = 254,2 - 253,0 = 1,2$$

$$\Delta Y_4 = Y_4 - Y_3 = 255,3 - 254,2 = 1,1$$

$$\Delta Y_5 = Y_5 - Y_4 = 256,5 - 255,3 = 1,2$$

Zanjirli mutloq qo'shimcha o'sish 1 dan 1,2 gacha o'zgaradi, ularning o'zgarishi bir xilda. Bu o'zgarish firma ish haqi fondining oylar bo'yicha dinamikasi chiziqli o'zgarishga ega ekanligini ko'rsatadi. Shuning uchun Y_6 ning prognoz qiymatini o'rtacha mutloq qo'shma o'sish ($\hat{\Delta Y}$)ni qo'llab aniqlash o'rinni.

$$\Delta \bar{Y} = (Y_5 - Y_1) / (n - 1) = (256,5 - 252) / (5 - 1) = 1,125,$$

$$\hat{Y}_6 = Y_5 + \Delta \bar{Y} = 256,5 + 1,125 = 257,625.$$

2-misol.

Firma xodimlarining oylar bo'yicha ish haqi fondi dinamikasi 5 oy davomida taxminan o'zgarmas o'sish sur'atlarida o'zgarib borgan. 1- oyda ish haqi fondi 252 pul birligini, 5 – oyda esa – 256,5 pul birligini tashkil etgan.

Topshiriq:

Firma xodimlarining 6-oy ish haqi fondini o'rtacha o'sish sur'atini qo'llab aniqlang.

Echish

Misol. shartiga asosan 5 oy davomida ish haqi fondi o'zgarmas o'sish sur'ati bilan o'zgarib borgan. Shuning uchun 6 – oy ish haqi fondining prognoz qiymatini o'rtacha o'sish sur'atini qo'llab aniqlash mumkin.

O'rtacha o'sish sur'ati quyidagidan iborat:

$$\bar{T} = (y_n / y_1)^{1/(n-1)} \cdot 100\%.$$

Darajalarning qiymatlarini qo'ysak,

$$\bar{T} = (y_5 / y_1)^{1/4} \cdot 100\% = (256,5 / 252,0)^{1/4} \cdot 100\% = 100,22\% .$$

Shunday qilib, firma xodimlarining ish haqi fondining prognoz qiymati 22%ga oshgan:

$$\hat{y}_6 = y_5 \cdot \bar{T} = 256,5 \cdot 1,22\% = 257,2 \text{ pul birligiga teng.}$$

3-misol.

Jadvalda firmaning ishlab chiqarish bo'yicha 8 oylik ma'lumotlari berilgan:

5.2-jadval

| Oylar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Jami |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| Ishlab chiqarish hajmi | 3423 | 3321 | 3210 | 3122 | 3034 | 2940 | 2845 | 2739 | 24634 |

Topshiriq:

Berilgan ma'lumotlar asosida:

- $y_t = a_0 + a_1 t \dots$ chiziqli trendning a_0 va a_1 koeffitsientlarini va bir oy oldinga prognoz ko'rsatkichini;
- $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ parabolik trendning a_0, a_1, a_2 koeffitsientlarini va bir oy oldinga prognoz ko'rsatkichilarini hisoblang.

Echish

Chiziqli va parabolik trendlarning koeffitsientlarini hisoblash uchun normal tenglamalar sistemasidan olingan ifodalardan foydalanamiz.

Kordinata boshi (t')ni ko'chiramiz va zarur bo'lgan hisoblashlarni amalga oshirib berilgan va hisoblangan ma'lumotlarni jadvalga kiritamiz.

1. Chiziqli trend

| Nº | t' | y_t | $(t')^2$ | $y_t \cdot t'$ |
|------|------|-------|----------|----------------|
| 1 | -7 | 3423 | 49 | -23961 |
| 2 | -5 | 3321 | 25 | -16605 |
| 3 | -3 | 3210 | 9 | -9630 |
| 4 | -1 | 3122 | 1 | -3122 |
| 5 | 1 | 3034 | 1 | 3034 |
| 6 | 3 | 2940 | 9 | 8820 |
| 7 | 5 | 2845 | 25 | 14225 |
| 8 | 7 | 2739 | 49 | 19173 |
| jami | 0 | 24634 | 168 | -8066 |

Chiziqli trend koeffitsientlari qiymatini normal tenglamalar sistemasidan aniqlaymiz:

$$\begin{cases} a_0 = \sum y_t / n = 24634 / 8 = 3079,25; \\ a_1 = \sum y_t \cdot t / \sum (t')^2 = -8066 / 168 = -48,01. \end{cases}$$

Shunday qilib, $t=0$ da qator darajasining o'rtacha qiymati 3079,25ni, mahsulot ishlab chiqarishning o'rtacha oylik o'zgarishi esa -48,01ni tashkil etadi, ya'ni o'rtacha oylik ishlab chiqarish 48,01 ga kamayadi.

Hisoblangan koeffitsientlarni chiziqli trendga qo'yib quyidagiga tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\hat{y}_t = 3079,25 - 48,01 \cdot t'.$$

Hosil bo'lgan tenglamaga ko'ra 9 – oy uchun ko'rsatkichning prognoz qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$\hat{y}_9 = 3079,25 - 48,01 \cdot 9 = 2647,16.$$

2. Parabolik trend

| t | t' | y_t | $(t')^2$ | $y_t t'$ | $(t')^3$ | $(t')^4$ | $(y_t(t'))^2$ |
|------|------|-------|----------|----------|----------|----------|---------------|
| 1 | -7 | 3423 | 49 | -23961 | -343 | 2401 | 167727 |
| 2 | -5 | 3321 | 25 | -16605 | -125 | 625 | 83025 |
| 3 | -3 | 3210 | 9 | -9630 | -27 | 81 | 28890 |
| 4 | -1 | 3122 | 1 | -3122 | -1 | 1 | 3122 |
| 5 | 1 | 3034 | 1 | 3034 | 1 | 1 | 3034 |
| 6 | 3 | 2940 | 9 | 8820 | 27 | 81 | 26460 |
| 7 | 5 | 2845 | 25 | 14225 | 125 | 625 | 71125 |
| 8 | 7 | 2739 | 49 | 19173 | 343 | 2401 | 134211 |
| Jami | 0 | 24634 | 168 | -8066 | 0 | 6216 | 517594 |

Parabolik trend koeffitsientlarini ikkinchi tartibli polinom koeffitsientlarini hisoblash formulalaridan foydalanib hisoblaymiz.

$$a_0 = 3077,05; \quad a_1 = -48,01; \quad a_2 = 0,105.$$

Natijada parabolik trend tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\hat{y}_t = 3077,05 - 48,01 \cdot t' + 0,105(t')^2.$$

9-oy uchun ko'rsatkichning prognoz qiymati quyidagiga teng:

$$\hat{y}_9 = 3077,05 - 48,01 \cdot 9 + 0,105 \cdot 9^2 = 2653,47.$$

4-misol..

Quyidagi jadvalda 6 oylik yuk tashish hajmi va uning ikki model bo'yicha hisoblangan prognoz qiymatlari berilgan:

5.3-jadval

| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| y_t | 267 | 267 | 258 | 262 | 253 | 257 | 263 |
| 1-model bo'yicha prognoz | 275 | 253 | 250 | 269 | 253 | 248 | 250 |
| 2-model bo'yicha prognoz | 260 | 275 | 253 | 278 | 263 | 251 | 269 |

Topshiriq:

Ikki modelda hisoblangan prognoz qiymatlar uchun modul bo'yicha nisbiy xatolik va o'rtacha mutloq xatolikni toping.

Echish

$\Delta_t = \hat{y}_t - y_t$, va $\delta_t = 100(\hat{y}_t - y_t) / y_t$. formulalar asosida hisoblangan modul bo'yicha nisbiy xatolik va modul bo'yicha o'rtacha mutloq xatolik natijalarini jadval ko'rinishda ifodalaymiz.

| t | y_t | Prognoz | | Modul bo'yicha mutloq xatolik | | Modul bo'yicha nisbiy xatolik | |
|------------------|-------|---------|---------|-------------------------------|---------|-------------------------------|---------|
| | | 1-model | 2-model | 1-model | 2-model | 1-model | 2-model |
| 1 | 267 | 275 | 260 | 8 | 7 | 2,996 | 2,545 |
| 2 | 267 | 253 | 275 | 14 | 8 | 5,243 | 3,162 |
| 3 | 258 | 250 | 253 | 8 | 5 | 3,101 | 2,000 |
| 4 | 262 | 269 | 278 | 7 | 16 | 2,672 | 5,948 |
| 5 | 253 | 253 | 263 | 0 | 10 | 0,000 | 3,953 |
| 6 | 257 | 248 | 251 | 9 | 6 | 3,502 | 2,419 |
| 7 | 263 | 250 | 269 | 13 | 6 | 4,943 | 2,400 |
| O'rtacha xatolik | | | | 8,43 | 8,29 | 3,208 | 3,204 |

Prognoz natijasining xatoligi o'rtacha mutloq va o'rtacha nisbiy xatolik qiymatlari bo'yicha ikkinchi modelda kichikroq bo'lgani uchun shu model haqiqatni to'la aks ettiradi deb hisoblanadi.

5.3. Mustaqil ishslash uchun masalalar

1-masala.

Jadvalda firmaning bir yil uchun oylik savdo hajmi (pul birligida) berilgan.

5.4-jadval

| t | y_t | t | y_t | t | y_t | t | y_t |
|----------|----------------------|----------|----------------------|----------|----------------------|----------|----------------------|
| 1 | 70 | 4 | 71 | 7 | 23 | 10 | 73 |
| 2 | 66 | 5 | 79 | 8 | 82 | 11 | 75 |
| 3 | 65 | 6 | 76 | 9 | 84 | 12 | 82 |

Topshiriq:

$t = 5$ va $t = 7$ darajalarning anamalligini tekshiring.

2-masala.

Korxonaning 6 oylari bo'yicha daromad solig'i (mln. so'm) miqdori dinamikasi berilgan.

| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| y_t | 125,0 | 126,5 | 127,6 | 128,2 | 129,0 | 131,1 |

Topshiriq:

Korxona daromad solig'ining ettinchi oy uchun prognoz qiymatini qaysi formula bilan (mutloq o'sish, o'sish sur'ati, qo'shimcha o'sish sur'ati) aniqlash mumkinligini asoslang va prognoz qiymatini aniqlang.

3-masala.

Artel firmasida 9 oyda ishlab chiqarilgan va sotilgan televizorlarning soni haqida quyidagi ma'lumotlar mavjud:

| Oylar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------------------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Televizorlar soni, ming dona | 9,3 | 10,0 | 10,5 | 10,8 | 11,3 | 10,0 | 12,1 | 12,8 | 13,4 |

Topshiriq:

1. Televizor ishlab chiqarish va sotish haqidagi ma'lumotlardan tuzilgan dinamik qatorda mutloq qo'shimcha o'sishni bazisli, zanjirsimon va o'rtacha ko'rsatkichlarini hisoblang.
2. Hisoblangan ko'rsatkichlar asosida 10-oy uchun prognoz qiymatini aniqlang.

4-masala.

1. 3-masala ma'lumotlari asosida dinamik qatorda o'sish sur'atini bazisli, zanjirsimon va o'rtacha ko'rsatkichlarini hisoblang.
2. Hisoblangan ko'rsatkichlar asosida 10-oy uchun prognoz qiymatini aniqlang.

5-masala.

1. 3-masala ma'lumotlari asosida dinamik qatorda qo'shimcha o'sish sur'atini bazisli, zanjirsimon va o'rtacha ko'rsatkichlarini hisoblang.
2. Hisoblangan ko'rsatkichlar asosida 10-oy uchun prognoz qiymatini aniqlang.

6-masala.

3, 4, 5-masalalarda aniqlangan 10-oy prognoz qiymatlarini o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklarini hisoblang va ularning aniqligi bo'yicha xulosa chiqaring.

7-masala.

Tuman bo'yicha darmad solig'i tushumlari haqida 9 oylik ma'lumotlar berilgan:

5.5-jadval

| Oylar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Jami |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| Soliq tushumlari, mln. so'm | 3423 | 3321 | 3210 | 3122 | 3034 | 2940 | 2845 | 2739 | 2741 | 27375 |

Topshiriq:

Berilgan ma'lumotlar asosida:

- $y_t = a_0 + a_1 t$... chiziqli trendning a_0 va a_1 koeffitsientlarini va 10- oyga prognoz ko'rsatkichini;
 - $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ parabolik trendning a_0, a_1, a_2 koeffitsientlarini va 10 oyga prognoz ko'rsatkichini hisoblang.

8-masala.

Jadvalda maxsulot ishlab chiqarish hajmining choraklar bo'yicha pul ko'inishdagi ma'lumotlari (mlrd. so'm) berilgan:

5.6-jadval

| Yıl | 2017 yıl | | | | 2018 yıl | |
|----------------|----------|----------|----------|----------|-----------|----------|
| Chorak | 1-chorak | 2-chorak | 3-chorak | 4-chorak | 1-chorak. | 2-chorak |
| y _t | 18,19 | 19,05 | 19,38 | 20,00 | 20,25 | 21,04 |

Topshiriq:

2018 yil 3-chorakdagi ishlab chiqarish hajmini o'rtacha qo'shimcha o'sish dinamika ko'rsatkichi asosida aniqlang.

9-masala.

Jadvalda bankning choraklar bo'yicha foiz stavkalarining dinamikasi berilgan.

5.7-jadval

| Yıl | 2017 yıl | | | | 2018 yıl | | |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Chorak | 1-chorak | 2-chorak | 3-chorak | 4-chorak | 1-chorak | 2-chorak | 3-chorak |
| y _t ,% | 8,1 | 9,5 | 9,8 | 10,0 | 12,2 | 12,4 | 12,8 |

Topshiriq:

O'rtacha o'sish sur'ati dinamika ko'rsatkichi asosida 2018 yil 4-chorak prognoz foiz stavkasini aniqlang.

10-masala.

Quyida firmaning xizmat ko'rsatish sohasida band bo'lganlarning oylik dinamikasini tavsiflovchi davriy qator berilgan.

Topshiriq:

- qatorning o'zgarish tendentsiyasi chiziqli model bo'yicha deb faraz qilgan holda $y_t = a_0 + a_1 t$ trend koeffitsientlarini toping va 16-oy uchun prognoz ko'rsatkichini hisoblang;
- qatorning o'zgarish tendentsiyasi parabolik model bo'yicha deb faraz qilgan holda $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ trend koeffitsientlarini toping va 16-oy uchun prognoz ko'rsatkichini hisoblang.

11-masala.

Quyidagi 5.8.1-jadvalda savdo korxonasining kunlik tushumlari miqdori bo'yicha ma'lumotlar mlrd. so'm hisobida berilgan.

5.8.1-jadval

| Oy | 01.03 | 02.03 | 03.03 | 04.03 | 05.03 | 06.03 | 07.03 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| y _t | 268 | 267 | 258 | 262 | 254 | 257 | 263 |

5.8.2-jadvalda esa yuqoridagi ko'rsatkichni 1 va 2-modellarda hisoblangan prognoz qiymatlari keltirilgan.

5.8.2-jadval

| t | y _t | |
|---|----------------|---------|
| | 1-model | 2-model |
| 1 | 275 | 260 |
| 2 | 253 | 275 |
| 3 | 250 | 253 |
| 4 | 269 | 278 |
| 5 | 253 | 263 |
| 6 | 248 | 251 |
| 7 | 250 | 269 |

Topshiriq:

Modul bo'yicha o'rtacha nisbiy xatolik asosida 1 va 2- modellarning aniqlik darajalarini taqqoslang va qaysi model aniqroq ekanligi haqida xulosa qiling.

12-masala.

Hududda elektr energiyasining 9 oylik ist'emoli haqida ma'lumotlar berilgan:

| Oylar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| El. Energiya hajmi, ming kv/s. | 125,5 | 120,6 | 118,0 | 116,3 | 114,4 | 110,3 | 108,6 | 105,5 | 106,4 |

Topshiriq:

1. Berilgan ma'lumotlar asosida:

- a) $y_t = a_0 + a_1 t$ -chiziqli modelni tuzing va modelda natijaviy belgini nazariy qiymatlarini hisoblang;
- b) $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ -parabolik modelni tuzing va modelda natijaviy belgining nazariy qiymatlarini hisoblang.

2. Ikkala modelda hisoblangan qator darajalarining nazariy qiymatlarini o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklarini hisoblang.

13-masala.

12-masala ma'lumotlari asosida tuzilgan modellarda 10, 11, 12-oylarga elektr energiyasi iste'moli hajmining prognoz ko'rsatkichlarini hisoblang va hisoblangan prognoz natijalarining o'rtacha mutloq va o'rtacha nisbiy xatoliklarini baholang.

14-masala.

Viloyatda etishtirilgan bug'doy hosildorligi to'g'risida quyidagi ma'lumotlar keltirilgan:

5.9-jadval

| Yillar | Xosildorlik, ts/ga | Yillar | Xosildorlik, ts/ga |
|--------|--------------------|--------|--------------------|
| 2007 | 15,0 | 2013 | 27,9 |
| 2008 | 17,7 | 2014 | 46,2 |
| 2009 | 34,5 | 2015 | 39,5 |
| 2010 | 27,2 | 2016 | 49,2 |
| 2011 | 28,5 | 2017 | 46,3 |
| 2012 | 37,1 | | |

Topshiriq:

1. Berilgan ma'lumotlar asosida $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ polinom ko'inishidagi modelni tuzing.
2. 2018 yilga prognoz ko'rsatkichini hisoblang va uni o'rtacha mutloq va nisbiy xatoliklarini baholang.

VI. Amaliy ekonometrik modellar

6.1. Iqtisodiyotda chiziqli modellar

6.1.1 Uslubiy ko'rsatma

Matritsalar algebrasining elementlaridan foydalanish ko'p iqtisodiy masala.larni echishning asosiy usullaridan biridir. Jumladan, ko'ptarmoqli xo'jalik faoliyatida tarmoqlar orasidagi balansni tuzishda va tarmoqlararo munosabatlarni samaradorligini aniqlashda qo'llaniladi.

Turli sanoat tarmoqlari bog'liqligining balans tamoyiliga asosan, i - tarmoq yalpi ishlab chiqarishi ishlab chiqarish va noishlab chiqarish sohalaridagi iste'mol hajmlarining yig'indisiga teng bo'lishi kerak. Eng sodda holda balans munosabatlari

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.1.1)$$

ko'inishga ega.

Bu erda: x_i — i nchi tarmoq jami mahsulotining hajmi (uning yalpi ishlab chiqarishi); x_{ij} — i nchi tarmoq mahsulotining j nchi tarmoqda x_j hajmdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun sarflanadigan hajmi; y_i — i nchi tarmoq

mahsulotining noishlab chiqarish sohasida o'zlashtirish (iste'mol) uchun mo'ljallangan hajmi, yoki yakuniy iste'mol mahsuloti. Unga fuqarolarning shaxsiy iste'moli, ijtimoiy ehtiyojlarni qondirish, davlat institutlarini ta'minlash va hokazolar kiradi.

Uzoq yillar o'zaro aloqada bo'lgan tarmoqlar orasida x_{ij} ning x_j ga nisbati doimo o'zgarmas songa teng, ya'ni $a_{ij} = x_{ij}/x_j$ munosabat juda kam o'zgaradi.

Bundan $x_{ij} = a_{ij}x_j$ ni e'tiborga olgan holda (6.1.1)ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + y_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + y_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + y_n \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasi matritsa shaklida quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\bar{x} = A\bar{x} + \bar{y} \quad (6.1.2)$$

Bunda: \bar{x} -ishlab chiqarilgan mahsulot hajmlarining ustun-vektori (yalpi ishlab chiqarish vektori), \bar{y} yakuniy iste'mol mahsuloti hajmlarining ustun-vektori (yakuniy iste'mol vektori) va A -bevosita xarajatlar koeffitsientlari matritsasi:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (6.1.3)$$

(6.1.2) bu munosabat *chiziqli tarmoqlararo balans tenglamasi* deb ataladi. Bu (6.1.2.) tenglama va (6.1.3) matritsa bilan birga *Leontev modeli* deb nomlanadi.

Ushbu modeldan ikki maqsad uchun foydalanish mumkin:

- birinchi holatda yalpi ishlab chiqarish vektori \bar{x} ma'lum bo'lganda yakuniy iste'mol vektori \bar{y} ni hisoblash talab qilinadi. Bu holatda (6.1.2) sistema echiladi;

- ikkinchi holda rejalashtirish maqsadlari uchun chiziqli tarmoqlararo balans tenglamasidan masalaning quyidagi shaklida foydalaniladi: T vaqt davri (masalan, bir yil) uchun yakuniy iste'mol vektori \bar{y} ma'lum bo'lib, yalpi ishlab chiqarish vektori \bar{x} ni aniqlash talab qilinadi. Bu holatda A matritsasi ma'lum va \bar{y} vektori berilgan bo'lib $(E - A)\bar{x}_* = \bar{y}_*$ chiziqli tenglamalar sistemasi echiladi.

Tarmoqlararo iqtisodiy munosabat samarali deyiladi , ya'ni A matritsa samarador bo'ladi:

- agar elementlari nomanfiy bo'lgan A matritsaning ixtiyoriy ustuni (satri) bo'yicha elementlari yig'indisi birdan oshmasa,

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1 \text{ yoki } \sum_{j=1}^n a_{ij} \leq 1,$$

- hamda hech bo'lмагanda bitta ustun (satr) uchun bu yig'indi birdan qat'iy kichik bo'lsa.

6.1.2 Namunaviy misollar echish

1-misol.

Jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'i uchun sanoatning beshta tarmog'i orasidagi balans ma'lumotlari keltirilgan.

Topshiriq:

Yakuniy iste'mol vektori, yalpi ishlab chiqarish vektori va bevosita xarajatlar koeffitsientlari matritsasi topilsin. hamda bu matritsa yuqorida keltirilgan mezonlarga muvofiq samarador ekanligi aniqlansin.

6.1-jadval

Sanoatning beshta tarmog'i orasidagi balans ma'lumotlari

| T/r | Tarmoq | Iste'mol | | | | | Yakuniy mahsulot | Yalpi ishlab chiqarish, pul bir. |
|-----|----------------------|----------|----|----|----|----|------------------|----------------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 1 | Stanoksozlik | 15 | 12 | 24 | 23 | 16 | 10 | 100 |
| 2 | Energetika | 10 | 3 | 35 | 15 | 7 | 30 | 100 |
| 3 | Mashinasozlik | 10 | 5 | 10 | 10 | 10 | 5 | 50 |
| 4 | Avtomobil sanoati | 10 | 5 | 10 | 5 | 5 | 15 | 50 |
| 5 | Paxta etishtirish va | 7 | 15 | 15 | 10 | 3 | 50 | 100 |

| | | | | | | | |
|--|---------------|--|--|--|--|--|--|
| | qayta ishlash | | | | | | |
|--|---------------|--|--|--|--|--|--|

Echish

Jadvaldagi balansning tarkibiy qismlarini vektor ko'rinishidagi ifodasi:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 5 \\ 15 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,48 & 0,46 & 0,16 \\ 0,10 & 0,03 & 0,70 & 0,30 & 0,07 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,20 & 0,10 \\ 0,10 & 0,05 & 0,20 & 0,10 & 0,05 \\ 0,07 & 0,15 & 0,30 & 0,20 & 0,03 \end{pmatrix}$$

A matritsaning barcha elementlari musbat, biroq ularning uchinchi va to'rtinchi ustunlardagi yig'indilari birdan katta ekanligini ko'rish qiyin emas. Binobarin, samaradorlik ikkinchi mezonining shartlari bajarilmagan va A matritsa samarador emas. Bu samarador emaslikning iqtisodiy sababi 3- va 4-tarmoqlarning ichki iste'moli ularning yalpi ishlab chiqarishiga nisbatan haddan tashqari katta ekanligidadir.

2-misol.

Jadvalda ma'lum bir vaqt oralig'i uchun sanoatning uchta tarmog'i balansining ma'lumotlarini keltirilgan:

6.2-jadval

| № | Tarmoq | Iste'mol | | | Yakuniy mahsulot | Yalpi ishlab chiqarish |
|---|------------------------------------|----------|----|----|------------------|------------------------|
| | | 1 | 2 | 3 | | |
| 1 | Paxta etishtirish va qayta ishlash | 5 | 35 | 20 | 40 | 100 |
| 2 | Energetika | 10 | 10 | 20 | 60 | 100 |
| 3 | Mashinasozlik | 20 | 10 | 10 | 10 | 50 |

Topshiriq:

Agar tarmoqlar bo'yicha yakuniy iste'mol mos ravishda 60, 70 va 30 shartli pul birligigacha ko'paytirilsa, xarajatlar koeffitsientlari matritsasi o'zgarmagan holda har bir mahsulot turi bo'yicha yalpi ishlab chiqarish hajmi topilsin.

Echish.

Yalpi ishlab chiqarish va yakuniy iste'mol vektorlarini hamda bevosita xarajatlar koefitsientlari matritsasini yozamiz:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 50 \end{pmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} 40 \\ 60 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,35 & 0,40 \\ 0,10 & 0,10 & 0,40 \\ 0,20 & 0,10 & 0,20 \end{pmatrix}.$$

A matritsa samaradorlikning mezonini qanoatlantiradi. Yakuniy iste'molning berilgan hajmda ko'payishida yakuniy iste'molning yangi vektori

$$\bar{y}_* = \begin{pmatrix} 60 \\ 70 \\ 30 \end{pmatrix}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Balans munosabatlarini qanoatlantiruvchi yangi yalpi ishlab chiqarish vektori \bar{x}_* ni A matritsa o'zgarmaydi degan taxminda topish talab qilingan. Bu holda noma'lum \bar{x}_* vektorning x_1, x_2, x_3 komponentalari matritsa shaklida

$$\bar{x}_* = A \bar{x}_* + \bar{y}_* \quad \text{yoki} \quad (E - A) \bar{x}_* = \bar{y}_*$$

ko'rinishda bo'lgan tenglamalar sistemasidan topiladi.

Bu sistemaning matritsasi

$$E - A = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,35 & -0,40 \\ -0,10 & 0,90 & -0,40 \\ -0,20 & -0,10 & 0,80 \end{pmatrix}$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Chiziqli tenglamalar sistemasining o'ng tomoni berilgan holatda echish, yangi \bar{x}_* vektorni tarmoqlararo balans tenglamalarining echimini beradi:

$$\bar{x}_* = \begin{pmatrix} 152,1 \\ 135,8 \\ 92,5 \end{pmatrix}.$$

Shunday qilib, yakuniy iste'mol vektori komponentalarining berilgan hajmda ko'payishini ta'minlash uchun mos yalpi ishlab chiqarishlarni oshirish zarur: 6.2-jadvalda ko'rsatilgan dastlabki ma'lumotlarga nisbatan paxta etishtirish va qayta

ishlashni 52,1 % ga, energetika darajasini 35,8 % ga va mashinasozlikda ishlab chiqarishni 41,5 % ga oshirish zarur.

6.1.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

Korxona to'rtta tarmoqdan iborat bo'lib: ishlab chiqarish vektori va to'g'ri harajatlar koeffitsientlari matritsasi quyidagicha bo'lsin:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,10 & 0,24 & 0,25 \\ 0,20 & 0,15 & 0,36 & 0,17 \\ 0,15 & 0,20 & 0,20 & 0,15 \\ 0,30 & 0,15 & 0,20 & 0,15 \end{pmatrix}.$$

Topshiriq:

Tarmoqdan tashqarida foydalanish uchun mo'ljallangan yakuniy istemol hajmi vektorini toping.

2-masala.

Korxona uch turdag'i xom ashysidan uch turdag'i mahsulot ishlab chiqaradi, ishlab chiqarish ko'rsatkichlari jadvalda keltirilgan.

6.3-jadval

| Xom ashyo turlari | Maxsulot turi bo'yicha hom ashyo harajatlari, og'irligi. mahsulot/birligi. | | | Hom ashyo zahirasi, og'irlik. birligi |
|-------------------|--|----|---|---------------------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | |
| 1 | 5 | 12 | 7 | 2350 |
| 2 | 10 | 6 | 8 | 2060 |
| 3 | 9 | 11 | 4 | 2270 |

Topshiriq:

Berilgan xom ashyo zahirasidan foydalanib har bir turdag'i mahsulot ishlab chiqarish hajmini toping.

3-masala.

2-masala. shartlarida, tarmoqlar bo'yicha hom ashyo zahirasi (yakuniy istimol) mos ravishda 30, 10 va 50 foizga orttirilganda har bir tarmoq bo'yicha yalpi ishlab chiqarish hajmi o'sishini aniqlang. Masala.ni teskari matritsa usuli va Gauss metodi bilan eching.

4-masala.

Noishlab chiqarish istemoli vektori $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ va tarmoqlararo balans matritsasi

$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/4 \end{pmatrix} \text{ berilgan.}$$

Topshiriq:

Berilgan istemol vektorini ta'minlovchi yalpi ishlab chiqarish vektorini toping.

5-masala.

Leontev modeli $\begin{pmatrix} 2/5 & 1/5 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ matritsa bilan berilgan, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ yalpi ishlab chiqarish bo'lsin.

Topshiriq

1. Matritsani samarador ekanligini aniqlang.
2. Noishlab chiqarish vektori qanday bo'ladi ?

6.2. Iste'mol tanlovi modellari

6.2.1 Uslubiy ko'rsatma

Iste'mol tanlovi modellari (ikki tovardan iborat to'plam uchun) iste'mol tanlovi masalasi ya'ni, iste'molchining bozordagi ratsional xatti-harakati masalasi,

iste'molchining foydalilik funktsiyasiga berilgan byudjet cheklovida maksimal qiymat beruvchi (x_1^0, x_2^0) iste'mol to'plamini tanlashda qo'llaniladi.

Byudjet cheklovi mahsulotlarga pul xarajatlari pul daromadidan oshmasligini, ya'ni $p_1x_1 + p_2x_2 \leq I$ ekanligini anglatadi, bu erda p_1 va p_2 — mos ravishda birinchi va ikkinchi mahsulotlar bir birligining bozor narxlari, I esa — iste'molchining birinchi va ikkinchi mahsulotlarni sotib olish uchun sarflashga tayyor bo'lган daromadi. p_1 , p_2 va I kattaliklar berilgan bo'ladi.

Formal ravishda iste'mol tanlovi masalasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq I,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

shartlarda

$$u(x_1, x_2) \text{ (max)}.$$

Foydalilik funktsiyasiga maksimal qiymat beruvchi (x_1^0, x_2^0) to'plam byudjet cheklovini tenglikka aylantiradi, ya'ni $p_1x_1^0 + p_2x_2^0 = I$ bo'ladi.

Demak, iste'mol tanlovi masalasini

$$p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

shartda

$$u(x_1, x_2) \text{ (max)}$$

ko'rinishdagi shartli ekstremumni topish masala.si bilan almashtiriladi.

Ushbu masalani soddallashtirib echish uchun, faraz qilaylik, ikkala tovarga sarflanadigan pul miqdorlari bir xil bo'lsin, ya'ni $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1$. Bu foydalilik funktsiyasida x_1 va x_2 o'zgaruvchilarining «vaznlari» yoki daraja ko'rsatkichlari tengligidan kelib chiqadi. Demak, $x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2}$ va talab funktsiyalari

$x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2}$

ko'rinishni oladi.

Shunday qilib, har bir tovarga sarf-xarajat iste'molchi umumiylar daromadining yarmini tashkil etadi va har bir tovarning zaruriy miqdorini topish uchun shu tovarga sarflanadigan mablag'ni uning narxiga bo'lish lozim.

6.2.2 Namunaviy misolar echish

1-misol.

Faraz qilaylik, oilaning byudjeti 5 mln. so'm bo'lsin va bu byudjet 2 xil tovar: ust-bosh va oziq-ovqatlar orasida taqsimlansin. Ust-bosh (1-tovar, x_1) birligining narxi 200 ming so'm, bir kunlik oziq-ovqatga sarf (2-tovar, x_2) esa 150 ming so'm bo'lsin.

Topshiriq:

Har bir tovardan qanchadan sotib olish mumkinligini toping.

Echish

Berilganlarga asosan quyidagi munosabatni yozish mumkin

$$200000x_1 + 150000x_2 = 5000000.$$

Bu erda x_1 ga turli qiymatlar berib x_2 ning turli qiymatlarini va aksincha x_2 ga qiymatlar berib x_1 ning turli kiymatlarini topish mumkin.

Masala.n: $x_1 = 10$ bo'lsin, u holda $200000x_2 = 5000000 - 2000000 = 3000000$, $x_2 = 15$ bo'ladi. Demak x_1 tovardan 10 ta sotib olinsa, x_2 tovar, oziq ovqat mahsulotlaridan 15 kunlik sotib olish mumkin bo'ladi.

2-misol.

Firma yil oxirida yillik daromadidan 50 mln. so'm miqdordagi pulni mukofot sifatida o'z xodimlariga berish uchun ajratilgan pulni teng ikkiga bo'lган holda, ayollarga $r_1=1,2$ mln. so'mdan, erkak xodimlarga $p_2=1$ mln. so'mdan berish rejalashtirgan.

Topshiriq:

Rejalashtirgan mukofot puli nechta ayol(x_1) va nechta erkak(x_2) xodimlarga berilishini toping.

Echish

Ayollar va erkaklarga beriladigan pul miqdori bir xil bo'lsa, u holda .

$$x_2 \cdot p_2 = x_1 \cdot p_1 = \frac{I}{2} \text{ va } x_1 = \frac{I}{2 \cdot p_1}; \quad x_2 = \frac{I}{2 \cdot p_2} \text{ ifodalar o'rinli bo'ladi.}$$

$$\text{Bulardan, } x_1 = \frac{I}{2p_1} = \frac{50}{2 \cdot 1,2} = 20,8 \approx 21; \quad x_2 = \frac{I}{2p_2} = \frac{50}{2 \cdot 1,0} = 25 \text{ ekanligi}$$

kelib chiqadi.

Demak, mukofot pulini 1,2 mln. so'mdan 21ta ayolga, 1,0 mln.so'mdan 25ta erkakka berish mumkin ekan.

6.2.3. Mustaqil ishslash uchun masalalar

1-masala.

Hususiy firmaning o'zini rivojlantirishi uchun yillik mablag'i 10 mlrd. so'mni tashkil etadi. Bu mablag'ni 2 xil turdag'i asosiy vositalarga sarflashi kerak. Birinchi turdag'i asosiy vosita(x_1) birligining narxi 60 mln. so'm, ikkinchi turdag'i asosiy vosita (x_2) birligining narxi 50 mln. so'm.

Topshiriq:

Har bir turdag'i asosiy vositadan qanchadan sotib olish mumkinligini toping.

2-masala.

1-masala. shartlarida berilgan ma'lumotlardan foydalanib hususiy firma har bir asosiy vositadan ko'pi bilan qanchadan sotib olishi mumkinligini toping. Masalani yana qaysi usul bilan echish mumkin?

3-masala.

$150 x_1 + 500 x_2 = 10000$ byudjet tenglamasi grafigini tuzing va bir nechta echimlarini toping.

4-masala.

Yukoridagi tenglamada byudjet ikki barobar ortganda grafigini yasang.

5-masala.

3-masaladagi tenglamada baholar 75 va 250 bo'lganda grafigini yasang

6.3. Ishlab chiqarish modellari

6.3.1 Uslubiy ko'rsatma

Ishlab chiqarish modellari umumiyo ko'rinishda x_1, \dots, x_n erkli o'zgaruvchilari sarflanadigan yoki foydalaniladigan resurslar (ishlab chiqarish omillari) hajmlarining qiymatlarini qabul qiladigan funktsiyaning qiymati esa ishlab chiqarish hajmlari kattaligini anglatadigan

$$y = f(\bar{x}, \bar{a}) = f(x_1, \dots, x_n, \bar{a})$$

ishlab chiqarish funktsiyasi (IChF) orqali ifodalanadi.

Bu erda: n - o'zgaruvchilar soni, resurslar soniga teng; \bar{a} — IChF parametrlarining vektori.

Ishlab chiqarish modellari turli ko'rinishdagi IChFdan tuzilishi mumkin. Bir omilli ishlab chiqarish funktsiyalari keng sinfining tipik vakili $f(x, a, b) = ax^b$, bu erda x — sarflanayotgan resurs (masala.n, ish vaqt) miqdori, $f(x, a, b)$ — ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi (masalan, jo'natilishga tayyor bo'lgan televizorlar soni). $a > 0$ va $0 < b \leq 1$ kattaliklar — f IChFning parametrlari. Ushbu model sarflanayotgan resurs miqdori x o'sganda ishlab chiqarish hajmi y ning o'sishi, biroq bunda resursning har bir qo'shimcha birligi ishlab chiqarilayotgan mahsulot hajmi y ning tobora kamroq o'sishiga olib keladi.

IChFlari turli sohalarda qo'llanilishi mumkin. Alovida korxona (firma), tarmoq, tarmoqlararo ishlab chiqarish majmuasi mikroiqtisodiy darajada ishlab chiqarish sistemasi sifatida qatnashishi mumkin. Bu holda ishlab chiqarish funktsiyalari asosan tahlil va rejalahtirish masalalarini, shuningdek prognozlash masalalarini echish uchun quriladi va ishlatiladi.

Alovida hudud yoki butun mamlakatni modellashtirish uchun (ya'ni makroiqtisodiy, shuningdek mikroiqtisodiy darajadagi masalalarni echish uchun) $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ ko'rinishdagi *Kobb-Duglasning ishlab chiqarish funktsiyasi* (KDICHF) ko'p ishlatiladi, bu erda a_0, a_1, a_2 — IChF parametrlari. Bular musbat o'zgarmas sonlardir (ko'pincha a_1 va a_2 lar $a_1 + a_2 = 1$ shartni qanoatlantiradi). KDICHFning tatbiqlarida $x_1 = K$ ishlatilayotgan asosiy kapital hajmiga, $x_2 = L$ esa mehnat xarajatlariga teng deb olinadi va u

$$Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$$

ko'rinishini oladi.

Ishlab chiqarish funktsiyalarining xossalari ishlab chiqarish jarayonini to'liq tahlil qilish imkonini beradi. Bu xossalarni ikki omilli IChF uchun ko'rib chiqamiz. $f(x) = f(x_1, x_2)$ IChF $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ holat uchun aniqlangan.

1-xossa. Resurslarning kamida bittasi yo'q bo'lsa, ishlab chiqarish bo'lmaydi:

$$f(0, x_2) = f(x_1, 0) = 0.$$

Masalan, ishlab chiqarishga jalb etilgan mehnat resurslarisiz mahsulot etishtirib bo'lmaydi.

2-xossa. Resurslardan kamida bittasining sarfi ko'paysa, ishlab chiqarish hajmi o'sadi:

$$x_1 \leq z_1, x_2 \leq z_2 \Rightarrow f(x_1, x_2) \leq f(z_1, z_2).$$

Mehnat resurslaridan birortasining sarfini ko'paytirilsa mahsulot ishlab chiqarish hajmi ko'payadi. Bunday ishlab chiqarish jarayoniga mos keluvchi ishlab chiqarish funktsiyasi $f(x_1, x_2) \geq 0$ va $\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \geq 0, i = \overline{1, n}$ shartni qanoatlantiradi.

3-xossa. Resurslardan bittasining sarfi ikkinchi resurs miqdori o'zgarmas bo'lganda ko'paysa, ishlab chiqarish hajmi o'sadi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} > 0, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} > 0.$$

4-xossa. Resurslardan bitta (*i*-chi)sining sarfi ikkinchi resurs miqdori o'zgarmas bo'lganda ko'paysa, *i*-chi resursning har bir qo'shimcha birligiga mos keluvchi ishlab chiqarish hajmi oshishining kattaligi o'smaydi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} \leq 0, \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \leq 0.$$

5-xossa. Resurslardan bittasining sarfi ko'payganda ikkinchi resursning limit samaradorligi oshadi:

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \geq 0.$$

6-xossa. IChF $p > 0$ darajali bir jinsli funktsiyadir:

$$f(tx_1, tx_2) = t^p \cdot f(x_1, x_2).$$

$p > 1$ da ishlab chiqarish salmog'i $t > 1$ marta o'sganda ishlab chiqarish hajmi t^p ($> t$) marta oshadi, ya'ni ishlab chiqarish salmog'ining o'sishidan uning samaradorligi ortishiga ega bo'lamiz. $p < 1$ da ishlab chiqarish salmog'ining o'sishidan uning samaradorligi kamayishiga ega bo'lamiz. $p = 1$ da ishlab chiqarishning salmog'i o'sganda uning samaradorligi o'zgarmas bo'lishiga ega bo'lamiz.

$A_i = \frac{f(x)}{x_i}$, ($i=1,2$) munosabat *i*- resursning o'rtacha samaradorligini anglatadi va u resurslardan foydalanish samaradorligini aniqlashda qo'llaniladi.

Uchinchi xossadan kelib chiqqan holda $\frac{\partial f}{\partial x_i} = M_i$ ifodani yozish mumkin,

ushbu miqdor *i*- resursning limit samaradorligini ifodalaydi. Limit samaradorlik x_i -

resurs miqdorining o'zgarishi boshqa resurslarning hajmi o'zgarmaganda mahsulot ishlab chiqarish hajmining qanchaga o'zgarishini ko'rsatadi.

$$R_{i,j} = -\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\partial f(x)/\partial x_i}{\partial f(x)/\partial x_j} \quad (i=1,2),$$

ifoda ishlab chiqarish o'zgarmagan holda i -resursni j -resurs bilan almashtirishning limit normasini ifodalaydi.

6.3.2 Namunaviy misollar echish

1-misol.

$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ KDIChF uchun resurslarning o'rtacha A_1 , A_2 , va limit M_1 va M_2 samaradorliklarini toping.

Echish

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{y}{x_1} = \frac{f(x)}{x_1} = a_0 x_1^{a_1-1} x_2^{a_2}; & A_2 &= \frac{y}{x_2} = \frac{f(x)}{x_2} = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2-1}; \\ M_1 &= \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a_1 \cdot A_1; & M_2 &= \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = a_2 \cdot A_2; \\ \frac{M_1}{A_1} &= a_1 \leq 1 \Rightarrow M_1 \leq A_1; & \frac{M_2}{A_2} &= a_2 \leq 1 \Rightarrow M_2 \leq A_2. \end{aligned}$$

Bundan ko'rinaridiki i -resursning limit samaradorligi o'rtacha samaradorligidan farq qilib, odatda

$$M_i \leq A_i, \quad (i=1,2)$$

tengsizlik barcha ishlab chiqarish funktsiyalari uchun bajariladi.

2-misol.

Kobb-Duglas funtsiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin:

$$y = x_1^{0,75} \cdot x_2^{0,25}.$$

Topshiriq:

Kobb–Duglas funktsiyasi uchun har bir resurs bo'yicha mehnat unumdorligini va resurslarni almashtirish limit normasini hisoblang.

Echish

Bu funktsiya uchun mehnatning limit unumdorligi

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 0,75x_1^{-0,25}x_2^{0,25},$$

kapitalning limit unumdorligi

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 0,25x_1^{0,75}x_2^{-0,75}$$

bo'ladi.

Resurslarni almashtirish limit normasi

$$\frac{\partial y / \partial x_1}{\partial y / \partial x_2} = (0,75x_1^{-0,25} \cdot x_2^{0,25}) / (0,25x_1^{0,75} \cdot x_2^{-0,75}) = 3x_1^{-1}x_2^{-1} = 3x_2 / x_1.$$

6.3.3-Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

$y=6x^{0,65}$ ishlab chiqarish funktsiyaning o'rtacha va limit samaradorligini toping, hamda ularni resurs $x = 10$ qiymatida taqqoslang.

2-masala.

$y=6x^{0,65}$ ishlab chiqrish funktsiyasi uchun ishlab chiqarishning xarajatlar o'zgarishiga nisbatan elastiklikligini hisoblang.

3-masala.

$y=5x_1^2+5x_1x_2$ funktsiyani birjinsligini tekshiring va proportsionallik darajasini toping.

4-masala.

$y=x_1^{1/3} \cdot x_2^{2/3}$ ishlab chiqarish funktsiyaning proportsionallik darajasini tekshiring.

5-masala.

$y=x_1^{0,75} + x_2^{0,25}$ ishlab chiqarish funktsiyasi hamda $w=11x_1+9x_2$ harajatlar funktsiyasi berilgan. (4;5) nuqtada o'rtacha va limit harajatlarni toping.

6.4.- Iqtisodiyot dinamikasi modellari

6.4.1 Uslubiy ko'rsatma

Iqtisodiyot dinamikasi modellarini tuzishda vaqt uzlusiz yoki diskret deb qaralishi mumkin. Vaqt uzlusiz holda olinganda modellashtirish uchun differentsial hisobi apparati va differentsial tenglamalar qo'llanadi. Vaqt diskret holda olinganda modellashtirish uchun chekli ayirmali tenglamalar apparati qo'llaniladi.

Diskret yondashuv asosida amalga oshiriladigan makroiqtisodiyot dinamikasi modelida diskret va uzlusiz dinamik modellashtirishning sodda apparatini namoyish etish, makroiqtisodiyot dinamikasining muhim kategoriya va muammolarini tasvirlash qulay.

Iqtisodiyot dinamikasini o'rganishda turli modellar qo'llaniladi, Jumladan, muvozanatning oddiy modeli -***O'rgimchak to'risimon model***. Bu model odatdagি talab va taklif egri chiziqlari bilan ifodalanuvchi bozordagi baho va mahsulotlarning miqdorlari turg'unligini vaqt bo'yicha kechikish mavjud bo'lгanda tadqiq qilish imkonini beradi.

Ishlab chiqaruvchi joriy davrda mahsulotga bo'ladigan taklifni o'tgan davrdagi mahsulot bahosiga asosan aniqlagan bo'lsin, ya'ni $Q^s(t) = S_t(p_{t-1})$ taklif funktsiyasida bir vaqt birligi davriga teng bo'lgan kechikkan davr qatnashadi. Haqiqatda, ishlab chiqarish hajmi haqidagi qaror joriy bahoni hisobga olgan holda qabul qilinadi va bozorda bu qarorga mos keluvchi taklif ishlab chiqarish tsikli tugagandan so'ng yuzaga keladi.

Talab egri chizig'i mahsulot hajmiga bo'lgan talabni aynan shu davrdagi tovar narxiga bog'liqligini tavsiflaydi, ya'ni $Q^D(t) = D_t(p_t)$. Shunday qilib baho dinamikasini quyidagi tenglamalar sistemasi orqali ifodalash mumkin:

$$\{Q_t^S = S_t(p_{t-1}), \quad Q_t^D = D_t(p_t), \quad Q_t^D = Q_t^S\}$$

yoki

$$D_t(p_t) = S_t(p_{t-1}).$$

Ushbu tenglamadan joriy davrdagi baho qiymati $-P_t$ ni avvalgi vaqt holatida ma'lum bo'lgan p_{t-1} ning qiymati bo'yicha aniqlash mumkin.

Hususiy hol sifatida talab va taklif funktsiyalari chiziqli bo'lgan o'rgimchaksimon modelni ko'rib chiqamiz.

$$D(p) = A - Bp_t, \quad S(p) = C + Ep_{t-1}, \quad D(p) = S(p)$$

Bunday tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$D(p_i) = S(p_i) \quad \text{yoki} \quad A - Bp_i = C + Ep_{i-1}$$

Avval muvozanat baho p^* va muvozanat ishlab chiqarish hajmi Q^* ni topamiz. Ular quyidagi tenglamalarni qanoatlantirishlari kerak:

$$Q^* = A - Bp^* = C + Ep^*,$$

bundan

$$p^* = (A - C)/(B + E) \quad \text{va} \quad Q^* = (AE - BC)/(B + E)$$

kelib chiqadi.

Boshlang'ich nuqta muvozanat nuqta bilan ustma-ust tushmagan holatda baho va ishlab chiqarish hajmi munosabatlarini ko'rib chiqaylik.

p_t ni p_{t-1} orqali ifodalab quyidagi olamiz.

$$P_t = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} P_{t-1}$$

Ushbu munosabatni ketma-ket qo'llab quyidagilarni topamiz:

$$p_1 = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \cdot p_0; \quad p_2 = \frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \cdot \left(\frac{A - C}{B} - \frac{E}{B} \right) p_0$$

Umumiy holda

$$p_t = \frac{A-C}{B} \cdot \left(1 - \frac{E}{B} + \left(\frac{E}{B} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{E}{B} \right)^{t-1} + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \right) \cdot p_0$$

Ixtiyoriy t vaqtida P_t uchun formula:

$$p_t = \frac{A-C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B} \right)^t \cdot p_0$$

Tahlil, $\frac{E}{B} < 1$, $\left(\frac{E}{B} \right)^t \rightarrow 0$ va $p_t \rightarrow \frac{A-C}{E+B} = p^*$ bo'lganda, ya'ni taklif chizig'i talab chizig'iga nisbatan ko'proq og'ishgan bo'lsa, muvozanat turg'un bo'ladi. Agar $\frac{E}{B} > 1$ bo'lsa, ya'ni talab chizig'i o'ta og'ishgan bo'lsa, u holda $\left(\frac{E}{B} \right)^t \rightarrow 0$ va jarayon muvozanat nuqtasidan uzoqlashadi (muvozanat turg'un bo'lmaydi). $\frac{E}{B} = 1$ bo'lganda, ya'ni $B=E$ holatda P_t qiymati muvozanat qiymati atrofida ketma-ket takrorlanadi.

6.4.2 Namunaviy misollar echish

1-misol.

Vaqt bo'yicha kechikish taklif funktsiyasida emas talab funktsiyasida qatnashgan bo'lsin:

$$D_t = A - Bp_{t-1}; S_t = C + Ep_t; D_t = S_t$$

Topshiriq:

1. Muvozanat nuqtaga intilish sharti qanday bo'ladi?
2. Ushbu jarayonni grafik ko'rinishda tasvirlang.

Echish

Vaqt bo'yicha kechikish taklif funktsiyasida emas talab funktsiyasida qatnashgan bo'lsa:

$$D_t = A - Bp_{t-1}; S_t = C + Ep_t; D_t = S_t$$

Bunday tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$D(p_t) = S(p_t) \quad \text{yoki} \quad A - Bp_{t-1} = C + Ep_t$$

p_t ni p_{t-1} orqali ifodalab quyidagi rekkurent munosabatini olamiz.

$$p_t = \frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} p_{t-1}$$

Ushbu munosabatni ketma-ket qo'llab quyidagilarni topamiz:

$$p_1 = \frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} \cdot p_0; p_2 = \frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} \cdot \left(\frac{A-C}{E} - \frac{B}{E} \right) p_0$$

Umumiy holda

$$p_t = \frac{A-C}{E} \cdot \left(1 - \frac{B}{E} + \left(\frac{B}{E} \right)^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left(\frac{B}{E} \right)^{t-1} + (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t \right) \cdot p_0$$

Bundan ixtiyoriy t vaqtida P_t uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$p_t = \frac{A-C}{E} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t}{1 + \frac{B}{E}} + (-1)^t \left(\frac{B}{E} \right)^t \cdot p_0$$

Endi yuqoridagi $\frac{E}{B}$ ga nisbatan qilingan mulohazani $\frac{B}{E}$ ga nisbatan amalgaloshiramiz

2-misol.

Talab va taklif funktsiyalari $D(t) = 4 - 4p(t)$, $S(t) = 8 - 4p(t-1)$ ko'rinishda bo'lsin.

Topshiriq:

$p(t)$ narx uchun formulani va boshlang'ich narx $r_0 = 4$ bo'lganda ixtiyoriy t uchun talab va taklif miqdorini toping.

Echish

Muvozanat nuqtada talab va taklifning tengligi shartidan foydalanib $4 - 4p(t) = 8 - 4p(t-1)$ tenglikni yozish mumkin. Bundan $p(t) = -1 - p(t-1)$ rekkurent tenglama kelib chiqadi. Muvozanat nuqtada

$$p^* = \frac{A - C}{B + E} = \frac{4 - 8}{4 + 4} = -0,5$$

$$\begin{aligned} p_t &= \frac{A - C}{B} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t}{1 + \frac{E}{B}} + (-1)^t \left(\frac{E}{B}\right)^t \cdot p_0 = \\ &= \frac{4 - 8}{4} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t}{1 + \frac{4}{4}} + (-1)^t \left(\frac{4}{4}\right)^t \cdot 4 = -0,5 + 4,0(-1)^t \end{aligned}$$

rekkurent formula xosil bo'ladi. Bundan ko'rindiki vaqt o'tishi bilan narxning tebranishi muvozanat qiymatdan 4,0 birlikka teng bo'lgan chastota bilan yuz beradi. Talab uchun formula quydagi ko'rinishda bo'ladi:

$$D(t) = 4 - 4p(t) = 4 - 4(-0,5 + 4,0(-1)^t) = 6 - 18(-1)^t.$$

Taklif uchun esa formula quydagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$S(t) = 8 - 4p(t-1) = 8 - 4(-0,5 + 4,0(-1)^{t-1}) = 6 + 18(-1)^{t-1}.$$

6.4.3. Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

$D = 40 - 2p$ talab funktsiyasi uchun $p = 4$ bo'lganda narx bo'yicha talab elastikligini toping.

2-masala.

Mahsulotga talab $D(p) = 100 - 3p$ formula bilan aniqlagan bo'lsin. Mahsulot narhi $p = 20$ pul birligi bo'lganda talab elastikligini toping.

3-masala.

Mahsulot tannarxi S va uni ishlab chiqarish hajmi Q orasidagi bog'lanish $C = 50 - 0,5Q$ formula orqali ifodalan bo'lsin.

Mahsulot ishlab chiqarish hajmi $Q = 30$ pul.birligi bo'lganda tannaraxning elastikligini topish talab etiladi.

4-masala.

Dunyo bozorida neftning p narx bo'yicha uzoq muddatli talab D va taklif S funktsiyalari mos ravishda quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsin

$$D = 30 - 0,9p, \quad S = 16 + 1,2p.$$

Muvozanat nuqtasida talab elastikligini toping. Bozorda neftga taklif 25%ga kamayganda muvozanat bahosi va talab elastikligi qanday o'zgaradi.

5-masala.

r narx bo'yicha D talab va S taklif funktsiyalari mos ravishda quyidagi tenglamalar bilan ifodalansin

$$D = 9 - p, \quad S = 1 + p.$$

Muvozanat narxda talab va taklif elastikligini, hamda narx 10%ga oshganda foyda o'zgarishini (foizlarda) toping.

6.5. Bozor munosabatlarini modellashtirishning

ikki sektorli modeli

6.5.1 Uslubiy ko'rsatma

Iqtisodiyotda ikki tarmoq o'z mahsulotlarini ichki va tashqi bozor uchun ishlab chiqarish jarayonida o'zaro tovar ayriboshlash orqali munosabatda bo'lsin. Ya'ni har bir tarmoq o'z mahsulotini ishlab chiqarish uchun ikkinchi tarmoqning mahsulotidan foydalanadi. Iqtisodiyotda yuz beradigan bunday holatlarda har bir tarmoq qancha hajmda mahsulot ishlab chiqarsa ham ichki, ham tashqi bozor talabini qondira oladi, degan masala qaraladi.

Iqtisodiyotda bunday masalalarni hal etish uchun quyidagi tenglamalar sistemasidan iborat *ikki tarmoqli ishlab chiqarish modeli* qo'llaniladi:

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases}$$

bu erda x_1, x_2 - mahsulotlarni ishlab chiqarish rejasi, a_{12}, a_{21}, b_1, b_2 -manfiy bo'limgan parametrlar. a_{12} - 1 so'mlik ikkinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun birinchi mahsulotning sarfi, a_{21} - 1 so'mlik birinchi mahsulotni ishlab chiqarish uchun ikkinchi mahsulotning sarfi, b_1, b_2 -birinchi va ikkinchi mahsulotlarning tashqi bozorga chiqariladigan qismi.

Tenglamalar sistemasi quyidagi echimga ega:

$$x_1 = \frac{b_1 + a_{12} \cdot b_2}{1 - a_{12} \cdot a_{21}}, \quad x_2 = \frac{b_2 + a_{21} \cdot b_1}{1 - a_{12} \cdot a_{21}}$$

Ushbu echim modelning parametrlari $a_{12} \cdot a_{21} \neq 1$, $a_{12} < 1$, $a_{21} < 1$ shartlarni qanoatlantirgan hollarda yagona bo'ladi.

6.5.2 Namunaviy misol echish

Misol.

Birinchi tarmoqda 1mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqrish uchun ikkinchi tarmoqning 0,3mlrd. so'mlik maxsuloti sarflansin, ikkinchi tarmoqda 1mlrd. so'mlik maxsulot ishlab chiqarish uchun esa birinchi tarmoqning 0,5mlrd so'mlik maxsuloti sarflansin. Shu bilan birga birinchi tarmoq 3mlrd. so'mlik mahsulot, ikkinchi tarmoq esa 5mlrd. so'mlik mahsulotni tashqi bozor uchun ishlab chiqarish rejalahtirilgan bo'lsin.

Topshiriq:

Rejani bajarish uchun har bir tarmoq qanchadan mahsulot ishlab chiqarishi kerakligin aniqlang.

Echish

Masalaning shartiga ko'ra $b_1=3\text{mlrd}$, $b_2=5\text{mlrd}$. va $a_{12}=0,5$; $a_{21}=0,3$; $a_{12} \cdot a_{21}=0,5 \cdot 0,3 \neq 1$. Berilgan ma'lumotlarni

$$\begin{cases} x_1 = a_{12}x_2 + b_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + b_2 \end{cases}$$

sistemaga qo'yib, quyidagi modeliga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases} x_1 = 0,5x_2 + 3 \\ x_2 = 0,3x_1 + 5 \end{cases}$$

Ushbu model parametrlari echimning yagonalik shartlarini qanoatlantiradi. Yagona echim quyidagidan iborat bo'ladi:

$$x_1 = \frac{3 + 0,5 \cdot 5}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,47 \text{mlrd.so'm},$$

$$x_2 = \frac{5 + 0,3 \cdot 3}{1 - 0,5 \cdot 0,3} = 6,94 \text{mlrd.so'm}.$$

Demak birinchi tarmoq korxonasi 6,47mlrd. so'mlik maxsulot ishlab chiqarib, 3mlrd so'mlik maxsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 3,47mlrd.so'mlik maxsulotni ichki istemolga sarflaydi. Ikkinci tarmoq korxonasi 6,94mlrd. so'mlik maxsulot ishlab chiqarib, 5mlrd. so'mlik maxsulotni tashqi bozorga chiqaradi, 1,94mlrd. so'mlik maxsulotni ichki istemol uchun sarflaydi.

6.5.3.Mustaqil ishlash uchun masalalar

1-masala.

O'zaro hamkorlikda mahsulot ishlab chiqaruvchi firmalardan biri jami 10mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib 5mlrd. so'mlik mahsulotini eksport qilgan. Ikkinci firma esa jami 20mlrd. so'mlik mahsulot ishlab chiqarib 8mlrd. so'mlik mahsulotini eksport qilgan.

Topshiriq:

Har bir firma rejalashtirgan hajmdagi mahsulotni ishlab chiqarish uchun har 1 mlrd. so'mlik mahsulot hajmiga ikkinchi firmaning necha so'mlik mahsulotini iste'mol qilganligini aniqlang.

2-masala.

1-masala shartida firmalar eksport hajmini ikki barobar oshiradigan bo'lsa, har bir firma ikkinchi firmaning necha so'mlik mahsulotini iste'mol qilishi kerak?

3-masala.

O'zaro hamkorlikda ikki ko'ptarmoqli fermer xo'jaliklari mos ravishda 15 va 16mln. dollarlik mahsulot ishlab chiqarib o'z ichki iste'molida foydalanish uchun har bir fermer xo'jaligi 2,5mln. dollarlikdan mahsulot qoldirganlar.

Bir mln.dollarlik mahsulot ishlab chiqarish uchun birinchi fermer xo'jaligi jami ishlab chiqargan mahsulotinig 2 foizi miqdorida ikkinchi fermer xo'jaligi mahsulotidan, ikkinchi fermer xo'jaligi esa ishlab chiqargan mahsulotining 3 foizi miqdorida birinchi fermer xo'jaligi mahsulotidan foydalangan.

Topshiriq

Har bir fermer xo'jaligi qancha miqdordagi mahsulotini eksport qilgan?

4-masala

Ikki gaz va elektr ta'minoti korxonalari hududdagi iste'molchilarning talablarini qondirish uchun gaz ta'minoti korxonasi 2mlrd so'mlik elektr energiyasini iste'mol qilib 12 mldr. so'mlik gazni aholiga etkazib bergan. Elektr energiya tarmog'i esa 1,5mlrd. so'mlik gaz yoqilgisini sarflab 20mlrd. so'mlik ishlab chiqargan elektr energiyasini 2mlrd. so'mlik qismini o'zi iste'mol qilgan.

Topshiriq

1. Gaz ta'minoti korxonasi ichki iste'moli uchun qancha miqdorda gaz sarflaganligini aniqlang.
2. Elektr energiyasi ta'minoti korxonasi o'z mahsulotini qancha miqdorini aholiga etkazib bergenligini aniqlang.

Adabiyotlar

1. Абдуллаев О.М., Ходиев Б.Ю., Ишназаров А.И. Эконометрика. Учебник. –Т.: "Fan va texnologiya". 2007. – 612 с.
2. Абдуллаев О.М., Жамалов М.С. Эконометрическое моделирование. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2010. – 612 с.
3. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики. Учебник. – М. ЮНИТИ, 2007. – 345 с.
4. Валентинов В.А. Эконометрика: Учебник. –М.: ИТК «Дашков и К°», 2009. – 367 с.
5. Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011.–1232 p.
6. Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 p.
7. Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 5th edition, 2009. – 922 p.
8. Кремер Н.Ш. Эконометрика: Учебник.–М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. –562c.

9. Nasritdinov G. Ekonometrika. O'quv qo'llanma. Toshkent: "IQTISOD-MOLIYA", 2008. 252 b.
10. Практикум по эконометрике. Учебное пособие/И.И. Елисеева и др. М.: "Финансы и статистика", 2003. -192.
11. Эконометрика: Учебник/ Под редакцией И.И.Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2003. – 344 с.
- 12 Shodiev T.Sh. va boshqalar. Ekonometrika. –T.: TDIU, 2007. – 270 b.
13. Habibullayev I. Iqtisodiy matematik usullar va modellar: o'quv qo'llanma / O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. -Toshkent: "Tafakkur-Bo'stoni", 2012. 112 b.

ILOVALAR

STATISTIK- MATEMATIK JADVALLAR

1. Muximlilik darajasi $\alpha = 0,05$ bo'lganda Fisher F-kriteriyasi qiymatlari jadvali

| $k_2 \backslash k_1$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 12 | 24 | ∞ |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1 | 161,45 | 199,50 | 215,72 | 224,57 | 230,17 | 233,97 | 238,89 | 243,91 | 249,04 | 254,32 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,37 | 19,41 | 19,45 | 19,50 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,84 | 8,74 | 8,64 | 8,53 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,04 | 5,91 | 5,77 | 5,63 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,82 | 4,68 | 4,53 | 4,36 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,15 | 4,00 | 3,84 | 3,67 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,73 | 3,57 | 3,41 | 3,23 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,44 | 3,28 | 3,12 | 2,93 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,23 | 3,07 | 2,90 | 2,71 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,07 | 2,91 | 2,74 | 2,54 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 2,95 | 2,79 | 2,61 | 2,40 |

| | | | | | | | | | | |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 12 | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,85 | 2,69 | 2,50 | 2,30 |
| 13 | 4,67 | 3,80 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,92 | 2,77 | 2,60 | 2,42 | 2,21 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,70 | 2,53 | 2,35 | 2,13 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,64 | 2,48 | 2,29 | 2,07 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,59 | 2,42 | 2,24 | 2,01 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,55 | 2,38 | 2,19 | 1,96 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,51 | 2,34 | 2,15 | 1,92 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,48 | 2,31 | 2,11 | 1,88 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,45 | 2,28 | 2,08 | 1,84 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,42 | 2,25 | 2,05 | 1,81 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,40 | 2,23 | 2,03 | 1,78 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,38 | 2,20 | 2,00 | 1,76 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,36 | 2,18 | 1,98 | 1,73 |
| 25 | 4,24 | 3,38 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,34 | 2,16 | 1,96 | 1,71 |
| 26 | 4,22 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,32 | 2,15 | 1,95 | 1,69 |
| 27 | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,30 | 2,13 | 1,93 | 1,67 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,44 | 2,29 | 2,12 | 1,91 | 1,65 |
| 29 | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,54 | 2,43 | 2,28 | 2,10 | 1,90 | 1,64 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,27 | 2,09 | 1,89 | 1,62 |
| 35 | 4,12 | 3,26 | 2,87 | 2,64 | 2,48 | 2,37 | 2,22 | 2,04 | 1,83 | 1,57 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,18 | 2,00 | 1,79 | 1,51 |
| 45 | 4,06 | 3,21 | 2,81 | 2,58 | 2,42 | 2,31 | 2,15 | 1,97 | 1,76 | 1,48 |

Davomi

| k₂ | k₁ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 12 | 24 | ∞ |
|----------------------|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,13 | 1,95 | 1,74 | 1,44 | |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,52 | 2,37 | 2,25 | 2,10 | 1,92 | 1,70 | 1,39 | |
| 70 | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,07 | 1,89 | 1,67 | 1,35 | |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,06 | 1,88 | 1,65 | 1,31 | |
| 90 | 3,95 | 3,10 | 2,71 | 2,47 | 2,32 | 2,20 | 2,04 | 1,86 | 1,64 | 1,28 | |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,30 | 2,19 | 2,03 | 1,85 | 1,63 | 1,26 | |
| 125 | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,44 | 2,29 | 2,17 | 2,01 | 1,83 | 1,60 | 1,21 | |
| 150 | 3,90 | 3,06 | 2,66 | 2,43 | 2,27 | 2,16 | 2,00 | 1,82 | 1,59 | 1,18 | |
| 200 | 3,89 | 3,04 | 2,65 | 2,42 | 2,26 | 2,14 | 1,98 | 1,80 | 1,57 | 1,14 | |
| 300 | 3,87 | 3,03 | 2,64 | 2,41 | 2,25 | 2,13 | 1,97 | 1,79 | 1,55 | 1,10 | |
| 400 | 3,86 | 3,02 | 2,63 | 2,40 | 2,24 | 2,12 | 1,96 | 1,78 | 1,54 | 1,07 | |
| 500 | 3,86 | 3,01 | 2,62 | 2,39 | 2,23 | 2,11 | 1,96 | 1,77 | 1,54 | 1,06 | |

| | | | | | | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1000 | 3,85 | 3,00 | 2,61 | 2,38 | 2,22 | 2,10 | 1,95 | 1,76 | 1,53 | 1,03 |
| ∞ | 3,84 | 2,99 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,09 | 1,94 | 1,75 | 1,52 | 1,00 |

2. $\alpha = 0,10, 0,05, 0,01$ (ikki tomonlama) bo'lganda St'yudent t-kriteriyasi qiymatlari

| Erkinlik darajasi soni d.f. | α | | | Erkinlik darajasi soni d.f. | α | | |
|-----------------------------------|----------|--------|--------|-----------------------------------|----------|--------|--------|
| | 0,10 | 0,05 | 0,01 | | 0,10 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | 6,3138 | 12,706 | 63,657 | 18 | 1,7341 | 2,1009 | 2,8784 |
| 2 | 2,9200 | 4,3027 | 9,9248 | 19 | 1,7291 | 2,0930 | 2,8609 |
| 3 | 2,3534 | 3,1825 | 5,8409 | 20 | 1,7247 | 2,0860 | 2,8453 |
| 4 | 2,1318 | 2,7764 | 4,6041 | 21 | 1,7207 | 2,0796 | 2,8314 |
| 5 | 2,0150 | 2,5706 | 4,0321 | 22 | 1,7171 | 2,0739 | 2,8188 |
| 6 | 1,9432 | 2,4469 | 3,7074 | 23 | 1,7139 | 2,0687 | 2,8073 |
| 7 | 1,8946 | 2,3646 | 3,4995 | 24 | 1,7109 | 2,0639 | 2,7969 |
| 8 | 1,8595 | 2,3060 | 3,3554 | 25 | 1,7081 | 2,0595 | 2,7874 |
| 9 | 1,8331 | 2,2622 | 3,2498 | 26 | 1,7056 | 2,0555 | 2,7787 |

| | | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|----------|--------|--------|--------|
| 10 | 1,8125 | 2,2281 | 3,1693 | 27 | 1,7033 | 2,0518 | 2,7707 |
| 11 | 1,7959 | 2,2010 | 3,1058 | 28 | 1,7011 | 2,0484 | 2,7633 |
| 12 | 1,7823 | 2,1788 | 3,0545 | 29 | 1,6991 | 2,0452 | 2,7564 |
| 13 | 1,7709 | 2,1604 | 3,0123 | 30 | 1,6973 | 2,0423 | 2,7500 |
| 14 | 1,7613 | 2,1448 | 2,9768 | 40 | 1,6839 | 2,0211 | 2,7045 |
| 15 | 1,7530 | 2,1315 | 2,9467 | 60 | 1,6707 | 2,0003 | 2,6603 |
| 16 | 1,7459 | 2,1199 | 2,9208 | 120 | 1,6577 | 1,9799 | 2,6174 |
| 17 | 1,7396 | 2,1098 | 2,8982 | ∞ | 1,6449 | 1,9600 | 2,5758 |

3. Muhimlilik darajasi $\alpha=0,05$ va $0,01$ uchun korrelyatsiya qiymati

| d.f. | $\alpha = 0,05$ | $\alpha = 0,01$ | d.f. | $\alpha = 0,05$ | $\alpha = 0,01$ |
|------|-----------------|-----------------|------|-----------------|-----------------|
| 1 | 0,996917 | 0,9998766 | 17 | 0,4555 | 0,5751 |
| 2 | 0,95000 | 0,99000 | 18 | 0,4438 | 0,5614 |
| 3 | 0,8783 | 0,95873 | 19 | 0,4329 | 0,5487 |
| 4 | 0,8114 | 0,91720 | 20 | 0,4227 | 0,5368 |
| 5 | 0,7545 | 0,8745 | 25 | 0,3809 | 0,4869 |
| 6 | 0,7067 | 0,8343 | 30 | 0,3494 | 0,4487 |
| 7 | 0,6664 | 0,7977 | 35 | 0,3246 | 0,4182 |
| 8 | 0,6319 | 0,7646 | 40 | 0,3044 | 0,3932 |
| 9 | 0,6021 | 0,7348 | 45 | 0,2875 | 0,3721 |
| 10 | 0,5760 | 0,7079 | 50 | 0,2732 | 0,3541 |
| 11 | 0,5529 | 0,6835 | 60 | 0,2500 | 0,3248 |
| 12 | 0,5324 | 0,6614 | 70 | 0,2319 | 0,3017 |

| | | | | | |
|----|--------|--------|-----|--------|--------|
| 13 | 0,5139 | 0,6411 | 80 | 0,2172 | 0,2830 |
| 14 | 0,4973 | 0,6226 | 90 | 0,2050 | 0,2673 |
| 15 | 0,4821 | 0,6055 | 100 | 0,1946 | 0,2540 |
| 16 | 0,4683 | 0,5897 | | | |

**4. Muhimlik darajasi 5% bo'lganda Darbin-Uotson statistikasida
d_L, d_U larning qiymatlari**

| n | k ¹ = 1 | | k ¹ = 2 | | k ¹ = 3 | | k ¹ = 4 | | k ¹ = 5 | |
|----|--------------------|----------------|--------------------|----------------|--------------------|----------------|--------------------|----------------|--------------------|----------------|
| | d _L | d _U |
| 6 | 0,61 | 1,40 | - | - | - | - | | | | |
| 7 | 0,70 | 1,36 | 0,47 | 1,90 | - | - | | | | |
| 8 | 0,76 | 1,33 | 0,56 | 1,78 | 0,37 | 2,29 | | | | |
| 9 | 0,82 | 1,32 | 0,63 | 1,70 | 0,46 | 2,13 | | | | |
| 10 | 0,88 | 1,32 | 0,70 | 1,64 | 0,53 | 2,02 | | | | |
| 11 | 0,93 | 1,32 | 0,66 | 1,60 | 0,60 | 1,93 | | | | |
| 12 | 0,97 | 1,33 | 0,81 | 1,58 | 0,66 | 1,86 | | | | |
| 13 | 1,01 | 1,34 | 0,86 | 1,56 | 0,72 | 1,82 | | | | |
| 14 | 1,05 | 1,35 | 0,91 | 1,55 | 0,77 | 1,78 | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 16 | 1,10 | 1,37 | 0,98 | 1,54 | 0,86 | 1,73 | 0,74 | 1,93 | 0,62 | 2,15 |
| 17 | 1,13 | 1,38 | 1,02 | 1,54 | 0,90 | 1,71 | 0,78 | 1,90 | 0,67 | 2,10 |
| 18 | 1,16 | 1,39 | 1,05 | 1,53 | 0,93 | 1,69 | 0,82 | 1,87 | 0,71 | 2,06 |
| 19 | 1,18 | 1,40 | 1,08 | 1,53 | 0,97 | 1,68 | 0,86 | 1,85 | 0,75 | 2,02 |
| 20 | 1,20 | 1,41 | 1,10 | 1,54 | 1,00 | 1,68 | 0,90 | 1,83 | 0,79 | 1,99 |
| 21 | 1,22 | 1,42 | 1,13 | 1,54 | 1,03 | 1,67 | 0,93 | 1,81 | 0,83 | 1,96 |
| 22 | 1,24 | 1,43 | 1,15 | 1,54 | 1,05 | 1,66 | 0,96 | 1,80 | 0,86 | 1,94 |
| 23 | 1,26 | 1,44 | 1,17 | 1,54 | 1,08 | 1,66 | 0,99 | 1,79 | 0,90 | 1,92 |
| 24 | 1,27 | 1,45 | 1,19 | 1,55 | 1,10 | 1,66 | 1,01 | 1,78 | 0,93 | 1,90 |
| 25 | 1,29 | 1,45 | 1,21 | 1,55 | 1,12 | 1,66 | 1,04 | 1,77 | 0,95 | 1,89 |
| 26 | 1,30 | 1,46 | 1,22 | 1,55 | 1,14 | 1,65 | 1,06 | 1,76 | 0,98 | 1,88 |
| 27 | 1,32 | 1,47 | 1,24 | 1,56 | 1,16 | 1,65 | 1,08 | 1,76 | 1,01 | 1,86 |
| 28 | 1,33 | 1,48 | 1,26 | 1,56 | 1,18 | 1,65 | 1,10 | 1,75 | 1,03 | 1,85 |
| 29 | 1,34 | 1,48 | 1,27 | 1,56 | 1,20 | 1,65 | 1,12 | 1,74 | 1,05 | 1,84 |
| 30 | 1,35 | 1,49 | 1,28 | 1,57 | 1,21 | 1,65 | 1,14 | 1,74 | 1,07 | 1,83 |