

МАНВЗУ. ВАҚТЛИ ҚАТОРЛАРНИНГ АДДИТИВ ВА МУЛЬТИПЛИКАТИВ МОДЕЛЛАРИ

1. Мультипликатив ва аддитив моделларнинг таркибий тузилиши.
2. Ўртача ва марказий сирғалувчилар усули. Экспоненциал силлиқлаш усули.
3. Аддитив ва мультипликатив моделларнинг тузиш босқичлари.

1. Мультипликатив ва аддитив моделларнинг таркибий тузилиши



2.-расм. Вақтли қаторларнинг таркибий тузилиши

Кўп ҳолатларда динамик қаторларнинг ҳақиқий даражасини тренд, циклик ва тасодифий компоненталарнинг йиғиндиси ёки кўпайтмаси шаклида тасаввур қилиш мумкин. Уччала компоненталарнинг йиғиндисидан тузилган модель динамик қаторнинг аддитив модели дейилади. Уччала компоненталарнинг кўпайтмасидан тузилган модель динамик қаторнинг мультипликатив модели дейилади.

Алоҳида динамик қаторларни эконометрик тадқиқ қилиш – юқорида олинган маълумотларни қаторнинг келажакдаги қийматларини башоратлаш учун ёки икки ва ундан кўп динамик қаторларнинг ўзаро боғланган моделларини тузишда қўллаш учун компоненталарнинг ҳар бирига микдорий ифодаларни (қийматларни) аниқлаш ва беришдан иборат.

Вақтли қаторлар икки элементдан таркиб топади: бири вақт моментлари ёки даврлар, иккинчиси - уларга тегишли кўрсаткичлар.

Вақт кўрсаткичидан боғланган ҳолда вақтли қаторлар моментли (маълум бир санага) ва интерваллига (маълум бир давр ичида) таснифланади (классификацияланади).

Шунингдек, вақтли қаторлар саналар ўртасидаги оралик ва кўрсаткичларни мазмуни бўйича фарқланади. Мазмуни бўйича вақтли қаторлар кўрсаткичлари хусусий ва агрегацияланган кўрсаткичларидан ташкил топади. Хусусий кўрсаткичлар ҳодиса ва жараёнларни ажратиб, бир томонлама характерлайди (масалан, суткада ўртача сув истеъмол қилиш ҳажми кўрсаткичининг динамикасини): агрегацияланган кўрсаткичлар хусусий кўрсаткичлардан ҳосила ҳисобланади ва ўрганилаётган ҳодиса ва жараённи комплекс характерлайди (масалан, иқтисодий конъюнктуранинг кўрсаткичларини динамикаси)

Вақтли қаторларни тузишда маълум қоидаларга риоя қилиш керак (талабларга), улар маълум бир шартларни бажармаслик оқибатида юзага келиши мумкин, бу эса қаторни солиштириб бўлмайдиган ҳолга олиб келиши мумкин.

Кўриниб турибдики, вақтли қаторнинг даражасини шакллантирувчи барча компонентлар учта группага бўлинади, асосий ташкил этувчи бўлиб тренд ҳисобланади. Ундан трендни ташкил этувчини ажратиб олинганидан кейин мавсумий ва тасодифий компоненталар қиймати қолади.

Агарда қаторнинг ташкил этувчиларининг барчаси аниқ топилган бўлса, унда тасодифий компонентанинг математик кутилиши нолга тенг бўлади ва унинг ўртача қиймат атрофида тебраниши доимийдир.

Вақтли қаторнинг асосий компонентаси бўлиб **тренд** ҳисобланади. Тренд – бу вақт бўйича қаторни барқарор тенденцияси бўлиб, озми-кўпми тасодифий тебранишлардан таъсирдан озоддир.

Мураккаб ижтимоий ҳодиса ва жараёнларнинг ўзгариш тенденциялари кўрсаткичларини фақат у ёки бу тенгламалар, тренд чизиқлари билан тахминий ифодалаш мумкин.

Вақтли қаторларда одатда уч кўринишдаги тенденция ажратилади. Ўрта даража тенденцияси одатда математик тенглама ёрдамида ифодаланган тўғри чизикнинг атрофида изланаётган ҳодисанинг ўзгараётган ҳақиқий даражасини ифодалайди:

$$Y(t) = f(t) + \varepsilon(t)$$

Бу функциянинг мазмуни шундаки, тренднинг қийматлари вақтнинг айрим моментларида динамик қаторнинг математик кутилиши бўлади.

Дисперсия тенденцияси қаторнинг эмпирик даражалари ва детерминаланган компонентаси ўртасидаги фарқни ўзгариш тенденциясини характерлайди

Автокорреляция тенденцияси динамик қаторнинг алоҳида даражалари ўртасидаги алоқаларни характерлайди

Изланаётган тренд тенгламасини танлашда **содалик принципига** амал қилиш керак, ва у бир нечта ҳилдаги чизиқлардан эмпирик маълумотларга энг яқинини (бир мунча соддасини) танлашдан иборат бўлади. Буни шу билан яна асослашадик, чизиқли тренднинг тенгламаси қанча мураккаб бўлса ва у қанча кўп параметрларни ўз ичига олса, уларнинг яқинлаш даражаси тенг бўлганида ҳам бу параметрларни ишончли баҳолаш шунча қийинлашиб боради.

Амалиётда кўпинча қуйидаги асосий кўринишдаги вақтли қаторлар трендларидан фойдаланилади.

Худди шунингдек тенденциялар типлари ва тренд тенгламалари ҳам бўлинади.

Эконометрик изланишларда танланган модел бўйича юқорида санаб ўтилган ҳар бир компонентани **миқдорий таҳлили** ўтказилади.

Трендни ажратиб олишдан аввал, унинг мавжудлиги тўғрисидаги **гипотезани** текшириш зарур. Амалда тренднинг мавжудлигини текшириш учун бир нечта мезонлар мавжуд, аммо асосий бўлиб схемада келтирилган иккита мезон ҳисобланади.

Тренднинг мавжудлигини текшириш учун мезонлар:

1) Бир қаторнинг икки қисмини ўртачаларини айирмаси усули. Ўртачаларни айирмасини мавжудлиги ҳақидаги гипотеза текширилади: Бунинг учун вақтли қатор икки тенг ёки деярли тенг қисмларга бўлинади. Гипотезанинг текшириш мезони сифатида Стъудент мезони қабул қилинади. Агарда $t \geq t_\alpha$, бўлса, бунда t -Стъудент мезонининг ҳисобланган қиймати; t_α - моҳиятлилиқ даражаси α - да

жадвалдаги қиймат, унда тренднинг мавжуд эмаслиги ҳақидаги гипотеза инкор этилади; агарда $t < t_{\alpha}$ бўлса у ҳолда (H_0) гипотеза қабул қилинади

2) Фостер – Стюарт усули. Ҳодисанинг тенденцияси ва вақтли қатор даражаларининг дисперсиясини трендини мавжудлиги аниқланади. Кўпинча бу усул вақтли қаторни чуқур (детал ном) таҳлил қилишда ва уни бўйича прогнозларни тузишда қўлланилади.

Чизиқли тренднинг энг соддаси бўлиб тўғри чизиқ ҳисобланади, ва у чизиқли тенглама тренди билан ифодаланади $\hat{y}_i = a_0 + a_1 \cdot t_i$,

бунда \hat{y}_i – i -номерли йил учун тренднинг текисланган (назарий) даражалари

t_i – вақтли қаторнинг даражалари тегишли бўлган моментлар ёки вақт даврлари номерлари;

a_i , - тренд параметрлари.

2. Ўртача ва марказий сирғалувчилар усули. Экспоненциал силлиқлаш усули

Ўртача сирғалувчи усул - бу қатор даражаларини бирин-кетин маълум тартибда суриш йўли билан ҳисобланган ўртача даражадир. Ўртача сирғалувчи усулда қатор кўрсаткичларидан доимо тенг сонда олиб, улардан оддий арифметик ўртача ҳисоблаш йўли билан аниқланади. Уларни тоқ ёки жуфт сонда олинadиган қатор кўрсаткичлари асосида ҳисоблаш мумкин.

Ўртача сирғалувчи усул ўртача қийматни аниқлаш вақтида тасодифий четланишларнинг ўсиш ҳолатига асосланади. Ўртача фактик қийматлар қаторлари динамикаси текисланаётган вақтда сирғанишнинг ўртача нукта даврини кўрсатадиган ўртача қийматлар билан алмашинади. Одатда ўртача сирғанувчи усулнинг икки модификациясидан, яъни оддий ва вазнли текислашдан фойдаланилади.

Оддий тенглаштириш ўрталикдаги p узунликдаги вақт учун оддий ўрта арифметик ҳисоблашдан тузилган янги қатор тузишга асосланади:

$$y_k = \frac{\sum_{t=k}^{p+k} y_t}{p} \quad (k = 1, 2, \dots, N - p + 1), \quad (15.1)$$

бу ерда, p – тенглаштириш даври узунлиги вақтли қаторлар характерига боғлиқ бўлади; k – ўртача қийматнинг тартиб номери.

Вазнли тенглаштириш турли нуктадаги қаторлар динамикаси учун вазнли ўртача қийматларни ўртачалаштиришдан иборат.

Биринчи $2p+1$ қаторлар динамикасини олиб кўрайлик (p одатда 1 ёки 2 га тенг). Тенденциялар функцияси сифатида қандайдир:

$$y_t = \sum_{i=0}^k a_i t^i \quad (15.2)$$

(15.2) тўла даражасини олайлик.

Унинг параметрлари

$$a_0 \sum_{-p+1}^{p+1} t^i + a_1 \sum_{-p+1}^{p+1} t^{i+1} + \dots + a_k \sum_{-p+1}^{p+1} t^{i+k} = \sum_{-p+1}^{p+1} y_t t^i \quad (15.3)$$

тенгламаси ёрдамида энг кичик квадратлар усули билан аниқланади.

Кўпхад (полином) ўртача даражаси $p+1$ нуқтасига жойлашган. a_0 га нисбатан тенгламани ечсак:

$$a_0 = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_{2p+1} y_{2p+1} \quad (15.4)$$

ҳосил қиламиз. Бу ердаги b_1 қиймати p ва k моҳиятига боғлиқ бўлади. Ҳосил бўлган тенглама (15.4) биринчилардан $2p+1$ қаторлар динамикаси қийматининг вазнли ўртача қиймат арифметикаси ҳисобланади.

Экспоненциал усули ҳозирги пайтда, динамик қаторларга асосланган усуллардан энг муҳим усул деб ҳисобланади. Динамик қаторларни прогнозлашда маълумотларни йилдан йилга ўзгартиришини эътиборга олиш зарур. Охириги йиллардаги ўзгариш тенденциясини аҳамиятини ошириб, динамик қаторни биринчи йиллардаги ўзгариш тенденциясини аҳамиятини камайтириш зарур.

Прогнозлаштиришнинг оддий моделларидан бири бўлган вақтли функциясини кўриб ўтамиз. Умумий ҳолда вақт бўйича олинган функциясини

$$y_t = f(t) \quad (15.5)$$

$$y_t = a_0 + a_1 t \quad (15.6)$$

кўринишида ифодалаш мумкин.

Айрим ҳолларда вақтли қатор параметрлари маълум бир ораликда ўзгариши мумкин.

Бу муаммони ечиш учун Браун томонидан яратилган экспоненциал усулидан фойдаланамиз. Бу усулни моҳияти шундан иборатки, вақт бўйича олинган қатор экспоненциал қонуниятига бўйсуниб прогноз қилинади.

Фараз қилайлик:

$$y = a_0 + a_1 t \quad (15.7)$$

кўринишидаги чизикли функция берилган бўлсин. Бу ердаги a_0 ва a_1 параметрларни топиш учун ўртача экспоненциал $S_{t1}(y)$ ва $S_{t2}(y)$ миқдорларни топамиз.

$$S_{t1}(y) = a_0 + \frac{1 - \alpha}{\alpha \times a_1} \quad (15.8)$$

$$S_{t2}(y) = a_0 + \frac{2(1 - \alpha)}{\alpha \times a_1} \quad (15.9)$$

Агар бу системани a_0 ва a_1 га нисбатан ечсак, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$a_0 = 2S_{t1}(y) - S_{t2}(y) \quad (15.10)$$

$$a_1 = \frac{1}{1 - \alpha} [S_{t1}(y) - S_{t2}(y)] \quad (15.11)$$

k даражадаги экспонента рекурент формуласи орқали топилади.

$$S_{tk}(y) = \alpha S_{tk-1}(y) + (1 - \alpha) S_{t-1k}(y) \quad (15.12)$$

Бу ерда $\alpha = 2 / m + 1$

m -кузатувлар сони.

Умуман олганда $0 < \alpha < 1$ бўлади.

Агар α параметр 1 га яқин бўлса, прогнозлаштириш учун кейинги ҳолатлар ҳисобга олинади. Агар $\alpha \rightarrow 0$ бўлса прогнозда илгари ҳолат назарда тутилади.

3. Аддитив ва мультипликатив моделларнинг тузиш босқичлари

Vaqtli qatorning additiv va multiplikativ modeli. Mavsumiy yoki tsiklik tebranishga ega bo'lgan vaqtli qatorlar strukturasi tahlil qilishga bir qancha yondoshuvlar mavjud.

Eng sodda yondoshuv – bu mavsumiy komponentalar qiymatini sirg'anchiq o'rtacha usuli bilan hisoblash va vaqtli qatorning additiv yoki multiplikativ modelini tuzishdan iborat.

Additiv model quyidagi umumiy ko'rinishga ega:

$$Y = T + S + E \quad (7.1)$$

Bu modelda davriy qatorning har bir darajasi trend(T), mavsumiy(S) va tasodifiy(E) komponentalar yig'indisidan tashkil topadi deb qaraladi.

Multiplikativ model quyidagi umumiy ko'rinishga ega:

$$Y = T \cdot S \cdot E \quad (7.2)$$

Bu model vaqtli qatorning har bir darajasi trend(T), masumiy(S) va tasodifiy(E) komponentalar ko'paytmasidan iborat deb qaraladi. Ikkala modeldan birini tanlash masumiy tebranishning strukturasi tahlil qilish asosida amalga oshiriladi. Agar tebranish amplitudasi taxminan o'zgarmas bo'lsa, turli tsikllar uchun masumiy komponentalar qiymatlari o'zgarmas bo'lgan vaqtli qatorning additiv modeli tuziladi. Agar masumiy tebranish amplitudasi o'sib yoki kamayib borsa, davriy qatorning darajasi masumiy komponentani qiymatiga bog'liq bo'lgan vaqtli qatorning multiplikativ modeli tuziladi.

Additiv va multiplikativ modellarni tuzish vaqtli qatorning har bir darajasi uchun T , S va E komponentalarning qiymatlarini hisoblashga olib keladi.

Modelni tuzish jarayoni bir necha bosqichdan iborat:

1. Berilgan qatorni sirg'anchiq o'rtacha usul bilan tekslash;
2. S – mavsumiy komponentaning qiymatini hisoblash;
3. Qator tenglamasidan mavsumiy komponentalarni chiqarib tashlash va additiv modelda $(T+E)$ yoki multiplikativ modelda $(T \cdot E)$ tekslangan qiymatlarni topish;
4. $(T+E)$ yoki $(T \cdot E)$ darajalarni analitik tekslash va hosil bo'lgan trend tenglamasini qo'llab T ning qiymatlarini hisoblash;
5. Hosil bo'lgan modelda $(T+E)$ yoki $(T \cdot E)$ ning qiymatlarini hisoblash;
6. Mutloq va/yoki nisbiy hatoliklarni hisoblash.

4 –misol. Vaqtli qatorning additiv modelini tuzish.

7.3-jadvalda keltirilgan tuman aholisining so'ngi to'rt yilda iste'mol qilgan elektrenergiyasi hajmi haqidagi ma'lumotlardan foydalanib additiv model tuzishni ko'rib chiqamiz.

2-misolda vaqtli qator davriyligi 4ga teng bo'lgan mavsumiy tebranishga ega ekanligini ko'rgan edik. Elektrenergiya iste'moli hajmi kuzgi-qishki davrda(I va IV choraklar) bahorgi-yozgi(II va III choraklar) davrga nisbatan yuqori. Qatorning grafigidan(7.2-rasm) tebranish amplitudasi taxminan bir hilda ekanini aniqlash mumkin. Bu holat qatorda additiv model borligidan dalolat beradi. Qatorning komponentalarini hisoblaymiz(7.4-jadval).

1-qadam. Sirg'anchiq o'rtacha usuli bilan qatorni tekshiramiz. Buning uchun:

a) qatorning har to'rt chorakdagi darajalari yig'indisini bir davrga surgan holda hisoblaymiz va shartli yillik elektrenergiya iste'moli hajmini topamiz(jadvalning uchunchi ustuniga bir chorak pastga yozamiz);

v) yig'indini 4ga bo'lib sirg'anchiq o'rtachani topamiz(jadvalda to'rtinchi ustun). Shuni ta'kidlash kerakki, hosil bo'lgan tekshirilgan qiymatlar mavsumiy komponentaga ega bo'lmaydi;

s) ketma-ket kelgan ikkita sirg'anchiq o'rtachalardan o'rtachasi(markazlashtirilgan o'rtacha)ni topib haqiqiy vaqtga mos keltiramiz(jadvalning beshinchi ustuni).

7.4-jadval

Additiv modelda mavsumiy komponentalarni baholash hisob-kitobi

Chorak raqami. t	Elektrenergiya iste'moli, y_t	To'rt chorak bo'yicha jami	To'rt chorak bo'yicha sirg'anchiq o'rtacha	Markazlash- tirilgan sirg'anchiq o'rtacha	Mavsumiy komponentani baholash
1	2	3	4	5	6
1	6,0	-	-	-	-
2	4,4	24,4	6,10	-	-
3	5,0	25,6	6,40	6,250	-1,250
4	9,0	26,0	6,50	6,450	2,550
5	7,2	27,0	6,75	6,625	0,575
6	4,8	28,0	7,00	6,875	-2,075
7	6,0	28,8	7,20	7,100	-1,100
8	10,0	29,6	7,40	7,300	2,700
9	8,0	30,0	7,50	7,450	0,550
10	5,6	31,0	7,75	7,625	-2,025
11	6,4	32,0	8,00	7,875	-1,475
12	11,0	33,0	8,25	8,125	2,875
13	9,0	33,6	8,40	8,325	0,675
14	6,6	33,4	8,35	8,375	-1,775
15	7,0	-	-	-	-
16	10,8	-	-	-	-

2-qadam. Qatorning haqiqiy darajalari bilan markazlashtirilgan o'rtacha orasidagi farqni hisoblab mavsumiy komponentalarni baholaymiz(jadvalda 6-ustun). Ulardan mavsumiy komponenta(S)larning qiymatlarini hisoblashda foydalanamiz.

Buning uchun yillar bo'yicha har bir chorak uchun o'rtacha mavsumiy baho(S_i) larni 7.5-jadvaldan olib 7.6-jadvalga joylashtiramiz.

Odatda mavsumiy komponentalari (additiv) modellarda choraklar bo'yicha mavsumiy komponentalarning yig'indisi nolga teng bo'lsin deb olinadi. Agarda bu shart bajarilmasa tuzatish koeffitsientini aniqlab mavsumiy komponentalarga tuzatishlar kiritiladi. Ushbu model uchun mavsumiy komponentalar o'rtacha baholarining yig'indisi quyidagiga teng(jadvalda 2-qator):

$$0,6 - 1,958 - 1,275 + 2,708 = 0,075.$$

Yig'indi nolga teng bo'lmaganligi sababli tuzatish koeffitsientini hisoblaymiz:

$$k = 0,075 / 4 = 0,01875.$$

7.5-jadval

Ko'rsatkichlar	Yil	Chorak raqami, i			
		I	II	III	IV
	1	-	-	-1,250	2,550
	2	0,575	-2,075	-1,100	2,700
	3	0,550	-2,025	-1,475	2,875
	4	0,675	-1,775	-	-
i -chorak bo'yicha jami (barcha yillar uchun)		1,800	-5,875	-3,825	8,125
i -chorak uchun mavsumiy komponentalarni o'rtacha bahosi(\bar{S}_i)		0,600	-1,958	-1,275	2,708
Tuzatilgan mavsumiy komponenta, S_i		0,581	-1,977	-1,294	2,690

Mavsumiy komponentalarning choraklar bo'yicha tuzatilgan qiymatlarini o'rtacha baho bilan tuzatish koeffitsienti(k) orasidagi farqni hisoblab topamiz, ya'ni

$$S_i = \bar{S}_i - k$$

formula yordamida topamiz, bu erda, $i=1, 2, 3, 4$.

Topilgan qiymatlarni jadvalga qo'yib, mavsumiy komponentalarning qiymatlari yig'indisi nolga teng bo'lish shartini tekshirib ko'ramiz:

$$0,581 - 1,977 - 1,294 + 2,690 = 0.$$

Shunday qilib, quyidagi mavsumiy komponentalar qiymatlarini olamiz:

I – chorak: $S_1 = 0,581$;

II – chorak: $S_2 = -1,979$;

III – chorak: $S_3 = -1,294$;

IV – chorak: $S_4 = 2,690$.

3-qadam. Berilgan vaqtli qatorning har bir darajasidan mavsumiy komponentalarning ta'sirini chiqarib tashlab, $T+E = Y - S$ qiymatlarini topamiz(8.10-jadvalning 4- ustuni). Ushbu qiymatlar har bir davr uchun hisoblanib, ular faqat tendentsiya va tasodifiv komponentalardan iborat bo'ladi.

Назорат учун саволлар

1. Вақтли қатор деб нимага айтилади?
2. Вақтли қаторлар вариацион қаторлардан қандай хусусиятлари ва аломатлари билан фарқ қиладилар?
3. Вақтли қаторларни қандай усуллар билан текислаш мумкин?
4. Ўртача сирғалувчан усул нима ва қачон қўлланади?
5. Вақтли қаторларда корреляцион-регрессион таҳлил усулларини қўллаш шарт-шароитларини тушунтириб беринг?
6. Таклиф ва бошқа бозор иқтисодиёт қонунлари намоён бўлишини ўрганишда регрессион таҳлил усулларидан фойдаланиш тартибини мисолларда тушунтириб беринг.
7. Бозор нархига нисбатан таклиф эластиклигини аниқлаш мақсадида регрессион таҳлил усулидан фойдаланиш тартибини аниқ бир мисолда тушунтириб беринг.
8. Аддитив ва мультипликатив моделларнинг формуласига изоҳ беринг.

