МАВЗУ. ВАҚТЛИ ҚАТОРЛАР ТЎҒРИСИДА АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАР

1. Вақтли қаторлар тўғрисида умумий тушунчалар.
2. Вақтли қаторлар таҳлилида ҳисобланадиган кўрсаткичлар.
3. Вақтли қаторларни текислаш усуллари

Таянч иборалар: вақтли қатор, динамик қатор, аддитив модел, мультипликатив модел, вақтли қаторлар характеристикалари, текислаш усуллари

1.Вақтли қаторлар тўғрисида умумий тушунчалар

Математик статистиканинг асосий масалаларидан бири – ўрганилаётган ҳодисаларнинг маконда ўзгариш ва ривожланиш жараёнини тадқиқ қилишда вақтли қаторларни тузиш ва таҳлил қилиш йўли билан ҳал этилади.

Иқтисодий ҳодисаларнинг маконда ўзгаришини ифодалаётган сонлар кетма-кетлигини кузатиш вақтли қатор деб аталади.

Вақтли қаторлар кўрсаткичнинг барқарор ўзгаришларига ва хусусий тасодифлар ўзгаришига эга бўлади. Вақтли қаторлардаги хусусий тасодифларни бартараф этиш ва барқарор ўзгаришларни аниқлаш учун улар у ёки бу усуллар билан таққосланади. Таққосланган қаторларни ҳақиқий қаторлар билан таққослаш, айрим корхоналарни, тармоқ ва миллий иқтисодиётни ривожлантиришнинг баъзи муҳим хусусиятларини аниқлаш имконини беради. Таққосланган ва ҳақиқий қиймат кўрсаткичларининг фарқи, таққосланган қаторлар жойлашган ва келажак ривожланиш кўрсаткичлари қаторлари жойлашиши мумкин бўлган чегараларни аниқлаш имконини беради.

Кўпгина иқтисодий тадқиқотларда, айниқса вақтли қаторларни таҳлил қилиш жараёнида ниҳоятда чегараланиб танлаш бўйича аниқликларни қайта ишлашга тўғри келади. Шундай шароитда тажрибалар гуруҳини таърифлаш учун қилинган ҳар қандай уриниш, мутлоқ расмий ва субъектив бўлади. Шунинг учун кўпчилик ҳолларда ҳодисанинг қандайдир бир томонини эҳтимол таърифлаш имкониятини аниқлаш қийин. Иқтисодий вақтли қатор фарқ қилувчи хусусиятларини қуйидагича кўрсатиш мумкин:

а) берилган шароитда кузатилаётган жараённи қайта кузатиш мумкин эмас;

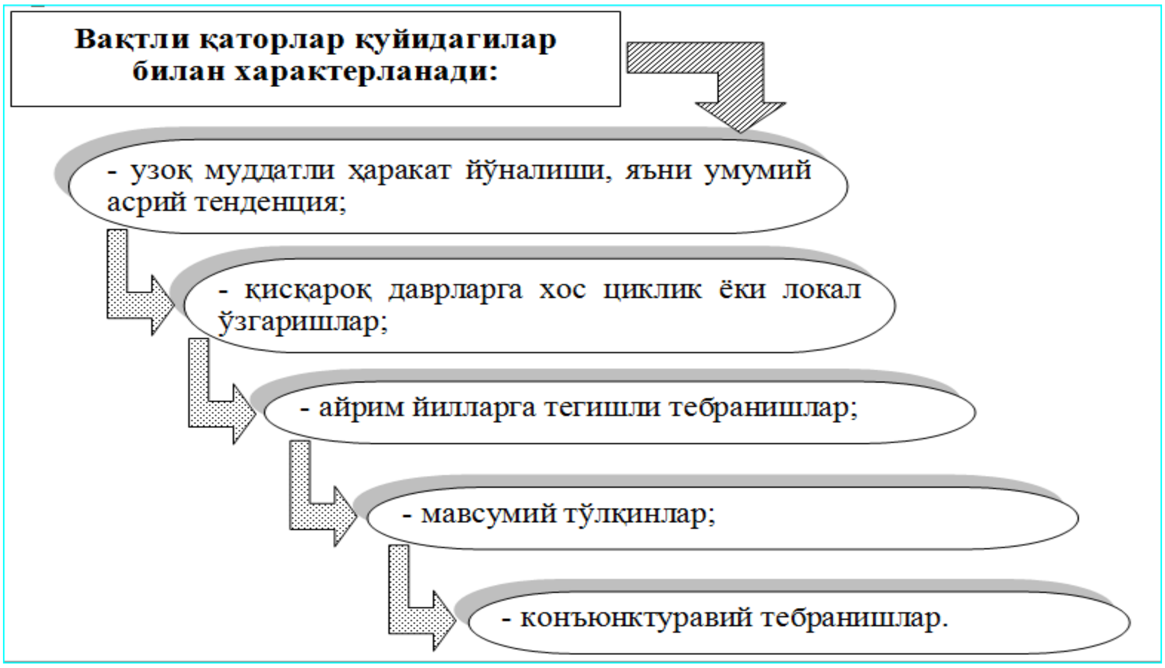
б) одатда кузатилаётган қаторлар, кузатилаётган танлама ҳажмига кўра жуда чегараланган бўлади.

Шунинг натижаси ўлароқ ўрганилаётган ҳодисаларга эҳтимоллар назарияси билан ёндашишда ҳодисалар моделини статистик экспериментларда хаёлан тасаввур этиш, шунингдек, баъзи бир эҳтимолликни чеклаб қўйиш лозим. Хақиқатдан ҳам статистик хулосалар баҳолашни танлашга ёки кўриб чиқилаётган умумий модел доирасида олдиндан ўрганилган назарий мезон хусусиятига асосланган бўлади.

Келажакнинг вақтли қаторлари ишончлилик даражасига кўра ҳисобли (яқин 20-30 йил учун ишончли), умумий тасаввурларга кўра тахминий (100 йилгача) ва хаёлийга (100 йилдан кўп) бўлинади.

Ижтимоий-иқтисодий ҳодисаларнинг вақт давомида ўзгариши динамика деб, шу жараённи таърифловчи кўрсаткичлар қатори эса ***вақтли қаторлари*** деб юритилади.

Ҳодисаларнинг вақт давомида ўзгаришини таърифловчи статистик кўрсаткичлар қатори ***вақтли қатор*** деб юритилади.



1.-расм. Вақтли қаторларни характеристикалари

2. Вақтли қаторлар таҳлилида ҳисобланадиган кўрсаткичлар

Вақтли қаторлар таҳлилида ҳисобланадиган кўрсаткичлар:

1. Мутлақ қўшимча ўсиш ёки камайиш- ҳар қайси кейинги давр даражасидан бошланғич ёки ўзидан олдинги давр даражасини айириш йўли билан аниқланади.

$$\Delta_{i/i-1} = Y_i - Y_{i-1}, \ldots,\ \Delta_{i/i_0} = Y_i - Y_0$$

2. Ўсиш ёки камайиш коэффициенти ёки суръати ($K_{ў.к.}$) - ҳар қайси кейинги давр даражаси бошланғич ёки ўзидан олдинги давр даражасига нисбатан қанча мартаба катта ёки кичик эканлигини ёки қанча фоиз ташкил этишини кўрсатади.

$$K_{i/i-1} = Y_i / Y_{i-1};\ \ T_{i/i-1} = Y_i \cdot 100 / Y_{i-1};\ K_{i/i_0} = Y_i / Y_0;\ T_{i/i_0} = Y_i \cdot 100 / Y_0$$

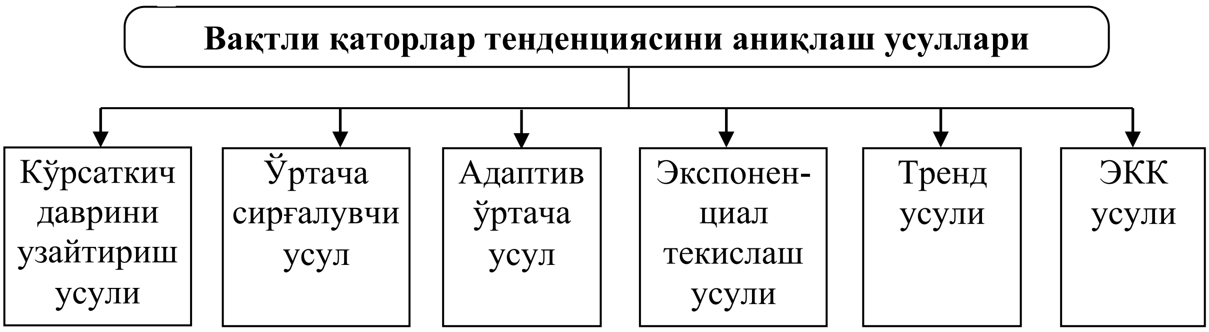
3. Қўшимча ўсиш (камайиш) суръати (Δ) ҳам икки усулда аниқланиши мумкин. Биринчи усулда ҳар бир кейинги давр даражасидан бошланғич давр даражаси айирилиб, 100 га кўпайтирилади ва бошланғич давр даражасига бўлинади.

$$\Delta_{i/i_0} = \frac{\sum (Y_i - Y_0) \cdot 100}{Y_0}$$

4. 1% қўшимча ўсиш (камайиш)нинг мутлақ қиймати – мутлақ қўшимча ўсиш қиймати занжирсимон қўшимча ўсиш суръатига бўлинади.

$$\Delta_{i/i-1} : \Delta_{T_{i/i-1}}$$

3. Вақтли қаторларни текислаш усуллари



3.-расм. Вақтли қаторларни текислаш усуллари

Иқтисодий қаторлар динамикаси тенденциясини аниқлаш вақтида кўпчилик ҳолларда турли даражадаги полиномлар:

$$\hat{y}(t) = \left[a_0 + \sum_{i=1}^{k} a_i t^i \right]^u \quad \begin{matrix} (i = -1, 0, 1, \ldots, k) \\ (u = -1,\ 1) \end{matrix}$$

ва экспоненционал функциялар қўлланилади:

$$\hat{y}(t) = \left[e^{a_0 + \sum_{i=1}^{k} a_i t^i} \right]^u \quad \begin{matrix} (i = -1, 0, 1, \ldots, k) \\ (u = -1,\ 1) \end{matrix} \qquad (14.1)$$

Шуни қайд этиб ўтиш лозимки, функция шакли тенглаштирилаётган қаторлар динамикаси характерига мувофиқ, шунингдек, мантиқий асосланган бўлиши лозим.

Полиномнинг энг юқори даражаларидан фойдаланиш кўпчилик ҳолларда ўртача квадрат хатоларининг камайишига олиб келади. Лекин бундай вақтларда тенглаштириш бажарилмай қолади.

Тенглаштириш параметрлари бевосита энг кичик квадратлар усули ёрдамида баҳоланади. Экспоненсионал функция параметрларини баҳолаш учун эса бошланғич қаторлар қийматини логарифмлаш лозим.

Нормал тенгламалар системаси қуйидагича бўлади:

а) k тартибли полином учун:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 + \ldots + a_k \sum t^k = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + \ldots + a_k \sum t^{k+1} = \sum yt \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0 \sum t^k + a_1 \sum t^{k+1} + a_2 \sum t^{k+2} + \ldots + a_k \sum t^{2k} = \sum yt^k \end{cases} \qquad (14.2)$$

б)экспоненционал функция учун:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 + \ldots + a_k \sum t^k = \sum \ln y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + \ldots + a_k \sum t^{k+1} = \sum t \ln y \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0 \sum t^k + a_1 \sum t^{k+1} + a_2 \sum t^{k+2} + \ldots + a_k \sum t^{2k} = \sum t^k \ln y \end{cases} \qquad (14.3)$$

Агар тенденция кўрсаткичли функцияга эга бўлса, яъни

$$y_t = a_0 a_1^t$$

бўлса, ушбу функцияни логарифмлаб, параметрларини энг кичик квадратлар усули ёрдамида аниқлаш мумкин. Ушбу функция учун нормал тенгламалар системаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\begin{cases} n \ln a_0 + \ln a_1 \sum t = \sum \ln y \\ \ln a_0 \sum t + \ln a_1 \sum t^2 = \sum t \ln y \end{cases} \qquad (14.4)$$

Кўпинча бошланғич маълумотлар асосида қаторлар динамикасининг ривожлантириш тенденциясини тавсия этиш учун энг қулай функция қайси бири эканлигини ҳал қилиш масаласи мураккаб бўлади. Бундай ҳолларда функция шаклларини аниқлашнинг қуйидаги икки хил усулидан фойдаланиш мумкин: ўрта квадратик хатолар минимуми усули билан функция танлаш; дисперсион таҳлил усулини қўллаш орқали функция танлаш.

Мантиқий таҳлил ҳамда тадқиқот туфайли қўлга киритилган шахсий тажриба асосида қатор турли хил функциялар танлаб олинади ва уларнинг параметрлари баҳоланади. Шундан сўнг ҳар бир функция учун қуйидаги формула асосида ўрта квадратик хатолар аниқланади:

$$S = \sqrt{\frac{\sum\left(y_t - \hat{y}_t\right)^2}{n-k-1}}, \quad (14.5)$$

бу ерда: y_t – қаторлар динамикасининг қиймати;

$\hat{y}_i$ – қаторлар динамикаси қийматларини тенглаштириш;

k –функция параметрлари сони.

Мазкур усул фақат тенглама параметрларининг тенг сонида натижалар беради.

Иккинчи усул дисперсияларни таққослашдан иборат. Ўрганилаётган қаторлар динамикаси умумий вариациясини икки қисмга, яъни тенденциялар туфайли содир бўладиган вариациялар ва тасодифий вариациялар ёки $V = V_1 + V_2$ бўлиши мумкин.

Умумий вариация қуйидаги формула бўйича аниқланади:

$$V = \sum_{t=1}^{n}\left(y_t - \bar{y}\right)^2, \quad (14.6)$$

бу ерда, $\bar{y}$ - қаторлар динамикасининг ўртача даражаси.

Тасодифий вариациялар қуйидаги формула орқали аниқланади:

$$V_2 = \sum_{t=1}^{n}\left(y_t - \hat{y}_t\right)^2. \quad (14.7)$$

Умумий ва тасодифий вариацияларнинг фарқи тенденциялар вариацияси ҳисобланади:

$$V_1 = V - V_2. \quad (14.8)$$

Тегишли дисперсияларни аниқлашда даража эркинлиги қуйидагича бўлади:

1. Тенденциялар туфайли дисперсиялар учун даража эркинлиги сони текислаш тенгламаси параметрлари сонидан битта кам бўлади.

2. Каторлар динамикаси даражаси сони билан текислаш тенгламаси параметрлари сони ўртасидаги фарқ тасодифий тенденсиялар учун даража эркинлиги сонига тенг бўлади.

3. Умумий дисперсиялар учун даража эркинлиги сони қаторлар динамикаси даражаси сонидан битта кам бўлади. Чизиқли функция учун дисперсиялар қуйидагича ҳисобланади:

$$S^2 = \frac{V}{n-1}, \quad (14.9)$$

$$S_1^2 = V_1, \quad (14.10)$$

$$S_2^2 = \frac{V_2}{n-2}. \quad (14.11)$$

Дисперсиялар аниқлангандан сўнг F - мезоннинг эмпирик қиймати ҳисобланади:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}. \quad (14.12)$$

Олинган қийматни эркинлик ва эҳтимоллик даражасига мувофиқ аниқланган жадвал қиймати билан таққосланади.

Агар $F > F_\alpha$ кўринишидаги тенгсизлик бажарилса, у ҳолда таҳлил қилинаётган тенглама ифодаланаётган тенденция учун тўғри келади. Бундай ҳолларда таҳлил қилишни мантиқий тушунчаларга мос келадиган оддий тенгламалардан бошлаб, аста-секин керакли даража аниқлангунча қадар мураккаброқ даражаларга ўтиб бориш лозим.

Тренд аниқлангандан кейин бошланғич қаторлар динамикасига тегишли даражада трендниг қиймати олинади. Таҳлил бундан кейин тренддан четга чиқиши мумкин.

$$z(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (14.13)$$

$z(t)$ четга чиқиши σ^2 арифметик дисперсияли ўртача нолга тенг бўлади.

Тенглама параметрларини аниқлаш зарур:

$$\hat{y}(t) = a_0 + a_1 t\ , \qquad (14.14)$$

$$\hat{y}'(t) = a_0' + a_1' t\ . \qquad (10.15)$$

Нормал тенгламалар системаси тўғри чизиқли тенгламалар учун қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty \end{cases} \qquad (14.16)$$

Динамика тенденциясини аниқлашнинг энг содда усули **қатор даражалари даврини узайтириш усулидир**. Бу усулда кетма-кет жойлашган қатор даражалари тенг сонда олиб қўшилади, натижада узунроқ даврларга тегишли даражалардан тузилган янги ихчамлашган қатор ҳосил бўлади.

Тестлар

1. Нормал тенгламалар тизими келтирилган бандни кўрсатинг:

a) $\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum \sqrt{t} = \sum y \cdot t \end{cases}$

b) $\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum y \end{cases}$

c) $\begin{cases} a_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum y \cdot t \end{cases}$

d) *$\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum y \cdot t \end{cases}$

2. Вақтли қаторларни текислашда қайси усуллардан фойдаланилади:

*a) *Энг кичик квадратлар усули*
b) Ўртача сирғ‘алувчилар усули
c) Экспонециал текислаш усули
d) Юқоридаги барча усуллар

3. Вақтли қаторларни аддитив модели:

a) *$y_t = T_t + S_t + V_t + \varepsilon_t$

b) $y_t = T_t \cdot S_t \cdot V_t \cdot \varepsilon_t$

c) $y_t = T_t \cdot S_t \cdot V_t + \varepsilon_t$

d) Xamma javoblar to’g’ri

4. Регрессия моделида гомоскедастикликнинг шарти:

a) *$M\left(\varepsilon_i^2\right) = M\left(\varepsilon_j^2\right)$

b) $M(\varepsilon_i) \cdot \varepsilon j \neq 0$

c) $M\left(\varepsilon_i^2\right) \neq M\left(\varepsilon_j^2\right)$

d) $M\left(\varepsilon_i\right) \cdot \varepsilon_j = 0$

5. Регрессия моделида гетероскедастикликнинг шарти:

a) $*M(\varepsilon_i^{\ 2}) \neq M\left(\varepsilon_j^{\ 2}\right)$
b) $M(\varepsilon_i) \cdot \varepsilon j \neq 0$
c) $M(\varepsilon_i^{\ 2}) = M\left(\varepsilon_j^2\right)$
d) $M(\varepsilon_i) \cdot \varepsilon j = 0$

6. Гетероскедастикликнинг моҳияти қуйидагидан иборат:
*a) *Тасодифий четланишларнинг дисперсияларнинг ўзгариши*
b) Тасодифий четланишларнинг дисперсияларнинг ўзгармаслиги
c) Тасодифий четланишларнинг ўзаробоғликлиги
d) Тасодифий четланишлар барча кузатувлар учун бир хил
7. Гомоскедастиклик учун қайси шарт бажарилади:
a) $*D(\varepsilon_i) = D(\varepsilon_j)$
b) $M(\varepsilon_i) = 0$
c) $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$
d) $\text{cov}(\varepsilon_i, x_i) = 0$