

SAÜ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ  
METALURJİ VE MALZEME MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ  
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1. Diferensiye $\ell$  denklemelerin  $\underline{\text{çözüm}}$   $\underline{\text{tanımdan}}$   $\underline{\text{hareketle}}$   $y = (x^3 + c)e^{-3x}$  fonksiyonunun  $y' + 3y = 3x^2e^{-3x}$  denkleminin çözümü olduğunu gösteriniz.
2.  $(2x + 3y)dx + (y - x)dy = 0$  denkleminin çözümünü bulunuz.
3.  $y' = p$  olmak üzere  $y = xp + (1 + p^2)$  denkleminin  $\underline{\text{çözümleri}}$  bulunuz.
4.  $y''' + 9y'' + 9y' = x^2e^{-3x}$  denklemi veriliyor. Bu denkleme ilişkin homojen kısma ait  $y_h$  çözümünü elde ediniz. Daha sonra ise  $y_p$  özel çözümünün  $\underline{\text{belirsiz katsayılar metodu}}$  ile nasıl seçilmesi gerektiğini nedenleri ile belirtiniz. (Katsayıları bulmaya çalışmayıınız.)

SÜRE: 70 DAKİKADIR.

BAŞARILAR DİLERİZ

# Metallurji

1)  $y = (x^3 + c)e^{-3x}$  fonksiyonunu ve  
 $y' = 3x^2 e^{-3x} - 3e^{-3x}(x^3 + c)$  türevini veren  
 denkleme de yerine yazalım.

$3x^2 e^{-3x} - 3e^{-3x}(x^3 + c) + 3(x^3 + c)e^{-3x} = 3x^2 e^{-3x}$  old. dan  
 $y = (x^3 + c)e^{-3x}$  fonksiyonu  $y' + 3y = 3x^2 e^{-3x}$  denkleminin  
 çözümüdür.

2)  $(2x+3y) dx + (y-x) dy = 0$  Homojen  $y = vx$   
 $dy = v dx + x dv$

$$(v^2 + 2v + 2) dx + x(v-1) dv = 0$$

$$\frac{dx}{x} + \frac{v-1}{v^2 + 2v + 2} dv = 0$$

$$\ln x + \frac{1}{2} \ln(v^2 + 2v + 2) - 2v \operatorname{arctan}(v+1) = C_1$$

$$v = \frac{y}{x} \quad \text{ile}$$

$$\boxed{\ln x + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{y^2}{x^2} + 2\frac{y}{x} + 2\right) - 2v \operatorname{arctan}\left(\frac{y}{x} + 1\right) = 0}$$

$$3) y = xp + (1+p^2) \quad (\text{Clairaut})$$

$x^2 e$  wäre fürer aldim

$$p = p + x \frac{dp}{dx} + 2p \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} (x+2p) = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow \boxed{y = cx + 1 + c^2} \quad \begin{array}{l} \text{General} \\ \text{Götüm} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x+2p=0 \\ y=xp+1+p^2 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} p = -\frac{x}{2} \\ y = x\left(-\frac{x}{2}\right) + 1 + \left(-\frac{x}{2}\right)^2 \end{array}$$

$$y = -\frac{x^2}{2} + 1 + \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4}$$

$$\boxed{y = 1 - \frac{x^2}{4}} \quad \begin{array}{l} \text{Ay kür} \\ \text{Götüm} \end{array}$$

$$4) y''' + gy'' + gy' = x^2 e^{-3x}$$

$$y''' + gy'' + gy' = 0 \quad r^3 + gr^2 + gr = 0$$

$$r(r^2 + gr + g) = 0 \quad r_1 = 0 \quad r_2 = r_3 = -3$$

$$\{1, e^{-3x}, x e^{-3x}\}$$

$$y_h = c_1 + c_2 e^{-3x} + c_3 x e^{-3x}$$

$$y_p = x^2 (Ax^2 + Bx + C) e^{-3x}$$

↓

$$r_2 = r_3 = -3$$