

Tarih: 01/08/2023
Süre: 75 dakika.

ADI SOYADI:
ÖĞRENCİ NO:

MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ (ÇEVRE-GIDA-İNŞAAT)
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İşlem yapılmadan verilen cevaplar dikkate alınmayacağından, başarılar dilerim.

1. $y = c_1x^2 + c_2e^{-x}$ eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferansiyel denklemi türev yardımıyla elde ediniz. Elde ettiğiniz denklemin mertebe, derece ve lineerlik durumlarını nedenleriyle ifade ediniz. (Denklemi en sade şekliyle yazınız.)
2. $x^3y' = y(3y - x^2)$ denkleminin genel çözümünü bulunuz.
3. $9yp^2 + 4 = 0$ denkleminin genel çözümünü bulunuz. ($p = y'$)
4. Karakteristik denkleminin kökleri $0, 0, 0, -3 \mp 4i, -3 \mp 4i, -2, -2, \sqrt{2}, \mp 3i$ olan sabit katsayılı lineer homojen denklemin temel çözümler kümesi ile genel çözümünü yazınız.

$$1) \quad y = c_1 x^2 + c_2 e^{-x} \quad (1)$$

$$y' = 2c_1 x - c_2 e^{-x} \quad (2)$$

$$y'' = 2c_1 + c_2 e^{-x} \quad (3)$$

c_1 , (3) de yerine yazılırsa

$$\frac{(2)+(3)}{c_1 = \frac{y'+y''}{2(x+1)}} \quad (4)$$

$$\left[c_2 e^{-x} = \frac{x y'' - y'}{x+1} \right] \quad (5)$$

(4) ve (5), (1) de yerlerine yazılırsa

$$y = \frac{y'+y''}{2(x+1)} x^2 + \frac{x y'' - y'}{x+1} \Rightarrow (x^2 + 2x)y'' + (x^2 - 2)y' - 2(x+1)y = 0$$

elde edilir.

2.mrt, 1.drc, lineer

$$2) \quad x^3 y' = 3y^2 - x^2 y \Rightarrow y' + \frac{1}{x} y = \frac{3}{x^3} y^2 \quad (\text{Bernoulli})$$

$$y^{-2} y' + \frac{1}{x} y^{-1} = \frac{3}{x^3}$$

$$y^{-1} = z \Rightarrow -y^{-2} y' = z'$$

$$z' - \frac{1}{x} z = -\frac{3}{x^3} \quad (\text{lineer})$$

$$-z' + \frac{1}{x} z = \frac{3}{x^3} \Rightarrow$$

$$z' - \frac{1}{x} z = -\frac{3}{x^4}$$

$$\lambda = e^{\int -\frac{1}{x} dx} = e^{-\ln x} = \frac{1}{x} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{x} z \right)' = -\frac{3}{x^4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} z = \frac{1}{x^3} + C \Rightarrow z = Cx + x^{-2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{y} = Cx + x^{-2}}$$

$$3) \quad gyp^2 + 4 = 0 \quad y = -\frac{4}{gp^2} \quad y = f(x, p)$$

x' e göre türk alalım

$$p = \frac{8}{9p^3} \frac{dp}{dx} \Rightarrow dx = \frac{8}{9p^4} dp$$

$$\Rightarrow x + C = -\frac{8}{27p^3}$$

$$\left. \begin{array}{l} gyp^2 + 4 = 0 \\ x + C = -\frac{8}{27p^3} \end{array} \right\} \quad \boxed{y^3 + (x + C)^2 = 0} \quad \text{Genel çözüm}$$

$$4) \quad T.C.U = \left\{ 1, x, x^2, e^{-3x} \cos 4x, e^{-3x} \sin 4x, x e^{-3x} \cos 4x, x e^{-3x} \sin 4x, e^{-2x}, x e^{-2x}, e^{ix}, \cos 3x, \sin 3x \right\}$$

$$y(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + e^{-3x} \cos 4x (C_4 + C_5 x) + \\ + e^{-3x} \sin 4x (C_6 + C_7 x) + e^{-2x} (C_8 + C_9 x) + C_{10} e^{ix} + C_{11} \cos 3x \\ + C_{12} \sin 3x$$