

**Tarih:** 01/08/2023

**Süre:** 75 dakika.

**ADI SOYADI:**

**ÖĞRENCİ NO:**

**MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ (ÇEVRE-GIDA-İNŞAAT)  
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI**

İşlem yapılmadan verilen cevaplar dikkate alınmayacaktır. Başarılar Dilerim.

1.  $y = c_1 x^2 + c_2 e^{-x}$  eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferensiyel denklemi türev yardımıyla elde ediniz. Elde ettiğiniz denklemin mertebe, derece ve lineerlik durumlarını nedenleriyle ifade ediniz. (Denklemi en sade şekliyle yazınız.)
2.  $x^3 y' = y(3y - x^2)$  denkleminin genel çözümünü bulunuz.
3.  $9yp^2 + 4 = 0$  denkleminin genel çözümünü bulunuz. ( $p = y'$ )
4. Karakteristik denkleminin kökleri  $0, 0, 0, -3 \mp 4i, -3 \mp 4i, -2, -2, \sqrt{2}, \mp 3i$  olan sabit katsayılı lineer homojen denklemin temel çözümler kümesi ile genel çözümünü yazınız.

$$1) y = c_1 x^2 + c_2 e^{-x} \quad (1)$$

$$y' = 2c_1 x - c_2 e^{-x} \quad (2)$$

$$y'' = 2c_1 + c_2 e^{-x} \quad (3)$$

(2) + (3) den

$$c_1 = \frac{y' + y''}{2(x+1)} \quad (4)$$

$$c_2 e^{-x} = \frac{xy'' - y'}{x+1} \quad (5)$$

$c_1, (3)$  de yerine yazılırsa

(4) ve (5), (1) de yerlerine yazılırsa

$$y = \frac{y' + y''}{2(x+1)} x^2 + \frac{xy'' - y'}{x+1} \Rightarrow (x^2 + 2x)y'' + (x^2 - 2)y' - 2(x+1)y = 0$$

elde edilir.

2. mrt, 1. drc. lineer

$$2) x^3 y' = 3y^2 - x^2 y \Rightarrow y' + \frac{1}{x} y = \frac{3}{x^3} y^2 \quad (\text{Bernoulli})$$

$$y^{-2} y' + \frac{1}{x} y^{-1} = \frac{3}{x^3}$$

$$-z' + \frac{1}{x} z = \frac{3}{x^3} \Rightarrow$$

$$y^{-1} = z \Rightarrow -y^{-2} y' = z'$$

$$z' - \frac{1}{x} z = -\frac{3}{x^3} \quad (\text{lineer})$$

$$\lambda = e^{\int -\frac{1}{x} dx} = e^{-\ln x} = \frac{1}{x} \Rightarrow \left( \frac{1}{x} z \right)' = -\frac{3}{x^4}$$

$$z = cx + x^{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} z = \frac{1}{x^3} + c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{y} = cx + x^{-2}}$$

$$3) \quad 9yp^2 + 4 = 0 \quad y = -\frac{4}{9p^2} \quad y = f(x, p)$$

$x'$  e göre türev alalım

$$p = \frac{8}{9p^3} \frac{dp}{dx} \Rightarrow dx = \frac{8}{9p^4} dp$$

$$\Rightarrow x + C = -\frac{8}{27p^3}$$

$$\left. \begin{array}{l} 9yp^2 + 4 = 0 \\ x + C = -\frac{8}{27p^3} \end{array} \right\} \boxed{y^3 + (x+C)^2 = 0} \quad \text{Genel Çözüm}$$

$$4) \quad \text{T. G. K} = \left\{ 1, x, x^2, e^{-3x} \cos 4x, e^{-3x} \sin 4x, x e^{-3x} \cos 4x, x e^{-3x} \sin 4x, \right. \\ \left. e^{-2x}, x e^{-2x}, e^{\sqrt{x}}, \cos 3x, \sin 3x \right\}$$

$$y(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + e^{-3x} \cos 4x (C_4 + C_5 x) + \\ + e^{-3x} \sin 4x (C_6 + C_7 x) + e^{-2x} (C_8 + C_9 x) + C_{10} e^{\sqrt{x}} + C_{11} \cos 3x \\ + C_{12} \sin 3x$$