

28/03/2017

SAÜ BİLGİSAYAR VE BİLİŞİM BİLİMLERİ FAKÜLTESİ  
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ  
DİFERANSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

**İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.**

1.  $y = c_1x + c_2e^x$  eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferansiyel denklemi bulunuz ve bulduğunuz denklemi mertebe, derece ve lineerlik yönünden nedenleriyle birlikte inceleyiniz.
2.  $x^2y' + xy + \sqrt{y} = 0$  Bernoulli denkleminin genel çözümünü bulunuz.
3.  $2p^2(y - xp) = 1$  denkleminin genel ve varsa tekil çözümlerini elde ediniz.
4.  $y^{(4)} + 2y''' + 2y'' = 3x^2 + x + 2e^{-x} \cos x$  denklemi veriliyor. Bu denkleme ilişkin homojen kısma ait  $y_h$  çözümünü elde ediniz. Daha sonra ise  $y_p$  özel çözümünün belirsiz katsayılar metodu ile nasıl seçilmesi gerektiğini nedenleri ile belirtiniz. (Katsayıları bulmaya çalışmayınız.)

SÜRE: 80 DAKİKADIR

BAŞARILAR DİLERİZ.

$$1) \quad y = c_1 x + c_2 e^x$$

(5)

$$\begin{aligned} y' &= c_1 + c_2 e^x \\ y'' &= c_2 e^x \end{aligned} \Rightarrow y' = c_1 + y'' \Rightarrow \begin{cases} c_1 = y' - y'' \\ c_2 = e^{-x} y'' \end{cases}$$

(5)

$$y = x(y' - y'') + y'' \Rightarrow y = xy' - xy'' + y''$$

$$(1-x)y'' + xy' - y = 0$$

(5)

2. m.r.t.  
1. drc.  
lineer

(10)

$$2) \quad x^2 y' + xy + \sqrt{y} = 0 \quad y' + \frac{1}{x} y = -\frac{1}{x^2} y^{1/2} \quad (\text{Bernoulli})$$

$$y^{1/2} = z \quad \text{ik}$$

$$\int \frac{1}{2x} dx$$

$$z' + \frac{1}{2x} z = -\frac{1}{2x^2}$$

(lineer) (5)

denkleme  
dönüşüm

$$\lambda = e^{\int \frac{1}{2x} dx} = \sqrt{x} \quad (5)$$

$$\sqrt{x} z = -\frac{1}{2} \int x^{-\frac{3}{2}} dx + C = -\frac{1}{2} \left( \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \right) + C$$

$$z = \frac{1}{x} + \frac{C}{\sqrt{x}} \quad (10)$$

$$\boxed{\sqrt{y} = \frac{C}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}} \quad (5)$$

(1)

$$3) \quad 2p^2(y-xp)=1 \quad y = xp + \frac{1}{2p^2} \text{ (Clairaut)}$$

$x$  e göre türk alalım

$$P = p + x \frac{dp}{dx} - \frac{1}{p^3} \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} \left( x - \frac{1}{p^3} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow P = C \Rightarrow \boxed{2C^2(y-Cx) = 1} \quad \text{Genel Çözüm}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = xp + \frac{1}{2p^2} \\ x - \frac{1}{p^3} = 0 \end{array} \right\} \quad \boxed{y = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}} \quad \begin{array}{l} \text{Aylırı} \\ \text{Çözüm} \end{array}$$

$$4) \quad \overset{(4)}{y} + \overset{(4)}{2y}''' + \overset{(1)}{2y}'' = 3x^2 + x + 2e^{-x} \cos x$$

$$r^4 + 2r^3 + 2r^2 = 0 \quad r^2(r^2 + 2r + 2) = 0$$

$$(5)$$

$$\begin{aligned} r_1 &= r_2 = 0 \\ r_{3,4} &= -1 \mp i \end{aligned} \quad (5)$$

$$y_h = c_1 + c_2x + e^{-x}(c_3 \cos x + c_4 \sin x)$$

$$y_p = x^2(Ax^2 + Bx + C) + x e^{-x}(D \cos x + E \sin x)$$

$$\downarrow \quad r = -1 \mp i$$

$$r_1 = r_2 = 0$$

(2)