

SAÜ BİLGİSAYAR VE BİLİŞİM BİLİMLERİ FAKÜLTESİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
DİFERENSİYEL DENKLEMLER DERSİ ARASINAVI

İŞLEM YAPILMADAN VERİLEN CEVAPLAR DİKKATE ALINMAYACAKTIR.

1. $y = c_1x + c_2e^x$ eğri ailesini çözüm kabul eden en düşük basamaktan diferensiyel denklemi bulunuz ve bulduğunuz denklemi mertebe, derece ve lineerlik yönünden nedenleriyle birlikte inceleyiniz.
2. $x^2y' + xy + \sqrt{y} = 0$ Bernoulli denkleminin genel çözümünü bulunuz.
3. $2p^2(y - xp) = 1$ denkleminin genel ve varsa tekil çözümlerini elde ediniz.
4. $y^{(4)} + 2y''' + 2y'' = 3x^2 + x + 2e^{-x} \cos x$ denklemini veriliyor. Bu denkleme ilişkin homojen kısma ait y_h çözümünü elde ediniz. Daha sonra ise y_p özel çözümünün belirsiz katsayılar metodu ile nasıl seçilmesi gerektiğini nedenleri ile belirtiniz. (Katsayıları bulmaya çalışmayınız.)

SÜRE: 80 DAKİKADIR

BAŞARILAR DİLERİZ.

$$1) y = c_1 x + c_2 e^x$$

$$\textcircled{5} \quad y' = c_1 + c_2 e^x \Rightarrow y' = c_1 + y'' \Rightarrow \begin{cases} c_1 = y' - y'' \\ c_2 = e^{-x} y'' \end{cases} \textcircled{5}$$

$$y'' = c_2 e^x$$

$$y = x(y' - y'') + y'' \Rightarrow y = xy' - xy'' + y''$$

$$(1-x)y'' + xy' - y = 0 \quad \textcircled{5}$$

2. mrt.
1. drc.
linear } \textcircled{10}

$$2) x^2 y' + xy + \sqrt{y} = 0$$

$$y^{1/2} = z \quad \text{ik}$$

$$\int \frac{1}{2x} dx$$

$$\lambda = e^{\int \frac{1}{2x} dx} = \sqrt{x} \quad \textcircled{5}$$

$$y' + \frac{1}{x} y = -\frac{1}{x^2} y^{1/2} \quad (\text{Bernoulli})$$

$$z' + \frac{1}{2x} z = -\frac{1}{2x^2}$$

(linear) \textcircled{5}
der kleine
denominator

$$\sqrt{x} z = -\frac{1}{2} \int x^{-\frac{3}{2}} dx + C = -\frac{1}{2} \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C$$

$$z = \frac{1}{x} + \frac{C}{\sqrt{x}} \quad \textcircled{10}$$

$$\boxed{\sqrt{y} = \frac{C}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}} \quad \textcircled{5}$$

$$3) \quad 2p^2(y - xp) = 1$$

$$y = xp + \frac{1}{2p^2} \quad (\text{Clairaut})$$

x e göre türev alalım

$$p = p + x \frac{dp}{dx} - \frac{1}{p^3} \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} \left(x - \frac{1}{p^3} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow p = c \Rightarrow \boxed{2c^2(y - cx) = 1} \quad \text{Genel Çözüm}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = xp + \frac{1}{2p^2} \\ x - \frac{1}{p^3} = 0 \end{array} \right\} \boxed{y = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}}} \quad \text{Aykırı Çözüm}$$

$$4) \quad y^{(4)} + 2y''' + 2y'' = 3x^2 + x + 2e^{-x} \cos x$$

$$r^4 + 2r^3 + 2r^2 = 0$$

$$r^2(r^2 + 2r + 2) = 0$$

$$r_1 = r_2 = 0 \quad (5)$$

$$r_{3,4} = -1 \pm i$$

$$y_h = c_1 + c_2 x + e^{-x} (c_3 \cos x + c_4 \sin x) \quad (5)$$

$$y_p = x^2 (Ax^2 + Bx + C) + x e^{-x} (D \cos x + E \sin x) \quad (5)$$

\downarrow $r_1 = r_2 = 0$ \downarrow $r = -1 \pm i$