Random and Stochastic Processes (İkinci Öğretim) Final Exam

İstanbul University Computer Engineering Dept. - Spring 2014

June 6th, 2014

LÜTFEN OKUYUN: Bu smavın süresi 80 dakikadır. Lütfen soruları İNGİLİZCE kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir. Sınavda 1 adet hesap makinasi, TEK YÜZÜNE notlarınızı el yazınızla yazdığınız fotokopi/printout olmayan, ÜZERİNDE SORU ÇÖZÜMLERİ OLMAYAN 1 adet A4 sayfası ve içinde dersle ilgili yazı çizik olmayan 1 adet sözlük kullanabilirsiniz. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar ve elektronik sözlük yasaktır. Materyalin paylaşılması yasaktır. Hesap makinasi ve silgi paylaşmak kopya sayılacaktır! Bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır. Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun. Soru kağıtlarını çıkarken LÜTFEN KAĞIDINIZLA BİRLİKTE İADE EDİNİZ. Bu sınavda toplam 100 puanlık soru vardır. SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR! YOU MUST HAVE AT LEAST 4 DECIMAL POINT RESOLUTION FOR YOUR ANSWERS! YOU MUST EXPLAIN CALCULATION STEPS, ASSUMPTIONS ETC. PLEASE DRAW A SQUARE OR A CIRCLE AROUND YOUR FINAL ANSWER(S). Good Luck. (Mustafa Dağtekin)

- Q1: (20 p) A piece of stick has a length of 1 meters. A point is randomly chosen on this stick and the stick is split into two at this point. What is the probability that the ratio of the length of the short piece to the length of the long piece is less than 0.2277.
- **Q2:** For a **CONTINUOUS** random variable, X, the cumulative distribution function, F(x), is given below. Answer the following questions.

$$F(x) = \begin{cases} e^{2\alpha x} & \text{for } -\infty < x < 0 \\ 1 & \text{for } x \ge 0 \end{cases}$$

- (a) (15 p) Assuming P(X > -1) = 0.39369, find the value of α .
- (b) (15 p) Find and sketch the probability density function of X.
- (c) Find the expected value (7 p) and variance (8 p) of X.
- (d) (15 p) A function of X is given as: $h(X) = X^2 2X + 3$. Calculate expected value of X.

(**Reminder**: You may need to use integration by parts. $\int u dv = uv - \int v du$)

Q3: (20 p) Show that if X is a Poisson Random Variable, then the Probability Mass Function of X has the following property:

$$f(x-1)f(x+1) < f^2(x)$$