

Random and Stochastic Processes (İkinci Öğretim) Midterm Exam

İstanbul University Computer Engineering Dept. - Spring 2015

April 7th, 2015

LÜTFEN OKUYUN: Bu sınavın süresi **65** dakikadır. Lütfen soruları İNGİLİZCE kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir.** Sınavda 1 adet hesap makinası kullanabilirsiniz. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar, sözlük, elektronik sözlük, bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır. Materyalin paylaşılması yasaktır. **Hesap makinası ve bilgi paylaşmak kopya sayılacaktır!** Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun. Soru kağıtlarınızı çıkarken **KAĞIDINIZLA BİRLİKTE GERİ VERİNİZ.** Bu sınavda toplam **100** puanlık soru vardır. Sınavda kopya çekenler, kopya verenler ve bunlara teşebbüs edenler sınavdan "0" alacaktır ve dekanlığa şikayet edileceklerdir! **CEVAP KAĞIDININ İLK SAYFASINA DERS ADI, TARİH, İSİM ve NUMARA YAZIP İMZA ATINIZ. AYRICA ALDIĞINIZ HER EK YAPRAĞA SAYFA NUMARASI YAZIP SADECE İSİM YAZIP İMZA ATINIZ. LÜTFEN KAĞITLARIN UÇLARINI KATLAMAYINIZ.** Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

Some useful equations ($\beta \in \mathbb{R}^+$, $\beta < 1$) ($a \in \mathbb{R}^-$)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \beta^n = \frac{\beta}{1-\beta} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n\beta^n = \frac{\beta}{(1-\beta)^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2\beta^n = \frac{\beta(\beta+1)}{(1-\beta)^3} \quad \sum_{n=1}^k \beta^n = \frac{\beta - \beta^{k+1}}{1-\beta}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{ax} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{ax} = 0 \quad \int x e^{ax} dx = \frac{ax-1}{a^2} e^{ax} \quad \int x^2 e^{ax} dx = \frac{a^2 x^2 - 2ax + 2}{a^3} e^{ax}$$

Q1: For a **CONTINUOUS** random variable, X , the *probability density function*, $f(x)$, is given below.

$$f(x) = \begin{cases} k e^{-10x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x \leq 0 \end{cases}$$

Answer the following questions. You must briefly elaborate your solutions to receive credit.

- (a) (10 p) Find the value of k .
- (b) (15 p) Find the *cumulative distribution function* of X .
- (c) (15 p) Find the expected value and variance of X .
- (d) (10 p) A function of X is given as: $h(X) = 2X^2 + 2X + 1$. Calculate expected value of $h(X)$.

Q2: For a **DISCRETE** random variable, X , the *probability mass function*, $P(X = x) = f(x)$, is given below. Answer the following questions. You must briefly elaborate your solutions to receive credit.

$$P(X = x) = f(x) = \begin{cases} 3^{cx} & , \quad x < 0 \\ 0 & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

- (a) (10 p) Find the value of c .
- (b) (15 p) Find the *cumulative distribution function* of X .
- (c) (15 p) Find the expected value and variance of X .
- (d) (10 p) A function of X is given as: $h(X) = 3X^2 + 5X + 6$. Calculate expected value of $h(X)$.