

# Olasılık Teorisi ve İstatistik - Örgün Yılıçi Sınavı

İstanbul Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümü - Güz 2016

4.Kasım.2016

**LÜTFEN OKUYUN:** Bu sınavın süresi 75 dakikadır. Lütfen soruları TÜRKÇE kısa ve anlaşılır olarak cevaplayınız. **Anlaşılmayan, muğlak ifadeler kullanmak**, kötü yazı yazmak notunuza negatif olarak etki edecektir. Sınavda 1 adet hesap makinesi ve her iki yüzüne notlarınızı el yazınızla yazdığınız fotokopi/printout olmayan, üstüne isminiz ve numaranız yazılı 1 adet A4 sayfası kullanabilirsiniz. A4 kağıdı olmayanların durumu gözetmene bildirmesi gerekmektedir. Bunların dışında her türlü defter, kitap, notlar, sözlük ve elektronik sözlük yasaktır. Materyalin paylaşılması yasaktır. **Hesap makinesi ve silgi paylaşmak kopya sayılacaktır!** Bilgisayar, PDA, cep telefonu türünden elektronik cihazlar kullanmak yasaktır. Soruları çözmeye başlamadan lütfen okuyun. Soru kağıtlarını ve A4 formül kağıtlarınızı çıkarken kağıdınızla beraber teslim ediniz. Bu sınavda toplam 100 puanlık soru vardır. **SINAVDA KOPYA ÇEKENLER, KOPYA VERENLER VE BUNLARA TEŞEBBÜS EDENLER SINAVDAN "0" ALACAKTIR VE DEKANLIĞA ŞİKAYET EDİLECEKLERDİR!** Başarılar. (Mustafa Dağtekin)

Kullanışlı Formüller ( $\beta \in \mathbb{R}^+$ ,  $\beta < 1$ )

$$\sum_{n=k}^{\infty} \beta^n = \frac{\beta^k}{1-\beta} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n\beta^n = \frac{\beta}{(1-\beta)^2} \quad \sum_{n=0}^{M-1} \beta^n = \frac{1-\beta^M}{1-\beta} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \beta^n = \frac{\beta(\beta+1)}{(1-\beta)^3}$$

**S1:** Bir AYRIK RASGELE DEĞİŞKEN,  $\mathbf{X}$ 'in "*Olasılık Kütle Fonksiyonu*" aşağıdaki gibidir. Verilen soruları cevaplayınız. Hesaplarınızda en az 4 ondalık basamak hassasiyet olmalıdır.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ \alpha 4^{-x} & , \quad x \geq 0 \end{cases} \quad | \quad x \in \mathbb{Z}$$

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- (a) (10 p)  $\alpha = 0.75$  olması gerektiğini gösteriniz.
- (b) (15 p)  $\mathbf{X}$ 'in "*Birikimli Dağılım Fonksiyonu*"nu bulunuz.
- (c) (15 p)  $\mathbf{X}$ 'in "*Beklenen Değer*"ini hesaplayınız.
- (d) (15 p)  $\mathbf{X}$ 'in "*Varyans*"ını ve "*Standart Sapma*"sını hesaplayınız.
- (e) (10 p)  $\mathbf{X}$ 'in bir fonksiyonu,  $h(X) = X^2 + 3X - 1$  verilmişse,  $E[h(X)]$ 'i hesaplayınız.

**S2:** Bir fabrikada bir malzeme eski bir makina ile yeni bir makinadan biri kullanılarak üretiliyor. Eski makina ile üretilen malzemelerin bozuk olma ihtimali  $\alpha$ , yeni makina ile üretilen malzemelerin bozuk olma ihtimali  $\beta$ 'dir. Bir malzemenin eski makina ile üretilme ihtimali  $p$ , yeni makina ile üretilme ihtimali  $(1-p)$ 'dir. Aşağıdaki soruları cevaplayınız. Hesaplarınızda en az 4 ondalık basamak hassasiyet olmalıdır.

- (a) (20 p)  $\alpha = 0.2224p$  ve  $\beta = 0.0467p$  ise bozuk bir malzemenin yeni makina tarafından imal edilmiş olma ihtimalinin  $0.4855$  olması için  $p$  yaklaşık olarak ne olmalıdır?
- (b) (15 p)  $p = 0.2532$  ve  $\alpha = 5\beta$  ise, bozuk olmayan bir malzemenin eski makina tarafından imal edilmiş olma ihtimalini bulunuz.