DEVRELER ve SİSTEMLER

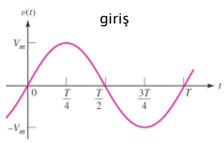
BIMU2058 - CSBM2092

Yrd. Doç. Dr. Fatih KELEŞ

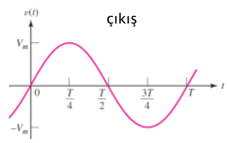
İÇERİK

Direnç Devrelerinde Yanıt

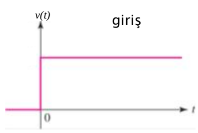
giriş



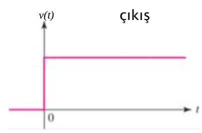
çıkış



giriş

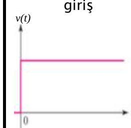


çıkış

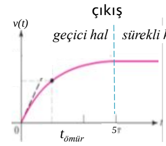


Dinamik Devrelerde Yanıt

giriş

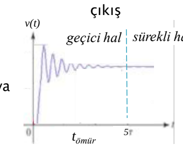


çıkış



veya

çıkış

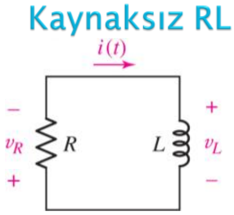


- y(t) = geçici hal + sürekli hal (kararlı hal)
- y(t) = transient + steady-state (continous)
- y(t) = homojenin çöz.+ özel çözüm
- **y(t) = $y_{öz}$+ y_z** = $y_{doğal}$ + $y_{zorlanmış}$
- **y(t) = y_n + y_f** = $y_{natural}$ + y_{forced}
- **y(t) = doğal çözüm + zorlanmış çözüm = tam çözüm**

$x(0^-)\neq 0$, e(t)=0 $\quad$ $x(0^-)=0$, e(t)$\neq$0

*$x(0^-)$: ilk koşullar, e(t): bağımsız kaynaklar

Kaynaksız RL Devresi



t=0'da I_0yani *başlangıç koşulu i(0)=I_0* biliniyorsa **doğal çözüm** bulunabilir.

KVL uygulanırsa:

$$Ri + v_L = Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

Değişkenlere ayırma ve belirli integral kullanılırsa;

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt \qquad \int_{I_0}^{i(t)} \frac{di'}{i'} = \int_0^t -\frac{R}{L}dt'$$

$$\ln i'\Big|_{I_0}^{i} = -\frac{R}{L}t'\Big|_0^t \qquad \ln i - \ln I_0 = -\frac{R}{L}(t-0)$$

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

Genel durum: $i(t)=Ae^{-t/\tau}$

"İlk koşullu RL devresi"
"Doğal Çözüm"

Kaynaksız RL Devresi

t=0'da I_0yani *başlangıç koşulu i(0)=I_0* biliniyorsa **doğal çözüm** bulunabilir.

KVL uygulanırsa:

$$Ri + v_L = Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

Değişkenlere ayırma ve belirsiz integral kullanılırsa;

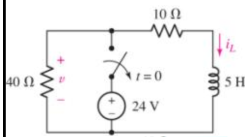
$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt \qquad \int \frac{di}{i} = -\int \frac{R}{L}dt + K$$

$$\ln i = -\frac{R}{L}t + K \qquad \ln I_0 = K \qquad \ln i = -\frac{R}{L}t + \ln I_0$$

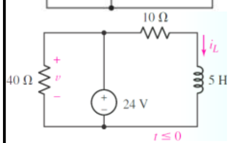
$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

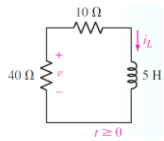
Genel durum: $i(t)=Ae^{-t/\tau}$

Kaynaksız RL Devresi: Örnek



(t=0⁺) yani anahtar konum değiştirdikten hemen sonraki i_L ve **v** değerlerini bulunuz.





Endüktans "DC şartlarda **kısa-devre**" gibi davranır.

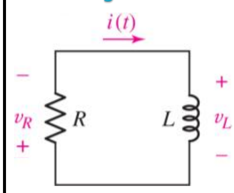
$i_L = 24/10 = 2{,}4$ A

$i_L(0^-) = i_L(0^+) = i_L(0)$

$i_L = 2{,}4$ A

v= −2,4 x 40 = −96 V

Enerji Hesabı



$$p_R = i^2 R = I_0^2 R e^{-2Rt/L}$$

$$w_R = \int_0^\infty p_R\,dt = I_0^2 R \int_0^\infty e^{-2Rt/L}\,dt$$

$$= I_0^2 R \left(\frac{-L}{2R}\right) e^{-2Rt/L}\Big|_0^\infty = \frac{1}{2} L I_0^2$$

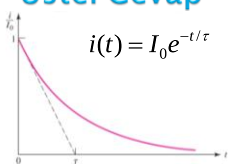
Endüktansta başlangıçta depolanan enerjinin tümü:

$$\tfrac{1}{2} L I_0^2$$

dirençte harcanmıştır.

Üstel Cevap – Zaman Sabiti (τ)

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

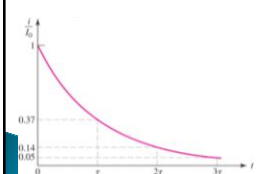


$$\frac{d}{dt}\frac{i}{I_0}\bigg|_{t=0} = -\frac{R}{L} e^{-Rt/L}\bigg|_{t=0} = -\frac{R}{L}$$

t=0 için grafiğin eğimi −1 / τ olacağından;

Zaman sabiti:

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

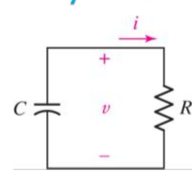


τ , azalma hızını belirler.

5 zaman sabiti sonra maksimum değerin %1'inin altına düşeceğinden:

$t_{ömür} = 5\tau$ kabul edilir.

Kaynaksız RC Devresi



KCL uygulanırsa:

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \qquad \frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = 0$$

Buna benzer ifade RL devresinden elde edilmiş ve *i(t)* akımının bağıntısına ulaşılmıştı:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0 \qquad i(t) = i(0)e^{-Rt/L} = I_0 e^{-Rt/L}$$

t=0'da V_0 ise başlangıç koşulu $v(0)=V_0$ (yani başlangıçta depolanan enerji) biliniyorsa **doğal çözüm** bulunabilir.

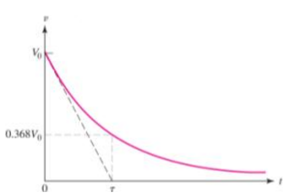
Dualite kullanılırsa benzer şekilde RC devresinin *v(t)* gerilimi elde edilmiş olur:

$$v(t) = v(0)e^{-t/RC} = V_0 e^{-t/RC}$$

"İlk koşullu RC devresi"
"Doğal Çözüm"

Genel durum: $v(t) = Ae^{-t/\tau}$

Üstel Cevap – Zaman Sabiti (τ)



Yine dualite kullanılırsa benzer şekilde RC devresinin zaman sabiti:

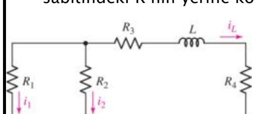
$$\boxed{\tau = RC}$$

$t_{ömür} = 5\tau$

Genel RL Devreleri

<u>**Genel bakış**</u>: Enerji depolayan eleman tarafından görülen devrenin Thévenin eşdeğer direncini zaman sabitindeki R'nin yerine koyabiliriz. (R → R_{TH})

$$\tau = \frac{L}{R_{TH}}$$



Endüktansın uçlarından görülen eşdeğer direnç:

$$R_{eq} = R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad \tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$i_L = i_L(0)e^{-t/\tau}$$

$i_1(0^+)$ akımı verilirse, *$i_2(t)$* ne olur?

Akım bölücüden;

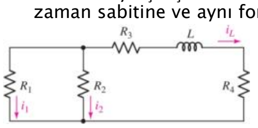
$$i_2 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2}[i_L(0)e^{-t/\tau}] \qquad i_2(0^+) = i_1(0^+)\frac{R_1}{R_2}$$

Dirençlerin akımı ani olarak değişebilir fakat endüktansın akımı ani olarak değişmez. *$i_L(0) = i_L(0^+)$*

$$i_L(0^+) = -[i_1(0^+) + i_2(0^+)] = -\frac{R_1 + R_2}{R_2} i_1(0^+) \qquad i_2 = i_1(0^+)\frac{R_1}{R_2}e^{-t/\tau}$$

Genel RL Devreleri

Diğer bir yöntemle yani doğrudan son bağıntıyı elde etmeye çalışırsak: Bir devredeki her akım aynı zaman sabitine ve aynı fonksiyona sahiptir. $e^{-t/\tau}$



$i_1(0^+)$ akımı verilirse, *$i_2(t)$* ne olur?

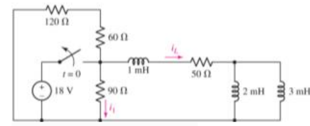
$$i_2 = i_2(0^+)e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$i_2(0^+) = i_1(0^+)\frac{R_1}{R_2}$$

$$i_2 = i_1(0^+)\frac{R_1}{R_2}e^{-t/\tau}$$

Genel RL Devreleri



t>0 için i_1 ve i_L'yi bulunuz.

Zaman sabiti ***t>0*** devresinden bulunur:

$$L_{eq} = \frac{2 \times 3}{2+3} + 1 = 2.2 \text{ mH}$$

$$R_{eq} = \frac{90(60+120)}{90+180} + 50 = 110\ \Omega$$

$$\tau = \frac{L_{eq}}{R_{eq}} = \frac{2.2 \times 10^{-3}}{110} = 20\ \mu\text{s}$$

Doğal çözümün biçimi: $Ke^{-50,000t}$

Başlangıç koşulları ***t<0*** devresinden bulunur:

$t = 0^- \rightarrow\ i_L = 18/50$ A

$i_L = 360$ mA

$i_L(0^+) = i_L(0^-)$

$t = 0^+ \rightarrow i_L = 360$ mA

$t = 0^- \rightarrow\ i_1 = 18/90 \text{ A} = 200 \text{ mA}$

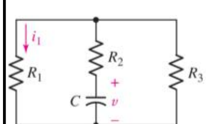
$$t = 0^+ \rightarrow\ i_1(0^+) = -i_L(0^+)\frac{120+60}{120+60+90} = -240 \text{ mA}$$

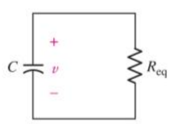
$$i_1 = \begin{cases} 200 \text{ mA} & t < 0 \\ -240e^{-50,000t} \text{ mA} & t \geq 0 \end{cases}$$

$$i_L = \begin{cases} 360 \text{ mA} & t < 0 \\ 360e^{-50,000t} \text{ mA} & t \geq 0 \end{cases}$$

Genel RC Devreleri

$$\tau = R_{eq}C$$
$$\tau = R_{eq}C_{eq}$$





$v(0^-) = V_0$ ise, $i_1(t)$ akımını bulunuz.

$v = V_0e^{-t/R_{eq}C}$ $\quad v(0^+) = v(0^-) = V_0$ $\quad R_{eq} = R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1+R_3}$

$$\tau = R_{eq}C \qquad \tau = \left(R_2 + \frac{R_1R_3}{R_1+R_3}\right)C$$

Devrenin rezistif kısmındaki her akım ve gerilim şu biçime sahiptir: $Ae^{-t/R_{eq}C}$, $\quad i_1 = i_1(0^+)e^{-t/\tau}$

Akım bölücü yardımıyla: $$i_1(0^+) = \frac{V_0}{R_2 + R_1R_3/(R_1+R_3)}\,\frac{R_3}{R_1+R_3}$$

Kaynaksız RL ve RC Devreleri

- Kondansatörün gerilimi ya da endüktansın akımı, *t=0*'da konum değiştiren bir anahtarın, değişimden *önceki* ve *sonraki* durumlarında, değişmez aynı kalır.
- Direncin gerilimi ya da akımı, bir anahtarın konum değişikliğinden *önceki* ve *sonraki* durumlarında, farklı olabilir.
- RC veya RL devrelerindeki tüm gerilimler ve akımlar aynı *doğal cevap biçimi*ne sahiptir: $e^{-t/\tau}$