One-sided Limits

Evaluate each limit.

1)
$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x}{x-2}$$

2)
$$\lim_{x \to 3^+} \frac{x+1}{x^2 - 6x + 9}$$

3)
$$\lim_{x \to -3^{-}} \frac{x+2}{x^2+6x+9}$$

4)
$$\lim_{x \to -2^+} \frac{x-2}{x^2+4x+4}$$

5)
$$\lim_{x \to -3^{-}} \frac{x^2}{3x + 9}$$

6)
$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2}{2x - 4}$$

7)
$$\lim_{x \to -2^+} \frac{1}{x^2 - 4}$$

8)
$$\lim_{x \to 1^{-}} -\frac{2}{x^2 - 1}$$

9)
$$\lim_{x \to 3^{-}} f(x), f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x < 3 \\ \frac{x}{2} + 1, & x \ge 3 \end{cases}$$

10)
$$\lim_{x \to -1^+} f(x), f(x) = \begin{cases} x+3, & x \le -1 \\ -x-1, & x > -1 \end{cases}$$

11)
$$\lim_{x \to -2^{-}} f(x), f(x) = \begin{cases} -x^2 - 8x - 17, & x \le -2 \\ 2x - 1, & x > -2 \end{cases}$$
 12) $\lim_{x \to 1^{-}} (|x - 1| - 2)$

12)
$$\lim_{x\to 1^-} (|x-1|-2)$$

$$13) \lim_{x \to 0^+} \frac{2x}{|x|}$$

14)
$$\lim_{x \to 1^{-}} f(x), f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} - \frac{3}{2}, & x \le 1 \\ -x^{2} + 4x - 5, & x > 1 \end{cases}$$

15)
$$\lim_{x \to -3^{-}} f(x), f(x) = \begin{cases} x+6, & x < -3\\ 3, & x \ge -3 \end{cases}$$

16)
$$\lim_{x \to 0^{-}} f(x), f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & x \le 0 \\ -\frac{x}{2} + 3, & x > 0 \end{cases}$$

17)
$$\lim_{x\to\infty} -\frac{2x^2}{3x-2}$$

18)
$$\lim_{x \to \infty} -\frac{x^3}{3x^2 - 4}$$

19)
$$\lim_{x \to -\infty} -\frac{x^4}{2x^2 - 4}$$

20)
$$\lim_{x \to \infty} -\frac{x^2}{2x+1}$$

$$21) \lim_{x \to \infty} -\frac{x^3}{2x^2 - 2}$$

22)
$$\lim_{x\to\infty} -\frac{3x^3}{2x^2-2}$$

23)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^4}{x^2 + 1}$$

24)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^4}{3x^2 - 1}$$

$$25) \lim_{x \to \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{4x^2+2}}$$

$$26) \lim_{x \to -\infty} \sqrt{\frac{2x^2 + 4}{3x^2 + 5}}$$

27)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x-1}{\sqrt{2x^2+3}}$$

28)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x - 3}{\sqrt{2x^2 + 1}}$$

29)
$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt[3]{\frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}}$$

$$30) \lim_{x \to \infty} \frac{4x + 2}{\sqrt{3x^2 + 3}}$$

31)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x+1}{\sqrt{2x^2+3}}$$

32)
$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt[3]{\frac{4x^2 + 5}{2x^2 + 5}}$$

Answers to One-sided Limits

1) ∞

 $5) -\infty$

9) 1

13) 2

17) −∞ 21) −∞

25) 1

29) 1

2) ∞

6) ∞

10) 0

14) -2

18) $-\infty$

22) −∞

3) −∞

7) −∞

11) -5

15) 3 19) −∞

23) ∞

27) $\sqrt{2}$

31) $2\sqrt{2}$

4) −∞

8) ∞

12) -2

16) 3

20) −∞

24) ∞

28) $\frac{3\sqrt{2}}{\frac{2}{32}}$ 32) $\sqrt[3]{2}$