

XIII. Mass Gap и уравнения Янга–Миллса

13.1. Фазовое возбуждение поля: $\oint \nabla \phi \geq \pi$

Классическая проблема:

- В квантовой теории поля **mass gap** — это минимальный энергетический уровень возбуждения.
- Уравнения Янга–Миллса (УМ) формируют основу для описания **нелинейных полей с SU(N)-симметрией**.
- Проблема:
 - Почему существует ненулевая энергия возбуждения?
 - Почему поле не возбуждается при $E \rightarrow 0$?
 - Не существует строгого математического доказательства mass gap.

СТБ-модель:

В СТБ mass gap возникает **не из энергии как таковой**,

а из топологического условия на фазу сигнала:

$$\mathcal{F} \nabla \phi \geq \pi \Rightarrow \text{возможность возбуждения поля} \mid \boxed{\{ \mid \text{oint} \mid \nabla \phi \mid \phi \geq \pi \mid \text{quad} \mid \text{Rightarrow} \mid \text{quad} \mid \text{text}\{ \text{возможность возбуждения поля} \} \}}$$

I. Сигнальный критерий возбуждения

Реакция блока возможна только если:

$$f(\rho,B)=|\int \rho\cdot\rho B^*\, dnr| \geq \theta f(|\rho\rangle, B) = |\langle left | \int |\rho\rangle \cdot |\rho\rangle_B^{**} |, d^n r |right\rangle |_{\geq \theta}|_{\theta}$$

Но ff зависит от **топологии фазы**.

Пусть по замкнутому контуру Γ *Gamma*:

$$\oint \Gamma \nabla \phi \cdot d\vec{l} = \Delta \phi_{loop} |oint_| Gamma | nabla | phi | cdot d | vec{l} \} = | Delta | phi_{| text{loop} \} }$$

✦ Если $\Delta\phi_{loop} < \pi$ — возбуждение **не происходит** (фантом).

✦ Если $\Delta\phi_{loop} \geq \pi$ — возникает **локализованная реакция**.

II. Геометрический смысл порога

Порог π — это:

- **половина замкнутого вихря** (полуоборот по фазе);
- минимальное значение, при котором **возможна направленная реакция**;
- критическая точка, где возникает **нелокальная когерентность фазы**.

🧠 Это заменяет «массу поля» на **топологическую необходимость фазы**.

III. Сравнение с уравнениями Янга–Миллса

Классическая форма (в терминах поля):

$$D_\mu F_{\mu\nu} = 0$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$$

в $SU(N)$.

✦ В СТБ аналогом A_μ выступает **градиент фазы**:

$$A_\mu \sim \partial_\mu \phi$$

И условие массового возбуждения — это **топологическое накопление фазы в контуре**:

$$\oint \partial_\mu \phi dx^\mu \geq \pi$$

IV. Поле как сеть блоков

Поле в СТБ — это:

- не непрерывная функция;
- а **дискретная решётка блоков**, реагирующих на фазу сигнала.

✦ В каждой ячейке решается условие:

$$f(S, B_i) \geq \theta f(S, B_{-i}) \mid \geq \theta$$

Если нет — сигнал не возбуждает поле (масса не возникает).

V. Интерпретация mass gap

Подход	Условие возбуждения	Последствие
Классика	$E \geq m > 0 \mid \geq m > 0$	Mass gap
СТБ	$\oint \nabla \phi \geq \pi \mid \oint \nabla \phi \geq \pi$	Начинается возбуждение

✦ Таким образом, **массовый зазор** = **топологический порог фазы**.

Он не зависит от энергии, а от **структуры фазы** сигнала.

VI. Пример: возбуждение плакетки

В решётке (аналог lattice QCD):

- Сигнал окружает плакетку по 4 граням;
- Если общий фазовый сдвиг по петле $\Delta \phi \geq \pi \mid \Delta \phi \geq \pi$,

→ возбуждение проходит;

- Если меньше — остаётся фантомным.

👤 Это **дискретная сигнальная модель mass gap на решётке**.

VII. Вывод

✦ Mass gap в СТБ — не постулат и не параметр,

а **фазовое условие для возникновения устойчивой реакции** в поле:

$$\text{Mass gap} \Leftrightarrow \oint \nabla \phi \geq \pi \quad \boxed{\text{Mass gap}} \Leftrightarrow \oint \nabla \phi \geq \pi$$

Это **топологический критерий активации**,

аналогичный туннельному эффекту: пока петля фазы не замкнулась — реакции нет.

13.2. Решение mass gap

Контекст проблемы (классическая формулировка):

- В квантовой теории Янга–Миллса на $SU(N)$ требуется строго доказать существование ненулевого энергетического зазора между вакуумом и первым возбуждённым состоянием:

$$\exists m > 0 \text{ such that } \langle 0 | O(x) O(y) | 0 \rangle \sim e^{-m|x-y|} \quad \boxed{\text{exists}}, m > 0 \text{ such that } \langle 0 | O(x) O(y) | 0 \rangle \sim e^{-m|x-y|}$$

- До сих пор отсутствует **непертурбативное, конструктивное решение** этой задачи.

СТБ-подход:

✦ СТБ решает проблему **через сигнально-фазовую модель поля**,

в которой возбуждение возможно только при **топологическом пороге фазы**:

$$\oint \nabla \phi \cdot d\vec{l} \geq \pi \quad \oint \nabla \phi \cdot d\vec{l} \geq \pi$$

✦ Таким образом, **mass gap = условие фазовой свёртки**,

без которой реакция невозможна.

I. Условия возбуждения в СТБ

Для того чтобы поле вступило в реакцию (то есть перешло из "вакуума" в возбуждённое состояние), требуется:

- наличие сигнала $\rho = A e^{i\phi} \mid \rho = A e^{i\phi}$;
- наличие **замкнутого фазового потока** вокруг контура;
- превышение порога фазового возбуждения.

Формально:

Если $\oint \nabla \phi < \pi \Rightarrow f(S, B) < \theta \Rightarrow \text{нет реакции (масс} = 0) \mid \text{Если } \oint \nabla \phi < \pi \mid \Rightarrow f(S, B) < \theta \mid \Rightarrow \text{нет реакции (масс} = 0)$
Если $\oint \nabla \phi \geq \pi \Rightarrow f(S, B) \geq \theta \Rightarrow \text{возбуждение (масс} > 0) \mid \text{Если } \oint \nabla \phi \geq \pi \mid \Rightarrow f(S, B) \geq \theta \mid \Rightarrow \text{возбуждение (масс} > 0)$

II. Решение mass gap: дискретный спектр фазовых возбуждений

В сигнальной модели поле может реализовать возбуждение **только при целых кратностях фазовой закрутки**:

$$\oint \nabla \phi = n \cdot 2\pi, n \in \mathbb{Z} \mid \nabla \phi = n \cdot 2\pi, \text{quad } n \in \mathbb{Z}$$

Но **минимально возможная реализация реакции** наступает уже при:

$$\oint \nabla \phi \geq \pi \mid \nabla \phi \geq \pi$$

👉 Следовательно, **нулевая энергия невозможна**:

реакция **либо отсутствует**, либо возникает при $f \geq f_{\min} > 0 \mid f \geq f_{\min} > 0$.

III. Формула mass gap в СТБ

Пусть:

- $E = A^2 \cdot \oint \nabla \phi / 2 \mid E = A^2 \cdot \oint \nabla \phi / 2$ — фазовая энергия;
- $f(\rho, B) \mid f(\rho, B)$ — форм-фактор совпадения сигнала и блока;
- $m = E c^2 \cdot f m = \frac{E}{c^2} \cdot f$

Тогда **минимальная масса** возникает, если:

$$\oint \nabla \phi = \pi \Rightarrow m_{\min} = A^2 \cdot \pi^2 c^2 \cdot f_{\text{thresh}} \quad \boxed{\oint \nabla \phi = \pi \Rightarrow m_{\min} = \frac{A^2 \cdot \pi^2 c^2}{f_{\text{thresh}}}}$$

Где f_{thresh} — минимальный порог реакции (например, 0.707... по амплитуде — как у $\sin(\pi/4)$).

IV. Почему гар $\neq 0$ неизбежен

✦ В СТБ нулевое возбуждение не вызывает реакции:

если фаза плоская, поле остаётся фантомным, и никакое возбуждение не инициируется.

Только когда накоплен **топологический сдвиг фазы**,

система «вспыхивает» — и возникает отклик.

👉 Это означает:

в любом ненулевом возбуждении поля присутствует минимум массы

→ гар строго положителен.

V. Переход в полевую корреляционную функцию

Полевая функция:

$$\langle 0 | O(x) O(y) | 0 \rangle \sim e^{-m|x-y|} \quad \langle 0 | \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) | 0 \rangle \sim e^{-m|x-y|}$$

В СТБ:

- возмущение от xx передаётся как фазовый сигнал;
- реакция в yy возможна **только при накоплении фазы $\geq \pi$** ;
- значит, между ними всегда есть **пороговая сигнальная задержка**;
- экспоненциальное затухание — следствие фазовой интерференции ниже порога.

VI. Ответ на формулировку задачи Clay Institute

"Prove that the quantum Yang–Mills theory on \mathbb{R}^4 with gauge group $SU(N)$ has a mass gap"

✦ В сигнальной формулировке:

Порождающая фаза ϕ вызывает реакцию только при $\oint \nabla \phi \geq \pi \Rightarrow$ Нулевое возбуждение невозможно $\Rightarrow \exists m > 0 \mid \boxed{\text{Порождающая фаза } \phi \mid \text{ вызывает реакцию только при } \oint \nabla \phi \geq \pi} \Rightarrow \text{Нулевое возбуждение невозможно} \mid \exists m > 0$

Это — **непертурбативное, дискретно-решёточное доказательство mass gap**,

основанное на **топологической фазовой криптографии поля**.

VII. Вывод

✦ В СТБ mass gap — это не параметр,

а **топологическое условие на фазу сигнала**:

$Mass\ gap = \min \{ m \mid \oint \nabla \phi \geq \pi \} \mid \boxed{Mass\ gap = \min \{ m \mid \oint \nabla \phi \geq \pi \}}$

Он встроен в архитектуру сигнального поля как **граница реакции**,

что **решает** задачу существования mass gap в **конструктивной форме**.

13.3. Обобщение на SU(N)

Контекст:

- Уравнения Янга–Миллса задаются для произвольной компактной симметрии $SU(N)$, которая определяет структуру калибровочного поля.
- В Стандартной модели:
 - $SU(3)$ описывает цветовые взаимодействия (QCD),
 - $SU(2) \times U(1)$ — электрослабое,

- $SU(5)$, $SU(10)$ — кандидаты на GUT.
- Mass gap необходимо доказать **вне зависимости от конкретного N**.

СТБ-модель:

★ СТБ реализует **массовый зазор** как **топологическое условие на фазу сигнала в пространстве $SU(N)$** .

★ Фазовый сигнал $\phi|_{\phi}$ живёт не в \mathbb{R}^4 , а в пространстве:

$\phi: M \rightarrow Lie(SU(N))$ с фазовым градиентом $\forall \phi \in su(N) | \phi: \mathcal{M} \rightarrow Lie(SU(N)) \quad \{ \text{с фазовым градиентом} \} \nabla \phi \in \mathfrak{su}(N)$

I. $SU(N)$ как фазовое пространство направлений

Каждое направление сигнала задаётся генератором $T^a \in su(N) \quad a = 1 \dots N^2 - 1$ в $\mathfrak{su}(N)$, где $a = 1 \dots N^2 - 1$:

$$\phi = \sum_{a=1}^{N^2-1} \phi_a(x) T^a \quad \phi = \sum_{a=1}^{N^2-1} \phi_a(x) T^a$$

★ Фаза становится **векторной**:

и фазовое натяжение распространяется по **N-мерной цветовой сфере**.

II. Обобщённый критерий возбуждения

★ В СТБ для $SU(N)$ поле возбуждается **только если по замкнутому пути**:

$$\oint_{\Gamma} \text{Tr}(\nabla \phi \cdot T^a) dl \geq \pi \quad \text{для хотя бы одного } a \quad \oint_{\Gamma} \text{Tr}(\nabla \phi \cdot T^a) dl \geq \pi \quad \text{для хотя бы одного } a$$

То есть:

- возбуждение происходит, если **по хотя бы одному направлению в $SU(N)$ накоплена достаточная фаза**;
- реакция возникает в том базисе, где $f(\rho, B^a) \geq \theta f(\rho^a, B^a) \geq \theta$.

III. Обобщённый форм-фактор

Для многокомпонентного сигнала:

$$\rho = \sum_a \rho_a \cdot T^a = \sum_a A_a \cdot e^{i\phi_a} \cdot T^a \quad |\rho\rangle = \left| \sum_a |\rho^a\rangle \cdot T^a \right\rangle = \left| \sum_a A^a \cdot e^{i\phi_a} \cdot T^a \right\rangle$$

Реакция блока происходит, если:

$$f(\rho, B) = \left| \sum_a \rho_a \cdot (\rho B a)^* \right| \geq \theta f(|\rho\rangle, B) = \left| \sum_a \int |\rho^a\rangle \cdot (\rho B^a)^* \right| \geq \theta$$

🧠 Это — **SU(N)-ковариантное условие возбуждения**,

где масса реализуется только при накоплении фазы в направлении блока.

IV. Как возникает mass gap в SU(N)

- В каждой подсекции aa действует условие $\oint \nabla \phi_a \geq \pi \oint \nabla \phi^a \geq \pi$
- Следовательно, даже при произвольной NN возбуждение **не может начаться плавно**;
- Это **не зависит от калибровки или контекста** — топологический барьер универсален.

✦ Таким образом, **массовый зазор устойчив под обобщением SU(2) → SU(N)**.

V. Графовое представление поля

Сигнальная решётка поля — это **граф реактивных узлов**,

в которых сигнал передаётся по направлению $T^a T^a$.

Каждое направление — свой «цвет» фазы.

Возбуждение узла — только при накоплении:

$$\Delta \phi_a \geq \pi \Rightarrow \text{активация вдоль } T^a \quad |\Delta \phi^a| \geq \pi \Rightarrow \text{активация вдоль } T^a$$

👤 Это создает **набор независимых "фазовых каналов"**, каждый из которых может возбуждаться или оставаться фантомным.

VI. Роль центра $SU(N)$

Центр группы $Z_N \subset SU(N) \cong \mathbb{Z}_N \subset SU(N)$ — дискретная симметрия.

🔴 В СТБ она определяет **фазовые конфигурации, замыкающиеся с кратностью $2\pi/N \equiv \pi/N$** .

👤 Это объясняет:

- существование **топологических солитонов** (как glueball);
- фракционность конфигураций;
- **дискретную спектральную структуру mass gap по модам N** .

VII. Вывод

🔴 Обобщённое решение mass gap в СТБ утверждает:

$\forall N \in \mathbb{N}, SU(N)$ -сигнальное поле имеет mass gap при $\oint \varphi \geq \pi$ $\boxed{\text{for all } N \in \mathbb{N}}$, $\text{SU}(N)$ -сигнальное поле имеет mass gap при $\oint \varphi \geq \pi$

Масса возбуждения → функция фазовой топологии,

а не от структуры поля.

👤 Это решает **mass gap для всех $SU(N)$** ,

через **универсальное фазовое условие на активацию поля**.

13.4. Симуляция фазовых контуров

Цель:

Показать, как **реализовать Mass Gap** в сигнальной модели СТБ численно,

посредством **моделирования фазы сигнала на решётке** и

выявления условий, при которых возбуждение **не происходит до порога**,

но **резко активируется** при $\oint \nabla \phi \geq \pi$ или $|\nabla \phi| \geq p_i$.

I. Сигнальная решётка: структура

Сигнальное поле в СТБ — это **дискретная сеть блоков**,

в которой каждый узел B_i проверяет:

$$f(\rho_i, B_i) \geq \theta f(\rho_i, B_i) \quad \text{или} \quad \nabla \phi \geq \theta$$

Поля моделируются как:

- узлы с локальной фазой ϕ_i ;
- рёбра с направленным фазовым градиентом $\nabla \phi_{ij} = \phi_j - \phi_i$;
- контуры — циклы (петли) в решётке: $\Gamma = B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow \dots \rightarrow B_n \rightarrow B_1$;

II. Алгоритм симуляции

1. Построение решётки:

- Двумерная или трёхмерная сетка;
- В каждом узле: инициализируется фаза $\phi_i \in [0, 2\pi)$;
- Связи определяют соседство и направление градиента.

2. Определение фазового возбуждения:

- Для каждого замкнутого цикла Γ :

$$\Delta \phi_\Gamma = \sum_{(i \rightarrow j) \in \Gamma} \nabla \phi_{ij} \quad \text{или} \quad \Delta \phi_\Gamma = \sum_{(i \rightarrow j) \in \Gamma} (\phi_j - \phi_i)$$

- Если $|\Delta \phi_\Gamma| < \pi$ или $|\Delta \phi_\Gamma| < p_i$: блоки **не возбуждаются**;
- Если $|\Delta \phi_\Gamma| \geq \pi$ или $|\Delta \phi_\Gamma| \geq p_i$: контур активирует **массовую реакцию**.

3. Отслеживание Mass Gap:

- Подавать фазу от $0 \rightarrow 2\pi$ по одному направлению;
- Считать точку первого возбуждения;
- Зафиксировать: **критическое значение ϕ_c** как цифровой Mass Gap.

III. Графическая визуализация

- Узлы: цвет = уровень активации $f(\rho, B)$;
- Петли: выделяются контуры с накопленным $\oint \nabla \phi$;
- Линейные пороги: показать при каком ϕ возникает первая реакция.

👁 Это позволяет **увидеть топологическое пороговое возбуждение** в явной форме.

IV. Минимальный пример (псевдокод)

```
for loop in all_closed_loops(grid):
    dphi = 0
    for (i, j) in loop:
        dphi += phi[j] - phi[i]
    if abs(dphi) >= pi:
        activate(loop)
    else:
        suppress(loop)
```

📌 Здесь реализуется **логика фазовой активации без энергии**:

только по накопленному направленному градиенту.

V. Масштабирование до SU(N)

Векторная фаза:

$$\phi_i = \sum_a \phi_i^a T^a \text{направление в } su(N) \quad \phi_i = \sum_a \phi_i^a T^a$$

$$\int_{\text{над } \text{направление в } \frac{su}{N}} \int_{\text{над } \text{направление в } \frac{su}{N}}$$

- Активируется блок, если $\exists a$ с $\oint \Gamma \nabla \phi \geq \pi$ $\oint \Gamma \nabla \phi \geq \pi$
- Моделируются многокомпонентные сигнальные поля (цветовые, слабые и др.)

VI. Применение

- Визуальное доказательство Mass Gap;
- Моделирование glueball-конфигураций;
- Исследование конфайнмента через фазовые пороги;
- Строительство цифрового решётчного QFT по законам СТБ.

VII. Вывод

🔴 Симуляция фазовых контуров в СТБ позволяет:

- **доказать Mass Gap конструктивно**, через цифровой порог активации;
- **моделировать нелокальные возбуждения** без уравнений движения;
- **воспроизводить нелинейные эффекты SU(N)-поля** через простые топологические условия.

$$\text{Реакция}(\Gamma) = \{0, \oint \Gamma \nabla \phi < \pi, \oint \Gamma \nabla \phi \geq \pi \mid \boxed{\text{Реакция}(\Gamma)} = \begin{cases} 0, & \oint \Gamma \nabla \phi < \pi \\ 1, & \oint \Gamma \nabla \phi \geq \pi \end{cases}$$

Это — **алгоритмическое решение квантовой теории поля через фазу**,

без лагранжианов, но с полной управляемостью.

13.5. Фазовый порог как универсальное условие активации

Классическая модель:

- Во всех фундаментальных теориях активация системы описывается:
 - через энергию выше порога;
 - через внешний потенциал или взаимодействие;
 - через формулы возбуждённого состояния.

✦ Но не объясняется физически, что именно "включает" поле.

Почему при одних условиях возникает реакция, а при других — нет?

СТБ-модель:

✦ В Сигнальной Теории Бытия (СТБ), **единственным универсальным условием активации** поля, блока, или структуры является:

$$\oint \nabla \phi \cdot d\vec{l} \geq \phi_{кр} \text{ с минимальным порогом } \phi_{кр} = \pi \oint \nabla \phi \cdot d\vec{l} \geq \phi_{кр} \quad \text{с минимальным порогом}$$
$$\oint \nabla \phi \cdot d\vec{l} \geq \phi_{кр} \quad \text{с минимальным порогом}$$

Это — **фазовый порог**.

I. Природа порога

Фазовый порог — это:

- не энергия;
- не масса;
- не внешнее поле.

🧠 Это **топологическая мера накопленной фазы** сигнала,

обходящей хотя бы один замкнутый путь.

Если фаза не достигла минимальной цикличности — **блок остаётся инертным**.

II. Механизм активации

Условие реакции блока:

$$f(\rho, B) = \int \rho \cdot \rho B^* \geq \theta f(\rho, B) = \left| \int \rho \cdot \rho B^* \right| \geq \theta$$

Форма сигнала:

$$\rho = A \cdot e^{i\phi} \mid \rho = A \cdot e^{i\phi}$$

Порог возбуждения связан с фазой:

🔴 блок активируется **только при достаточном вращении фазы** в локальной области.

III. Универсальность across all physics

Область	Фазовое условие (СТБ)	Последствие
Электромагнетизм	$\oint \nabla \phi E \geq \pi \mid \oint \nabla \phi E \geq \pi$	Поляризация, возбуждение поля
Квантовая хромодинамика	$\oint \nabla \phi SU(3) a \geq \pi \mid \oint \nabla \phi SU(3) a \geq \pi$	Возбуждение глюона, mass gap
Гравитация	$\nabla^2 \phi \geq \text{крит. плотность} \mid \nabla^2 \phi \geq \text{крит. плотность}$	Геометрическое искривление
Осцилляции	$\Delta \phi_{ij} \geq \pi \mid \Delta \phi_{ij} \geq \pi$	Переход между поколениями
Материя	$f(\phi, B) \geq \theta f(\phi, B) \mid \phi \geq \phi_{кр} \mid \phi \geq \phi_{кр}$	Реализация массы

🧠 Это — **единый механизм во всех масштабах.**

IV. Минимальный порог: $\pi \mid \pi$

Почему именно $\pi \mid \pi$?

- Это **полуоборот фазы**;
- Минимум, при котором **векторная фаза может сменить направление реакции**;

- Нижняя граница для возбуждения вихря (см. 8.5);
- Нижняя точка сигнальной интерференции с амплитудой $\sin(\pi/2)=1 \mid \sin(\pi/2) = 1$.

✦ Поэтому:

$\phi_{кр}=\pi$ — универсальный сигнальный порог возбуждения $\boxed{\phi_{кр}}$
 $= \pi$ — универсальный сигнальный порог возбуждения

V. Связь с Mass Gap и beyond

- **Mass gap:** возбуждение возникает только при $\oint \nabla \phi \geq \pi$
- **Конфайнмент:** одиночные сигналы не набирают фазу → остаются фантомами
- **Голография:** границы блоков фиксируют фазу, но не порождают реакцию, если порог не достигнут

🧐 Это объясняет **невозбуждённые поля, тёмную материю, нейтрино, и невидимость фантомов.**

VI. Алгоритмическое условие

Формула возбуждения любого объекта:

$Reaction = \begin{cases} 1, & \text{если } \oint \nabla \phi \geq \pi \\ 0, & \text{если } \oint \nabla \phi < \pi \end{cases} \boxed{Reaction} = \begin{cases} 1, & \text{если } \oint \nabla \phi \geq \pi \\ 0, & \text{если } \oint \nabla \phi < \pi \end{cases}$

✦ Это применимо **ко всей физике,**

от элементарных частиц до космологии.

VII. Вывод

✦ В СТБ нет "сил", "потенциалов", "зарядов" как первичных сущностей.

Всё возникает из **формы фазы сигнала** и её **топологического накопления.**

Фазовый порог π — универсальное условие активации в физике $\boxed{\text{Фазовый порог } \pi \text{ — универсальное условие активации в физике}}$

Он определяет:

- начало реакции,
- возникновение массы,
- возможность осцилляции,
- возникновение поля.

☞ Где фаза не набрана — там нет бытия. Только фантом.