

Лабораторная работа 6

Модель «хищник–жертва»

Абу Сувейлим Мухаммед Мунирачи

11 мая 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Абу Сувейлим Мухаммед Мунифович
- студент, НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов
- 1032215135@pfur.ru

Вводная часть

Цели:

- Приобретение навыков моделирования в Xcos, modelica и OpenModelica.

Модель «хищник–жертва» (модель Лотки — Вольтерры) представляет собой модель межвидовой конкуренции (описание модели см. например в [1]). В математической форме модель (1) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy; \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases}$$

где x - количество жертв; y - количество хищников; a, b, c, d - коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами: a - коэффициент рождаемости жертв; b - коэффициент убыли жертв; c - коэффициент рождения хищников; d - коэффициент убыли хищников.

Требуется:

Реализовать модель «хищник – жертва» в Xcos, modelica и OpenModelica. Построить графики изменения численности популяций и фазовый портрет.

1. Королькова, А. В. Моделирование информационных процессов : учебное пособие / А. В. Королькова, Д. С. Кулябов. - М. : РУДН, 2014. – 191 с. : ил.
2. Турчин П.В. Лекция №14. Популяционная динамика. Биологическое образование в МФТИ, 2012.
3. Ю. О. Основ экологии. Мир, 1986. 376 с.

Теоретическое введение

Модель Лотки — Вольтерры [2] — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами [3].

Описание модели «хищник–жертва»:

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cx(t) + dx(t)y(t)$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Выполнение работы

1. В меню Моделирование, Задать переменные окружения зададим значения коэффициентов a , b , c , d (рис. 1):

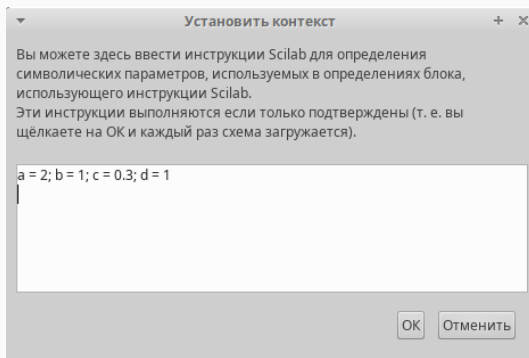


Figure 1: Задать переменные окружения в xcoss для модели

2. Для реализации модели (1) в дополнение к блокам CLOCK_c, CSCOPE, TEXT_f, MUX, INTEGRAL_m, GAINBLK_f, SUMMATION, PROD_f потребуется блок CSCOPXY — регистрирующее устройство для построения фазового портрета.

Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис. 2:

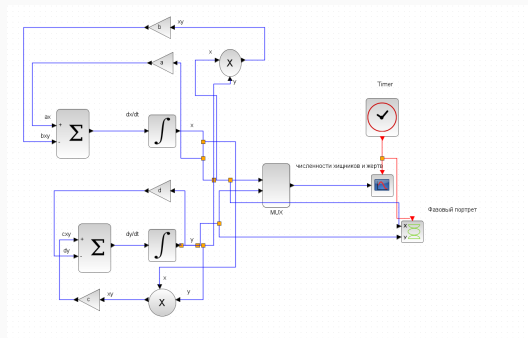


Figure 2: Модель «хищник–жертва» в xcos

3. В параметрах блоков интегрирования необходимо задать начальные значения $x(0) = 2, y(0) = 1$ (рис. 3):

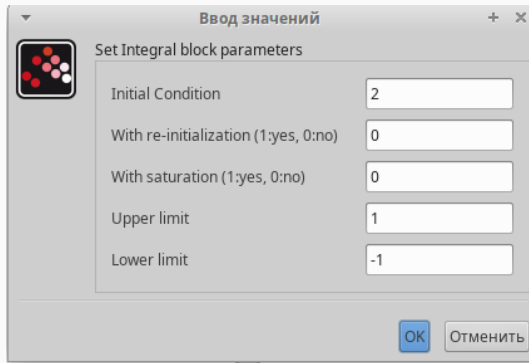


Figure 3: Задать начальные значения в блоках интегрирования

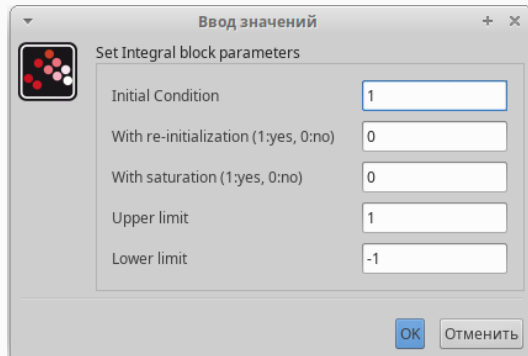


Figure 4: Задать начальные значения в блоках интегрирования

4. В меню Моделирование, Установка необходимо задать конечное время интегрирования, равным времени моделирования: 30.

5. Для реализации модели (6.1) с помощью языка Modelica потребуются следующие блоки xcos: CLOCK_c, CSCOPE, CSCOPXY, TEXT_f, MUX, CONST_m и MBLOCK (Modelica generic). Как и ранее, задаём значения коэффициентов a , b , c , d (см. рис. 1). Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис. 7:

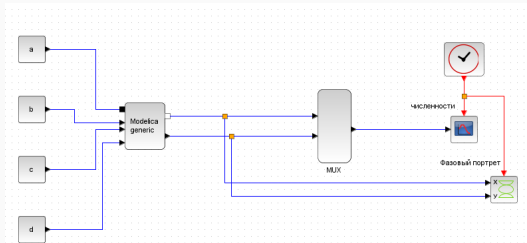


Figure 5: Модель «хищник–жертва» в хcos с применением блока Modelica

6. Параметры блока Modelica представлены на рис. 8:

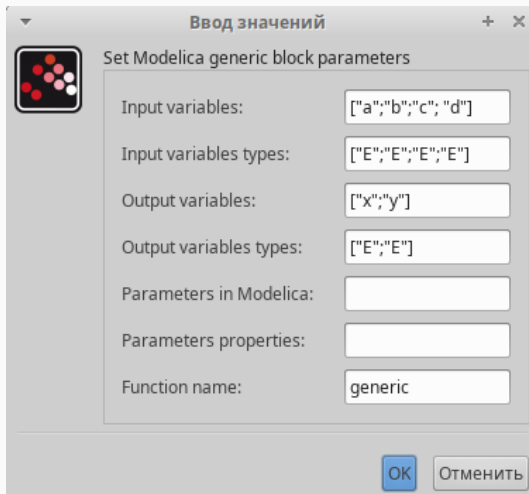


Figure 6: Параметры блока Modelica для модели 1

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

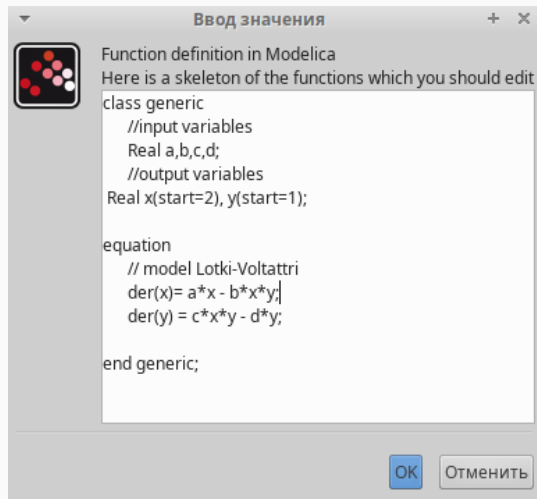


Figure 7: Параметры блока Modelica для модели 1

7. Код на языке Modelica в OpenModelica:

```
model lab06_OM
//input variables
Real a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1;
    //output variables
Real x(start=2), y(start=1);
equation
    // model Lotki-Voltattri
    der(x)= a*x - b*x*y;
    der(y) = c*x*y - d*y;
end lab06_OM;
```

Результаты

8. Результат моделирования представлен на рис. 5:

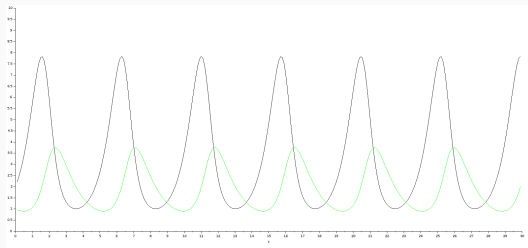


Figure 8: Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

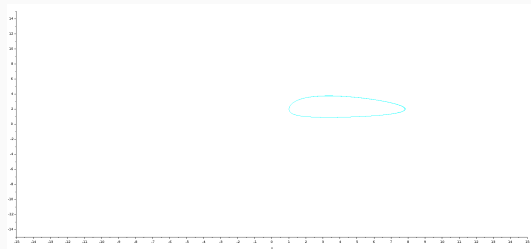


Figure 9: Фазовый портрет модели 1

9. Результат моделирования совпадёт с рис. 5 и 6:

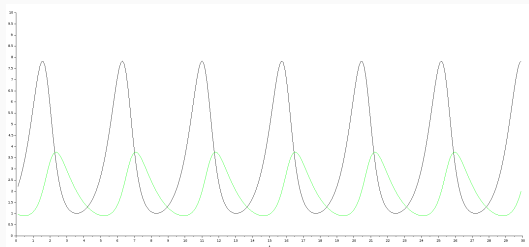


Figure 10: Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ используя modelica

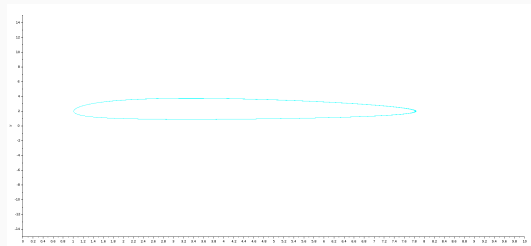


Figure 11: Фазовый портрет модели 1 используя modelica

10. Результат моделирования:

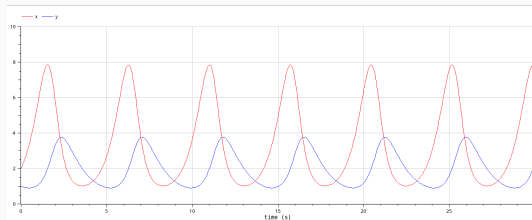


Figure 12: Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ используя OpenModelica

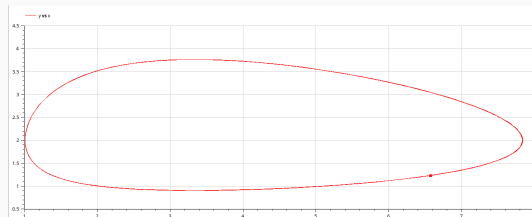


Figure 13: Фазовый портрет модели 1 используя OpenModelica

- Изучали как работать с хосс, modelica и OpenModelica. [1]