

# **Лабораторная работа 6**

**Модель «хищник – жертва»**

Абу Сувейлим Мухаммед Мунифович

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
4.1	Реализация модели в xcos . . . . .	7
4.2	Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos . . . . .	9
4.3	Исходный код . . . . .	13
4.3.1	Управжение . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Вывод</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Библиография</b>	<b>15</b>

## Список иллюстраций

4.1	Задать переменные окружения в xcos для модели . . . . .	7
4.2	Модель «хищник–жертва» в xcos . . . . .	8
4.3	Задать начальные значения в блоках интегрирования . . . . .	8
4.4	Задать начальные значения в блоках интегрирования . . . . .	8
4.5	Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ . . . . .	9
4.6	Фазовый портрет модели 1 . . . . .	9
4.7	Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica .	10
4.8	Параметры блока Modelica для модели 1 . . . . .	10
4.9	Параметры блока Modelica для модели 1 . . . . .	11
4.10	Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ используя modelica	11
4.11	Фазовый портрет модели 1 используя modelica . . . . .	11
4.12	Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$ используя OpenModelica . . . . .	12
4.13	Фазовый портрет модели 1 используя OpenModelica . . . . .	12

# 1 Цель работы

- Приобретение навыков моделирования в Xcos, modelica и OpenModelica.

## 2 Задание

Модель «хищник–жертва» (модель Лотки — Вольтерры) представляет собой модель межвидовой конкуренции (описание модели см. например в [1]). В математической форме модель (1) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy; \\ \dot{y} = cxy - dy, \end{cases}$$

где  $x$  - количество жертв;  $y$  - количество хищников;  $a, b, c, d$  - коэффициенты, отражающие взаимодействия между видами:  $a$  - коэффициент рождаемости жертв;  $b$  - коэффициент убыли жертв;  $c$  - коэффициент рождения хищников;  $d$  - коэффициент убыли хищников.

Нужно:

Реализовать модель «хищник – жертва» в Xcos, modelica и OpenModelica. Построить графики изменения численности популяций и фазовый портрет.

### 3 Теоретическое введение

Модель Лотки — Вольтерры (модель Лотки — Вольтерра) [1] — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами [2].

В математической форме предложенная система имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -cx(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}$$

В этой модели  $x$  — число жертв,  $y$  — число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, с естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Реализация модели в xcos

1. В меню Моделирование, Задать переменные окружения зададим значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (рис. 1):

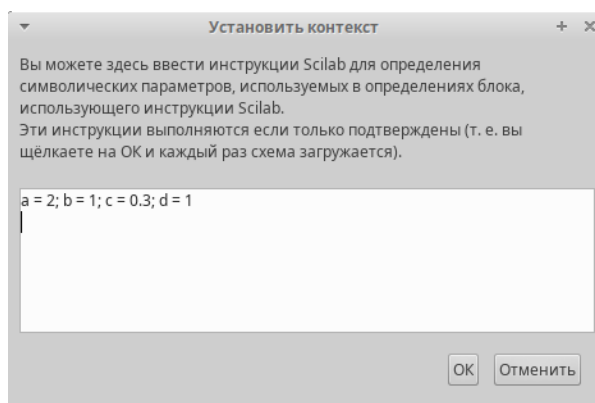


Рис. 4.1: Задать переменные окружения в xcos для модели

2. Для реализации модели (1) в дополнение к блокам CLOCK\_c, CSCCOPE, TEXT\_f, MUX, INTEGRAL\_m, GAINBLK\_f, SUMMATION, PROD\_f потребуется блок CSCOPXY — регистрирующее устройство для построения фазового портрета. Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис. 2:

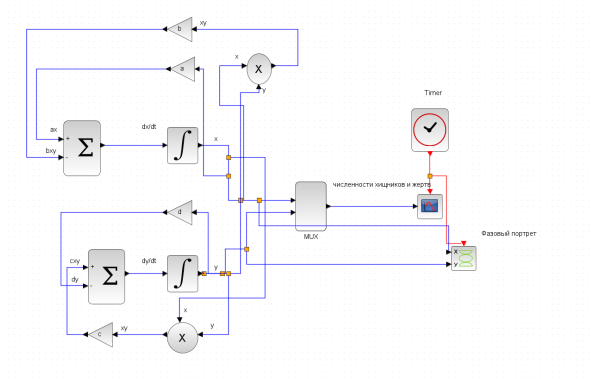


Рис. 4.2: Модель «хищник–жертва» в xcos

3. В параметрах блоков интегрирования необходимо задать начальные значения  $x(0) = 2, y(0) = 1$  (рис. 3):

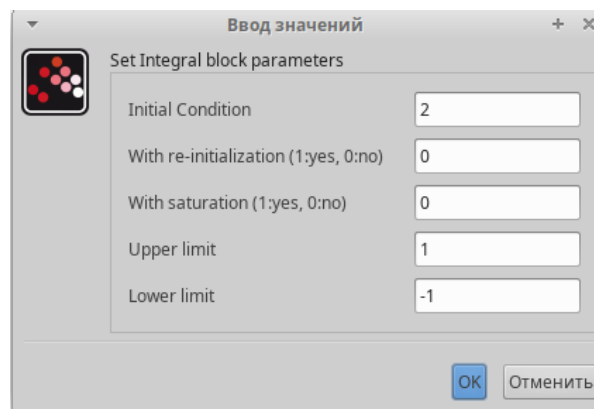


Рис. 4.3: Задать начальные значения в блоках интегрирования

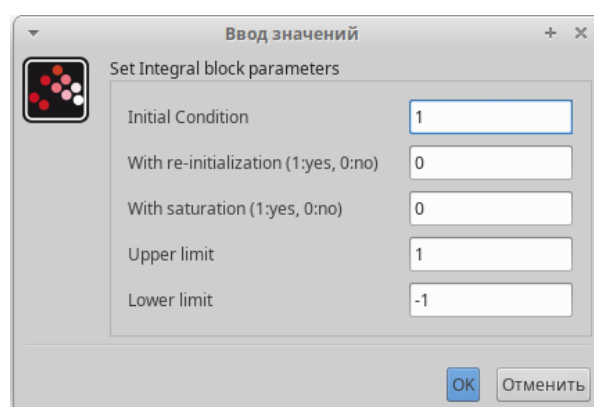


Рис. 4.4: Задать начальные значения в блоках интегрирования



4. В меню Моделирование, Установка необходимо задать конечное время интегрирования, равным времени моделирования: 30.
5. Результат моделирования представлен на рис. 5:

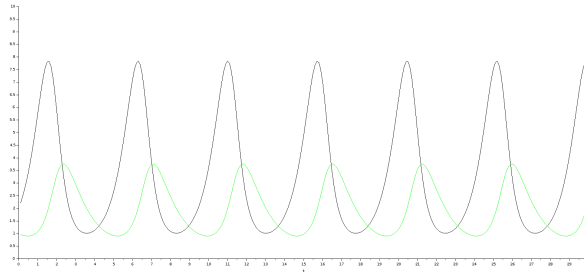


Рис. 4.5: Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при  $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$

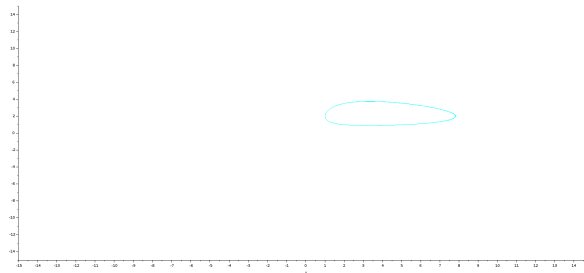


Рис. 4.6: Фазовый портрет модели 1

## 4.2 Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

6. Для реализации модели (6.1) с помощью языка Modelica потребуются следующие блоки xcos: CLOCK\_c, CSCOPE, CSCOPXY, TEXT\_f, MUX, CONST\_m и MBLOCK (Modelica generic). Как и ранее, задаём значения коэффициентов  $a, b, c, d$  (см. рис. 1). Готовая модель «хищник–жертва» представлена на рис. 7:

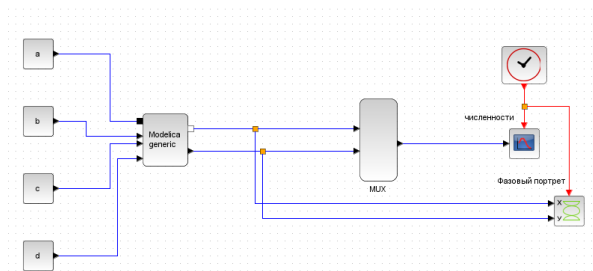


Рис. 4.7: Модель «хищник–жертва» в xcos с применением блока Modelica

7. Параметры блока Modelica представлены на рис. 8:

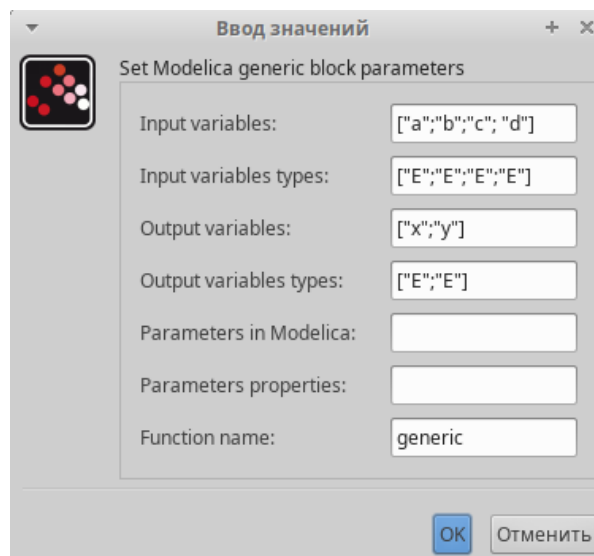


Рис. 4.8: Параметры блока Modelica для модели 1

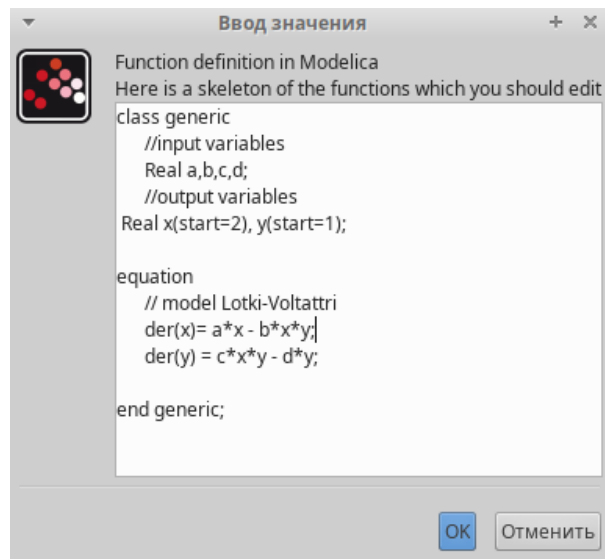


Рис. 4.9: Параметры блока Modelica для модели 1

8. Результат моделирования совпадёт с рис. 5 и 6:

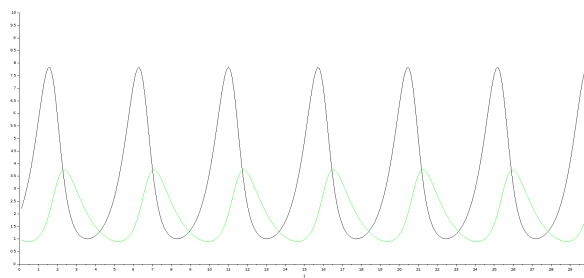


Рис. 4.10: Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при  $a = 2, b = 1, c = 0; 3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$  используя modelica

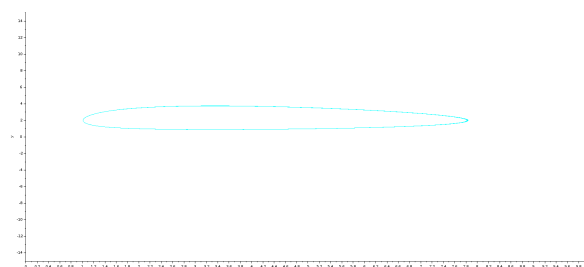


Рис. 4.11: Фазовый портрет модели 1 используя modelica

9. Код на языке Modelica в OpenModelica:

```

model lab06_OM
//input variables
Real a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1;
//output variables
Real x(start=2), y(start=1);
equation
// model Lotki-Voltattri
der(x)= a*x - b*x*y;
der(y) = c*x*y - d*y;
end lab06_OM;

```

#### 10. Результат моделирования:

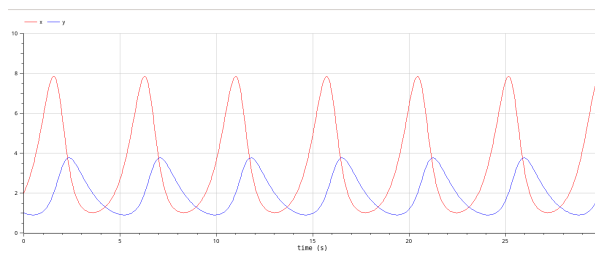


Рис. 4.12: Динамика изменения численности хищников и жертв модели 1 при  $a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1, x(0) = 2, y(0) = 1$  используя OpenModelica

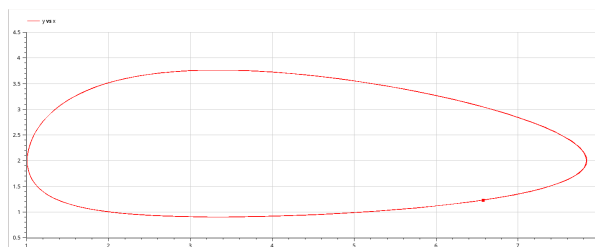


Рис. 4.13: Фазовый портрет модели 1 используя OpenModelica

## 4.3 Исходный код

### 4.3.1 Упражнение

```
model lab06_OM
//input variables
Real a = 2, b = 1, c = 0.3, d = 1;
    //output variables
Real x(start=2), y(start=1);
equation
    // model Lotki-Voltattri
    der(x)= a*x - b*x*y;
    der(y) = c*x*y - d*y;
end lab06_OM;
```

## 5 Вывод

- Изучали как работать с хосс, modelica и OpenModelica. [3]

## 6 Библиография

1. Турчин П.В. Лекция №14. Популяционная динамика. Биологическое образование в МФТИ, 2012.
2. Ю. О. Основ экологии. Мир, 1986. 376 с.
3. Korolkova A., Kulyabov D. Моделирование информационных процессов. 2014.