Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Абу Сувейлим Мухаммед Мунифович

Содержание

1	Целі	ь работ	ы	4	
2	Задание 2.1 Случай 1				
3	Теор	етичес	кое введение	8	
4	Вып	олнени	е лабораторной работы	10	
	4.1	Модел	пирование на языке программировании Julia	10	
		4.1.1	Случай 1 на языке программировании Julia	10	
		4.1.2	Случай 2 на языке программировании Julia	14	
	4.2	Модел	пирование на языке программировании OpenModelica	16	
		4.2.1	Случай 1 на языке программировании Julia	16	
		4.2.2	Случай 2 на языке программировании Julia	17	
	4.3	Исход	ный код	19	
		4.3.1	Julia	19	
		4.3.2	OpenModelica	24	
5	Выв	од		28	
6	Б Библиография				

Список иллюстраций

4.1	График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2,$ по оси абсцисс значения	
	$\hat{\theta} = \frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) Julia	13
4.2	График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2$ оборотные средства	
	фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $ heta=rac{t}{c_1}$ (безразмерное	
4.3	время) Julia	15
	фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $\theta = \frac{t}{c_0}$ (безразмерное	
	время) (время до 10 т у до 500) Julia	16
4.4	График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2$, по оси абсцисс значения	
	$ heta=rac{t}{c_1}$ (безразмерное время) OpenModelica	17
4.5		
	время) OpenModelica	18
4.6	График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2$ оборотные средства	10
	фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $ heta=rac{t}{c_1}$ (безразмерное	
	время) (время до 10 т у до 500) OpenModelica	19

1 Цель работы

• Целью работы является познокомится с простейшую модель конкуренции двух фирм (и модель одной фирмы) и проанализировать её.

2 Задание

Вариант № 36

2.1 Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо инымспособом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_{1}}{d\theta} = M_{1} - \frac{b}{c_{1}}M_{1}M_{2} - \frac{a_{1}}{c_{1}}M_{1}^{2}\left(1\right)$$

$$\frac{dM_{2}}{d\theta} = \frac{c_{2}}{c_{1}}M_{2} - \frac{b}{c_{1}}M_{1}M_{2} - \frac{a_{2}}{c_{1}}M_{2}^{2} \ (2)$$

2.2 Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости,производственного цикла, использование кредита и т.п.),

используются еще и социально-психологические факторы — формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M_1M_2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{split} \frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \left(3 \right) \\ \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - (\frac{b}{c_1} + 0.0063) M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \left(4 \right) \end{split}$$

Для обоих случаев рассмотреть задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$\begin{split} M_0^1 &= 3.7, \ M_0^2 = 2.8, \\ p_{cr} &= 27, \ N = 37, \ q = 1, \\ \tau_1 &= 27, \ \tau_2 = 17, \\ \tilde{p}_1 &= 6.7, \ \tilde{p}_2 = 11.7 \end{split}$$

Замечение: p_{cr}, \tilde{p}_2, N указаны в тысячах единиц, а значения $M_{1,2}$ указаны в млн. единиц.

Обозначения:

N – число потребителей производимого продукта

au – длительность производственного цикла

p – рыночная цена товара

 \tilde{p} – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$$heta=rac{t}{c_1}$$
 - безразмерное время

- 1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
- 2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

3 Теоретическое введение

Математическому моделированию процессов конкуренции и сотрудничества двух фирм на различных рынках посвящено довольно много научных работ, в основном использующих аппарат теории игр и статистических решений. В качестве примера можно привести работы таких исследователей, как Курно, Стакельберг, Бертран, Нэш, Парето, основные результаты которых приведены в [1].

Следует отметить, что динамические дифференциальные модели уже давно и успешно используются для математического моделирования самых разнообразных по своей природе процессов. Достаточно упомянуть широко использующуюся в экологии модель «хищник-жертва» Вольтера [2], математическую теорию развития эпидемий, модели боевых действий. В качестве классических примеров дифференциальных моделей экономической динамики отметим модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара, односекторную модель экономического роста Солоу [1], однопродуктовые динамические макроэкономические модели Леонтьева [3].

Задача решалась в следующей постановке.

На рынке однородного товара присутствуют две основные фирмы, разделяющие его между собой, т.е. имеет место классическая дуополия.

Безусловно, это является весьма сильным предположением, однако оно вполне оправдано в тех случаях, когда доля продаж остальных конкурентов на рассматриваемом сегменте рынке пренебрежимо мала. Хорошим примером может служить отечественный рынок микропроцессоров, который по существу разделили между

собой две фирмы: Intel и AMD.

Изменение объемов продаж конкурирующих фирм с течением времени описывается системой дифференциальных уравнений: (1),(2),(3)(4). [4]

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Моделирование на языке программировании Julia

4.1.1 Случай 1 на языке программировании Julia

1. Во-первых, я использвал пакеты Plots и DifferentialEquations для постпроения графиков и для решения дифференциальных уравнений, соответственно.

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

2. Инициализировал нужны нам константи и функции в моделии. $Mi_1=3.7$ начальное значение объема оборотных средств $M_1; Mi_2=2.8$ - начальное значение объема оборотных средств $M_2; p_c r=27$ - критическая стоимость продукта; N=37 - число потребителей производимого продукта; q=1 - максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени; $\tau_1=27$ - длительность производственного цикла фирмы 1; $\tau_2=17$ - длительность производственного цикла фирмы 2; $\tilde{p}_1=6.7$ - себестоимость продукта у фирмы 1; $\tilde{p}_2=11.7$ - себестоимость продукта у фирмы 2;

```
#начальные значения
```

```
Mi1 = 3.7 #начальное значение объема оборотных средств M1
Mi2 = 2.8 #начальное значение объема оборотных средств M2
p_cr = 27 #критическая стоимость продукта
```

```
N = 37 #число потребителей производимого продукта

q = 1 #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

tau1 = 27 #длительность производственного цикла фирмы 1

tau2 = 17 #длительность производственного цикла фирмы 2

p1 = 6.7 #себестоимость продукта у фирмы 1

p2 = 11.7 #себестоимость продукта у фирмы 2

a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q)

a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q)

b = p_cr/(tau1^2*p1^2*tau2^2*p2^2*N*q)

c1 = (p_cr - p1)/(tau1*p1)

c2 = (p_cr - p2)/(tau2*p2)
```

3. Далее я написал модель, описывающая динамики оборотных средств двух фирм, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише.

#уравнение, описывающее распространение рекламы

4. Далее я обозначал интервал времени.

end

```
#интервал временни и начальные значения 
#интервал временни и начальные значения 
tspan = (0, 60) 
u0 = [Mi1, Mi2]
```

5. Здесь я дал аргументы для функции ODEProblem которая указывает на дифф уравнение. Далее, я уравнение решил. Шан времени = 0.05

```
prob = ODEProblem(caseOne, u0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

6. Здесь я переименавал названия переменных.

```
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
Time = [t for t in sol.t]
```

7. Далее я подготовил пространство для первого графика.

```
pltOne = plot(dpi = 300, legend =:topright)
```

8. Наконец, я построил график динамики изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда I(0) <= I*.

```
plot!(
   pltOne,
   Time,
   M1,
   title = "График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2
(зеленый)",
   titlefont = font(8),
   xlabel = "Время",
   ylabel = "оборотные средства",
   guidefontsize=8,
   label = "M1",
   color=:blue
   )
plot!(
   pltOne,
   Time,
   M2.
```

```
title = "График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый)",
  titlefont = font(8),
  xlabel = "Время",
  ylabel = "оборотные средства",
  label = "M2",
  guidefontsize=8,
  color=:green
)
```

9. Получуный график изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2,$ по оси абсцисс значения $\theta = \frac{t}{c_1}$ (безразмерное время)

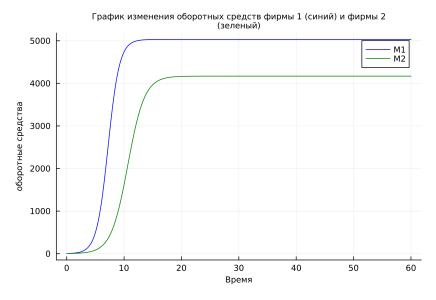


Рис. 4.1: График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2,$ по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) Julia

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. В математической модели (17) этот факт отражается в коэффициенте, стоящим перед членом M_1M_2 : в рассматриваемой задаче он одинаковый в

обоих уравнениях (b/c_1) . Это было обозначено в условиях задачи. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

4.1.2 Случай 2 на языке программировании Julia

1. Я только изменил коэффициенты в нашей системы. Все остальное как и было.

#уравнение, описывающее динамики оборотных средств двух фирм, производящие взаимо #одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише

3. Получуный график изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ (оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2), по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время). Иетервал времени от 0 до 60.

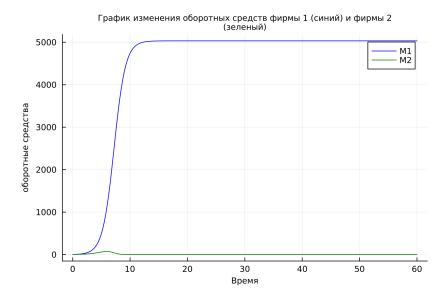


Рис. 4.2: График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) Julia

4. Получуный график изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ (оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2), по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время). Иетервал времени от 0 до 10 и диапозон у до 500.

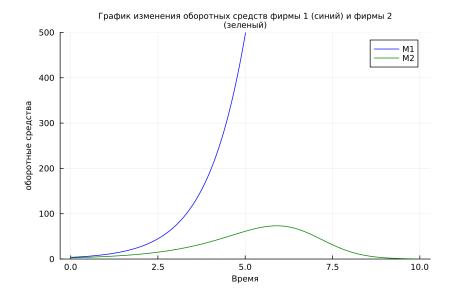


Рис. 4.3: График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) (время до 10 т у до 500) Julia

По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

4.2 Моделирование на языке программировании OpenModelica

4.2.1 Случай 1 на языке программировании Julia

- 1. В OpenModelica все прощее. Я просто переписал код из Julia. В этой программе все величины имею тот же смысл, что и в Julia. Переменая t указывает на время.
- 2. Получуный график изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2,$ по оси абсцисс значения

 $heta=rac{t}{c_1}$ (безразмерное время)

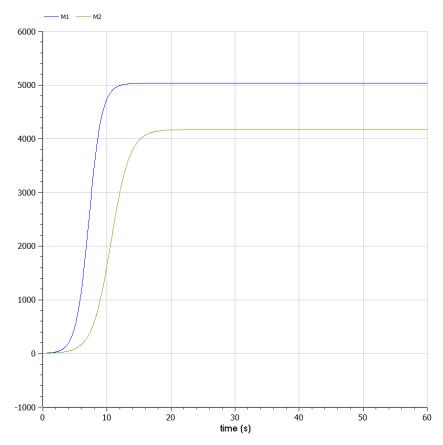


Рис. 4.4: График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1, 2$, по оси абсцисс значения $\theta = \frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) OpenModelica

4.2.2 Случай 2 на языке программировании Julia

3. Получуный график изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ (оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2), по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время). Иетервал времени от 0 до 60.

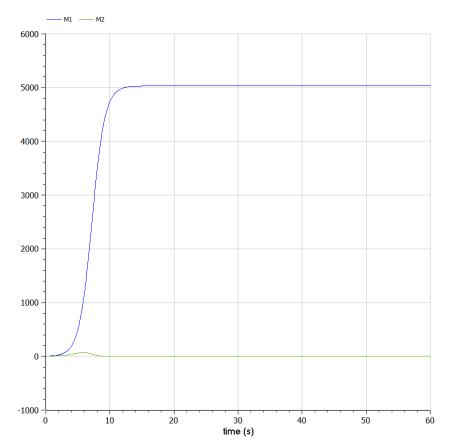


Рис. 4.5: График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) OpenModelica

4. Получуный график изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ (оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2), по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время). Иетервал времени от 0 до 10 и диапозон у до 500.

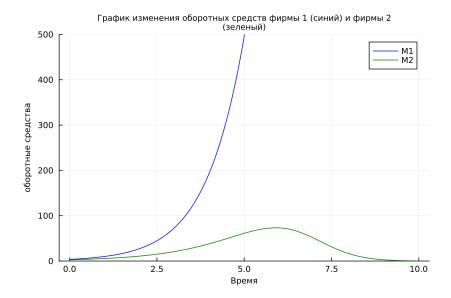


Рис. 4.6: График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2 (зеленый). По оси ординат значения $M_1,2$ оборотные средства фирмы 1 и фирмы 2) по оси абсцисс значения $\theta=\frac{t}{c_1}$ (безразмерное время) (время до 10 т у до 500) OpenModelica

4.3 Исходный код

4.3.1 Julia

1. Случай 1 на Julia

using Plots
using DifferentialEquations

#начальные значения

Mi1 = 3.7 #начальное значение объема оборотных средств M1

Мі2 = 2.8 #начальное значение объема оборотных средств М2

p_cr = 27 #критическая стоимость продукта

N = 37 #число потребителей производимого продукта

q = 1 #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени tau1 = 27 #длительность производственного цикла фирмы 1

```
tau2 = 17 #длительность производственного цикла фирмы 2
р1 = 6.7 #себестоимость продукта у фирмы 1
р2 = 11.7 #себестоимость продукта у фирмы 2
a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q)
a2 = p_{cr}/(tau2^2*p2^2*N*q)
b = p_cr/(tau1^2*p1^2*tau2^2*p2^2*N*q)
c1 = (p_cr - p1)/(tau1*p1)
c2 = (p_cr - p2)/(tau2*p2)
#уравнение, описывающее динамики оборотных средств двух фирм, производящие взаимо
#одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише
function caseOne(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - (b/c1)*u[1]*u[2] - (a1/c1)*u[1]^2
    du[2] = (c2/c1)*u[2] - (b/c1)*u[1]*u[2] - (a2/c1)*u[2]^2
end
#интервал временни и начальные значения
tspan = (0, 60)
u0 = [Mi1, Mi2]
prob = ODEProblem(caseOne, u0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] \text{ for } u \text{ in sol.u}]
```

```
M2 = [u[2] \text{ for } u \text{ in sol.} u]
Time = [t for t in sol.t]
pltOne = plot(dpi = 300, legend =:topright)
plot!(
    pltOne,
    Time,
    M1,
    title = "График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2
(зеленый)",
    titlefont = font(8),
    xlabel = "Время",
    ylabel = "оборотные средства",
    guidefontsize=8,
    label = "M1",
    color=:blue
    )
plot!(
    pltOne,
    Time,
    M2,
    title = "График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2
(зеленый)",
    titlefont = font(8),
    xlabel = "Время",
    ylabel = "оборотные средства",
    label = "M2",
    guidefontsize=8,
```

```
color=:green
    )
savefig(pltOne, "C:\\Users\\Mo\\work\\study\\2023-2024\\Математическое моделирова
 [5]
  2. Случай 2 на Julia
using Plots
using Differential Equations
#начальные значения
Mi1 = 3.7 #начальное значение объема оборотных средств M1
Mi2 = 2.8 #начальное значение объема оборотных средств M2
p_cr = 27 #критическая стоимость продукта
N = 37 #число потребителей производимого продукта
q = 1 #максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
tau1 = 27 #длительность производственного цикла фирмы 1
tau2 = 17 #длительность производственного цикла фирмы 2
р1 = 6.7 #себестоимость продукта у фирмы 1
р2 = 11.7 #себестоимость продукта у фирмы 2
a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q)
a2 = p_{cr}/(tau2^2*p2^2*N*q)
b = p_cr/(tau1^2*p1^2*tau2^2*p2^2*N*q)
c1 = (p_cr - p1)/(tau1*p1)
c2 = (p_cr - p2)/(tau2*p2)
```

#уравнение, описывающее динамики оборотных средств двух фирм, производящие взаимо #одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише

```
function caseTwo(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1] - (b/c1)*u[1]*u[2] - (a1/c1)*u[1]^2
    du[2] = (c2/c1)*u[2] - (b/c1 + 0.00063)*u[1]*u[2] - (a2/c1)*u[2]^2
end
#интервал временни и начальные значения
tspan = (0, 10)
u0 = [Mi1, Mi2]
prob = ODEProblem(caseTwo, u0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] \text{ for } u \text{ in sol.u}]
M2 = [u[2] \text{ for } u \text{ in sol.} u]
Time = [t for t in sol.t]
pltOne = plot(dpi = 300, legend =:topright, ylims=(0,500))
plot!(
    pltOne,
    Time,
    M1,
    title = "График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2
(зеленый)",
    titlefont = font(8),
```

```
xlabel = "Время",
    ylabel = "оборотные средства",
    guidefontsize=8,
    label = "M1",
    color=:blue
    )
plot!(
    pltOne,
    Time,
    M2,
    title = "График изменения оборотных средств фирмы 1 (синий) и фирмы 2
(зеленый)",
    titlefont = font(8),
    xlabel = "Время",
    ylabel = "оборотные средства",
    label = "M2",
    guidefontsize=8,
    color=:green
    )
```

savefig(pltOne, "C:\\Users\\Mo\\work\\study\\2023-2024\\Математическое моделирова

4.3.2 OpenModelica

1. Случай 1 на OpenModelica

```
model lab8_1
//начальные значения
```

```
Real p_cr = 27; //критическая стоимость продукта
Real N = 37; //число потребителей производимого продукта
Real q = 1; //максимальная потребность одного человека в продукте в единицу
Real tau1 = 27; //длительность производственного цикла фирмы 1
Real tau2 = 17; //длительность производственного цикла фирмы 2
Real p1 = 6.7; //себестоимость продукта у фирмы 1
Real p2 = 11.7; //себестоимость продукта у фирмы 2
Real M1;
Real M2;
Real a1 = p_{cr}/(tau1^2*p1^2*N*q);
Real a2 = p cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
Real b = p_{cr}/(tau1^2*p1^2*tau2^2*p2^2*N*q);
Real c1 = (p_cr - p1)/(tau1*p1);
Real c2 = (p_cr - p2)/(tau2*p2);
Real t = time;
initial equation
M1 = 3.7;
M2 = 2.8;
equation
der(M1) = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1^2;
der(M2) = (c2/c1)*M2 - (b/c1)*M1*M2 - (a2/c1)*M2^2;
```

```
end lab8_1;
2. Случай 2 на OpenModelica
  model lab8_2
  //начальные значения
  Real p_cr = 27; //критическая стоимость продукта
  Real N = 37; //число потребителей производимого продукта
  Real q = 1; //максимальная потребность одного человека в продукте в единицу
  Real tau1 = 27; //длительность производственного цикла фирмы 1
  Real tau2 = 17; //длительность производственного цикла фирмы 2
  Real p1 = 6.7; //себестоимость продукта у фирмы 1
  Real p2 = 11.7; //себестоимость продукта у фирмы 2
  Real M1;
  Real M2;
  Real a1 = p_{cr}/(tau1^2*p1^2*N*q);
  Real a2 = p_{cr}/(tau2^2*p2^2*N*q);
  Real b = p_{cr}/(tau1^2*p1^2*tau2^2*p2^2*N*q);
  Real c1 = (p_cr - p1)/(tau1*p1);
  Real c2 = (p_cr - p2)/(tau2*p2);
  Real t = time;
```

initial equation

M1 = 3.7;

M2 = 2.8;

```
equation
```

```
der(M1) = M1 - (b/c1)*M1*M2 - (a1/c1)*M1^2; der(M2) = (c2/c1)*M2 - (b/c1 + 0.00063)*M1*M2 - (a2/c1)*M2^2; end lab8_2;
```

5 Вывод

• Построил графики изменения объемов оборотных средств каждой фирмы.

6 Библиография

- 1. Малыхин В.И. Москва: ЛЕНАНД, 2014. С. –216.
- 2. Bell J.G. // SIAM Review. Society for Industrial; Applied Mathematics, 1990. T. 32, N° 3. C. 487-489.
- 3. Н. Б.Л. / под ред. Шопенко Д.В. Санкт-Петербург: ИВЭСЭП, 2002. С. –60.
- 4. Копылов А. В. П.А.Э. // УСПЕХИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ. 2003. № 8. С. 29–32.
- 5. JuliaHub I. Julia 1.10 Documentation [Электронный ресурс]. 2024. URL: https://docs.julialang.org/en/v1/ (дата обращения: 30.03.2024).