

Лабораторная работа №5

Модель Лотки-Вольтерры

Абу Сувейлим Мухаммед Мунивичи

9 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Абу Сувейлим Мухаммед Мунифович
- студент, НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов
- 103221315@pfur.ru

Вводная часть

- Классический подход к описанию динамики популяций опирается на дифференциальные уравнения Лотки-Вольтерра и их различные модификации.
- Модель Лотки Вольтерры принимается в таких областях, как экономика и маркетинг.

- Объектом и предметом исследования является модель хищник-жертва, именно модель Лотки-Вольтерры, как модель взаимодействий двух видов типа «хищник — жертва».

- Вариант 36: Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cx(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8$, $y_0 = 16$. Найдите стационарное состояние системы. ##

Цели и задачи

- Описать код программы на Julia и OpenModelica

- Одум, Ю. *Основ экологии*. Москва: Мир, 1986. 376 с.
- Турчин, П. В. *Лекция №14. Популяционная динамика*. Москва: Биологическое образование в МФТИ, 2012.
- Прасолов, А. *Some Quantitative Methods and Models in Economic Theory*. 2016.
- Перцев, Н. В., Перцева, А. Н. “Интегральная модель Лотки-Вольтерра и некоторые свойства ее решений.” *Математические структуры и моделирование*, 2000, № 1 (5), с. 72-81.
- Julia Documentation. (дата обращения: 09.03.2024)

Моделирование на Julia и OpenModelica

```
a = 0.83 #коэффициент естественной смертности хищников  
b = 0.083 #коэффициент естественного прироста жертв  
c = 0.82 #коэффициент увеличения числа хищников  
d = 0.082 #коэффициент смертности жертв  
x0 = 8 #начальное число жертв  
y0 = 16 #начальное число хищников
```

```
#система дифф уравнений 1-го порядка для модели Лотки-Вольтерры
function modelLotkaVolterra(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = a*u[1] - b*u[1]*u[2]
    du[2] = -c*u[2] + d*u[1]*u[2]
end
```

```
#система дифф уравнений 1-го порядка для модели Лотки-Вольтерры  
prob = ODEProblem(modelLotkaVolterra, u0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

- Когда начальные значения находятся в стационарном состоянии.

`a = 0.83 #коэффициент естественной смертности хищников`

`b = 0.083 #коэффициент естественного прироста жертв`

`c = 0.82 #коэффициент увеличения числа хищников`

`d = 0.082 #коэффициент смертности жертв`

`x0 = c/d #начальное число жертв`

`y0 = a/b #начальное число хищников`

```
model lab5_1
```

```
Real x;
```

```
Real y;
```

```
Real a = 0.83;
```

```
Real b = 0.083;
```

```
Real c = 0.82;
```

```
Real d = 0.082;
```

```
Real t = time;
```

```
initial equation
```

```
x = 8;
```

```
y = 16;
```

```
equation
```

```
der(x) = a*x - b*x*y;
```

```
der(y) = -c*y + d*x*y;
```

```
end lab5_1;
```


- Когда начальные значения находятся в стационарном состоянии.

```
initial equation
```

```
x = c / d;
```

```
y = a / b;
```

Результаты

График зависимости численности хищников от численности жертв

- Полученный график на Julia.

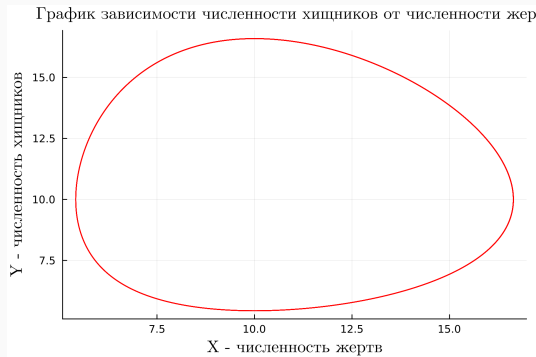


Figure 1: график зависимости численности хищников от численности жертв на Julia

Графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях

- Полученный график в OpenModelica, когда коэффициенты a, b, c, d отрицательные.

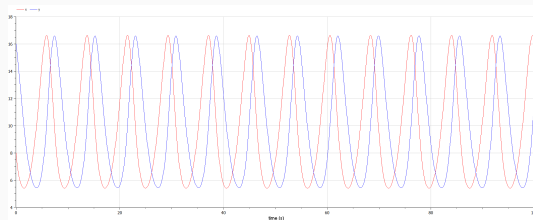


Figure 2: Графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях в OpenModelica

Графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях

- Полученный график на Julia, когда коэффициенты a, b, c, d положительные.

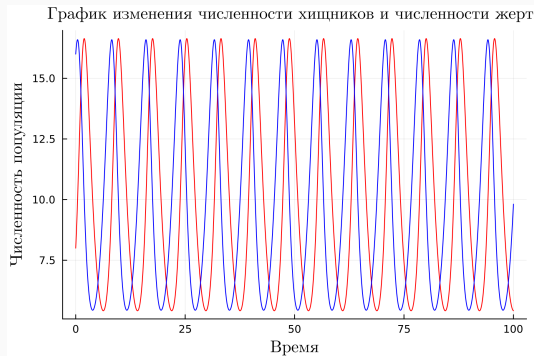


Figure 3: Графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях в OpenModelica

- Полученный график на Julia.

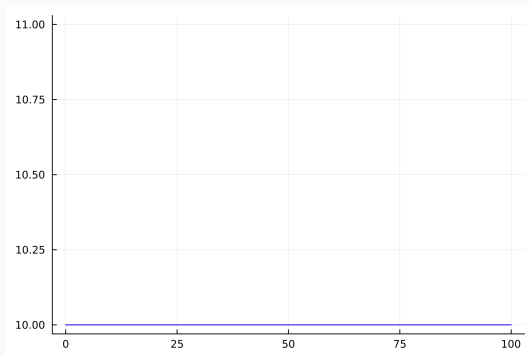


Figure 4: Графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях в OpenModelica

- Жесткую модель всегда надлежит исследовать на структурную устойчивость полученных при ее изучении результатов по отношению к малым изменениям модели (делающим ее мягкой).
- Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0$ и $y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет