

# **Лабораторная работа №7**

**Эффективность рекламы**

Абу Сувейлим Мухаммед Мунифович

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Моделирование на языке программирования Julia . . . . .	8
4.1.1	$\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ . . . . .	8
4.1.2	$\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ . . . . .	10
4.1.3	$\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$ . . . . .	12
4.2	Моделирование на языке программирования OpenModelica . . .	14
4.3	Исходный код . . . . .	18
4.3.1	Julia . . . . .	18
4.3.2	OpenModelica . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Вывод</b>	<b>26</b>
<b>6</b>	<b>Библиография</b>	<b>27</b>

## Список иллюстраций

4.1	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ . . . .	10
4.2	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ . . . .	11
4.3	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ . . . .	12
4.4	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ . . . .	13
4.5	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$ . . . .	13
4.6	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ OpenModelica . . . . .	15
4.7	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ OpenModelica . . . . .	16
4.8	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ OpenModelica . . . . .	17
4.9	График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ OpenModelica . . . . .	18

# 1 Цель работы

- Целью работы является познакомиться с простейшую модель рекламной кампании и проанализировать её.

## 2 Задание

Вариант № 36

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением: 1.  $\frac{dn}{dt} = (0.94 + 0.000094n(t))(N - n(t))$   
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000094 + 0.94n(t))(N - n(t))$  3.  $\frac{dn}{dt} = (0.94\sin(t) + 0.94\sin(t)n(t))(N - n(t))$

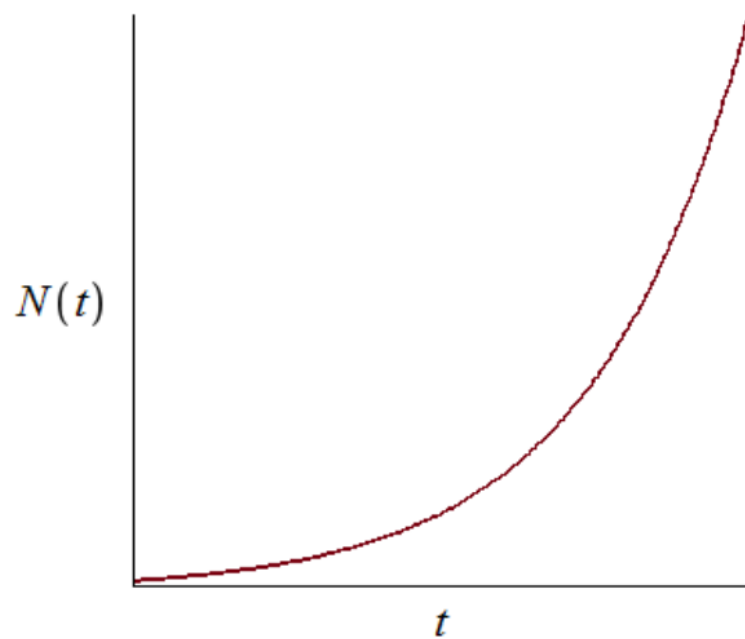
При этом объем аудитории  $N = 1040$ , в начальный момент о товаре знает 9 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

### 3 Теоретическое введение

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - корость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

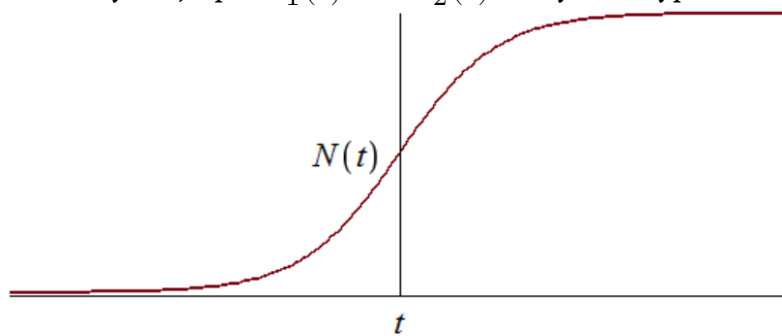
$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t)) \quad (1)$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение кото-



рой имеет вид

В обратном случае, при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической



кривой:

[1]

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Моделирование на языке программирования Julia

#### 4.1.1 $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

1. Во-первых, я использовал пакеты Plots и DifferentialEquations для построения графиков и для решения дифференциальных уравнений, соответственно.

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

2. Инициализировал нужны нам константы и функции в модели.  $\alpha_1 = 0.94$  - это коэффициент отвечающий за платную рекламу;  $\alpha_2 = 0.000094$  - это коэффициент отвечающий за платную рекламу;  $N = 1040$  - максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар;  $n_0 = 9$  - количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени;

```
#начальные значения
```

```
a1 = 0.94 #коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
a2 = 0.000094 #коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
N = 1040 #максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар
```

```
n0 = 9 #количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени
```

3. Далее я написал модель распространения рекламы.



```
#уравнение, описывающее распространение рекламы
```

```
function caseOne(du, u, p, t)
    n = u
    du[1] = (a1 + a2*u[1])*(N - u[1])
end
```

4. Далее я обозначал интервал времени.

```
#интервал времени и начальные значения
#интервал времени и начальные значения
tspan = (0, 60)
u0 = [n0]
```

5. Здесь я дал аргументы для функции ODEProblem которая указывает на дифф уравнение. Далее, я уравнение решил. Шаг времени = 0.05

```
prob = ODEProblem(caseOne, u0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

6. Здесь я переименовал названия переменных.

```
n = [u[1] for u in sol.u]
Time = [t for t in sol.t]
```

7. Далее я подготовил пространство для первого графика.

```
pltOne = plot(dpi = 300, legend = false)
```

8. Наконец, я построил график динамики изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда  $I(0) \leq I^*$ .

```
plot!(
    pltOne,
    Time,
```

```

n,
title = "График распространения информации о товаре с учетом платной
рекламы и с учетом сарафанного радио",
titlefont = font(8),
xlabel = "Время",
ylabel = "n(t) - количество людей, знающих о товаре
в момент времени t",
guidefontsize=8,
color=:red

```

9. Получуный график если  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ .

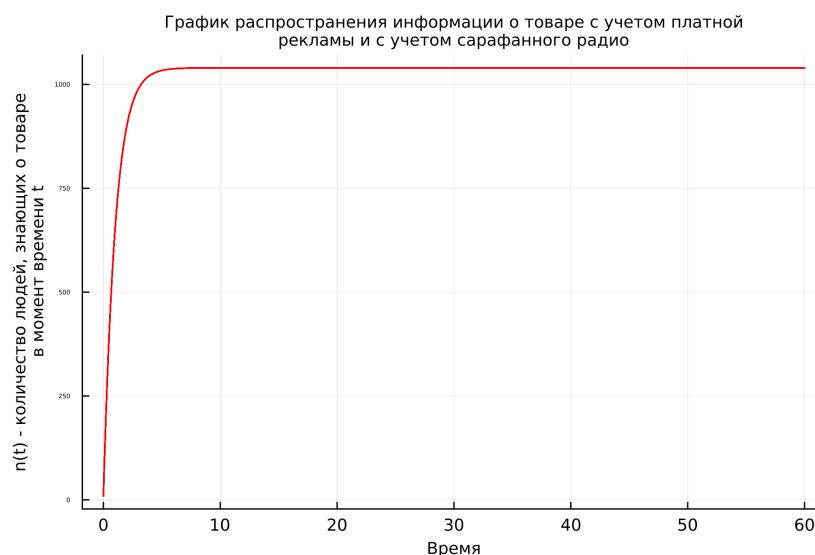


Рис. 4.1: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

#### 4.1.2 $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

1. Я только исправил коэффициенты в нашей системы. Все остальное как и было.

```
a2 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу
```

```
a1 = 0.000094 #коэф, отвечающий за платную рекламу
```

2. Также добавил новую функцию, чтобы определить в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.  
 $n(0.005319411243810851) = 637.3324449733891$  - максимальная скорость распространения рекламы.

```
# Находим момент времени, когда скорость распространения рекламы максимальна
max_dndt_ind = argmax([(0.0000094 + 0.94 * n_val) * (N - n_val) for n_val in n])
max_dndt_t = Time[max_dndt_ind]
```

3. Получуный график  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  с интервалом времени от 0 до 60.

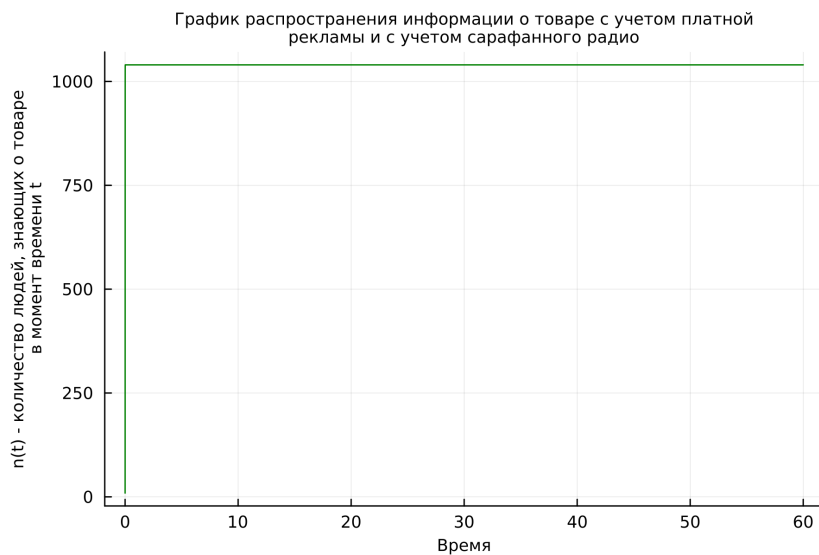


Рис. 4.2: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

4. Получуный график  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  с интервалом времени от 0 до 0.1.

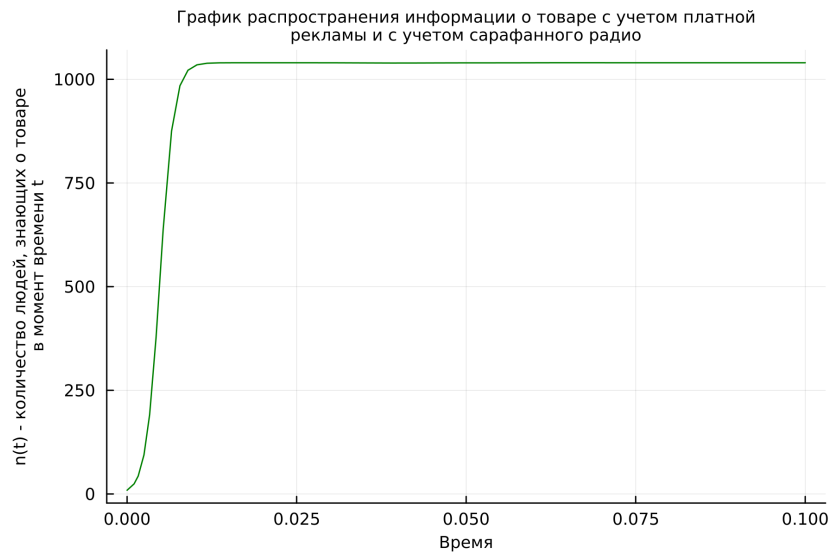


Рис. 4.3: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

#### 4.1.3 $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$

1. Я только исправил коэффициенты в нашей системы и добавил  $\sin(t)$ . Все остальное как и было.

a2 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу

a1 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу

2. Получуный график  $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$  с интервалом времени от 0 до 60.

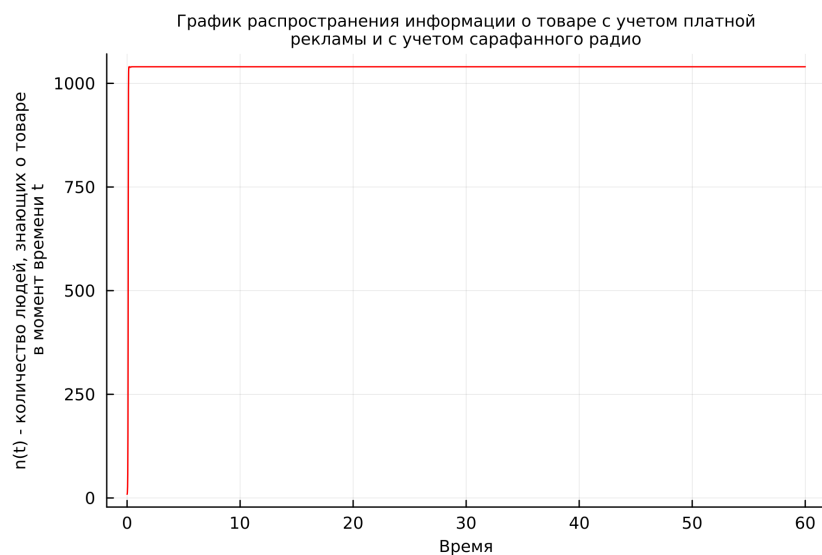


Рис. 4.4: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

3. Полученный график  $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$  с интервалом времени от 0 до 0.1.



Рис. 4.5: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$

## 4.2 Моделирование на языке программирования

### OpenModelica

1. В OpenModelica все проще. Я просто переписал код из Julia. В этой программе все величины имеют тот же смысл, что и в Julia. Переменная  $t$  указывает на время.

```
model lab7_1
```

```
Real a1 = 0.94; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real a2 = 0.000094; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real N = 1040; //максимальное количество людей, которых может заинтересовать
```

```
Real n;
```

```
Real t = time;
```

```
initial equation
```

```
n = 9;
```

```
equation
```

```
der(n) = (a1 + a2*n)*(N - n);
```

```
end lab7_1;
```

2.  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  в OpenModelica.

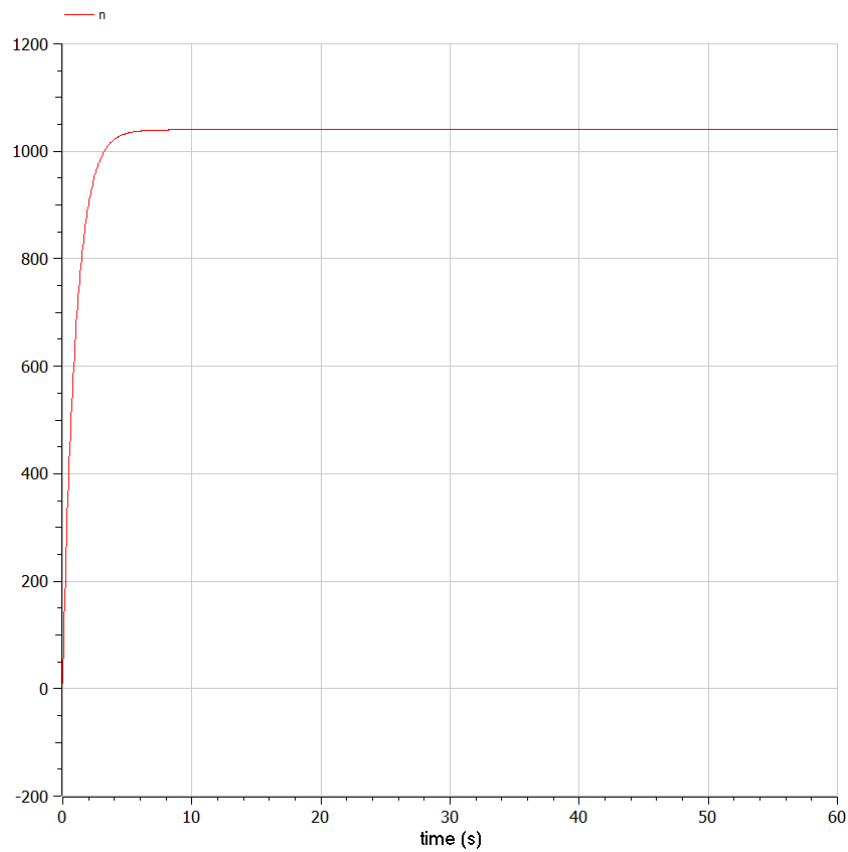


Рис. 4.6: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  OpenModelica

3.  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  в OpenModelica с интервалом времени от 0 до 60.

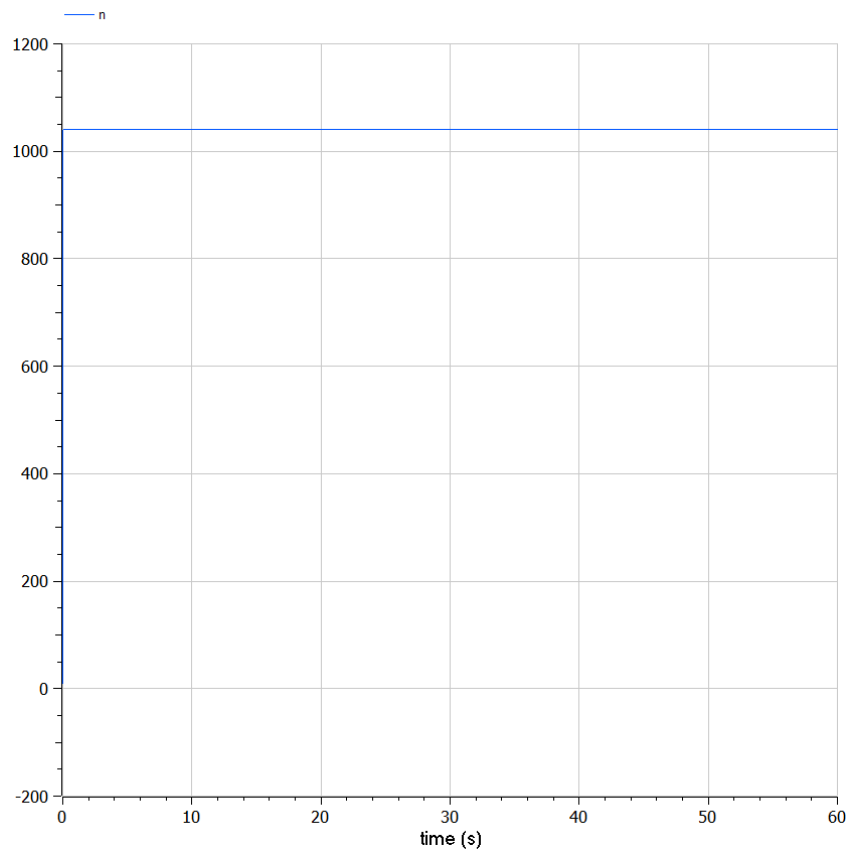


Рис. 4.7: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  OpenModelica

4.  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  в OpenModelica с интервалом времени от 0 до 0.1.



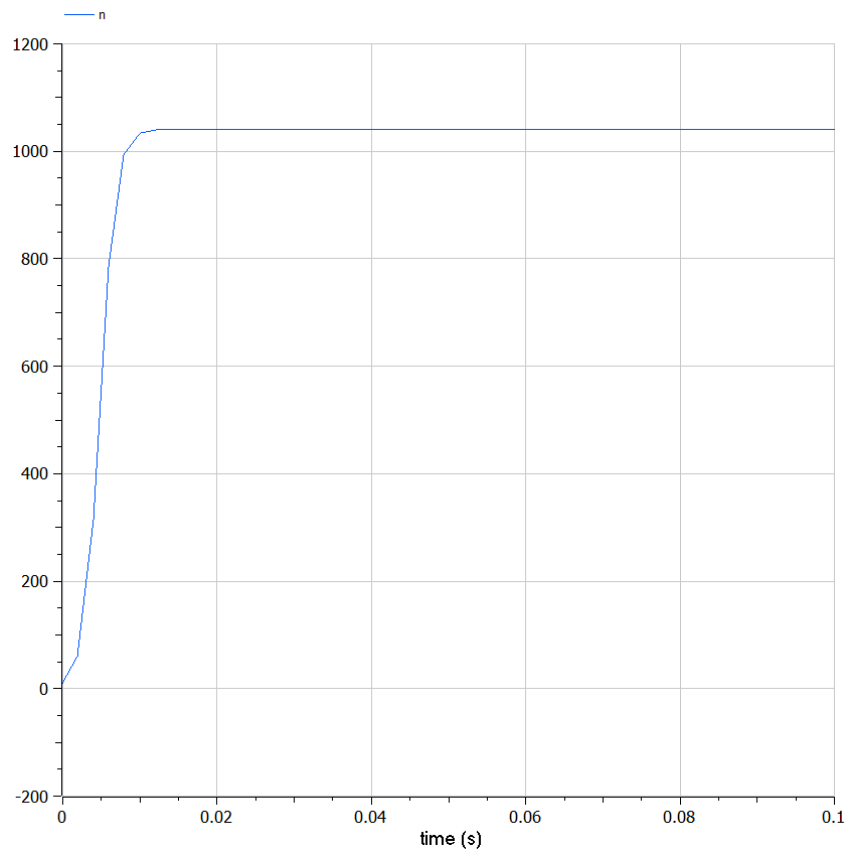


Рис. 4.8: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  OpenModelica

5.  $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$  в OpenModelica с интервалом времени от 0 до 0.1.

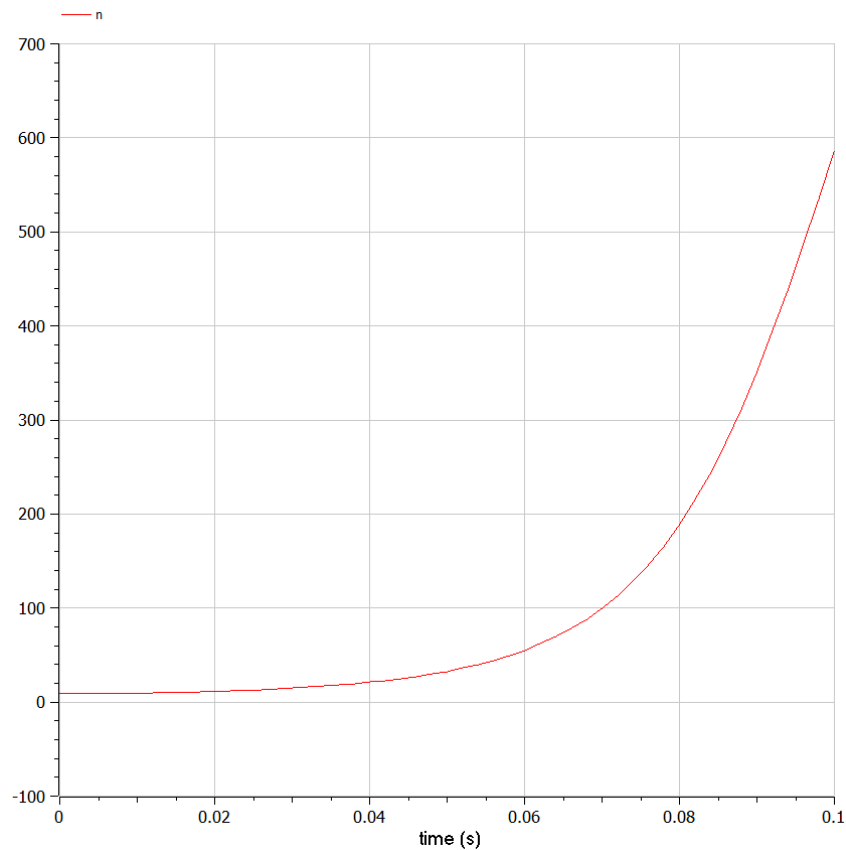


Рис. 4.9: График распространения информации о товаре с учетом платной рекламы и с учетом сарафанного радио при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  OpenModelica

## 4.3 Исходный код

### 4.3.1 Julia

1.  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

using Plots

using DifferentialEquations

#начальные значения

a1 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу

a2 = 0.000094 #коэф, отвечающий за платную рекламу

```

N = 1040 #максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар
n0 = 9 #количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени

#уравнение, описывающее распространение рекламы

function caseOne(du, u, p, t)
    n = u
    du[1] = (a1 + a2*u[1])*(N - u[1])
end

#интервал времени и начальные значения
tspan = (0, 60)
u0 = [n0]

prob = ODEProblem(caseOne, u0, tspan)

sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

n = [u[1] for u in sol.u]
Time = [t for t in sol.t]

pltOne = plot(dpi = 300, legend = false)

plot!(
    pltOne,
    Time,
    n,
    title = "График распространения информации о товаре с учетом платной
рекламы и с учетом сарафанного радио",

```

```

titlefont = font(8),
xlabel = "Время",
ylabel = "n(t) - количество людей, знающих о товаре
в момент времени t",
guidefontsize=8,
color=:red
)

```

```

savefig(pltOne, "C:\\Users\\Mo\\work\\study\\2023-2024\\Математическое моделирова

```

[2] 2.  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  на Julia

```

using Plots

```

```

using DifferentialEquations

```

```

#начальные значения

```

```

a2 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу

```

```

a1 = 0.000094 #коэф, отвечающий за платную рекламу

```

```

N = 1040 #максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар

```

```

n0 = 9 #количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени

```

```

#уравнение, описывающее распространение рекламы

```

```

function caseTwo(du, u, p, t)

```

```

    n = u

```

```

    du[1] = (a1 + a2*u[1])*(N - u[1])

```

```

end

```

```

#интервал времени и начальные значения

```

```

tspan = (0, 60)
u0 = [n0]

prob = ODEProblem(caseTwo, u0, tspan)

sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

n = [u[1] for u in sol.u]
Time = [t for t in sol.t]

pltOne = plot(dpi = 300, legend = false)

plot!(
    pltOne,
    Time,
    n,
    title = "График распространения информации о товаре с учетом платной
рекламы и с учетом сарафанного радио",
    titlefont = font(8),
    xlabel = "Время",
    ylabel = "n(t) - количество людей, знающих о товаре
в момент времени t",
    guidefontsize=8,
    color=:green
)

# Находим момент времени, когда скорость распространения рекламы максимальна
max_dndt_ind = argmax([(0.0000094 + 0.94 * n_val) * (N - n_val) for n_val in n])

```

```
max_dndt_t = Time[max_dndt_ind]
```

```
result_array = [(0.000094 + 0.94 * n_val) * (N - n_val) for n_val in n]  
println(result_array)
```

```
result_array = [(0.000094 + 0.94 * n_val) * (N - n_val) for n_val in n]  
println(result_array)
```

```
sol(0.005319411243810851)
```

$$3. \alpha_1(t) = \alpha_2(t)$$

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
#начальные значения
```

```
a1 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу
```

```
a2 = 0.94 #коэф, отвечающий за платную рекламу
```

```
N = 1040 #максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар
```

```
n0 = 9 #количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени
```

```
#уравнение, описывающее распространение рекламы
```

```
function caseThree(du, u, p, t)
```

```
    n = u
```

```
    du[1] = (a1*sin(t) + a2*sin(t)*u[1])*(N - u[1])
```

```
end
```

```
#интервал времени и начальные значения
```

```
tspan = (0, 60)
```

```

u0 = [n0]

prob = ODEProblem(caseThree, u0, tspan)

sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

n = [u[1] for u in sol.u]
Time = [t for t in sol.t]

pltOne = plot(dpi = 300, legend = false)

plot!(
    pltOne,
    Time,
    n,
    title = "График распространения информации о товаре с учетом платной
рекламы и с учетом сарафанного радио",
    titlefont = font(8),
    xlabel = "Время",
    ylabel = "n(t) - количество людей, знающих о товаре
в момент времени t",
    guidefontsize=8,
    color=:red
)

savefig(pltOne, "C:\\Users\\Mo\\work\\study\\2023-2024\\Математическое моделирова

```

### 4.3.2 OpenModelica

1.  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  в OpenModelica

```
model lab7_1
```

```
Real a1 = 0.94; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real a2 = 0.000094; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real N = 1040; //максимальное количество людей, которых может заинтересовать
```

```
Real n;
```

```
Real t = time;
```

```
initial equation
```

```
n = 9;
```

```
equation
```

```
der(n) = (a1 + a2*n)*(N - n);
```

```
end lab7_1;
```

## 2. $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ в OpenModelica

```
model lab7_2
```

```
Real a2 = 0.94; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real a1 = 0.000094; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real N = 1040; //максимальное количество людей, которых может заинтересовать
```

```
Real n;
```

```
Real t = time;
```

```
initial equation
```

```
n = 9;
```



```
equation
```

```
der(n) = (a1 + a2*n)*(N - n);
```

```
end lab7_2;
```

### 3. $\alpha_1(t) = \alpha_2(t)$ в OpenModelica

```
model lab7_3
```

```
Real a2 = 0.94; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real a1 = 0.94; //коэф,отвечающий за платную рекламу
```

```
Real N = 1040; //максимальное количество людей, которых может заинтересовать това
```

```
Real n;
```

```
Real t = time;
```

```
initial equation
```

```
n = 9;
```

```
equation
```

```
der(n) = (a1*sin(t) + a2*sin(t)*n)*(N - n);
```

```
end lab7_3;
```

## 5 Вывод

- Мы видим, в случаях один и два скорость распространения рекламы быстро растёт и потом перестанит меняться.

## 6 Библиография

1. Попов В. Д. Д.Н.А. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЕКЛАМЫ / под ред. А.Е.А. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники г. Минск, Республика Беларусь; 58-я Научная Конференция Аспирантов, Магистрантов и Студентов БГУИР, 2022. С. 2.
2. JuliaHub I. Julia 1.10 Documentation [Электронный ресурс]. 2024. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/> (дата обращения: 21.03.2024).