Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии - вариант 24

Гурбангельдиев Мухаммет Гурбангельдиевич НФИбд-03-18

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Изучить модель эпидемии SIR

2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: $I(0) \le I^*$, $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 10900)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 210$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 43$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. $I(0) \leq I^*$ 2. $I(0) > I^*$

```
import numpy as np
from scipy. integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import math

N = 10900
I0 = 210
R0 = 43
S0 = N-I0-R0

a = 0.15
b = 0.03

x0 = [S0, I0, R0]

def syst(y, t):
    y1, y2, y3 = y
    return [0, -b*y2, b*y2 ]



def syst2(y, t):
    y1, y2, y3 = y
    return [-a*y1, a*y1-b*y2, b*y2 ]

t = np.arange( 0, 200, 0.01)
y1 = odeint(syst, x0, t)
y1s = y1[:,0]
y1i = y1[:,1]
y1r = y1[:,2]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y1s, linewidth=2, label='S(t)')
```

```
plt.plot(t, y1i, linewidth=2, label='I(t)')
plt.plot(t, y1r, linewidth=2, label='R(t)')
plt.ylabel("численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)


y2 = odeint(syst2, x0, t)
y2s = y2[:,0]
y2i = y2[:,1]
y2r = y2[:,2]

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y2s, linewidth=2, label='S(t)')
plt.plot(t, y2i, linewidth=2, label='I(t)')
plt.plot(t, y2r, linewidth=2, label='R(t)')
plt.ylabel("численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)
```

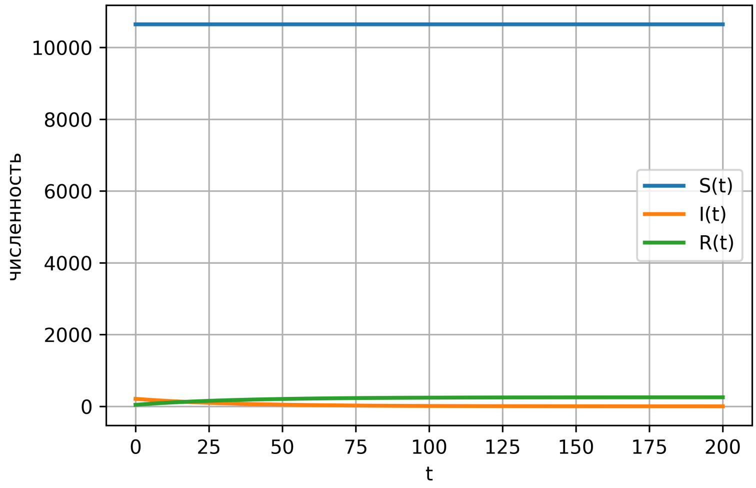

Figure 3.1: Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

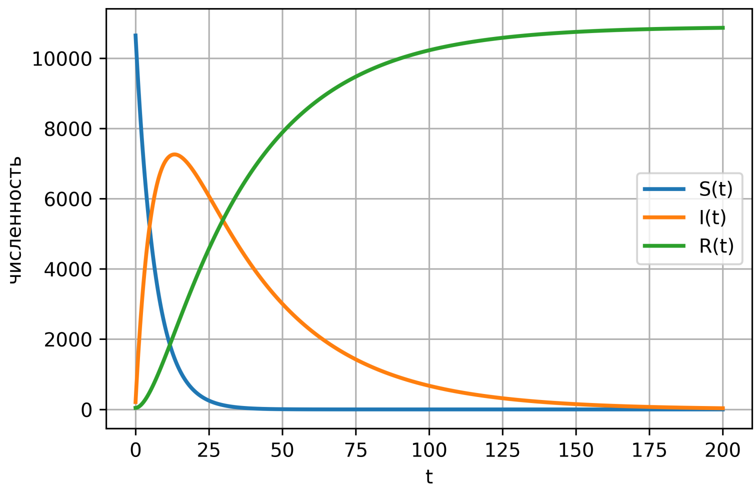

Figure 3.2: Графики численности в случае $I(0) > I^*$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.