E-BOOK
METERI HAFALAN TPA
(FOKUS TES MATEMATIKA)

DASAR OPERASI BILANGAN DAN BILANGAN ROMAWI

A. Hitung Campuran

Urutan pengerjaan hitung campuran:

1. Jika dalam soal terdapat perkalian dan pembagian, maka kerjakan dari kiri ke kanan.
   - 3 x (–5) : 15 = (–15) : 15 = –1
   - (–100) x 100 : 100 : (–100)
     = (–10000) : 100 : (–100) = (–100) : (–100) = 1
2. Jika dalam soal terdapat perkalian, pembagian, penjumlahan, atau pengurangan, maka kerjakan perkalian atau pembagian dahulu, baru lanjutkan penjumlahan atau pengurangan.

   Contoh:

   381 x 12 + 100 : 20 – 1000 = ...

   $$\underbrace{381 \times 12}_{1} + \underbrace{100 : 20}_{2} - 1000 = 4572 + 5 - 1000 = 3577$$
3. Jika dalam soal terdapat tanda kurung, maka kerjakan yang ada di dalam tanda kurung terlebih dahulu.

Contoh:

1. 59.128 + 56 x 12 – 1008: 9
   = 59.128 + (56 x 12) – (1008: 9)
   = 59.128 + 672 – 112 = 59.800 – 112 = 59.688
2. 427 x (15 + 73) – 29.789
   = (427 x 88) – 29.789 = 37.576 – 29.789 = 7.787

B. Bilangan Romawi

Lambang Bilangan	
Romawi	**Asli**
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Aturan Penulisan

a. Sistem Pengulangan
   - Pengulangan paling banyak 3 kali.
   - Bilangan Romawi yang boleh diulang I, X, C, dan M.
   - Sedang yang tidak boleh diulang V dan L.
     Contoh:
     III = 3
     IIII ≠ 4 melainkan IV = 4
     VV ≠ 10 melainkan X = 10

b. Sistem Pengurangan
   - Jika bersebelahan, bilangan kanan harus lebih besar dari bilangan yang ada di sebelah kiri.
   - Dilakukan paling banyak 1 angka.
     Contoh:
     IV = 5 – 1 = 4
     IX = 10 – 1 = 9
     XL = 50 – 10 = 40
     CM = 1000 – 100 = 900

c. Sistem Penjumlahan

- Jika bersebelahan, maka bilangan kanan harus lebih kecil dari bilangan yang ada di sebelah kiri.
- Dilakukan paling banyak 3 angka.

  Contoh:

  VII = 5 + 1 + 1 = 7

  VIIII ≠ 9

  (tidak diperbolehkan: 4 kali penambahan)

  XXXVIII = 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 38

d. Penggabungan

Penggabungan antara pengurangan dan penjumlahan

Contoh:

XXIX = 10 + 10 + (10 – 1) = 29

MCMXCVII

= 1000 + (1000 – 100) + (100 – 10) + 5 + 1 + 1

= 1997

Tambahan

Apabila suatu bilangan romawi diberi tanda setrip satu di atas maka dikalikan 1.000.

Apabila bertanda setrip dua di atas, maka dikalikan 1.000.000.

Contoh:

$\overline{V}$ = 5 x 1.000 = 5.000

$\overline{\overline{C}}$ = 100 x 1.000.000 = 100.000.000

PECAHAN DAN PERSEN

A. Pecahan Senilai

Pecahan senilai adalah bilangan pecahan yang nilainya sama.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times n}{b \times n} = \frac{c}{d}$$

Contoh:

a. $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$

b. $\frac{4}{15} = \frac{4 \times 4}{15 \times 4} = \frac{16}{60}$

B. Menyederhanakan Pecahan

Dengan menyederhanakan pecahan, akan didapatkan hasil yang terkecil dengan nilai yang sama.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} = \frac{c}{d}$$

Syarat:

a. Pembilang dan penyebut berangka besar dan masih dapat dibagi.

b. Pembilang dan penyebut dibagi dengan angka yang sama.

c. Untuk menghasilkan hasil terkecil (sudah tidak bisa dibagi lagi), maka pembaginya adalah FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dari pembilang dan penyebut.

Contoh:

$\frac{4}{12} = ...$

FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dari 4 dan 12 adalah 4, maka pembilang dan penyebut dibagi dengan angka 4 untuk mendapatkan hasil yang terkecil.

Diperoleh: $\frac{4}{12} = \frac{4:4}{12:4} = \frac{1}{3}$

C. Mengubah Pecahan

Pecahan Biasa Diubah ke Pecahan Campuran

Syarat:

Pembilang lebih besar dari penyebut

Cara:

Pembilang dibagi penyebut, hasil menjadi bilangan bulat dan sisanya sebagai pembilang.

Contoh:

a. $\frac{5}{3} = 5 : 3 = 1$ sisa 2, maka jawabannya : $1\frac{2}{3}$

b. $\frac{26}{4} = 26 : 4 = 6$ sisa 2,

maka jawabannya : $6\frac{2}{4}$ atau $6\frac{1}{2}$

Pecahan Campuran Diubah ke Pecahan Biasa

Cara:

Bilangan bulat dikalikan penyebut ditambahkan pembilang dan mengganti pembilang sebelumnya.

$$a\frac{b}{c} = \frac{(a \times c) + b}{c}$$

Contoh:

a. $2\frac{3}{7} = \frac{(2 \times 7) + 3}{7} = \frac{17}{7}$

b. $20\frac{2}{3} = \frac{(20 \times 3) + 2}{3} = \frac{62}{3}$

D. Operasi Hitung Pecahan Biasa

1. **Penjumlahan**

   Cara:

   Penyebut dari pecahan disamakan terlebih dahulu. Untuk menyamakan penyebut dapat menggunakan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dari kedua penyebut.

   Contoh: $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}$

2. **Pengurangan**

   Cara:

   Sama halnya dengan penjumlahan, penyebut dari pecahan disamakan terlebih dahulu. Untuk menyamakan penyebut dapat menggunakan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dari kedua penyebut.

Contoh:

$$4\frac{2}{5} - 1\frac{5}{6} = 4\frac{12}{30} - 1\frac{25}{30} = 3\frac{42}{30} - 1\frac{25}{30}$$

$$= (3 - 1) + \left(\frac{42}{30} - \frac{25}{30}\right) = 2\frac{17}{30}$$

3. **Perkalian**

Cara:

Mengalikan di kedua bagian secara langsung, pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut.

Contoh:

a. $\frac{3}{4} x \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$

Sedang untuk mempercepat, bila ada yang dapat diperkecil antara pembilang dan penyebut, maka dapat disederhanakan terlebih dahulu.

b. $\frac{3}{\cancel{4}} x \frac{\cancel{4}}{5} = \frac{3}{5}$

4. **Pembagian**

Cara:

Untuk mendapatkan hasil bagi, maka harus diubah menjadi perkalian terlebih dahulu. Untuk mengubah ke perkalian, pecahan yang membagi harus dibalik posisinya antara pembilang dan penyebut terlebih dahulu.

Contoh:

a. $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} x \frac{2}{1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

b. $4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4} = \frac{9}{2} : \frac{13}{4} = \frac{9}{\cancel{2}} x \frac{\cancel{4}^{2}}{13} = \frac{18}{13} = 1\frac{5}{13}$

E. Operasi Hitung Pecahan Desimal

1. **Menjumlah dan Mengurangkan Pecahan Desimal**

a. Jika menemukan soal menjumlah dan mengurangkan pecahan desimal, kerjakan dengan cara susun ke bawah dan urutkan sesuai dengan nilai tempat.

Contoh:

1. 9,25 + 5,6 = 14,85 karena :

$$\begin{array}{r} 9{,}25 \\ 5{,}6 \\ \hline 14{,}85 \end{array} +$$

2. 9,25 – 5,6 = 3,65 karena :

$$\begin{array}{r} 9{,}25 \\ 5{,}6 \\ \hline 3{,}65 \end{array} -$$

b. Jika mendapat pengerjaan gabungan, pecahan itu diubah menjadi pecahan biasa.

Contoh: $5\frac{1}{4} + 2{,}75 - 35\% = ...$

Diubah menjadi:

$$5\frac{25}{100} + 2\frac{75}{100} - \frac{35}{100} = 7\frac{65}{100} = 7{,}65 = 765\%$$

2. **Mengalikan dan Membagi Pecahan Desimal**

a. Jika mendapatkan perkalian pecahan desimal, kerjakan dengan cara susun ke bawah.

Contoh: 2,6 x 0,15 = 0,39 karena:

$$\begin{array}{l} 2{,}6 \\ \underline{0{,}15} \; x \\ 130 \\ 26 \\ \underline{00} \; + \\ 0{,}39 \end{array}$$

b. Jika mendapatkan pembagian pecahan desimal, kerjakan dengan pembagian ke bawah.

Contoh: 3,6 : 12 = 0,3 karena :

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ 12\overline{)3,6} \\ \underline{3,6}\;- \\ 0 \end{array}$$

c. Jika mendapatkan pembagian pecahan desimal dengan pecahan desimal, bilangan pembaginya diubah menjadi bilangan bulat lebih dahulu.
Contoh:
4,5 : 0,9 = 5 karena diubah menjadi 45 : 9 = 5

F. PECAHAN PERSEN (%) DAN PENERAPAN

Pecahan persen dikaitkan dengan perhitungan bunga bank, potongan harga, laba-rugi, dan lain-lain.
Contoh:

1. Ardi menabung di bank sebesar Rp 250.000,00. Diketahui bahwa besar bunga bank adalah 13% setahun. Berapa rupiah banyak tabungan Ardi setelah 1 tahun ?
   Jawab:
   Besar bunga bank 1 tahun
   $= \frac{13}{100}$ x Rp 250.000,00 = Rp 32.500,00
   Banyak tabungan Ardi setelah 1 tahun
   = Rp 250.000,00 + Rp 32.500,00 = Rp 282.500,00
2. Pak Sarwoko membeli motor seharga Rp 8.500.000,00. Pada saat dijual kembali harga motor itu turun 15%. Berapa rupiah uang yang diterima Pak Sarwoko dari hasil penjualan motor tersebut ?
   Jawab:
   Turun harga $= \frac{15}{100}$ x Rp 8.500.000,00
   = Rp 1.275.000,00
   Uang yang diterima Pak Sarwoko dari hasil penjualan motor tersebut adalah
   = Rp 8.500.000,00 - Rp 1.275.000,00 = Rp 7.225.000,00
3. Anung akan membeli sepasang sepatu seharga Rp 80.000,00. Dia melihat ada label diskon 20 %. Jadi, berapa jumlah uang yang harus dibayarkan Anung untuk membeli sepatu tersebut?
   Jawab:
   Diskon $= \frac{20}{100}$ x Rp 80.000,00 = Rp 16.000,00
   Jumlah uang yang harus dibayarkan Anung untuk membeli sepatu tersebut
   = Rp 80.000,00 - Rp 16.000,00 = Rp 64.000,00

KPK DAN FPB

A. Bilangan Prima

a. Bilangan prima adalah bilangan yang tepat mempunyai 2 faktor, yaitu bilangan 1 (satu) dan bilangan itu sendiri.

Contoh:

2 mempunyai faktor 1 dan 2.
3 mempunyai faktor 1 dan 3.
5 mempunyai faktor 1 dan 5.
7 mempunyai faktor 1 dan 7.
Jadi, bilangan prima = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

b. Faktor prima adalah bilangan prima yang dapat digunakan untuk membagi habis suatu bilangan.

Contoh:

Faktor prima dari 18 adalah 2 dan 3.
Faktor prima dari 30 adalah 2, 3, dan 5.

c. Faktorisasi prima adalah perkalian semua bilangan prima yang merupakan faktor dari suatu bilangan.

Contoh:

Faktorisasi prima dari 32 adalah = 2 x 2 x 2 x 2 x 2
= 2^5

Faktorisasi prima dari 40 adalah = 2 x 2 x 2 x 5
= 2^3 x 5

B. FPB

Faktor Persekutuan terBesar (FPB) dari dua bilangan adalah hasil kali semua faktor prima yang sama dan pangkat terendah.

Contoh:

Cari FPB dari 84 dan 120.

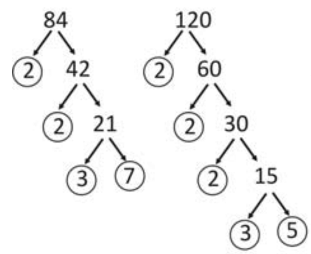
Penyelesaian:

Cara I, dengan menentukan faktor kelipatannya, yaitu

84 = 1, 2, 3, 4, 6, 7, **12**, 14, 21, 28, 42, 81.
120 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, **12**, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120.

Maka, FPB dari 84 dan 120 adalah 12.

Cara II, dengan pohon faktor



$$\left.\begin{aligned} 84 &= 2^2 \times 3 \times 7 \\ 120 &= 2^3 \times 3 \times 5 \end{aligned}\right\} \text{FPB} = 2^2 \times 3 = 12$$

Untuk menentukan FPB tiga bilangan caranya sama dengan FPB dua bilangan. Cara menentukan dapat dilaksanakan dengan beberapa cara.

Contoh:

FPB dari 72, 96, dan 144 adalah 24.

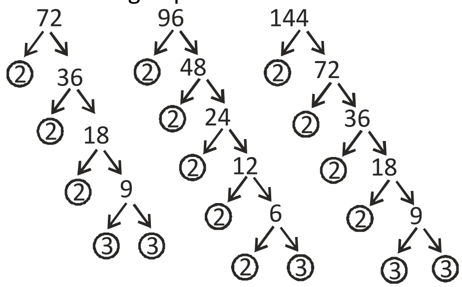
Penyelesaian:

Cara I: dengan menentukan faktor kelipatannya, yaitu

72 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, **24**, 36, 72
96 = 1, 2, 3, 4, 6, 12, **24**, 32, 48, 96
144 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, **24**, 36, 48, 72, 144

Maka FPB dari 72, 96, dan 144 adalah 24.

Cara II: dengan pohon faktor



$$\left.\begin{aligned} 72 &= 2^3 \times 3^2 \\ 96 &= 2^5 \times 3 \\ 144 &= 2^4 \times 3^2 \end{aligned}\right\} \text{FPB} = 2^3 \times 3 = 24$$

Jadi, FPB dari 72, 96, dan 144 = 24.

C. KPK

Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) adalah bilangan asli yang menjadi kelipatan persekutuan dua bilangan atau lebih.

KPK dua bilangan atau lebih adalah perkalian semua angka faktor prima ditulis dan cari pangkat yang terbesar.

Contoh:

Cari KPK dari 84 dan 120.

Penyelesaian:

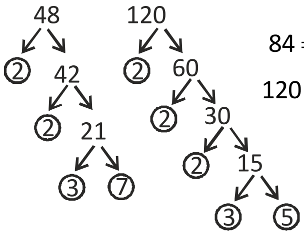
Cara I, dengan menentukan kelipatan persekutuannya, yaitu

84 = 84, 168, 252, 420, 504, 588, 672, 756, **840**,...

120 = 120, 240, 360, 480, 600, 720, **840**, 960,...

Maka, KPK dari 84 dan 120 adalah **840**.

Cata II



$$\left.\begin{aligned} 84 &= 2^2 \times 3 \times 7 \\ 120 &= 2^3 \times 3 \times 5 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} \text{KPK} &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \\ &= 840 \end{aligned}$$

Catatan:

Penentuan KPK dengan pohon faktor adalah perkalian dari semua faktor primanya. Jika ada faktor yang sama, ambil nilai pangkat yang tertinggi.

PERBANDINGAN DAN SKALA

A. Perbandingan

Perbandingan adalah membandingkan suatu besaran dari dua nilai atau lebih dengan cara yang sederhana.

Ditulis

$$A : B = C : D \text{ atau } \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Perbandingan Dua Nilai $A : B = p : q$

- **Mencari A jika B diketahui.**

$$A:B=p:q \Rightarrow A=\frac{p}{q}\times B$$

- **Mencari B jika A diketahui.**

$$A:B=p:q \Rightarrow B=\frac{q}{p}\times A$$

- **Mencari perbandingan jika jumlahnya (A + B) diketahui.**

$A:B=p:q$

Jika $A+B$ diketahui, maka

$$A=\frac{p}{p+q}\times(A+B) \Rightarrow B=\frac{q}{p+q}\times(A+B)$$

- **Mencari nilai perbandingan jika selisihnya (A – B) diketahui.**

$A:B=p:q$

Jika $A-B$ diketahui, maka

$$A=\frac{p}{p-q}\times(A-B) \Rightarrow B=\frac{q}{p-q}\times(A-B)$$

Catatan:
Nilai p – q selalu positif karena hanya menunjukkan selisih nilai di antara keduanya.

Contoh:
Uang Adam dibandingkan uang Dian adalah 3: 5. Jika uang Adam Rp 75.000,00, berapakah uang Dian?
Penyelesaian:

$A:B=3:5$

$$B=\frac{5}{3}\times \text{Rp } 75.000,00=\text{Rp } 125.000,00$$

Jadi, uang Dian Rp 125.000,00.

Contoh:
Perbandingan bola R dan T adalah 5 : 10. Jika jumlah bola keduanya adalah 450. Tentukan jumlah bola R dan T!
Penyelesaian:
R : T = 5 : 10
R + T = 450

$$\text{Jumlah bola R}=\frac{5}{5+10}\times 450=\frac{5}{\cancel{15}}\times \cancel{450}^{30}=5\times 30=150$$

$$\text{Jumlah bola T}=\frac{10}{5+10}\times 450=\frac{10}{\cancel{15}}\times \cancel{450}^{30}=10\times 30=300$$

Jadi, jumlah bola R ada 150 bola dan jumlah bola T ada 300 bola.

Perbandingan Tiga Nilai

$$\boxed{A:B:C=p:q:r}$$

- **Jika jumlah (A + B + C) diketahui, maka,**

$$A=\frac{p}{p+q+r}\times(A+B+C)$$

$$B=\frac{q}{p+q+r}\times(A+B+C)$$

$$C=\frac{r}{p+q+r}\times(A+B+C)$$

- **Jika jumlah (A + B) saja yang diketahui, maka,**

$$A = \frac{p}{p+q} \times (A+B)$$

$$B = \frac{q}{p+q} \times (A+B)$$

$$C = \frac{r}{p+q} \times (A+B)$$

- **Jika jumlah (A – B) saja yang diketahui, maka,**

$$A = \frac{p}{p-q} \times (A-B)$$

$$B = \frac{q}{p-q} \times (A-B)$$

$$C = \frac{r}{p-q} \times (A-B)$$

Catatan:

Nilai p – q selalu positif karena hanya menunjukkan selisih nilai di antara keduanya.

Contoh:

Perbandingan uang L: F: R = 3: 5: 7. Jika jumlah uang mereka Rp 6.000.000,00, berapakah uang masing-masing ?

Penyelesaian:

L: F: R = 3: 5: 7

L + F + R = Rp 6.000.000,00

$$\text{Uang L} = \frac{3}{3+5+7} \times 6000000$$

$$= \frac{3}{\cancel{15}} \times \cancel{6000000}^{400000} = 3 \times 400000 = 1200000$$

$$\text{Uang F} = \frac{5}{3+5+7} \times 6000000$$

$$= \frac{5}{\cancel{15}} \times \cancel{6000000}^{400000} = 5 \times 400000 = 2000000$$

$$\text{Uang R} = \frac{7}{3+5+7} \times 6000000$$

$$= \frac{5}{\cancel{15}} \times \cancel{6000000}^{400000} = 7 \times 400000 = 2800000$$

Jadi, uang L = Rp 1.200.000,00,
uang F = Rp 2.000.000,00, dan
uang R = Rp 2.800.000,00.

Contoh:

Perbandingan kelereng Vani: Veri: Vita = 3: 5: 7. Jika selisih kelereng Vani dan Veri adalah 50, berapakah kelereng masing-masing?

Penyelesaian:

Vani : Veri: Vita = 3: 5: 7

Vani – Veri = 50

$$\text{Kelereng Vani} = \frac{3}{3-5} \times 50 = \frac{3}{\cancel{2}} \times \cancel{50}^{25} = 3 \times 25 = 75$$

$$\text{Kelereng Veri} = \frac{3}{3-5} \times 50 = \frac{5}{\cancel{2}} \times \cancel{50}^{25} = 5 \times 25 = 125$$

$$\text{Kelereng Vani} = \frac{7}{3-5} \times 50 = \frac{7}{\cancel{2}} \times \cancel{50}^{25} = 7 \times 25 = 175$$

Jadi, kelereng Vani, Veri, dan Vita adalah 75, 125 dan 175.

B. Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai

Perbandingan dapat dikatakan sebagai bentuk lain dari pecahan. Perbandingan dibedakan menjadi dua, yaitu perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

1. Perbandingan senilai

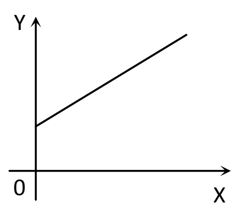
Perbandingan senilai adalah perbandingan yang apabila nilai awalnya diperbesar, maka nilai akhir juga akan semakin besar. Sebaliknya, apabila nilai awal diperkecil maka nilai akhir juga akan menjadi semakin kecil.

Nilai Awal (P)		Nilai Akhir (Q)
x y	Sebanding dengan	a b

Hubungan yang berlaku dari perbandingan di atas adalah

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}.$$

Grafik perbandingan senilai adalah:



Contoh:

Sebuah besi panjangnya 2,5 m terletak tegak lurus di lapangan terbuka, bayangan besi 50 cm. Di tempat yang sama, tentukan panjang bayangan suatu pohon jika pohon tersebut tingginya 30 m.

Pembahasan:

2,5 m = 250 cm

30 m = 3000cm

$$\frac{250}{3000} = \frac{50}{x}$$

$$250x = 50.3000$$

$$x = \frac{150000}{250} = \frac{15000}{25} = 600 \text{ cm}$$

Jadi, panjang bayangan tersebut 600 cm.

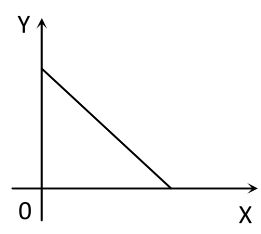
2. Perbandingan berbalik nilai

Perbandingan berbalik nilai adalah perbandingan yang bercirikan bila nilai awal diperbesar maka nilai akhir menjadi lebih kecil. Sebaliknya, bila nilai awal diperkecil maka nilai akhir menjadi lebih besar.

Nilai Awal (P)		Nilai Akhir (Q)
x a	Sebanding dengan	y b

Hubungan yang berlaku adalah $\frac{x}{b} = \frac{a}{y}$.

Bentuk grafik perbandingan berbalik nilai adalah:



Contoh:
Suatu pekerjaan dapat diselesaikan oleh 15 orang dalam waktu 3 bulan. Jika pekerjaan tersebut hanya dikerjakan 9 orang, berapa lama pekerjaan tersebut dapat diselesaikan?
Pembahasan:
Perbandingan yang berlaku di sini adalah perbandingan berbalik nilai, yaitu:

$$\frac{3}{x} = \frac{9}{15} \Rightarrow 3 \,.\, 15 = 9x \Rightarrow 45 = 9x \Rightarrow x = \frac{45}{9}$$

Jadi, waktu yang dibutuhkan 9 pekerja untuk menyelesaikan pekerjaan selama **5 bulan.**

C. Skala Perbandingan pada Gambar

a: b

Dengan:
a: jarak pada gambar b: jarak sebenarnya

Contoh:
Skala peta 1: 10.000.
Artinya jika jarak peta adalah 1 cm, maka jarak sebenarnya adalah 10.000 cm.

Rumus:

Jarak sebenarnya = skala x jarak pada gambar

Contoh:
Diketahui skala peta adalah 1: 30.000. Jika jarak kota A dan B di peta 5 cm, berapakah kota A dan kota B?
Penyelesaian:
Skala peta 1: 30.000
Jarak kota A ke kota B = 5 cm.

$$\text{Jarak sebenarnya} = \frac{5}{1} \times 30000 = 150000 \text{ cm}$$

Jadi, jarak sebenarnya kota A ke kota B adalah 150.000 cm = 1,5 km.

Contoh:
Pada daerah berskala 1: 500, tergambar sebuah lapangan yang berbentuk persegi panjang dengan ukuran 14 cm dan lebar 9 cm. Berapakah m^2 luas lapangan tersebut?
Penyelesaian:
Panjang pada gambar = 14 cm,
Lebar pada gambar = 9 cm.
Skala = 1: 500.
Maka,

$$\text{Panjang sebenarnya} = \frac{14}{1} \times 500 = 7000 \text{ cm} = 70 \text{ m}$$

$$\text{Lebar sebenarnya} = \frac{9}{1} \times 500 = 4500 \text{ cm} = 45 \text{ m}$$

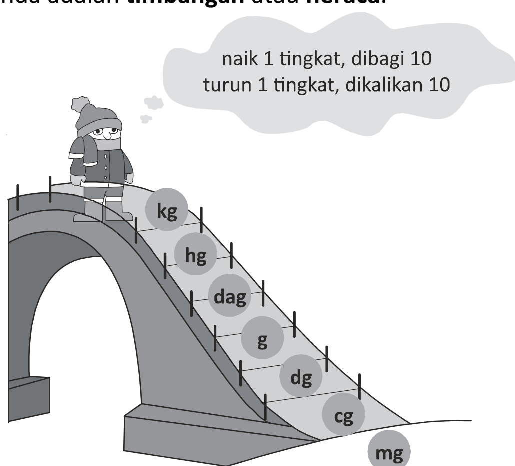
$$\begin{aligned}\text{Luas sebenarnya} &= \text{panjang sebenarnya} \times \text{lebar sebenarnya}\\ &= 70 \times 45 = 3150 \text{ m}^2\end{aligned}$$

Jadi, luas lapangan sebenarnya = 3.150 m^2.

SATUAN PENGUKURAN

A. Satuan Ukuran Berat

Satuan ukuran berat digunakan untuk mengetahui berat suatu benda. Alat untuk mengukur berat benda adalah **timbangan** atau **neraca**.



Satuan ukuran berat lainnya

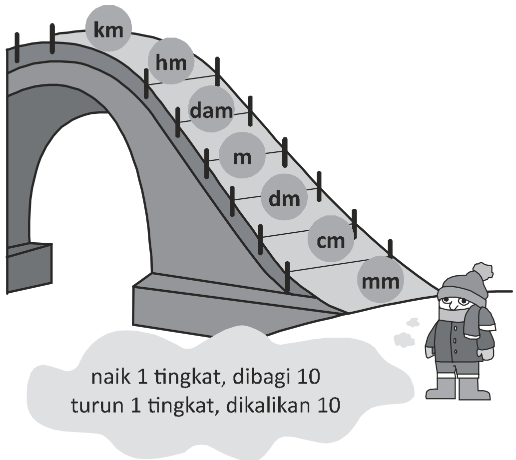
1 kwintal	=	100	kg	=	100.000	gr	
1 ton	=	10	kuintal	=	1.000	kg	
1 pon	=	0,5	kg	=	500	gr	
1 ons	=	1	hg	=	0,1	kg	= 100 gr
1 kg	=	10	ons	= 2 pon			

Contoh:

1. 30 dg = ... mg.
   Penyelesaian:
   30 dg = 30 x 100 mg = 3.000 mg.
2. 3.500 gr = ... hg.
   Penyelesaian:
   Dari gr ke hg naik 2 tangga, maka dibagi dengan 100.
   3.500 g = 3.500: 100 hg = 35 hg.
3. 2 kg + 4 hg + 7 ons + 12 gr + 6 pon = ... gr.
   Penyelesaian:
   2 kg = 2 x 1000 gr = 2.000 gr
   4 hg = 4 x 100 gr = 400 gr
   7 ons = 7 x 100 gr = 700 gr
   6 pon = 5 x 500 gr = 3.000 gr
   Maka,
   2 kg + 4 hg + 7 ons + 12 gr + 6 pon =
   2000 gr + 400 gr + 700 gr + 12 gr + 3.000 gr = 6.112 gr.

B. Satuan Ukuran Panjang

Satuan ukuran panjang digunakan untuk mengukur panjang ruas garis, keliling bangun datar, panjang sisi bangun ruang dan jarak tempuh. Alat yang digunakan untuk mengukur panjang adalah meteran (penggaris dan rol meter). Berikut adalah satuan ukuran panjang dalam sistem metrik.



Satuan ukuran panjang lainnya

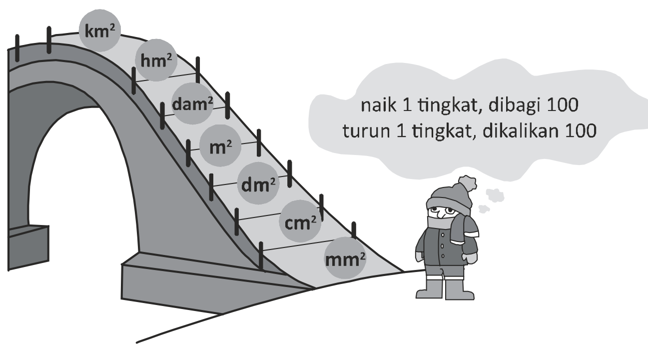
1 inci	= 2,45 cm
1 kaki	= 30,5 cm
1 yard	= 91,4 cm
1 mikron	= 0,000001 m
1 mil (di laut)	= 1.851,51 m
1 mil (di darat)	= 1.666 m
1 mil (di Inggris)	= 1.609,342 m

Contoh:

1. 45 dm = ... mm.
   Penyelesaian:
   Dari dm ke mm turun 2 tangga, maka dikalikan dengan 100. 45 dm = 45 x 100 mg = 4.500 mg.
2. 1.750 m = ... hm.
   Penyelesaian:
   Dari m ke hm naik 2 tangga, maka dibagi dengan 100.
   1.750 m = 1.750 : 100 hg = 17,5 hm.
3. 5,5 km + 4 hm + 30 dm = ... m.
   Penyelesaian:
   5,5 km = 5,5 x 1000 m = 5.500 m
   4 hm = 4 x 100 m = 400 m
   30 dm = 30: 10 m = 3 m
   Maka, 5.500 m + 400 m + 3 m = 5.903 m.

C. Satuan Ukuran Luas

Satuan ukuran luas digunakan untuk menentukan luas suatu permukaan. Satuan ukuran luas dinyatakan dalam bentuk persegi atau pangkat dua.



Contoh:

1. 17 km^2 = ... dam^2.
   Penyelesaian:
   Dari km^2 ke dam^2 turun 2 tangga, maka dikalikan dengan 10.000.
   17 km^2 = 17 x 10.000 dam^2 = 170.000 dam^2.
2. 100 m^2 = ... dam^2.
   Penyelesaian:
   Dari m^2 ke dam^2 naik 1 tangga, maka dibagi dengan 100.
   100 m^2 = 100: 100 dam^2 = 1 dam^2.

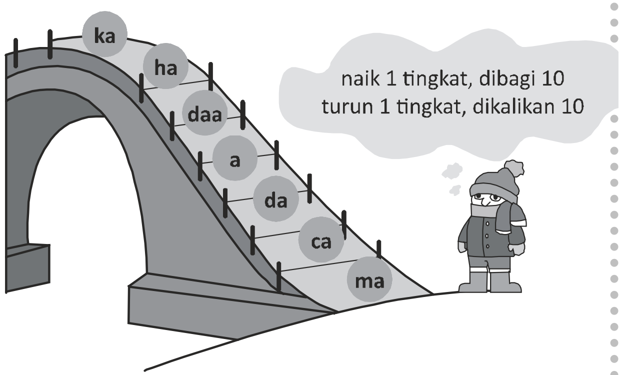
3. $5 \text{ km}^2 + 41 \text{ hm}^2 + 1.300 \text{ dm}^2 = ... \text{ m}^2$.
   Penyelesaian:
   $5 \text{ km}^2 = 5 \times 1.000.000 \text{ m}^2 = 5.000.000 \text{ m}^2$
   $41 \text{ hm}^2 = 41 \times 10.000 \text{ m}^2 = 410.000 \text{ m}^2$
   $1.300 \text{ dm}^2 = 1.300 : 100 \text{ m}^2 = 13 \text{ m}^2$
   Maka, $5 \text{ km}^2 + 41 \text{ hm}^2 + 1.300 \text{ dm}^2$
   $= 5.000.000 \text{ m}^2 + 410.000 \text{ m}^2 + 13 \text{ m}^2$
   $= 5.410.013 \text{ m}^2$.

D. Satuan Ukuran Luas (Are)

Selain dalam bentuk persegi, dikenal pula satuan luas dalam bentuk are.

Perlu diingat

1 ka	= 10 ha	1 a	= 1 dam^2
1 ha	= 1 hm^2	1 ca	= 1 m^2



Contoh:

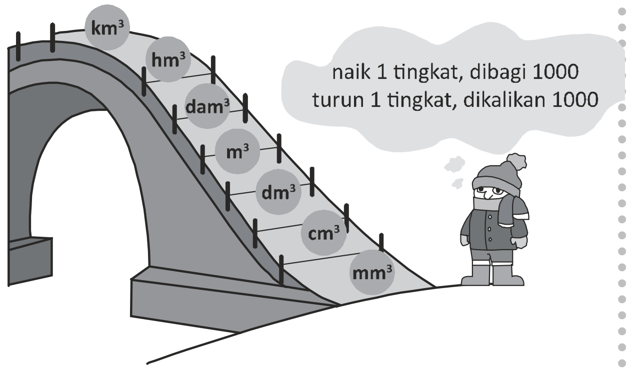
1. 19 are = ... ca.
   Penyelesaian:
   Dari are ke ca turun 2 tangga, maka dikalikan dengan 100. 19 are = 19 x 100 ca = 1900 ca.
2. 750 da = ... ha.
   Penyelesaian:
   Dari da ke ha naik 3 tangga, maka dibagi dengan 1000.
   750 da = 750: 1000 ha = 0,75 ha.
3. $9 \text{ km}^2 + 33 \text{ ha} + 2 \text{ are} = ... \text{ m}^2$.
   Penyelesaian:
   $9 \text{ km}^2 = 9 \times 1.000.000 \text{ m}^2 = 9.000.000 \text{ m}^2$
   $33 \text{ ha} = 33 \text{ hm}^2 = 33 \times 10.000 \text{ m}^2 = 330.000 \text{ m}^2$
   $2 \text{ are} = 2 \text{ dam}^2 = 2 \times 100 \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$
   Maka, $9 \text{ km}^2 + 33 \text{ ha} + 2 \text{ are} = ... \text{ m}^2$
   $= 9.000.000 \text{ m}^2 + 330.000 \text{ m}^2 + 200 \text{ m}^2$
   $= 9.330.200 \text{ m}^2$.

E. Satuan Ukuran Volume

Satuan ukuran volume digunakan untuk mengetahui isi suatu benda atau bangun ruang. Satuan ukuran volume dinyatakan dalam bentuk kubik (pangkat tiga).

Perlu diingat,

1 m^3	= 1 m x 1 m x 1 m
1 km^3	= 1000 hm^3
1 km^3	= 1.000.000 dam^3
1 mm^3	= 0,001 cm^3
1 mm^3	= 0,000001 dm^3



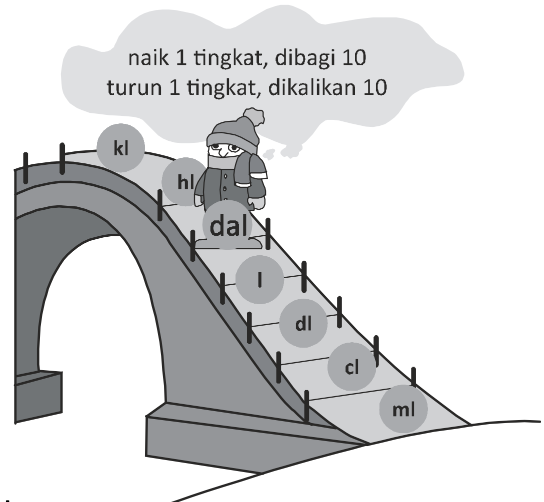
Contoh:

1. 56 dam^3 = ... dm^3.
   Penyelesaian:
   Dari dam^3 ke dm^3 turun 2 tangga, maka dikali dengan 1.000.000.
   56 dam^3 = 56 x 1.000.000 dm^3 = 56.000.000 dm^3.
2. 17.500 m^3 = ... hm^3.
   Penyelesaian:
   Dari m^3 ke hm^3 naik 2 tangga, maka dibagi dengan 1.000.000.
   17.500 m^3 = 17.500: 1.000.000 hm^3 = 0,0175 hm^3.
3. 0,0013 m^3 + 70 dm^3 – 940 cm^3 = ... cm^3.
   Penyelesaian:
   0,0013 m^3 = 0,0013 x 1.000.000 cm^3 = 13.500 cm^3
   70 dm^3 = 70 x 1.000 cm^3 = 70.000 cm^3
   Maka,
   13.500 cm^3 + 70.000 cm^3 – 940 cm^3 = 84.440 cm^3.

F. Satuan Ukuran Liter

Perlu diingat

1 kl = 10 hl
1 kl = 1.000 l
1 kl = 1 m^3
1 l = 1 dm^3 = 1.000 cm^3
1 cm^3 = 1 ml = 1 cc



Contoh:

1. 15 dal = ... cl.
   Penyelesaian:
   Dari dal ke cl turun 3 tangga, maka dikalikan dengan 1000.
   15 dal = 15 x 1000 cl = 15.000 cl.
2. 175 l = ... hl.
   Penyelesaian:
   Dari l ke hl naik 2 tangga, maka dibagi dengan 100. 175 l = 175: 100 hl = 0,175 hl.

3. 0,6 kl + 4,3 hl + 130 cl = ...dm^3.
   Penyelesaian:
   0,6 kl = 0,6 x 1000 dm^3 = 600 dm^3
   4,3 hl = 4,3 x 100 dm^3 = 430 dm^3
   130 cl = 130: 100 dm^3 = 1,3 dm^3
   Maka,
   600 + 430 m + 1,3 m = 104,33 dm^3.

G. Satuan Ukuran Debit

Rita akan mengisi sebuah ember dengan air dari keran. Dalam waktu 1 menit, ember tersebut terisi 6 liter air. Artinya, debit air yang mengalir dari keran itu adalah 6 liter/menit, ditulis **6 liter/menit.**
Satuan debit biasanya digunakan untuk menentukan volume air yang mengalir dalam suatu satuan waktu.
Contoh:
1. Sebuah kolam diisi air dengan menggunakan pipa yang debitnya 1 liter/detik. Artinya, dalam waktu 1 detik volume air yang mengalir dari pipa tersebut adalah 1 liter.
2. Debit air yang mengalir pada pintu air Manggarai adalah 500 m^3/detik. Artinya, dalam waktu 1 detik volume air yang mengalir melalui pintu air Manggarai adalah 500 m^3.

Satuan debit yang sering digunakan adalah liter/detik dan m^3/detik.

Ingat, $1 \text{ liter} = 1 dm^3 = \frac{1}{1000} m^3$.

Jadi, $1 \text{ liter}/\text{detik} = \frac{1}{1000} m^3/\text{detik}$.

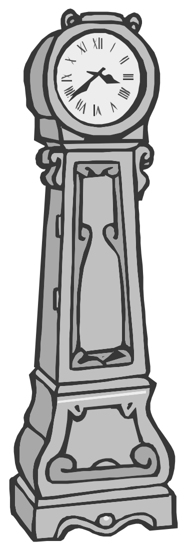
Contoh:
Ubahlah satuan debit m^3/detik menjadi liter/detik.
Penyelesaian:
Caranya dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan tersebut dengan 1.000.

$$1 \text{ liter}/\text{detik} \times 1000 = \frac{1}{1000} m^3/\text{detik} \times 1000$$

$$1000 \text{ liter}/\text{detik} = \frac{1000}{1000} m^3/\text{detik} = 1 \ m^3/\text{detik}$$

$$\text{atau } 1 \ m^3/\text{detik} = 1000 \text{ liter}/\text{detik}$$

H. Satuan Ukuran Waktu



Ada beberapa jenis satuan waktu yang harus kita ingat, yaitu sebagai berikut.
Contoh:

1 abad	= 10 dasawarsa
	= 100 tahun
1 dasawarsa	= 10 tahun
1 windu	= 8 tahun
1 lustrum	= 5 tahun
1 tahun	= 12 bulan
	= 52 minggu
	= 365 hari
1 semester	= 6 bulan
1 catur wulan	= 4 bulan
1 minggu	= 7 hari
1 hari	= 24 jam
1 jam	= 60 menit
1 menit	= 60 detik
1 jam	= 60 menit
	= 3.600 detik

Jumlah hari pada tiap-tiap bulan

Januari	= 31 hari
Februari	= 28 hari (29 hari pada tahun kabisat)
Maret	= 31 hari
April	= 30 hari
Mei	= 31 hari
Juni	= 30 hari
Juli	= 31 hari
Agustus	= 31 hari
September	= 30 hari
Oktober	= 31 hari
November	= 30 hari
Desember	= 31 hari
Jumlah	= 365 hari (366 hari untuk tahun kabisat)

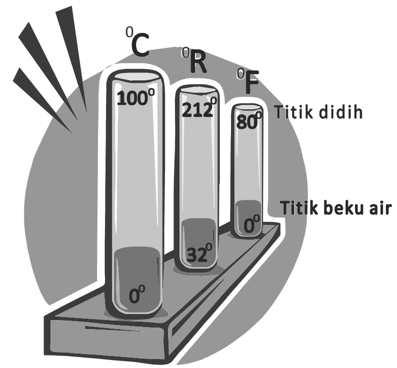
Tahun kabisat adalah tahun yang habis dibagi 4.
Contoh: 1996, 2000, 2004, dll.

Contoh:

1. 3 windu + 5 dasawarsa + 24 bulan = ... tahun.
   Penyelesaian:
   3 windu = 3 x 8 tahun = 24 tahun
   5 dasawarsa = 5 x 10 tahun = 50 tahun
   24 bulan = 24: 12 = 2 tahun
   Maka, 24 + 50 + 2 = 76 tahun
2. 7 jam + 40 menit + 55 detik = detik.
   Penyelesaian:
   7 jam = 7 x 3.600 detik = 25.200 detik
   40 menit = 40 x 60 detik = 2400 detik
   Maka, 25.200 + 2.400 + 55 detik = 27.655 detik.

I. Satuan Ukuran Suhu

Suhu menunjukkan derajat panas suatu benda. Alat untuk mengukur suhu atau perubahan suhu yaitu *termometer.*



4 jenis satuan pengukuran suhu, yaitu Celcius (^oC), Reamur (^oR), fahrenheit (^oF) dan Kelvin (K). Untuk penulisan satuan ukuran suhu Kelvin tidak diikuti simbol derajat.

Perbandingan satuan pengukuran suhu
C: R: (F – 32) = 5: 4: 9

$$°R = \frac{4}{5} \times °C$$

$$°C = \frac{5}{4} \times °R$$

$$°F = \left(\frac{9}{5} \times °C\right) + 32° = \left(\frac{9}{4} \times °R\right) + 32°$$

$$°R = \frac{4}{9} \times (°F - 32)$$

$$°C = \frac{5}{9} \times (°F - 32)$$

$$K = °C + 273$$

Contoh:

1. $175°C = ...°F$

   Penyelesaian:

   $$°F = \left(\frac{9}{5} \times °C\right) + 32° = \left(\frac{9}{5} \times 175°\right) + 32° = 315° + 32° = 347°F$$

   Jadi, $175°C = 347°F$

2. $131°F = ...°R$

   Penyelesaian:

   $$°R = \frac{4}{9} \times (°F - 32°) = \frac{4}{9} \times (131° - 32°)$$

   $$= \frac{4}{9} \times 99° = 44°$$

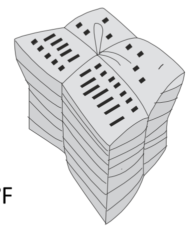
   Jadi, $131°F = 44°R$

J. Satuan Ukuran Jumlah (Kuantitas)

Satuan kuantitas digunakan untuk menghitung banyak barang. Satuan kuantitas yang biasa digunakan adalah ***lusin, gros, kodi,*** dan ***rim.*** Hubungan satuan kuantitas tersebut adalah:

1 gros = 12 lusin = 144 biji/batang
1 lusin = 12 biji
1 kodi = 20 lembar
1 rim = 500 lembar

Rim

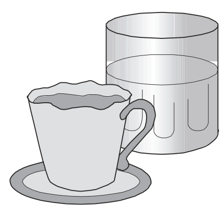


Rim merupakan satuan yang biasanya digunakan untuk menunjukkan banyaknya kertas.
1 rim = 500 lembar

Kodi

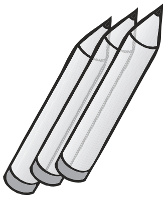
Kodi merupakan satuan yang biasanya digunakan untuk menunjukkan banyaknya pakaian.
1 kodi = 20 buah

Lusin



Lusin merupakan satuan yang biasanya digunakan untuk menunjukkan banyaknya suatu barang, seperti gelas, piring dan sendok.
1 lusin = 12 buah

Gross



Gross merupakan satuan yang biasanya digunakan untuk menunjukkan banyaknya suatu barang, seperti alat tulis (pensil, spidol, pena) serta alat jahit (benang atau resliting).

1 gross = 144 buah = 12 lusin

Contoh:

1. 5 gross + 5 lusin = ... buah.
   Penyelesaian:
   5 gross = 5 x 144 biji = 720 buah
   5 lusin = 5 x 12 biji = 60 biji
   Maka, 720 + 60 = 780 biji.
2. 7 lusin + 4 gross + 55 buah = ... kodi.
   Penyelesaian:
   $$7 \text{ lusin} = \frac{7}{20} \times 12 \text{ buah} = 4{,}2 \text{ kodi}$$
   $$4 \text{ gross} = \frac{4}{20} \times 144 = 28{,}8 \text{ kodi}$$
   $$55 \text{ buah} = \frac{55}{20} = 2{,}75 \text{ kodi}$$
   Maka, 4,2 + 28,8 + 2,75 = 35,75 kodi.

JARAK DAN KECEPATAN

A. Pengertian

Kecepatan adalah besarnya jarak atau panjang lintasan dibagi dengan waktu. Alat yang digunakan untuk mengukur besarnya kecepatan disebut *speedometer.*

Jarak = kecepatan x waktu
Waktu = jarak : kecepatan
Kecepatan = jarak : waktu

Satuan kecepatan = km/jam
Satuan waktu = jam
Satuan jarak = km

Contoh:

1. Motor Andi melaju selama 4 jam. Jika kecepatan rata-ratanya 80 km tiap jam, maka jarak yang ditempuh adalah ...
   Penyelesaian:
   Jarak = kecepatan x waktu
   = 80 km/jam x 4 jam = **320 km**
2. Jarak kota Yogyakarta – Semarang 50 km. Beni naik sepeda dengan kecepatan 15 km per jam tanpa berhenti. Berapakah waktu yang diperlukan Beni untuk menempuh Yogyakarta – Semarang?

Penyelesaian:

$$\text{Waktu} = \frac{\text{jarak}}{\text{kecepatan}} = \frac{50\text{ km}}{15\text{ km/jam}} = 3\frac{1}{3}\text{ jam}$$
$$= 3\text{ jam }20\text{ menit}$$

3. Jarak rumah A – B = 100 km, ditempuh oleh Cecep dengan waktu 2 jam. Kecepatan rata-rata Cecep menempuh jarak itu adalah ... km/jam.
   Penyelesaian:
   $$\text{Kecepatan} = \frac{\text{jarak}}{\text{waktu}} = \frac{100\text{ km}}{2\text{ jam}} = 50\text{ km/jam}$$

B. Berpapasan dengan Waktu Berangkat Sama

Langkah-langkah:

$$\text{Waktu berpapasan} = \frac{\text{jarak}}{\text{jumlah kecepatan}}$$

Berpapasan = waktu berangkat + waktu di jalan

Jarak bertemu,

$\rightarrow$ bila dari A, jarak = kecepatan A x waktu.

$\rightarrow$ bila dari B, jarak = kecepatan B x waktu

Contoh:

Jarak Semarang – Jakarta 250 km.

Andi naik mobil dari Semarang ke Jakarta dengan kecepatan 60 km/jam.

Budi naik sepeda motor dari Jakarta ke Semarang dengan kecepatan 40 km/jam.

Jika mereka berangkat berbarengan pada pukul 07.00, maka:

a. Pukul berapa mereka berpapasan?
b. Pada jarak berapa dari Semarang mereka berpapasan?

Penyelesaian:

$$\text{Waktu} = \text{jarak} : \text{jumlah kecepatan}$$
$$= \frac{250\text{ km}}{60\text{ km/jam} + 40\text{ km/jam}} = \frac{250\text{ km}}{100\text{ km/jam}}$$
$$= 2{,}5\text{ jam} = 2\text{ jam }30\text{ menit}$$

a. Mereka berpapasan pukul 07.00 + 02.30 = **09.30**
b. Mereka berpapasan pada jarak dari Semarang
   = kecepatan Andi $\times$ waktu
   = 60 km/jam x 2,5 jam = **150 km**

C. Berpapasan dengan Waktu Berangkat Tidak Sama

Langkah-langkah:

1. Mencari jarak yang telah ditempuh A (orang pertama).
2. Mencari sisa jarak yang belum ditempuh, yaitu
   Sisa jarak = jarak ditempuh – jarak sudah ditempuh.
3. Mencari **jumlah kecepatan**, yaitu
   kecepatan A + kecepatan B (orang kedua)
4. $\text{Waktu berpapasan} = \dfrac{\text{jarak}}{\text{jumlah kecepatan}}$

   Selanjutnya ditambahkan waktu berangkat orang kedua.

Contoh:

Jarak kota X ke kota Y 65 km. Anggi berangkat dari kota X ke kota Y pukul 07.00 dengan sepeda motor yang ber-kecepatan 40 km/jam. Adam berangkat dari kota Y ke kota X pukul 07.30 dengan mobil yang berkecepatan 50 km/jam.

a. Pukul berapa mereka berpapasan di jalan?
b. Pada km ke berapa dari kota X mereka bertemu?

Penyelesaian:

1. Jarak yang sudah ditempuh Anggi
   = (07.30 – 07.00) x 40 km/jam
   = 30 menit x 40 km/jam = 0,5 jam x 40 km/jam
   = 20 km
2. Sisa jarak = 65 km – 20 km = 45 km
3. Jumlah kecepatan
   = 40 km/jam + 50 km/jam = 90 km/jam
4. Waktu berpapasan

$$\text{Waktu berpapasan} = \frac{\text{jarak}}{\text{jumlah kecepatan}}$$
$$= \frac{45\text{ km}}{90\text{ km/ jam}} = 0{,}5\text{ jam}$$
$$= 30\text{ menit}$$

Jadi,

a. Mereka berpapasan pukul 07.30 + 00.30 = **08.00**
b. Jarak dari kota X = (0,5 jam x 40 km/jam) + 20 km
   = 20 km + 20 km = **40 km**

D. Susul Menyusul

Langkah-langkah:

1. Mencari selisih waktu berangkat orang pertama (A) dan orang kedua (B).
2. Mencari jarak yang telah ditempuh A.
3. Mencari selisih kecepatan.
4. Mencari lama di jalan =

$$\frac{\text{jarak yang telah ditempuh A}}{\text{selisih kecepatan}}$$

5. Menyusul = waktu berangkat B + lama di jalan.

Contoh:

Ceplis naik sepeda dari Yogya ke Semarang. Ia berangkat pukul 07.00 dengan kecepatan 40 km/jam. Dari Yogya, Doni menyusul dengan kecepatan 60 km/jam pukul 07.45. Pukul berapa Doni menyusul Ceplis?

Penyelesaian:

1. Selisih berangkat = 07.40 – 07.00 = 45 menit
   = ¾ jam
2. Jarak yang sudah ditempuh Ceplis
   = ¾ jam x 40 km/jam = 30 km
3. Selisih kecepatan = 60 km/jam – 40 km/jam
   = 20 km/jam
4. Lama di jalan

$$\frac{30\text{ km}}{20\text{ km/jam}} = 1{,}5\text{ jam} = 1\text{ jam 30menit}$$

Jadi, Doni menyusul Ceplis pukul = 07.45 + 01.30
= **09.15.**

A. Untung dan Rugi

Untung adalah hasil dari seorang pedagang yang menjual barang dagangannya lebih tinggi dari harga pembelian.

Rugi adalah hasil dari seorang pedagang yang menjual barang dagangannya lebih rendah dari harga pembelian.

Untung = harga penjualan > harga pembelian
Rugi = harga penjualan < harga pembelian

Besar keuntungan = harga jual – harga beli
Besar kerugian = harga beli – harga jual

Catatan:
Harga beli biasa disebut sebagai **modal.**
Sehingga,

Besar keuntungan = harga jual – modal
Besar kerugian = modal – harga jual

B. Bunga Tunggal

Jika, uang yang ditabung mula-mula = M rupiah, bunga tunggal = B % tiap tahun, dan waktu menabung = t tahun. Maka,

$$\text{Bunga selama 1 tahun} = M \times B\%$$
$$\text{Bunga selama t tahun} = M \times B\% \times t$$
$$\text{Bunga selama 1 bulan} = M \times \frac{B}{12}\%$$
$$\text{Bunga selama t bulan} = M \times \frac{B}{12}\% \times t$$
$$\text{Jumlah tabungan} = M + \text{Bunga}$$

Contoh:
Pedagang buah apel fuji super membeli dengan harga Rp 20.000,00 per kilogram. Jika apel tersebut dijual dengan harga Rp 25.000,00 per kilogram, maka

a. Untung atau rugi pedagang tersebut?
b. Jika untung, berapa keuntungannya? Dan jika rugi, berapa kerugiannya?

Penyelesaian:

a. Harga pembelian Rp 20.000,00.
   Harga penjualan Rp 25.000,00.
   Maka, Harga pembelian < harga penjualan,
   Rp 20.000,00 < Rp 25.000,00.
   Sehingga, pedagang mendapat keuntungan.
b. Besar keuntungan
   = harga jual – harga beli
   = Rp 25.000,00 – Rp 20.000,00 = Rp 5.000,00
   Jadi, pedagang mendapatkan keuntungan sebesar Rp 5.000,00.

C. Persentase Untung dan Rugi

Persentase untung rugi harga pembelian

$$\text{Persentase Untung} = \frac{\text{Untung}}{\text{Harga Pembelian}} \times 100\%$$
$$= \frac{\text{Untung}}{\text{Modal}} \times 100\%$$
$$\text{Persentase Rugi} = \frac{\text{Rugi}}{\text{Harga Pembelian}} \times 100\%$$
$$= \frac{\text{Rugi}}{\text{Modal}} \times 100\%$$

Contoh:

Adam menjual roti dengan modal Rp 80.000,00 dan hasil yang didapat dari penjualan roti adalah Rp 120.000,00. Berapa persen keuntungan Adam ?

Penyelesaian:

Keuntungan = Harga jual – modal
= Rp 120.000,00 – Rp 80.000,00
= Rp 40.000,00

$$\text{Persentase Untung} = \frac{\text{Untung}}{\text{Modal}} \times 100\% = \frac{40000}{80000} \times 100\%$$
$$= \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$$

Jadi, keuntungan Adam 50 %.

D. Menentukan Harga Pembelian dan Penjualan dari Persentase Kerugian atau Keuntungan

$$\text{Pembelian} = \frac{100\%}{\text{Persen Untung}} \times \text{Untung}$$
$$= \frac{100\%}{\text{Persen Rugi}} \times \text{Untung}$$

$$\text{Penjualan}(\text{untung}) = \text{Pembelian} + \text{Untung}$$
$$\text{Penjualan}(\text{rugi}) = \text{Pembelian} - \text{Rugi}$$

Contoh:

Seorang pedagang es keliling setiap hari mendapat keuntungan 30 % atau Rp 18.000,00. Hitunglah harga pembelian dan penjualannya!

Penyelesaian:

Persentase untung = 30 %.

Besarnya keuntungan = Rp 18.000,00

$$\text{Pembelian} = \frac{100\%}{30\%} \times 18.000 = \frac{1.800.000}{30} = 60.000$$

Penjualan = pembelian + untung
= Rp 60.000,00 + Rp 18.000,00
= Rp 78.000,00

Jadi, harga pembelian Rp 60.000,00 dan dijual dengan harga Rp 78.000,00.

E. Rabat, Bruto, Netto dan Tara

Rabat	= potongan harga (diskon)
Bruto	= berat kotor
Netto	= berat bersih
Tara	= selisih bruto dan netto

Bruto	= Netto + Tara
Netto	= Bruto – Tara
Tara	= Bruto – Netto

Contoh:

Pada sebuah kantong semen yang sering kita lihat terdapat tulisan netto 50 kg. Jika berat kantongnya 300 gram, berapa brutonya?

Penyelesaian:

Netto = 50 kg.

Tara = 300 gram = 0,3 kg.

Bruto = Netto + Tara

= 50 kg + 0,3 kg

= 5,3 kg

Jadi, berat bruto semen adalah 5,3 kg.

A. Himpunan Kosong, Himpunan Nol, dan Himpunan Semesta

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota. Himpunan kosong dinotasikan dengan Ø atau { }.

Himpunan nol adalah himpunan yang beranggotakan himpunan nol. Himpunan nol dituliskan {0}.

Contoh:

1. A = {siswa kelas VIII yang memiliki tinggi lebih dari 3 meter}, artinya A = Ø atau A = { }.
2. X = {bilangan ganjil yang habis dibagi dengan 2}, artinya X = Ø atau X = { }.
3. B = {bilangan cacah kurang dari 1}, artinya B = {0}.

Himpunan semesta adalah suatu himpunan yang memuat semua anggota dalam pembicaraan. Himpunan semesta dilambangkan **S**.

Contoh:

1. A = {a, b, c, d, e} dan X = {f, g, h, i}, maka S = {a, b, c, d, e, f, g, h, i} atau S = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}.
2. B = {1, 2, 3}, maka S = {bilangan asli} atau S = {bilangan bulat}.

B. Himpunan Bagian

Jika setiap anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B maka A disebut **himpunan bagian** atau **subset** B. Penulisan notasi himpunan bagian seperti berikut.

- ✓ $A \subset B$ dibaca A himpunan bagian B.
- ✓ $A \not\subset B$ dibaca A bukan himpunan bagian B.

Sifat

- ✓ Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari setiap himpunan, dituliskan $\varnothing \subset A$.
- ✓ Setiap himpunan adalah himpunan bagian dari himpunan itu sendiri, dituliskan $A \subset A$.

Jika jumlah anggota suatu himpunan A adalah n(A)=N, maka banyaknya anggota himpunan bagian dari A sebanyak 2^N.

Contoh:

P = {c, b, f}, himpunan bagian P adalah {c}, {b}, {f}, {c, b}, {c, f}, {b, f}, {c, b, f} dan { }.

Jadi, banyaknya himpunan bagian P adalah $2^3 = 8$, termasuk himpunan kosong ({ }) dan P itu sendiri, yaitu {c, b ,f}.

C. Diagram Venn dan Hubungan Antarhimpunan

Diagram Venn adalah diagram yang digunakan untuk menunjukkan hubungan antara dua himpunan atau lebih.

Beberapa hubungan antarhimpunan berikut dapat ditunjukkan dengan diagram Venn.

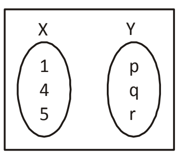
a. **Saling lepas**

Dua himpunan X dan Y dikatakan saling lepas jika tidak ada satu pun anggota himpunan X yang menjadi anggota himpunan Y. Begitu juga sebaliknya.

Contoh:

X = {1, 4, 5} dan Y = {p, q, r}

Jadi, X dan Y saling lepas, dan hubungan ini dapat dinyatakan dengan diagram Venn berikut.

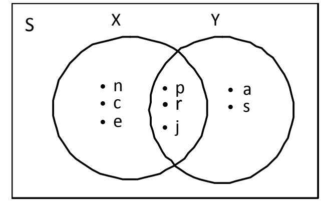


b. **Berpotongan (Beririsan)**

Himpunan X dan Y dikatakan berpotongan atau beririsan jika ada anggota himpunan X yang menjadi anggota himpunan Y.

Contoh:

X= {p, r, i, n, c, e}, Y = {p, a, r, i, s}, diagram Venn-nya adalah:



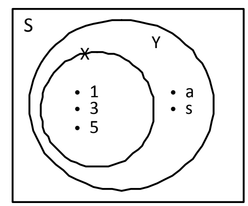
c. **Himpunan bagian**

Suatu himpunan yang seluruh anggotanya merupakan bagian dari himpunan yang lain. Dinotasikan $X \subset Y$.

Contoh:

Himpunan X = {1, 3, 5} dan Y = {1, 2, 3, 4, 5}.

Diagram Venn-nya adalah:



d. **Himpunan ekuivalen**

Dua himpunan X dan Y dikatakan ekuivalen bila n(X) = n(Y). Himpunan X dan Y yang saling ekuivalen dinotasikan X ~ Y.

Contoh:

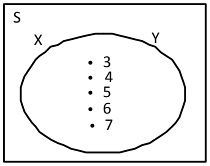
X = {p, e, r, s, i, b} ,Y = {t, e, r, t, i, b}

Karena n(X) = n(Y) = 6, maka X ~ Y.

e. **Himpunan yang sama**

Dua himpunan X dan Y dikatakan sama jika setiap anggota himpunan X merupakan anggota himpunan Y. Begitu juga sebaliknya. Notasinya adalah A = B.

Contoh:
X = {bilangan cacah antara 2 dan 8}
Y = {bilangan asli antara 2 dan 8}
Diagram Venn:

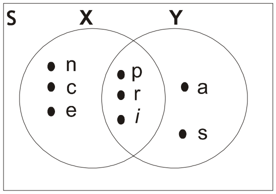


Jadi, X = Y = {3, 4, 5, 6, 7}

D. Operasi Himpunan

Operasi antar himpunan di antaranya adalah operasi irisan, gabungan, dan komplemen.

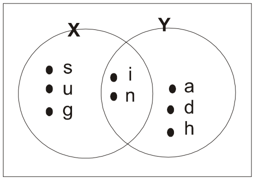
1. **Irisan (*Intersection*)**
   Irisan himpunan X dan Y adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota X dan juga anggota Y.
   Dinotasikan:
   $X \cap Y$ dibaca "irisan himpunan X dan Y"
   Contoh:
   X = {p, r, i, n, c, e}, Y = {p, a, r, i, s}.
   Diagram Venn:



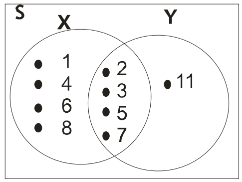
   $X \cap Y = \{p, r, i\}$.

2. **Gabungan (*Union*)**
   Gabungan adalah himpunan yang anggota-anggotanya merupakan gabungan dari anggota-anggota himpunan yang lain.
   Dinotasikan:
   $X \cup Y$, dibaca "X union Y atau gabungan dari X dan Y".

   Contoh:
   X = {s, i, u, n, g}, Y = {i, n, d, a, h}
   Diagram Venn:



3. **Komplemen**
   Komplemen suatu himpunan X adalah himpun-an yang anggotanya bukan anggota himpunan A, ditulis X^c.
   Contoh:
   X = {himpunan bilangan asli kurang dari 9}
   Y = {himpunan bilangan prima kurang dari 12}



Artinya $Y^c = \{1, 4, 6, 8\}$

E. Sifat-sifat Operasi Himpunan

Operasi antarhimpunan mempunyai sifat komutatif dan assosiatif.

1. **Komutatif**

$$(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$$
$$(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$$
$$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$$
$$X \cup Y = Y \cup X$$

2. **Assosiatif**

$$(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$$
$$(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$$
$$X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$$

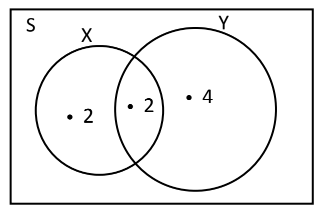
F. Hukum De Morgan

Pada operasi himpunan berlaku hukum De Morgan berikut.

$$(X \cap Y)^c = X^c \cup Y^c$$
$$(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c$$

G. Jumlah Anggota Himpunan

Perhatikan diagram Venn dari himpunan X dan himpunan Y berikut.



Diperoleh hubungan berikut.

$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$$

Sedangkan untuk **tiga himpunan**, akan digunakan rumus:

$$n(X \cup Y \cup Y) = n(X) + n(Y) + n(Z) - n(X \cap Y) - n(X \cap Z) - n(Y \cap Z) + n(X \cap Y \cap Z)$$

Contoh Soal

1. Diketahui n(S) adalah banyaknya anggota himpunan semesta. Jika n(X) = a; n(Y) = b; dan n(X $\cap$ Y) = c, maka n(X $\cup$ Y) = ...

   Jawab:

   n(X) = a ; n(Y) = b, dan n(X $\cap$ Y) = c, maka dengan rumus gabungan dua himpunan diperoleh:

   $$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$$

   $$n(X \cup Y) = a + b - c$$

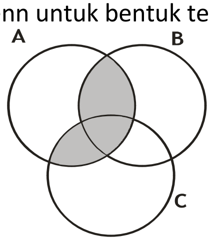
2. Bentuk sederhana dari $(C \cap A) \cup (A \cap B)$ adalah . . . .

   Jawab:

   Cara pertama, menggunakan sifat:

   $$\begin{aligned}(C \cap A) \cup (A \cap B) &= (A \cap B) \cup (C \cap A) \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ &= A \cap (B \cup C)\end{aligned}$$

   Atau dengan cara kedua, yaitu dengan melihat diagram Venn untuk bentuk tersebut, yaitu:



   Daerah yang diarsir adalah bentuk dari: $(C \cap A) \cup (A \cap B)$, dan daerah tersebut $= A \cap (B \cup C)$

3. Dari 40 orang, 16 orang memelihara burung, 21 memelihara kucing, dan 12 orang memelihara burung dan kucing. Jumlah orang yang tidak memelihara burung ataupun kucing adalah sebanyak . . . orang.

   Jawab:

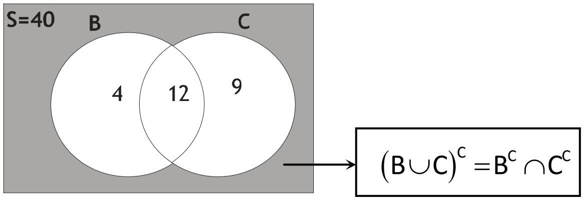
   S = {banyaknya anak} $\rightarrow$ n(S) = 40

   B = {anak yang memelihara burung} $\rightarrow$ n(B) = 16

   C = {anak yang memelihara kucing} $\rightarrow$ n(C) = 21

   $B \cap C$ = {anak yang memelihara burung dan kucing} $\rightarrow$ n(B $\cap$ C) = 12

   Diagram Venn:



   Jika $(B \cup C)$ = {jumlah seluruh anak yang memelihara burung digabung dengan jumlah yang memelihara kucing},

   maka $n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$

   $$n(B \cup C) = 16 + 21 - 12 = 25$$

   Dan $(B \cup C)^c$ = {anak yang tidak memelihara burung ataupun kucing}

   $$\begin{aligned}n(B \cup C)^c &= n(S) - n(B \cup C) \\ &= 40 - 25 = 15\end{aligned}$$

Artinya, jumlah anak yang tidak memelihara burung ataupun kucing adalah 15 orang.

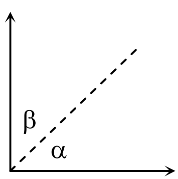
HUBUNGAN ANTAR SUDUT

A. Hubungan Antarsudut

Hubungan antarsudut ada bermacam-macam, di antaranya sudut saling berpenyiku (berkomplemen), sudut saling berpelurus (bersuplemen), sudut bertolak belakang, sudut sehadap, sudut berseberangan, sudut elevasi, dan sudut depresi.

Sudut saling berpenyiku/komplemen

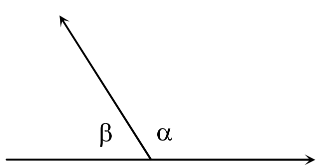
Dua sudut α dan β saling **berpenyiku** jika berlaku:



$$\alpha + \beta = 90^o$$

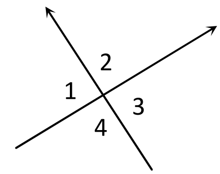
Sudut saling berpelurus/suplemen

Dua sudut α *dan* β saling **berpelurus** jika berlaku:



$$\alpha + \beta = 180^o$$

Sudut bertolak belakang sama besar



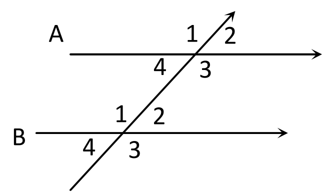
Perhatikan gambar:

$\angle 1$ bertolak belakang dengan $\angle 3 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$

$\angle 2$ bertolak belakang dengan $\angle 4 \Rightarrow \angle 2 = \angle 4$

Sudut sehadap sama besar

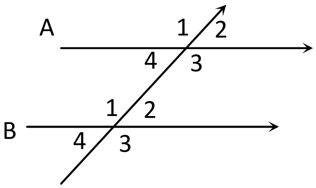
Untuk memahami sudut sehadap sama besar, perhatikan penjelasan gambar berikut:



$A // B$

- $\angle A_1$ sehadap dengan $B_1 \Rightarrow \angle A_1 = \angle B_1$
- $\angle A_2$ sehadap dengan $B_2 \Rightarrow \angle A_2 = \angle B_2$
- $\angle A_3$ sehadap dengan $B_3 \Rightarrow \angle A_3 = \angle B_3$
- $\angle A_4$ sehadap dengan $B_4 \Rightarrow \angle A_4 = \angle B_4$

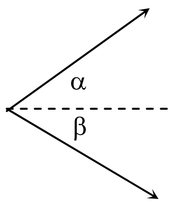
Sudut berseberangan sama besar
Perhatikan penjelasan gambar berikut!



$A // B$

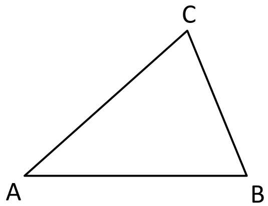
$\angle X_4$ berseberangan dengan $\angle Y_2 \Rightarrow \angle X_4 = \angle Y_2$
$\angle X_3$ berseberangan dengan $\angle Y_1 \Rightarrow \angle X_3 = \angle Y_1$

Sudut elevasi dan sudut depresi
Pada gambar di bawah, α merupakan *sudut elevasi*, dan β merupakan *sudut depresi.*



B. Besar Sudut pada Bangun Datar

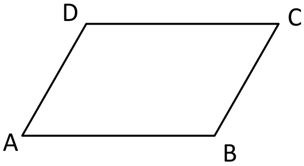
Jumlah sudut pada segitiga



Jumlah sudut pada Segitiga:

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^o$

Jumlah sudut segi empat



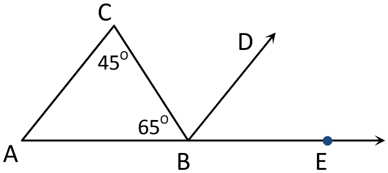
Jumlah sudut pada Segi empat:
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$
$= 360^o$

Sudut-sudut pada segi-*n* beraturan
Besar tiap sudut pada segi-*n* beraturan adalah:

$$\frac{(n-2)\times 180^o}{n}$$

Contoh Soal

1. Besar tiap sudut pada segi-6 beraturan adalah:
   $\frac{(n-2)\times 180^o}{n} = \frac{(6-2)180}{6} = \frac{4\times 180}{6} = 120^o$
2. Perhatikan gambar berikut.



Jika pada gambar di atas garis AC//BD, maka besar sudut DBE adalah . . . .
Pembahasan:
Garis AC//BD, maka ∠CAB = ∠DBE (merupakan pasangan sudut sehadap)
∠ACB = ∠CBD = 45^o (pasangan sudut berseberangan)

$\Rightarrow \angle CBA + \angle CBD + \angle DBE = 180^\circ$

$\Rightarrow 65^\circ + 45^\circ + \angle DBE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle DBE = 180 - \left(65^\circ + 45^\circ\right)$

$\Rightarrow \angle DBE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

3. Besar sudut yang dilewati jarum pendek sebuah jarum jam dari pukul 11.00 hingga pukul 11.35 adalah . . . .

Pembahasan:

Sudut jarum pendek = $\frac{1}{2}$ jam $+ 5$ menit

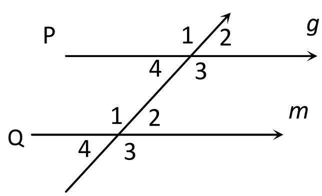
Sudut jarum pendek 1 jam $= \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$,

Sudut jarum pendek 1/2 jam $= \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$,

Sudut jarum pendek 5 menit $= \frac{30^\circ}{12} = 2{,}5^\circ$.

Jadi, sudut yang dibentuk jarum dari pukul 11.00 hingga 11.35 adalah = $15^\circ + 2{,}5^\circ = 17{,}5^\circ$.

4. Perhatikan gambar berikut.



Diketahui garis g//m.

Jika $\angle P_2 = 50^\circ, \angle P_3 = 5x$, dan $\angle Q_1 = 4p$.

Nilai p + x adalah . . . .

Pembahasan:

Ingat sifat hubungan antara sudut:

2 sudut berpelurus $\rightarrow$ jumlahnya 180°

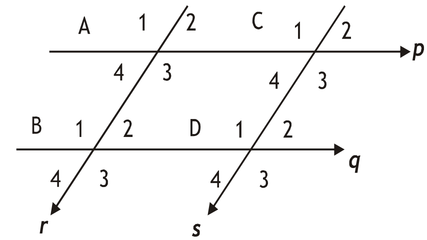
2 sudut bertolak belakang $\rightarrow$ sama besarnya

2 sudut sehadap $\rightarrow$ sama besarnya

Sehingga:

Jadi, p + x = $32{,}5^\circ + 26^\circ = 58{,}5^\circ$.

5. Pada gambar di bawah ini, garis *p//q,* dan garis r//s. Jika besar sudut $D_2 = 60^\circ$, maka besar $\angle C_1 + \angle B_4 + \angle A_1 = \ldots$.



Pembahasan:

$\angle A_1 = \angle C_1$ (pasangan sudut sehadap)

$\angle A_1 + \angle A_2 = \angle D_1 + \angle D_2 = 180^\circ$

$\angle A_1 = \angle D_1$ (pasangan sudut sehadap),

Sehingga:

$\angle A_1 = 180^\circ - \angle D_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\angle B_4 = \angle C_4$ (pasangan sudut sehadap),

Sehingga: $\angle C_4 = \angle D_4$ dan $\angle D_4 = \angle D_2$

(pasangan sudut bertolak belakang).

Artinya $\angle B_4 = \angle D_2 = 60^\circ$.

Dapat disimpulkan:

$\angle C_1 + \angle B_4 + \angle A_1 = 120^\circ + 60^\circ + 120^\circ = 300^\circ$

A. Operasi Hitung Aljabar

1. Perkalian antarsuku dua

Pada perkalian suku dua dengan suku dua digunakan sifat distributif berikut.

$$\begin{aligned}(x+y)(p+q) &= x(p+q)+y(p+q)\\ &= xp+xq+yp+yq\end{aligned}$$

Contoh:

✓ $(x + 4)(x - 2) = x(x - 2) + 4(x - 2)$
$= (x^2 - 2x) + (4x - 8) = x^2 + 2x - 8$

✓ $(2x + 1)(3x + 2) = 2x(3x + 2) + 1(3x + 2)$
$= (6x^2 + 4x) + (3x + 2)$
$= 6x^2 + 7x + 2$

2. Pembagian bentuk aljabar

Pembagian antarbentuk aljabar dapat menghasilkan pecahan bentuk aljabar dan bilangan.

Contoh:

✓ $\dfrac{2x^2+4x}{4x} = \dfrac{2x(x+2)}{4x} = \dfrac{x+2}{2}$

✓ $\dfrac{128xy}{64xy} = \dfrac{2(64xy)}{64xy} = 2$

3. Perpangkatan

Operasi perpangkatan juga dapat dilakukan pada bentuk aljabar. Perhatikan bentuk umum perpangkatan bentuk aljabar berikut.

$$(x + y)^n = (x + y)(x + y) \ldots (x + y)$$

(dengan $(x + y)$ sebanyak n)

Misal, pada $(x + y)^n$.

$(x + y)^0 = 1$
$(x + y)^1 = x + y$
$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$
$(x + y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

Misal, pada $(x - y)^n$.

$(x - y)^0 = 1$
$(x - y)^1 = x - y$
$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
$(x - y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$
$(x - y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$

Contoh:

✓ $(x + 3)^2 = x^2 + 2 . x . 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

✓ $(x - 2)^2 = x^2 - 2. x . 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4$

B. Pemfaktoran Bentuk Aljabar

Pemfaktoran bentuk aljabar dapat berupa perkalian suatu bilangan dengan suku dua, perkalian antarsuku dua, dan bentuk kuadrat.

1. **Pemfaktoran yang menghasilkan perkalian suatu bilangan dengan suku dua**

Bentuk umum dari pemfaktoran jenis ini dituliskan sebagai berikut.

a. $kx + ky = k(x + y)$

Jadi, bentuk kx + ky bila difaktorkan menjadi k(x + y).

b. $kx - ky = k(x - y)$

Jadi, bentuk kx – ky bila difaktorkan menjadi k(x – y).

Bentuk umum tersebut diperoleh berdasarkan sifat asosiatif dan distributif.

Contoh:

✓ $12x + 24y = 12(x + 2y)$

✓ $18xy - 54x = 18x(y - 3)$

2. **Pemfaktoran bentuk kuadrat yang menghasilkan perkalian antarsuku dua**

Bentuk kuadrat memiliki bentuk umum sebagai berikut.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

✓ Bila **a = 1**, maka bentuk kuadrat menjadi $x^2 + bx + c = 0$. Ingatlah kembali perkalian antarsuku dua berikut.

$(x + p)(x + q) = x^2 + px + qx + pq$

$= x^2 + (p + q)x + pq$

Dengan demikian, $b = p + q$ dan $c = pq$.

Kesimpulan:

p dan q merupakan faktor dari c. Sedangkan, b merupakan hasil penjumlahan p dan q (faktor-faktor dari c).

Kesimpulan tersebut digunakan untuk mencari pemfaktoran bentuk kuadrat.

Contoh:

$x^2 + 5x + 6 = 0$

Diperoleh a = 1, b = 5, dan c = 6. Faktor dari 6 yang bilamana dijumlahkan menjadi 5 adalah 2 dan 3. Dengan demikian, pemfaktoran:

$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

✓ Bila **a ≠ 1**, maka bentuk umumnya tetap menjadi $ax^2 + bx + c = 0$. Ingatlah contoh perkalian antarsuku dua berikut.

Contoh:

$(3x + 1)(x + 2) = 3x^2 + x + 6x + 2 = 3x^2 + 7x + 2$

Dengan demikian, pemfaktoran $3x^2 + 7x + 2$ adalah:

$3x^2 + 7x + 2 = 3x^2 + x + 6x + 2$

$= x(3x + 1) + 2(3x + 1)$

Dengan menggunakan sifat asosiatif diperoleh:

$= (3x + 1)(x + 2)$

3. **Pemfaktoran dari bentuk selisih dua kuadrat**

Perhatikan bentuk perkalian antarsuku dua berikut.

$$\begin{aligned}(a - b)(a + b) &= a^2 - ab + ab - b^2\\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Bentuk $a^2 - b^2$ disebut selisih dua kuadrat. Jadi, $a^2 - b^2$ memiliki bentuk perkalian $(a - b)(a + b)$ atau $(a + b)(a - b)$.

Contoh:

✓ $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x + 5)(x - 5)$

✓ $x^2 - 49 = x^2 - 72 = (x - 7)(x + 7)$

C. Penyederhanaan Bentuk Pecahan Aljabar

Agar dapat menyederhanakan bentuk pecahan aljabar, terlebih dahulu teknik pemfaktoran harus dikuasai.

Contoh:

✓ $$\frac{x^2+7x+12}{x^2-x-12}=\frac{\cancel{(x+3)}(x+4)}{\cancel{(x+3)}(x-4)}=\frac{(x+4)}{(x-4)}$$

✓ $$\frac{x^2-9x+18}{x^2+2x-15}=\frac{\cancel{(x-3)}(x-6)}{\cancel{(x-3)}(x+5)}=\frac{(x-6)}{(x+5)}$$

Contoh Soal

Selesaikan operasi berikut.

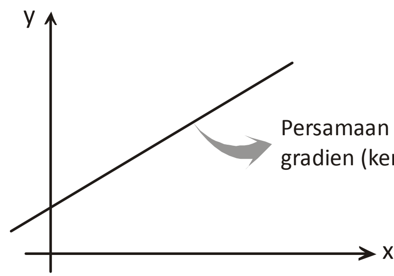
1. $x^2-12x+27=(x-3)(x-9)$
2. $x^2 - 121 = x^2 - 11^2 = (x - 11)(x + 11)$
3. $\dfrac{x^2-8x+15}{x^2+3x-18}=\dfrac{(x-5)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+6)}=\dfrac{x-5}{x+6}$

PERSAMAAN GARIS LURUS

A. Bentuk Umum Persamaan Garis Lurus

Bentuk umum persamaan garis lurus adalah:

$$y = ax + b$$
$$ax + by + c = 0$$



Persamaan garis lurus dengan gradien (kemiringan) tertentu

B. Gradien Garis Lurus

(1) Gradien dari dua titik P(x_1,y_1) dan Q(x_2,y_2).

Rumus gradien garis yang melalui titik P dan Q adalah:

$$m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$$

Contoh:

Tentukan gradien garis lurus yang melewati titik P(2,3) dan Q(4,9).

Penyelesaian:

$$\text{Gradien} = m = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{3-9}{2-4}=\frac{-6}{-2}=3$$

(2) Gradien garis dari persamaan garis lurus

a. Jika persamaan garis lurus berbentuk:

$$y = mx + c \rightarrow \text{gradien} = m$$

Contoh:

Jika dimiliki persamaan garis y = 3x + 5, artinya gradien = m = 3

b. Jika persamaan garis lurus berbentuk:

$$ax + by + c = 0$$
$$\rightarrow \text{gradien} = -\frac{a}{b}$$

Contoh:

Jika dimiliki persamaan garis 2x + 7y + 3 = 0, maka gradien persamaan garis tersebut adalah:

$$ax + by + c = 0 \rightarrow m = -\frac{a}{b}$$

$$2x + 7y + 3 = 0 \rightarrow m = -\frac{2}{7}$$

C. Menentukan Persamaan Garis Lurus

Cara menentukan persamaan garis lurus:

(1) Persamaan garis melalui titik P(a,b) dengan gradien m,

$$y - b = m(x - a)$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik P(5,7) dengan gradien 3.

Pembahasan:

$$y - 7 = 3(x - 5) \Rightarrow y - 7 = 3x - 15$$

$$y = 3x - 15 + 7 \Rightarrow y = 3x - 8$$

(2) Persamaan garis melalui dua titik P(x_1, y_1) dan Q(x_2, y_2).

Bentuk persamaan garis yang melalui dua titik yaitu:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \text{ atau } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Contoh:

Tentukan persamaan garis yang melalui P(2, 3) dan

Q(3, 8)!

Pembahasan:

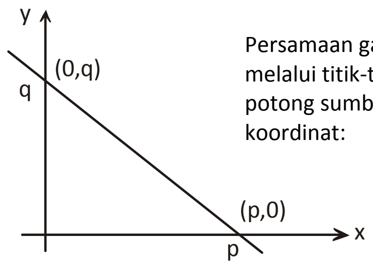
Bentuk $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{y - 3}{8 - 3} = \frac{x - 2}{3 - 2}$

Dengan perkalian silang, diperoleh:

$$(y - 3)(3 - 2) = (x - 2)(8 - 3) \Rightarrow y - 3 = 5(x - 2) = 5x - 10$$

$$y = 5x - 10 + 3 = 5x - 7$$

(3) Persamaan garis yang melalui titik potong sumbu-sumbu koordinat, yaitu P(p, 0) dan Q(0, q).



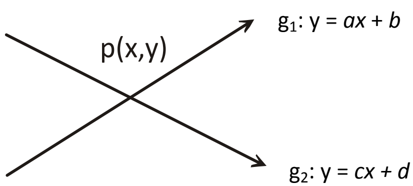
Persamaan garis yang melalui titik-titik potong sumbu koordinat:

$$\boxed{py + qx = pq}$$

Contoh:
Tentukan persamaan garis yang melalui P(3, 0) dan Q(0, 6).
Penyelesaian:
Dengan menggunakan rumus:
$py + qx = pq \Rightarrow 6x + 3y = 6 \cdot 3 \Rightarrow 6x + 3y = 18$
Jika kedua ruas dibagi 3 akan diperoleh persamaan garis:
3x + y = 6

D. Hubungan Antara Dua Garis

(1) Dua garis saling berpotongan



Titik potong **P(x, y)** diperoleh dari himpunan penyelesaian *PLDV*:

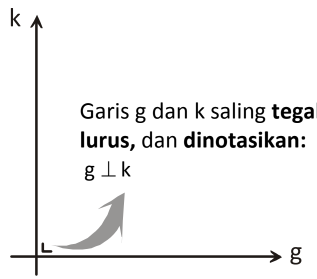
$$\left.\begin{array}{l} y = ax + b \\ y = cx + d \end{array}\right\} \quad \boxed{ax + b = cx + d}$$

Contoh:
Garis g: y = 3x dan garis h: y = x + 6 saling berpotongan di titik Q, maka koordinat titik Q adalah . . . .

Pembahasan:
Dari persamaan g: y = 3x dan h: y = x + 6

$\rightarrow$ 3x = x + 6 $\rightarrow$ $\rightarrow$ 2x = 6 $\rightarrow$ x = 3
karena x = 3, maka y = 3x $\Leftrightarrow$ y = 3(3) = 9.
Jadi, garis g dan h berpotongan di Q(3, 9).

(2) Dua garis berpotongan saling tegak lurus



Hubungan yang berlaku antara garis g dan k yang saling tegak lurus tersebut adalah:

$$\boxed{m_g \cdot m_h = -1}$$

Contoh:
Jika garis $3x + by - 2 = 0$ tegak lurus dengan $x + 2y + 7 = 0$. Tentukan nilai b!

Pembahasan:

Jika g: $3x + by - 2 = 0 \;\rightarrow\; m_g = -\dfrac{3}{b}$

k: $x + 2y + 7 = 0 \;\rightarrow\; m_k = -\dfrac{1}{2}$

karena $g \perp k$, maka $m_g \cdot m_h = -1$

$\Leftrightarrow \; -\dfrac{3}{b} \times -\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2b} = -1$.

Jadi : $\dfrac{3}{2b} = -1 \Rightarrow \; 3 = -2b \Rightarrow \; b = -\dfrac{3}{2}$

Contoh:

Diketahui suatu persamaan garis lurus yang melewati titik P(k, 4) dan tegak lurus garis $x + 2y + 1 = 0$ adalah y = m(x + 1), maka nilai k adalah . . . .

Pembahasan:

Dengan menggunakan rumus, jelas gradien garis $x + 2y + 1 = 0$ adalah $-\dfrac{1}{2}$. Garis y = *m*(*x* + 1) memiliki gradien *m*.

Karena kedua garis tersebut tegak lurus, berlaku hubungan:

$m \times -\dfrac{1}{2} = -\dfrac{m}{2} = -1$

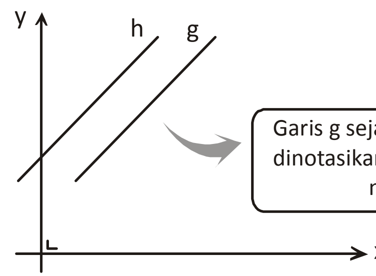
$\Leftrightarrow -m = -2 \Leftrightarrow m = 2$

Jadi, persamaan garis y = m(x + 1) menjadi : y = 2(x + 1).

Garis y = 2(x + 1) melewati titik (k, 4) maka 4 = 2(k + 1)

$\rightarrow$ 4 = 2k + 2 $\rightarrow$ 2k = 4 – 2 $\rightarrow$ 2k = 2 $\rightarrow$ **k = 1**

(3) Dua garis yang sejajar



Garis g sejajar dengan garis h dinotasikan g//h, dan berlaku $m_h = m_g$

Contoh:

Garis $px + 3y - 3 = 0$ sejajar dengan garis $2x - y + 4 = 0$. Tentukan nilai p !

Pembahasan:

Jika g: $px + 3y - 3 = 0 \rightarrow m_g = -\dfrac{p}{2}$,

h: $2x - y + 4 = 0 \rightarrow m_h = 2$.

Karena g//h, artinya

$m_g = m_h \;\rightarrow\; -\dfrac{p}{2} = 2 \Leftrightarrow -p = 4 \Leftrightarrow p = -4$.

Jadi , nilai p = –4.

E. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Bentuk umum Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV)

$$ax + by = c \ldots (1)$$
$$px + qy = r \ldots (2)$$

Mencari himpunan penyelesaian untuk dapat dilakukan dengan metode substitusi, eliminasi, dan campuran.

(1) Metode Substitusi

Untuk dapat memahami metode substitusi, perhatikan contoh berikut:

Tentukan Himpunan Penyelesaian dari:

$3x + y = 9 \ldots (1)$

$x - 3y = -6 \ldots (2)$

Dari *PLDV* di atas diperoleh:

$3x + y = 9 \Rightarrow x = 3y - 6 ... (3)$

Persamaan (3) disubstitusikan ke persamaan (1):

$3(3y - 6) + y = 9$

$9y - 18 + y = 9$

$\Leftrightarrow 10y = 27 \Leftrightarrow y = \frac{27}{10}$

Nilai $y = \frac{27}{10}$ disubstitusikan ke pers. (1):

$3x + y = 9 \Leftrightarrow 3x + \frac{27}{10} = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 - \frac{27}{10} = \frac{90}{10} - \frac{27}{10} = \frac{63}{10} = \frac{63}{10} \Rightarrow x = \frac{63}{30} = \frac{21}{10}$

Jadi, HP = $\{\frac{21}{10}, \frac{27}{10}\}$

(2) Metode Eliminasi

Metode ini dilakukan dengan cara mengeliminasi atau menghilangkan salah satu variabel yang ada dalam PLDV, yaitu variabel x atau y.

Langkah penyelesaian dengan metode eliminasi:

(1) Samakan koefisien salah satu variabel *x* atau *y*,

(2) Eliminasikan persamaan tersebut sehingga suku yang sama hilang (dengan operasi penjumlahan atau pengurangan), selesaikan dan tentukan nilai satu variabel,

(3) Substitusikan nilai variabel yang ditemukan untuk menemukan nilai variabel yang lain, atau ikuti langkah 1 sampai 3 untuk variabel yang lain.

Contoh:

Tentukan Himpunan penyelesaian dari:

$3x + y = 9 \ldots (1)$

$x - 3y = -6 \ldots (2)$

Pembahasan:

Pertama, kita akan coba mengeliminasi varibel *x*,

$$\begin{array}{l|ll} 3x + y = 9 & \times 1 & 3x + y = 9 \\ x - 3y = -6 & \times 3 & 3x - 9y = -18 \\ \hline & & 10y = 27 \Rightarrow y = \frac{27}{10} \end{array} \; -$$

Nilai y dapat langsung disubstitusi ke salah satu PLDV yang dimiliki, misalnya disubstitusi ke (1):

$\rightarrow 3x + y = 9 \Leftrightarrow 3x + \frac{27}{10} = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 - \frac{27}{10} = \frac{90}{10} - \frac{27}{10} = \frac{63}{10} = \frac{63}{10} \Rightarrow x = \frac{63}{30} = \frac{21}{10}$

Jadi, HP = $\{\frac{21}{10}, \frac{27}{10}\}$

Contoh Soal

1. Koordinat titik pada garis y = 2x – 15 yang terdekat dengan titik (0,0) adalah . . . .
   Garis yang melalui titik (0,0) memiliki persamaan
   y = mx. Jika garis ini melalui titik terdekat yang kita cari, maka garis ini akan tegak lurus y = 2x – 15.
   Garis y = mx tegak lurus y = 2x– 15.
   Sehingga m . 2 = –1 $\rightarrow$ $m = -\frac{1}{2}$.
   Sehingga diperoleh persamaan y = $-\frac{1}{2}x$.
   Artinya garis y = $-\frac{1}{2}x$ akan memotong y = 2x – 15.
   Sehingga dapat ditemukan titik potongnya dengan
   syarat: $-\frac{1}{2}x = 2x - 15$
   $\Leftrightarrow 2x + \frac{1}{2}x = 15 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 15 \Leftrightarrow x = 6$
   Jika, x = 6 menjadi y = 2 . 6 – 15 = –3 .
   Jadi titik terdekat pada garis y = 2x – 15 ke titik (0, 0) adalah (6, –3).

2. Diketahui sebuah garis g: x – 3y + 5 = 0. Persamaan garis yang melalui titik (–2, 11) dan tegak lurus persamaan garis g adalah . . . .
   g : x – 3y + 5 = 0 $\rightarrow$ $m_1 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$
   persamaan garis yang $\perp$ garis g artinya:
   $m_1 m_2 = -1$, sehingga:
   $\frac{1}{3} \cdot m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -3$
   Artinya, persamaan garis yang kita cari bergradien -3.
   Persamaan garis tersebut juga melewati titik (–2, 11), sehingga:
   $y - 11 = m_2\left(x - (-2)\right) = -3(x+2) = -3x - 6$
   $y = -3x + 5$
   Jadi, persamaan garis tersebut adalah y = –3x + 5.

3. Terdapat dua buah bilangan. Bilangan yang besar jika ditambah empat kali bilangan yang kecil = 99. Bilangan yang kecil ditambah tiga kali bilangan yang besar = 110. Tiga kali bilangan yang kecil ditambah empat kali bilangan yang lebih besar nilainya adalah . . . .
   Penyelesaiannya sebagai berikut.
   Bilangan yang kecil = x
   Bilangan yang besar = y
   Hubungan yang diperoleh:
   $$\begin{array}{l|l|l} 4x + y = 99 & \times 3 & 12x + 3y = 297 \\ x + 3y = 110 & \times 1 & \underline{x + 3y \quad = 110} \; - \\ & & 11x \qquad = 187 \end{array}$$
   Jadi, x = 17 cm.
   Substitusikan x = 17 ke salah satu persamaan.
   4x + y = 99
   $\Leftrightarrow$ 4 . 17 + y = 99 $\Leftrightarrow$ 68 + y = 99 $\Leftrightarrow$ y = 99 – 68
   $\Leftrightarrow$ y = 31
   Dengan demikian,
   3x + 4y = 3 . 17 + 4 . 31 = 51 + 124 = 175
   Jadi, harga 3x + 4y adalah 175.

4. Diketahui titik P(1,2) dan Q(3,7). Maka sumbu garis PQ adalah . . . .

i. Jika titik S adalah titik tengah garis PQ maka koordinat titik C adalah:

$x = \frac{1}{2}(1+3) = \frac{4}{2} = 2$ dan $y = \frac{1}{2}(2+7) = \frac{9}{2}$

Jadi, kita peroleh $C\left(2, \frac{9}{2}\right)$ dan gradien AB

dapat dihitung, yaitu $m_{AB} = \frac{7-2}{3-1} = \frac{5}{2}$

ii. Garis yang melalui titik C dan $\perp$ AB akan

mempunyai gradien $m_{TL} = -\frac{2}{5}$. Ini

diperoleh karena hubungan $m_{AB} \cdot m_{TL} = -1$

iii. Jadi, persamaan garis tersebut adalah:

$$y - \frac{9}{2} = -\frac{2}{5}(x-2) = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5} + \frac{9}{2} = -\frac{2}{5}x + \frac{53}{10}$$

Kalikan kedua ruas dengan 10, akan didapatkan:

$$10y = -4x + 53 \Leftrightarrow 4x + 10y - 53 = 0$$

STATISTIKA DAN PELUAN

A. Statistika

Statistika adalah ilmu yang mempelajari cara-cara pengumpulan data, penyusunan data, pengolahan data, dan penyajian data. Dalam statistika dikenal istilah populasi dan sampel.

- **Populasi** adalah sekumpulan objek dengan karakteristik sama.
- **Sampel** adalah bagian dari populasi yang akan dijadikan objek pengamatan langsung.

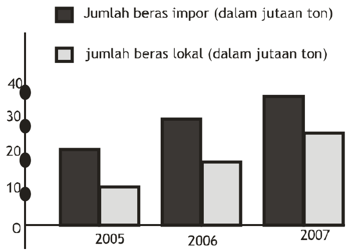
Data dapat disajikan dalam bentuk diagram. Selain itu, data dapat diolah dalam bentuk pemusatan data.

1. Penyajian Data

Diagram merupakan salah satu cara untuk menyajikan data. Diagram banyak macamnya. Di antaranya diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, dan histogram.

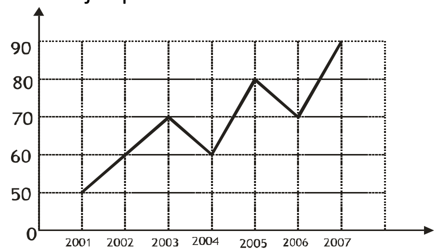
a. Diagram batang (histogram)

Data untuk jumlah beras impor dan beras lokal di pasar:



b. Diagram garis

Data untuk jumlah produksi gula dari Pabrik Gula "Manis Manja" periode 2001 - 2007



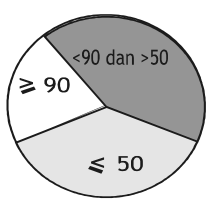
Produksi gula dari pabrik gula "manis manja" periode 2001 - 2007 (dalam ribuan ton)

c. Diagram lingkaran

Data berbentuk lingkaran yang dibagi menjadi beberapa luasan juring untuk menunjukkan perbandingan kuantitas atau jumlah (dalam persentase atau derajat).

Contoh:

Diagram lingkaran berikut menunjukkan data ***nilai ujian matematika siswa di suatu SMP,*** dengan keterangan sebagai berikut:



Nilai ujian ≥ 90 adalah 10%

Nilai ujian antara 90 dan 50 adalah 45%

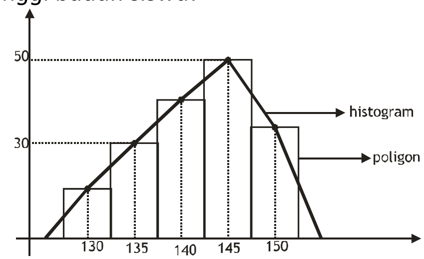
Nilai ujian ≤ 50 adalah 45%

d. Histogram atau Poligon Frekuensi

Histogram dan poligon digunakan untuk menyajikan data dari suatu *distribusi frekuensi*.

Contoh:

Berikut adalah histogram dan poligon dari data *tinggi badan siswa*.



2. Ukuran Pemusatan data

Ukuran pemusatan data ada bermacam-mcam. Di antaranya nilai rata-rata (mean), nilai tengah (median), nilai yang sering muncul (modus), dan kuartil.

a. Mean = $\overline{X}$ (Rata-Rata)

Mean atau rata-rata hitung adalah jumlah semua data atau nilai dibagi dengan banyaknya data.

Rumus Mean:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Dengan:

$\overline{X}$ = Rata – rata hitung

$\sum_{i=1}^{i=n} x_i$ = jumlah semua data (dibaca sigma x_i)

n = Banyaknya data

b. Modus = M (Nilai yang paling sering muncul)

Perhatikan data berikut.

1) Data: 2,3,4,4,5,7 $\rightarrow$ Modus = 4.
2) Data: 1,4,6,6,7,8,8,9 $\rightarrow$→ Modus = 6 dan 8.
3) Data: 4,4,5,5,6,6 $\rightarrow$ Modus = tidak ada.

c. Median = Mt (Nilai Tengah)

Median adalah nilai tengah dari kelompok data yang dimiliki, setelah data tersebut diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar.

1) Letak Median untuk *n* (jumlah data) genap

   $M_t = \text{letaknya di antara data ke } \frac{n}{2} \text{ dan ke} \left(\frac{n}{2}+1\right)$

2) Letak Median untuk n (jumlah data) ganjil

   $M_t = \text{data ke } \frac{(n+1)}{2}$.

Contoh:

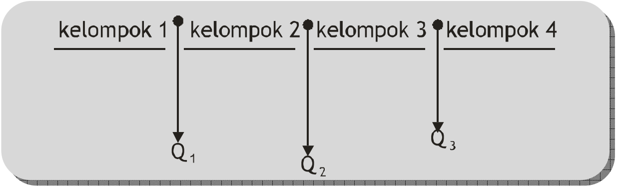
- Jika dimiliki data: 9,12,12,13,15,16. maka median dari data tersebut adalah

  $= \frac{12+13}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$

  (data ke-*3* dan ke-*4*)
- Jika dimiliki data: 7,8,8,9,10,11,11,13,17. maka median dari data tersebut adalah = 10 (data ke-*5*)

d. Kuartil

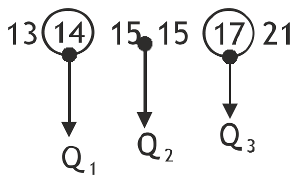
Kuartil membagi sekelompok data menjadi empat bagian yang sama banyak.



Dengan:
Q_1= kuartil bawah
Q_2= kuartil tengah = M_t = median
Q_3= kuartil atas

Contoh:

Jika dimiliki data: **13,14,15,15,17,21.** maka:



Q_1 = 14 ; Q_2 = $\frac{15+15}{2} = 15$ **; Q_3 = 17**

3. Ukuran Penyebaran Data

Ukuran penyebaran data di antaranya adalah jangkauan dan jangkauan interkuartil.

a. Jangkauan (Rentang) suatu data

Jangkauan adalah selisih antara data tertinggi dan terendah.

Jangkauan = data tertinggi – data terendah

Contoh:

Jika dimiliki data: 2, 5, 6, 4, 8, 4, maka Jangkauan dari data tersebut adalah = 8 - 2 = 6

b. Jangkauan Interkuartil

$$\textbf{Jangkauan Interkuartil} = Q_3 - Q_1$$

Contoh:

Jika dimiliki data: 3, 4, 6, 6, 7, 8, 9, 13, 17, maka

$$3 \quad 4 \quad \underset{\displaystyle Q_1}{\underset{\downarrow}{6}} \quad 6 \quad \underset{\displaystyle Q_2}{\underset{\downarrow}{7}} \quad 8 \quad \underset{\displaystyle Q_3}{\underset{\downarrow}{9}} \quad 13 \quad 17$$

Jangkauan dari data tersebut **$= Q_3 - Q_1 = 9 - 6 = 3$**

c. Jangkauan Semi Interkuartil (Simpangan kuartil)

Jangkauan semi interkuartil atau *simpangan kuartil* besarnya setengah dari jangkauan interkuartil.

$$\textbf{Simpangan kuartil} = \frac{1}{2}\,(Q_3 - Q_1)$$

B. Peluang

Peluang adalah perbandingan antara hasil yang diharapkan terjadi dengan jumlah hasil yang mungkin terjadi.

1. Peluang Satu Kejadian

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Dengan P(A) = Peluang kejadian
n(A) = Banyaknya hasil yang diharapkan
n(S) = Jumlah hasil yang mungkin

Contoh:

Tentukan peluang keluarnya angka genap pada pelemparan sebuah dadu!

Pembahasan:

N = angka yang ada pada dadu = {1, 2, 3, 4, 5, 6} = 6 buah
A = angka genap pada dadu = { 2,4,6 } = 3 buah

$$\Rightarrow P(\text{genap}) = \frac{A}{N} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Jadi, peluang keluarnya angka genap adalah = $\frac{1}{2}$.

2. Peluang Dua Kejadian

Peluang dua kejadian terbagi menjadi dua macam, yakni, peluang dua kejadian saling lepas dan peluang dua kejadian saling bebas.

a. Peluang Dua Kejadian Saling Lepas

$$P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$$

Contoh:

Dua buah dadu dilempar bersama, maka peluang munculnya angka dadu **berjumlah** 4 **atau 9** adalah . . . .

Pembahasan:

N = Jumlah pasangan mata dadu yang mungkin terjadi,
A = Pasangan dadu berjumlah 4

$$= (1,3),(3,1),(2,2) \Rightarrow n(A) = 3,$$

B = Pasangan dadu berjumlah 9

$$= (3,6),(6,3),(4,5),(5,4) \Rightarrow n(B) = 4,$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{N} = \frac{4}{36}$$

$P(\text{berjumlah 4 atau 9}) =$

$P(A) + P(B) = \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{7}{36}$.

Jadi, peluang munculnya angka dadu **berjumlah** 4 atau 9 adalah $\frac{7}{36}$.

b. Peluang Dua Kejadian Saling Bebas

$$P(A \text{ dan } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Contoh:

Di dalam sebuah kotak terdapat 12 bola, yang terdiri atas 5 bola merah dan 7 bola biru. Apabila diambil 2 bola secara acak dan tidak dikembalikan, maka nilai kemungkinan terambilnya bola pertama berwarna merah bola kedua berwarna biru adalah . . . .

Pembahasan:

$n(M) = \text{Jumlah bola merah} = 5$

$n(B) = \text{Jumlah bola biru} = 7$

- Pada pengambilan bola pertama, maka
  $P(\text{bola merah}) = \frac{n(M)}{N} = \frac{5}{12}$
- Pada pengambilan bola kedua, (jumlah bola ada 11)
  $P(\text{Bola biru}) = \frac{n(B)}{N-1} = \frac{7}{11}$
  Jadi, peluang (bola merah dan bola biru)
  $= \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{132}$.

C. Contoh Soal

1. Nilai rapor Budi pada suatu semester adalah: 7, 8, 7, 6, 6, 7, 5, 8, 5, dan 7. Dari data tersebut, rata-rata nilai Budi pada semester itu adalah . .
   Pembahasan:
   Rata-rata nilai = Mean = $\frac{\text{jumlah seluruh nilai}}{\text{banyaknya data}}$
   Jumlah seluruh nilai
   = 7 + 8 + 7 + 6 + 6 + 7 + 5 + 8 + 5 + 7 = 66.
   Banyaknya data = 10
   Jadi $\text{mean} = \frac{66}{10} = 6{,}6$.
2. Tentukan nilai rata-rata dari tabel distribusi frekuensi berikut:

Nilai (x)	Frekuensi (*f*)
5	6
6	10
7	12
8	6
9	2
10	1

Pembahasan:

Nilai (x)	Frekuensi (f)	f.x
5	6	30
6	10	60
7	12	84
8	6	48
9	4	36
10	2	20
Jumlah	40	278

Rata-rata = Mean = $\frac{278}{40} = 6{,}95$

3. Diagram lingkaran berikut menunjukkan olahraga kegemaran siswa pada suatu sekolah. Jika jumlah anak yang menyukai sepak bola ada 126 siswa, maka perbandingan jumlah anak yang menggemari olahraga bulutangkis dan voli adalah . . . .

   Pembahasan:

   Bulutangkis = 90^o ; voli = 30^o

   Bukutangkis: voli = 90: 30 = 3: 1.

   Jadi, perbandingan jumlah anak yang menyukai olahraga bulutangkis dan bola voli adalah 3 : 1.

4. Dalam pelemparan sebuah dadu sebanyak 180 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu lebih dari 4 adalah . . . kali.

   A = mata dadu lebih dari 4 = { 5,6 } $\Rightarrow n(A) = 2$

   S= Jumlah hasil yang mungkin = {1, 2, 3, 4, 5, 6} $\Rightarrow n(S) = 6$

   $$P(\text{lebih besar dari } 4) = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \times 180$$

   $$= \frac{2}{6} \times 180 = 60$$

   Jadi, munculnya mata dadu 4 sebanyak 60 kali.

5. Misalkan, K adalah himpunan kejadian munculnya sisi angka sehingga P(K) = $\frac{1}{2}$.

   Banyaknya pelemparan (n) adalah 30 kali.

   Jadi, frekuensi harapan munculnya sisi angka adalah

   Fh = P(K) × n

   = $\frac{1}{2}$ × 30 kali = 15 kali

BARIS DAN DERET

A. Pengertian Barisan

Barisan adalah urutan bilangan dengan pola tertentu.

Contoh:

- ✓ Barisan bilangan genap: 0, 2, 4, 6, 8, ...
- ✓ Barisan bilangan ganjil: 1, 3, 5, 7, 9, ...
- ✓ Barisan bilangan segitiga: 1, 3, 6, 10, ...
- ✓ Barisan bilangan persegi: 1, 4, 9, 16, ...
- ✓ Barisan bilangan segitiga Pascal:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1…dst

Jumlah bilangan baris ke-*n* segitiga Pascal = 2^{n-1}

B. Menentukan Rumus Suku ke-n Dari Suatu Barisan Bilangan

Barisan aritmetika adalah barisan yang antar bilangan berdekatan memiliki beda atau selisih yang sama.

Contoh barisan: 3, 7, 11, 15, ...

- ✓ Suku pertama = 3.
- ✓ Beda barisan tersebut adalah
  15 – 11 = 11 – 7 = 7 – 3 = 4.

Barisan aritmetika memiliki bentuk umum:

$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, \ldots, U_n$

Beda barisan aritmetika (b) dirumuskan:

$b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \ldots = U_n - U_{n-1}$

Misalkan, U_1 dilambangkan a, maka:

Suku ke-n atau $U_n = a + (n-1)b$

Jumlah n suku pertama diperoleh dengan cara:

$S_n = \frac{1}{2}n(2a + (n-1)b)$ atau $S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$

Contoh:
Diberikan barisan bilangan: 2, 5, 8, 11, …
Tentukan suku pertama, beda, dan suku ke-8 barisan bilangan tersebut.
Jawab:
Suku pertama yang dilambangkan a = 2.
Beda barisan tersebut yaitu b = 5 – 2 = 3.
Suku ke-8 barisan tersebut dicari dengan cara:

$U_n = a + (n-1)b \Rightarrow U_8 = 2 + (8-1)3 = 2 + 7.3 = 2 + 21 = 23$

Jadi, a = 2, b = 3 dan U_8 = 23.

C. Pola Bilangan

Pola bilangan ada bermacam-macam. Ada barisan bilangan segitiga, barisan bilangan persegi, barisan bilangan kubik, barisan bilangan persegi panjang, barisan bilangan balok, barisan bilangan genap, barisan bilangan ganjil, barisan bilangan *fibonacci*, barisan geometri, dan deret geometri tak berhingga.

1. Barisan bilangan segitiga

Barisan bilangan segitiga adalah barisan bilangan yang membentuk pola segitiga.

Barisan: 1, 3, 6, 10, …
Deret: 1 + 3 + 6 + 10 + …
Rumus suku ke-*n*: $U_n = \frac{1}{2}n(n+1)$
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$.

2. Barisan bilangan persegi

Barisan bilangan persegi adalah barisan bilangan yang membentuk pola persegi.

Barisan: 1, 4, 9, 16, 25, …
Deret: 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + …
Rumus suku ke-*n*: $U_n = n^2$
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

3. Barisan bilangan kubik

Barisan bilangan kubik adalah barisan bilangan yang dipangkatkan tiga kali.

Barisan: $1^3, 2^3, 3^3, 4^3$, …
Deret: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ + …
Rumus suku ke-*n*: $U_n = n^2$
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$

4. Barisan bilangan persegi panjang

Barisan bilangan persegi panjang adalah barisan bilangan yang membentuk pola persegi panjang.

Barisan: 2, 6, 12, ...
Deret: 2 + 6 + 12 + ...
Rumus suku ke-*n*: $U_n = n(n + 1)$
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$.

5. Barisan bilangan balok

Barisan bilangan balok memiliki barisan seperti berikut.

Barisan: 6, 24, 60, ...
Deret: 6 + 24 + 60 + ...
Rumus suku ke-*n*: $U_n = n(n+1)(n+2)$.
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

.

6. Barisan bilangan genap

Barisan bilangan genap adalah dimulai dari 0. Selanjutnya, bilangan berikutnya ditambah 2 seterusnya.

Barisan: 2, 4, 6, 8, ...
Deret: 2 + 4 + 6 + 8 + ...
Rumus suku ke-*n*: $U_n = 2n$
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = n^2 + n$.

7. Barisan bilangan ganjil

Barisan bilangan ganjil dimulai dari satu. Selanjutnya, bilangan berikutnya ditambah 2.

Barisan: 1, 3, 5, 7, ...
Deret: 1 + 3 + 5 + 7+ ...
Rumus suku ke-*n*: $U_n = 2n - 1$.
Jumlah *n* suku pertama: $S_n = n^2$

8. Barisan Fibonacci

Barisan Fibonacci adalah barisan yang nilai sukunya sama dengan jumlah dua suku di depannya.

barisan: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...
Deret: 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + ...
Rumus suku ke-*n*: $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$

9. Barisan geometri

Barisan geometri adalah barisan yang perbandingan di antara dua suku yang berurutan tetap.

Rumus suku ke-n = $U_n = a \cdot r^{n-1}$
Suku pertama = a.
Rasio antara dua suku yang berurutan = r.
Banyaknya suku = n.
Jumlah *n* suku pertama:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{untuk } r \geq 1.$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, \text{untuk } r < 1$$

10. Deret geometri tak berhingga

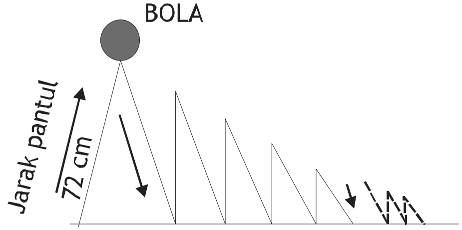
Disebut deret geometri tak berhingga jika memiliki banyak suku yang tidak berhingga. Jika suatu deret geometri tak berhingga memiliki nilai rasio: $-1 < r < 1$, maka jumlah sukunya sampai tak hingga adalah:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

Contoh Soal

1. Tentukan jumlah suku ke-11 dari barisan bilangan:
   4, 11, 18, 25, …
   a = 4
   b = 11 – 4 = 7
   $$\Rightarrow S_n = \frac{1}{2}n\left(2a+(n-1)b\right)$$
   $$S_{11} = \frac{1}{2}(11)\left(2.4+(11-1)7\right) = \frac{11}{2}(8+10.7)$$
   $$S_{11} = \frac{11}{2}(78) = 429$$

2. Dalam ruang pertunjukan, pada baris paling depan tersedia 20 kursi. Baris belakangnya tersedia 2 kursi lebih banyak dari baris di depannya. Jika pada ruang pertunjukan tersebut terdapat 20 baris kursi, maka banyaknya orang yang dapat duduk di kursi pada ruang itu adalah . . . orang.
   Barisan kursi yang ada: 20, 22, 24, 26, …
   $\Rightarrow a = 20$, dan $b = 2$, sehingga $S_n =$
   $$\frac{1}{2}n\left(2a+(n-1)b\right)$$
   $$S_{20} = \frac{1}{2}(20)\left(2.20+(20-1)2\right) = 10(40+19.2)$$
   $$S_{20} = 10(40+38) = 10.78 = 780$$
   Jadi, banyaknya orang yang dapat duduk di ruangan itu adalah 780 orang.

3. Sebuah bola memantul dari lantai sampai ke ketinggian 72 cm dan tiap kali memantul, ketinggian berikutnya dua pertiga pemantulan sebelumnya. Jarak seluruhnya yang ditempuh bola sampai berhenti adalah . . . . cm.
   Soal ini dilihat sebagai kasus deret geometri dengan
   a = 72, $r = \frac{2}{3}$ dan *n* = tak hingga. Oleh karena itu, jumlah seluruh pemantulan sampai bola berhenti adalah:
   $$S = \frac{a}{1-r} \Rightarrow S = \frac{72}{1-\frac{2}{3}} = \frac{72}{\frac{1}{3}} = 72 \times 3 = 216$$
   

   Tapi, karena bola setelah dipantulkan bergerak ke bawah sejauh ketika memantul, maka bola itu menempuh jarak *dua kali*, yaitu ketika

memantul dan ketika kembali ke bawah.
Artinya, jarak yang ditempuh bola seluruhnya hingga berhenti adalah
$= 2 \times 216 = 432$ cm.

4. Jika jumlah n suku pertama dari suatu deret geometri adalah $S_n = 3^{-2n+1} - 3$, maka jumlah tak hingga dari deret geometri tersebut adalah . . . .

Untuk n = 1 , maka S_n= a, sehingga didapat

a = S_1= $3^{-2.1+1} - 3 = 3^{-1} - 3 = -2\frac{2}{3}$.

$S_2 = 3^{-2.2+1} - 3 = 3^{-3} - 3 = -\frac{80}{27}$.

$\Rightarrow u_2 = S_2 - S_1 = -\frac{80}{27} - \left(-2\frac{2}{3}\right) = -\frac{80}{27} + 2\frac{2}{3} = -\frac{8}{27}$

$\Rightarrow r = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{8}{27}}{-\frac{8}{3}} = \frac{1}{9}$.

Jadi, jumlah tak hingga deret geometri tersebut

adalah: $S = \frac{-\frac{8}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{8}{9}} = -\frac{8}{3} \times \frac{9}{8} = -\frac{9}{3} = -3$

5. Jika S_n= $n^2 + 3n$ adalah jumlah *n* suku pertama suatu deret aritmatik, maka suku ke-10 deret tersebut adalah . . . .

$U_{10} = S_{10} - S_9 = ...$

$S_{10} = 10^2 + 3(10) = 100 + 30 = 130$

$S_9 = 9^2 + 3(9) = 81 + 27 = 108$

$\Rightarrow U_{10} = S_{10} - S_9 = 130 - 108 = 22$

PANGKAT TAK SEBENARNYA

A. Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan ke dalam bentuk $\frac{a}{b}$. Syaratnya:

a dan b bilangan bulat.
$b \neq 0$

1. Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat Positif

Contoh bilangan rasional berpangkat bilangan bulat positif sebagai berikut:
$a \times a \times a \times a \ldots \times a$ (dengan a sebanyak n) ditulis a^n.
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ditulis $3^5 = 243$.
Misalkan m dan n adalah bilangan bulat positif, sifat-sifat bilangan rasional berpangkat bilangan bulat positif dapat dituliskan sebagai berikut.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
  dengan m dan n bilangan bulat positif serta $m > n$.
- $(a^m)^n = a^{mn}$

2. Bilangan Rasional Berpangkat Bilangan Bulat Negatif

Contoh bilangan rasional berpangkat bilangan bulat negatif sebagai berikut.

$5^{-1} = \frac{1}{5}$ $\qquad$ $3^{-3} = \frac{1}{27}$

$\frac{b^5}{b^8} = b^{5-8} = b^{-3} = \frac{1}{b^3}$

Sifat-sifat operasi bilangan rasional berpangkat bilangan bulat negatif sebagai berikut.

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Catatan:

- 0^0 = tidak terdefinisikan, $a^0 = 1$, dan
- $0^a = 0$

B. Bentuk Akar

Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan ke dalam bentuk $\frac{a}{b}$.

Contoh: $\sqrt{3}$ tidak dapat dinyatakan ke dalam bentuk $\frac{a}{b}$.

Jenis akar tersebut disebut **bentuk akar**.
Sifat-sifat operasi bentuk akar sebagai berikut.

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$, dengan a dan b merupakan bilangan real positif.
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, dengan a ≥ 0 dan b > 0.
- $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$,

  dengan a, b, c bilangan real dan c ≥ 0.
- $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$,

  dengan a, b, c bilangan real dan c ≥ 0.
- $a\sqrt{c} \times b\sqrt{d} = (ab)\sqrt{cd}$, dengan a, b, c, d bilangan real dengan a ≥ 0 dan b ≥ 0.
- $\frac{c\sqrt{a}}{d\sqrt{b}} = \frac{c}{d}\sqrt{\frac{a}{b}}$, dengan a, b, c, d bilangan real dengan a ≥ 0 dan b ≥ 0.

Bentuk akar $\frac{a}{\sqrt{b}}$ dapat dirasionalkan.

Caranya sebagai berikut.
1. Kalikan pembilang dengan bentuk sekawan penyebutnya
2. Penyebut pecahan tersebut, dengan bentuk sekawan penyebutnya.

Perhatikan langkah berikut : $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b}\sqrt{b}$

Bentuk akar $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ juga dapat dirasionalkan dengan cara yang sama.

1. Bentuk sekawan penyebut $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ adalah $\sqrt{a}-\sqrt{b}$.
2. Langkah-langkah untuk merasionalkan bentuk akar $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ seperti berikut.

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b}$$

Contoh Soal

1. Hasil dari $8^{-5} \times 8^{-2}$ adalah . . . .

   a. 8^{10} b. 8^{7} c. 8^{-7} d. 8^{-10}

   Penyelesaian : $8^{-5} \times 8^{-2} = 8^{-5+(-2)} = 8^{-7}$

   Jawaban: c

2. Bentuk $\sqrt[5]{a^2}$ dapat diubah menjadi pangkat suatu bilangan. Hasilnya adalah . . . .

   a. a^{10} b. a^{3} c. $a^{\frac{5}{2}}$ d. $a^{\frac{2}{5}}$

   Penyelesaian:

   Bentuk $\sqrt[5]{a^2}$ dapat diubah menjadi bentuk perpang-katan suatu bilangan $\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$

   Jawaban: d

3. Bila ditentukan a = 8, b = 10, c = 169, dan d = 225, maka nilai dari $a^2 + b^2 - \sqrt{c} - \sqrt{d}$ adalah .

   a. 7b. 18 c. 136 d. 144

   Penyelesaian:

   Diketahui a = 8, b = 10, c = 169, dan d = 225.

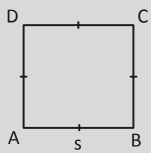
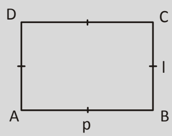
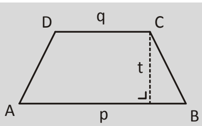
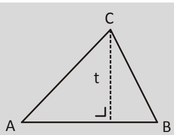
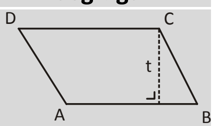
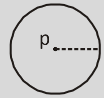
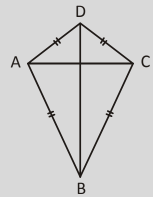
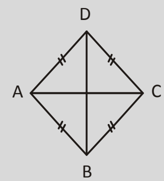
   Dapat diperoleh:

   $a^2 + b^2 - \sqrt{c} - \sqrt{d} = 8^2 + 10^2 - \sqrt{169} - \sqrt{225}$

   = 64 + 100 – 13 – 15 = 136

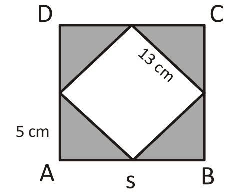
   Jawaban: c

BANGUN DATAR

No	Nama dan Bentuk Bangun Datar	Rumus Luas dan Keliling
1	 Persegi	L = Luas = s × s K = Keliling = 4 × s
2	 Persegi panjang	K = 2 (p + l) L = p x l
3	 Trapesium	L = ½ Jumlah sisi sejajar × t = ½ (AB + DC) × t
4	 Segitiga	L = ½ alas × tinggi =½ (AB) t
5	 Jajarangenjang	L = alas × tinggi = AB × t
6	 lingkaran	K = 2πr L = πr^2 $\pi = \frac{22}{7}$ atau 3,14
7	 Layang-layang	K = 2(AD + AB) L = ½ perkalian diagonal = ½ AC × BD
	 Belah ketupat	K = 4AB L = ½ perkalian diagonal = ½ AC × BD

Contoh Soal

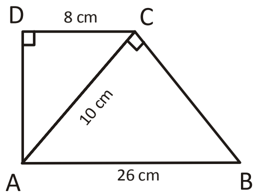
1. Perhatikan gambar berikut!



Luas daerah yang diarsir adalah . . . cm^2.
Jawab:
Luas daerah yang diarsir
= luas persegi ABCD – luas persegi kecil.
AB = BC = CD = AD

$AB = 5\text{ cm} + \sqrt{13^2 - 5^2}$
$= 5\text{ cm} + 12\text{ cm} = 17\text{ cm}$
Luas daerah yang diarsir = (17 × 17) – (13 × 13)
= 289 – 169 = 120 cm^2

2. Perhatikan gambar berikut!
Luas bangun ABCD = . . . cm^2.



Jawab:

$AD = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$

$BC = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24$

Luas bangun ABCD =

$= \frac{1}{2} \times t \times \text{jumlah sisi sejajar}$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times (8 + 26)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 34 = 102$

Jadi, luas bangun ABCD adalah 102 cm^2.

3. Keliling sebuah belah ketupat = 68 cm dan panjang salah satu diagonalnya 30 cm. Luas belah ketupat tersebut adalah . . . . cm^2.
Jawab:
Jika, keliling = 68 cm, maka,
panjang rusuk = $\frac{68}{4} = 17$ cm.
Panjang digonal-1 = 30 cm.

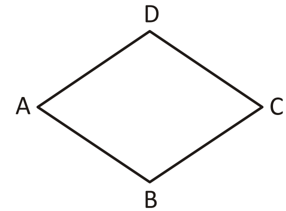
Panjang diagonal yang lain =

$d_2 = 2\left(\sqrt{17^2 - 15^2}\right) = 2(8) = 16$.

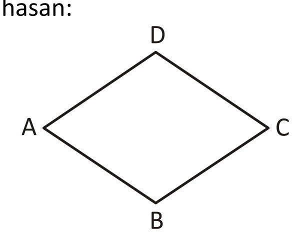
Luas belah ketupat =

$\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 30 \times 16 = 240\ cm^2$.

4. Perhatikan gambar belahketupat ABCD. $\angle A : \angle B = 1 : 2$. Besar $\angle C$ adalah . . . .



Jawab:
Diketahui: Belah ketupat ABCD
$\angle A : \angle B = 1 : 2$
Ditanyakan: $\angle C = ?$
Pembahasan:



Dalam bangun belah ketupat berlaku:
- ✓ Jumlah keempat sudutnya 360^0
- ✓ Sudut-sudut yang *berhadapan sama besar*

Dengan demikian,

$\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$.

Misalkan: $\angle A = x^o$, maka $\angle B = 2x^o$,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^o$$

$$\Leftrightarrow x^o + 2x^o + x^o + 2x^o = 360^o$$

$$\Leftrightarrow 6x^o = 360^o \Leftrightarrow x^o = \frac{360^o}{6} = 60^o$$

Karena $\angle A = \angle C$, maka besar $\angle C = 60^o$

5. Sebuah kolam renang berbentuk persegi panjang, mempunyai ukuran panjang 20 m dan lebar 10 m. Di sekeliling kolam renang bagian luar akan dibuat jalan dengan lebar 1 m. Jika jalan akan dipasang keramik dengan biaya Rp 60.000,00 setiap m^2, maka biaya yang diperlukan untuk pemasangan keramik adalah . . . .

Jawab:

Diketahui: panjang kolam renang = 20 m

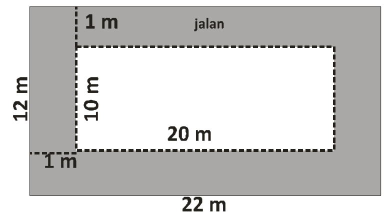
Lebar kolam renang = 10 cm

Di sekeliling kolam dibuat jalan dengan lebar 1 meter. Biaya pemasangan keramik Rp 60.000,00 setiap m^2.

Ditanyakan: biaya pemasangan keramik untuk jalan.

Pembahasan:

Soal ini dapat digambarkan sebagai berikut:



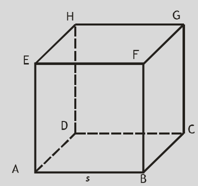
Berdasarkan gambar di atas,

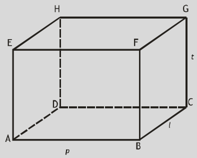
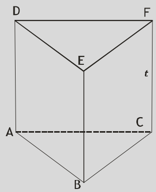
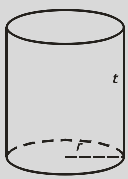
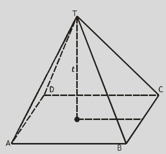
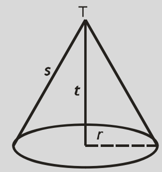
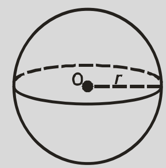
Luas jalan = luas (kolam renang + jalan) − luas kolam renang =(22 m x 12 m) – (20 m – 10 m)

= 2641 m^2 – 200 m^2 = 64 m^2.

Jadi, biaya pemasangan keramik untuk jalan adalah = 64 × Rp60.000,00 = Rp3.840.000,00

BANGUN RUANG

NO	NAMA DAN BENTUK BANGUN RUANG	RUMUS VOLUME DAN LUAS
1	 **Kubus**	$V = s^3$ $L = 6s^2$

NO	NAMA DAN BENTUK BANGUN RUANG	RUMUS VOLUME DAN LUAS
2	 **Balok**	$V = p \times l \times t$ $L = 2(pl + lt + pt)$
3	 **Prisma**	$V = \text{Luas alas} \times \text{tinggi}$ $= L\Delta ABC \times t$ $L = 2(\text{Luas Alas}) +$ $t(\text{Keliling Alas})$
4	 **Tabung**	$V = \text{Luas Alas} \times t$ $= \pi r^2 \times t$ $L = 2(\text{Luas alas}) + \text{Luas Selimut}$ $= 2\pi r^2 + (2\pi r)t$
5	 **Limas**	$V = \frac{1}{3}\text{Luas alas} \times t$ $L = \text{Luas alas} + \text{jml. luas sisi segitiga}$
6	 **Kerucut**	$V = \frac{1}{3}\text{ luas alas} \times \text{tinggi}$ $= \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot t$ $L = \pi r(r + s)$
7	 **Bola**	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $L = 4\pi r^2$

Contoh Soal

1. Diketahui sebuah kerucut dengan jari-jari alas 7 cm dan tingginya 12 cm. Jika $\pi = \frac{22}{7}$, maka volume kerucut tersebut adalah . . . cm^3.

Pembahasan:

Volume kerucut = $\frac{1}{3}\text{Luas alas} \times \text{tinggi}$

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 t = \frac{1}{3}.\left(\frac{22}{7}\right).(7^2).(12) = \frac{22}{21}.49.12 = 616 \text{ cm}^3$$

Jadi, volum kerucutnya adalah 616 cm^3.

2. Banyak pohon yang dapat ditanam pada keliling taman yang berbentuk lingkaran dengan diameter 49 meter dan jarak antara pohon 1,4 meter adalah . . . $\pi = \frac{22}{7}$.

Pembahasan:

Keliling taman = $2\pi r = \pi d = \frac{22}{7}.(49) = 154\ m^2$,

Sehingga banyak pohon yang dapat ditanam = $\frac{154}{1,4} = 110\ \text{pohon}$.

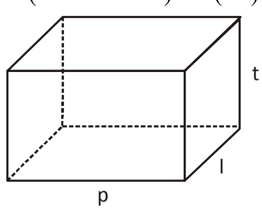
3. Bobby akan membuat model kerangka balok dari kawat dengan ukuran panjang 30 cm, lebar 25 cm, dan tinggi 20 cm. Jika panjang kawat 30 meter, maka banyak model kerangka balok yang dapat dibuat oleh Bobby adalah . . .

Pembahasan:

Ukuran kerangka balok yang akan dibuat
= 30 cm × 25 cm × 20 cm.

Sebuah kerangka balok memerlukan panjang kawat:

$4(p + l + t) = 4(30 + 25 + 20) = 4(75) = 300\ \text{cm}$.



Karena panjang kawat 30 meter = 3.000 cm,

$3.000\ \text{cm} = n \times 300\ \text{cm} \Rightarrow n = \frac{3000}{300} = 10$

Jadi, banyaknya model kerangka balok yang dapat dibuat adalah sebanyak 10 buah.

4. Sebuah tempat mainan berbentuk balok dibuat dari triplek. Untuk membuatnya diperlukan triplek 10,64 m^2. Jika tinggi tempat mainan 3 m dan lebar 1,5 m, maka panjangnya adalah...m.

Pembahasan:

Ingat bahwa Luas balok = $2(pl + lt + pt)$, sehingga:

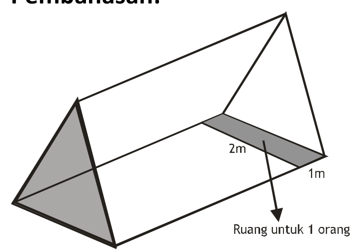
$10,64 = 2(pl + lt + pt)$

$10,64 = 2(1,5p + (1,5 \times 3) + 3p) = 2(4,5p + 4,5)$

$10,64 = 9p + 9 \Rightarrow 9p = 10,64 - 9 \Rightarrow p = \frac{1,64}{9} = 0,182\ \text{m}$

5. Sketsa gambar di bawah adalah sebuah tenda perkemahan berbentuk prisma. Bila tenda tersebut dapat memuat 10 orang untuk tidur dengan setiap orang perlu ruang 2 m^2. Jika tinggi tenda 3,5 m, berapa volume ruang dalam tenda tersebut ?

Pembahasan:



Luas alas prisma = luas segitiga yang diarsir pada sketsa tenda = $\frac{1}{2}(2 \times 3,5) = 3,5\ m^2$.

Tiap orang memerlukan $2m^2$ = 2m × 1m .
artinya panjang tenda = 1m × 10 = 10 m.
= tinggi prisma,
Volume prisma = luas × tinggi = 3,5 × 10 = 35 m^2