

## TD8 - SIGNAUX & SYSTÈMES

### Systèmes temps discret

#### Exercice

Soit **S1** un système linéaire causal et temporellement invariant défini par deux zéros en 0 et deux pôles respectivement en 0,5 et 0,2.

1. Tracez le diagramme des pôles et des zéros, conclure sur la stabilité du système.
2. A partir du diagramme des pôles et des zéros, explicitez le comportement en fréquence de ce système.
3. Déterminez la fonction de transfert  $H_1(z)$ .
4. Déterminez l'équation aux différences de ce système.
5. Proposez un schéma bloc d'implantation de ce système.
6. Déterminez l'expression de la réponse fréquentielle du système.
7. Déterminez  $h_1[n]$  la réponse impulsionnelle du système.

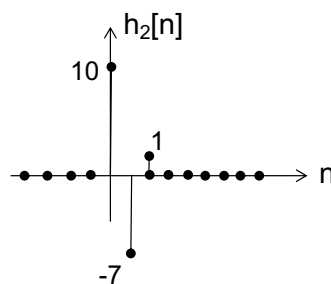
Retrouvez certains éléments avec quelques commandes simples sous Matlab

```
clear;
z1=[0 0]';
p1=[0.5 0.2]';
zplane(z1,p1);
Num1=1;
Den1=poly(p1)
figure; freqz(Num1,Den1)
figure; impz(Num1,Den1)
```

8. De quel type de système s'agit t-il ? (IIR/FIR , passe-haut, passe-bas, passe-bande, coupe-bande ?).
9. Par la méthode de votre choix, calculer la réponse indicielle de ce système que l'on notera  $i_1[n]$ .
10. A partir de la réponse indicielle, comment pouvez-vous retrouver la réponse impulsionnelle ?

--

Soit **S2** un système linéaire causal et temporellement invariant qui possède la réponse impulsionnelle schématiquement représentée ci-dessous :



11. Déterminez l'expression de la réponse impulsionnelle  $h_2[n]$ .
12. Déterminez la fonction de transfert  $H_2(z)$ .
13. Tracez le diagramme des pôles et des zéros, conclure sur la stabilité du système.
14. A partir du diagramme des pôles et des zéros, explicitez le comportement en fréquence de ce système.

Retrouvez certains éléments avec quelques commandes simples sous Matlab

```
h2=[10 -7 1];  
Num2=h2;  
Den2=1;  
z2=roots(Num2);  
p2=[0 0]';  
figure; zplane(z2,p2);  
figure; freqz(Num2,Den2)  
figure; impz(Num2,Den2)
```

15. Déterminez l'équation aux différences de ce système.
16. Proposez un schéma bloc d'implantation de ce système.
17. De quel type de système s'agit-il ? (IIR/FIR , passe-haut, passe-bas, passe-bande, coupe-bande ?).
18. Soit le signal  $x[n]$  défini par  $x[n] = \sum_{k=0}^3 \Delta[n - k]$ . Calculez par la méthode de votre choix la réponse du système S2 à  $x[n]$  que l'on notera  $y_2[n]$ .

Retrouvez ce résultat avec quelques commandes simples sous Matlab tout en soignant l'affichage

```
x=[1 1 1 1];  
y2=conv(h2,x);  
n=[0:29];  
Zh=zeros(1,30-length(h2));  
Zx=zeros(1,30-length(x));  
Zy=zeros(1,30-length(y2));  
figure; tiledlayout(3,1);  
nexttile; stem(n,[h2,Zh],'r');  
nexttile; stem(n,[x,Zx],'b');  
nexttile; stem(n,[y2,Zy],'g')
```

On cascade en série les deux systèmes S1 et S2. On notera le système équivalent **S12**.

19. Déterminez par la méthode de votre choix la réponse impulsionnelle correspondant au système **S12**.
20. On met le signal  $x[n]$  défini ci-dessus à l'entrée du système S. Déterminez par la méthode de votre choix la sortie que l'on notera  $y_{12}[n]$ .

Retrouvez certains éléments avec quelques commandes simples sous Matlab

```
z12=[z1 ; z2];  
p12=[p1 ; p2];  
figure; zplane(z12,p12);  
Num12=poly(z12)  
Den12=poly(p12)  
figure; freqz(Num12,Den12)  
figure; impz(Num12,Den12)  
y1=filter(Num1,Den1,x)  
y12=filter(Num2,Den2,y1)
```

On peut aussi aller voir ce que ça donne en calcul symbolique avec Matlab (SIS-TD8-FiltreDiscret.mlx)

```
clearvars
syms z w n

% Le 1er filtre
Num1(z)=(1-0*z^(-1))*(1-0*z^(-1))
Den1(z)=(1-0.5*z^(-1))*(1-0.2*z^(-1))
S1(z)=Num1/Den1(z);
S1=simplify(S1)
% Le 2ème filtre
S2(z)= (10-7*z^(-1)+1*z^(-2))
eqn2=S2(z)==0
zero2 = solve(eqn2,z)
% Le produit des deux
S12(z)=S1(z)*S2(z)
S12=simplify(S12)

% Les modules des réponses en fréquence
assume(w,'real')
H1=subs(S1,z,exp(j*w))
H1=simplify(H1)
modH1=sqrt(real(H1)^2+imag(H1)^2)
simplify(modH1)
H2=subs(S2,z,exp(j*w))
H2=simplify(H2)
modH2=sqrt(real(H2)^2+imag(H2)^2)
simplify(modH2)
fplot(modH1(w),[0 1*pi],'r'); hold on
fplot(modH2(w),[0 1*pi],'b');
fplot(modH2(w)*modH1(w),[0 1*pi],'g');

% Les réponses impulsionnelles
h1=iztrans(S1)
h2=iztrans(S2)
h12=iztrans(S12)
% Méthode pour discrétiser le fplot...
m = -0:10;
imp_h1 = double(subs(h1,n,m));
imp_h2 = double(subs(h2,n,m));
imp_h12 = double(subs(h12,n,m));
tiledlayout(3,1)
nexttile; stem(m,imp_h1,'r','lineWidth',2)
ylim([-1 1.5]),grid on; title('Impulse response h1');
nexttile; stem(m,imp_h2,'c','lineWidth',2)
ylim([-8 11]),grid on; title('Impulse response h2');
nexttile; stem(m,imp_h12,'m','lineWidth',2)
ylim([-8 11]),grid on; title('Impulse response h12');
```