

TD7 - SIGNAUX & SYSTÈMES

Filtre moyennneur

Travail à rendre

1) Retrouvez la transformée en Z des signaux suivants :

- a) $x[k] = \Delta[k]$, impulsion unité
- b) $x[k] = \Delta[k-n]$, impulsion unité retardée
- c) $x[k] = \mathbb{1}[k]$, échelon unité
- d) $x[k] = \mathbb{1}[k-n]$, échelon unité retardé
- e) $x[k] = a^k \cdot \mathbb{1}[k]$

2) Montrez que la transformée en Z $Y(z)$ du signal $y[k]=k.x[k]$ est reliée à la transformée en Z $X(z)$ de $x[k]$ par :

$$Y(z) = -z \cdot \frac{dX(z)}{dz} . \quad \text{En déduire la transformée en Z de la rampe } x[k]=k \cdot \mathbb{1}[k] .$$

3) Montrez que la transformée en Z d'un signal quelconque retardé $y[k]=x[k-n]$ est $Y(z)=z^{-n} \cdot X(z)$

Exercice n° 2

Le but de cet exercice est de modéliser un système à temps discret de différentes façons évidemment équivalentes.

Considérons un système "moyenne glissante" réalisant la moyenne des N dernières valeurs de l'entrée $e[k]$. En régime permanent la sortie $s[k]$ est donnée par :

$$s[k] = \frac{1}{N} (e[k] + e[k-1] + \dots + e[k-(N-1)]) \quad (1)$$

1) Par la transformée en Z de la relation (1), calculez la fonction de transfert de ce système $H(z)=S(z) / E(z)$

2) A partir de $H(z)$, analysez la stabilité de ce système.

Pour $N=6$, représentez les pôles et zéros de ce système.

Vous pouvez déterminer les zéros et les pôles de $H(z)$ à la main ou avec Matlab :

```
clearvars
syms z w N
assume(N>1)
H(z) = 1/N * (1-z^(-N)) / (1-z^(-1))
eqn1=H(z)==0
eqn1=simplify(eqn1)
[zeros,parameters,conditions] = solve(eqn1,z,'ReturnConditions',true)
eqn2= 1/H(z)== 0
eqn2=simplify(eqn2)
poles = solve(eqn2,z)
```

Pour $N=2$, évaluez graphiquement le module de sa réponse en fréquence.

Vérifiez votre tracé avec Matlab

```
H=subs(H,z,exp(j*w))
assume(w,'real')
H=subs(H,N,2) % instantiation de N =2 N=6 etc ...
H=simplify(H)
modH=sqrt(real(H)^2+imag(H)^2)
simplify(modH)
fplot(modH(w),[0 2*pi])
```

```
% graduation pour fonction trigo
ax = gca;
S = sym(ax.XLim(1):pi/2:ax.XLim(2));
ax.XTick = double(S);
ax.XTickLabel = arrayfun(@texlabel,S,'UniformOutput',false);
title('| H(e^{j\omega}) |')
```

3) A partir de la relation (1), déterminez la réponse impulsionnelle $h[k]$ du système. Calculez la transformée en Z de $h[k]$. Comparez avec la question 1).

4) Exprimez $h[k]$ en fonction de l'échelon unité $u[k]=1$ $[k]$. Calculez alors la transformée en Z de $h[k]$ à partir de $U(z)$.

5) En réfléchissant au fonctionnement du moyenneur, donner une définition récursive (équation aux différences) de $s[k]$ en fonction de $s[k-1]$ et du signal d'entrée $e[k]$.

Calculez à nouveau $H(z)$ à partir de cette nouvelle relation. Comparez avec les résultats des questions 1), 3), 4).

6) Calculez (pour N quelconque) et représentez (pour $N=4$) la réponse en fréquence $H(f)$ de ce système à partir de $H(z)$.

7) Calculez la réponse indicielle de ce système

- à partir de l'équation (1)
- à partir de l'équation obtenue question 5)
- à partir de $H(z)$ sachant $TZ(\text{rampe})=z^{-1}/(1-z^{-1})^2$

Reliez le résultat à la réponse impulsionnelle.

8) Implantation d'un filtre moyenneur sous Matlab

Pour $N_1=10$ et $N_2=100$, créer les réponses impulsionnelles h_1 et h_2 du filtre moyenneur, tracez les diagrammes des pôles et des zéros et les réponses fréquentielles $H_1(f)$ et $H_2(f)$.

Vous pouvez utiliser les fonctions matlab suivantes :

```
ones(1, N)
freqz(b,a) %réponse fréquentielle du filtre
zplane(b,a) %diagramme des zéros et pôles du filtre
y=conv(x,h1,'same'); % convolution avec un filtre FIR
y=filter(b,a,x)
```

Recommencez l'exercice avec l'implantation récursive du filtre moyenneur.

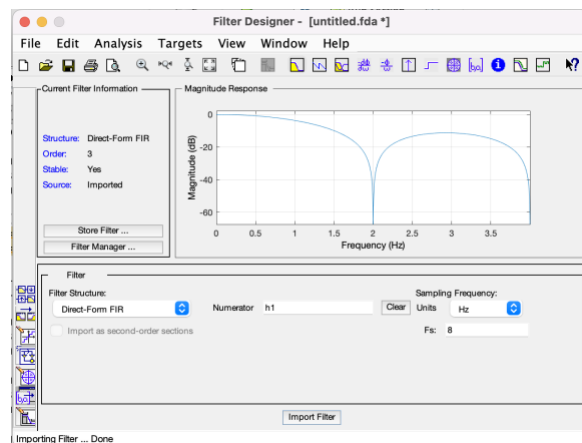
Vous pouvez tester l'effet du filtre sur le fichier audio fourni « bach44100.wav » en récupérant les échantillons de la manière suivante :

```
[x,fs] = audioread('bach44100.wav'); % read it from file
sound(y,fs); %. listen to the sound
```

9) Prenez en main l'interface, filterDesigner.

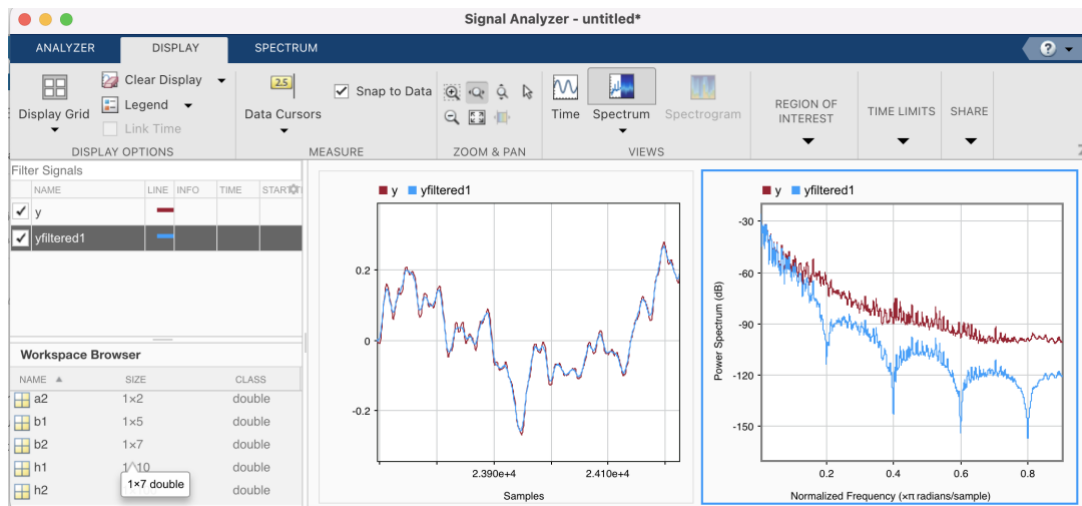
Tapez : filterDesigner dans la fenêtre de commande

Cette interface permet entre autre d'importer des filtres, d'examiner leur réponses impulsionnelle, indicielle et fréquentielle.



9) Pour appliquer un filtre sur un signal, vous pouvez aussi utiliser l'interface signalAnalyzer

Tapez : signalAnalyzer dans la fenêtre de commande



Tips :

Times values : permet de spécifier la fréquence d'échantillonnage

Smooth - moving mean : permet d'appliquer un filtre moyenneur

10) A partir du script Livescript 'TD7_FIR_interpolateur.mlx', examinez l'application du filtre FIR étudié. Quels sont les fonctions réalisées par ce filtre ?

11) Déterminez le type (IIR/FIR) de ce système à TD.

Donnez les deux schéma blocs possibles du système à partir de l'équation (1) et de l'équation de la question 5).