

TD2 - SIGNAUX & SYSTÈMES

Autocorrélation - Intercorrélation

Travail à rendre

Soient $x[n]$ et $y[n]$ deux signaux discrets, déterministes, réels et à énergie finie.

- 1) Rappelez les définitions des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrrelation notées R_{xx} , R_{xy} et R_{yx} . Rappelez les propriétés de symétrie, de parité et de valeur en 0.
- 2) Soit $y[n] = x[n-n_0]$, calculez R_{xy} , R_{yx} , R_{yy} .

Soient $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux continus, déterministes, réels et à énergie finie.

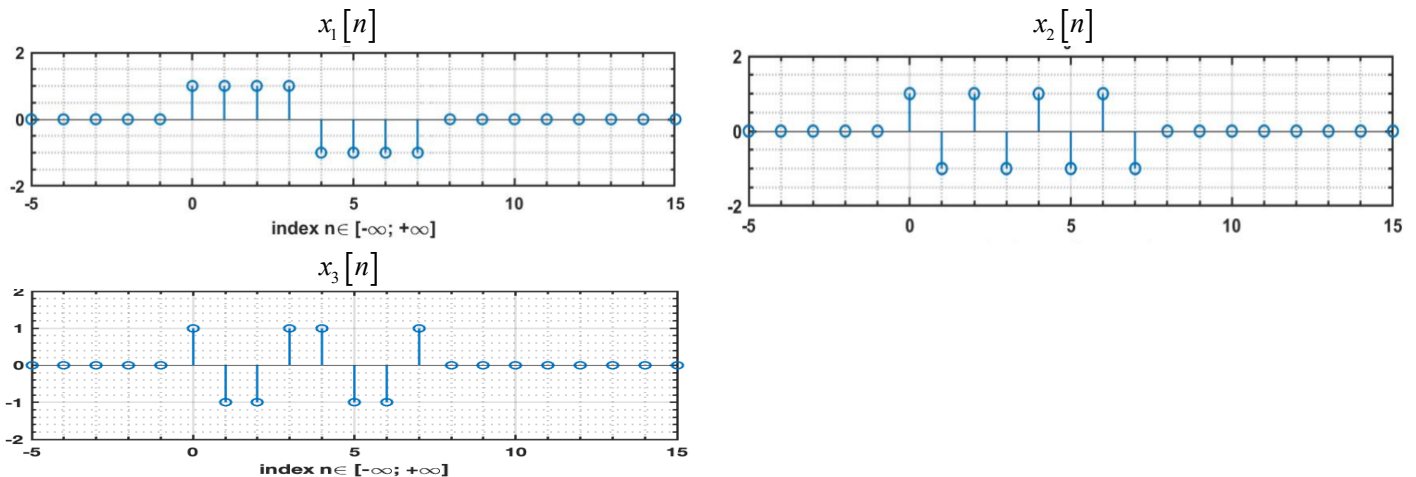
- 3) Rappelez les définitions des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrrelation notées R_{xx} , R_{xy} et R_{yx} .
- 4) Pour le temps continu et le temps discret, rappelez la relation entre la convolution et la corrélation.

Le CDMA (Code Division Multiple Access) est à la base de l'UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) c'est-à-dire la technologie utilisée pour la téléphonie mobile de troisième génération (3G). Cette technologie consiste à utiliser des codes orthogonaux pour envoyer des messages simultanément vers plusieurs utilisateurs. Chaque utilisateur $User_i$ est associé à un code orthogonal $x_i[n]$ pour $i \in [1, 3]$.

1. Les codes de Walsh-Hadamard sont une famille de codes utilisés pour transmettre les informations en downlink, c'est-à-dire de la station de base émettrice Node B vers les utilisateurs de portables $User_i$.

Montrez que les 3 codes $x_1[n]$, $x_2[n]$, $x_3[n]$ issus de cette famille et représentés dans la figure suivante sont des codes orthogonaux entre eux.

Codes



2. Pour chacun des codes, calculez et représentez le signal $R_{x_i x_i}[k]$ pour $i \in [1, 3]$.

Un message binaire de 8 bits $[b_0 \dots b_i \dots b_7]_{i \in [0; 7]}$ suite de 0 et de 1 est transmis à l'aide du code $x_1[n]$ par la station de base à l'utilisateur $User_1$.

Le message codé $msg_encoded_x_1$ est une séquence discrète obtenue en multipliant chaque bit $b_i, i \in [0; 7]$ avec le code $x_1[n]$ décalé de $i \cdot N$ échantillons, avec N le nombre d'échantillons non nuls de $x_1[n]$.

$$msg_encoded_x_1 = \sum_{i=0}^7 b_i x_1[n - iN] \quad \text{eq.1}$$

Représentez $msg_encoded_x_1$ obtenu avec le message binaire $[1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$

- On suppose que le récepteur a reçu $msg_encoded_x_1$. Effectuez l'intercorrélation de $msg_encoded_x_1$ avec $x_1[n]$. Que remarquez-vous ? Comment peut-on retrouver le message binaire qui a été transmis ?
- Rajoutez une plage de 0 de longueur quelconque en début de $msg_encoded_x_1$, on prend par exemple les valeurs $[0\ 0\ 0\ 0\ 0]$. Recalculez l'intercorrélation. Quelle information supplémentaire apporte cette opération ? Une séquence quelconque de 0 et 1 telle que $[1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0]$ changerait-elle le résultat ?

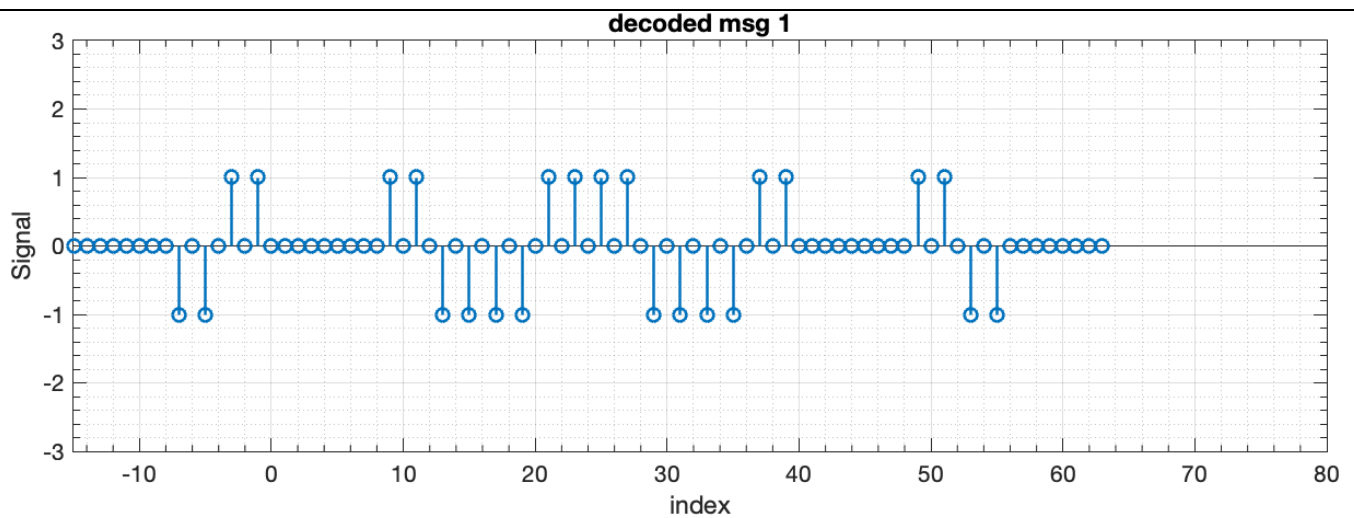
Remarque: quelle contrainte faut-il vérifier entre l'émetteur et le récepteur pour que tout se passe bien ?

- Calculez l'intercorrélation de $msg_encoded_x_1$ avec $x_2[n]$. Est-ce que l'utilisateur *User2* peut récupérer l'information transmise à *User1* ? Pourquoi ?
- La figure suivante présente l'intercorrélation d'un message transmis par la station de base par les codes des utilisateurs *User1* et *User2*.

Déterminez à quel utilisateur le message est destiné.

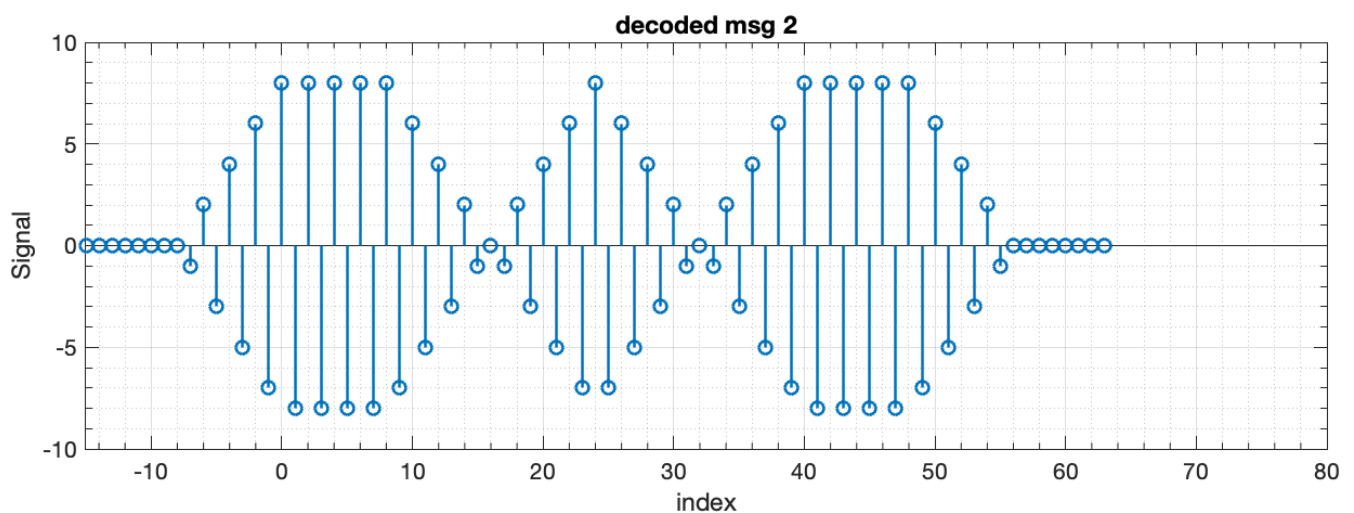
Décoder le message binaire qui a été transmis en faisant apparaître sur le graphique les échantillons et les instants qui vous permettent de réaliser ce décodage.

Inter
corrélation
par le code
de *User1*



Mot_8bits_transmis_à_ *User1* =

Inter
corrélation
par le code
de *User2*

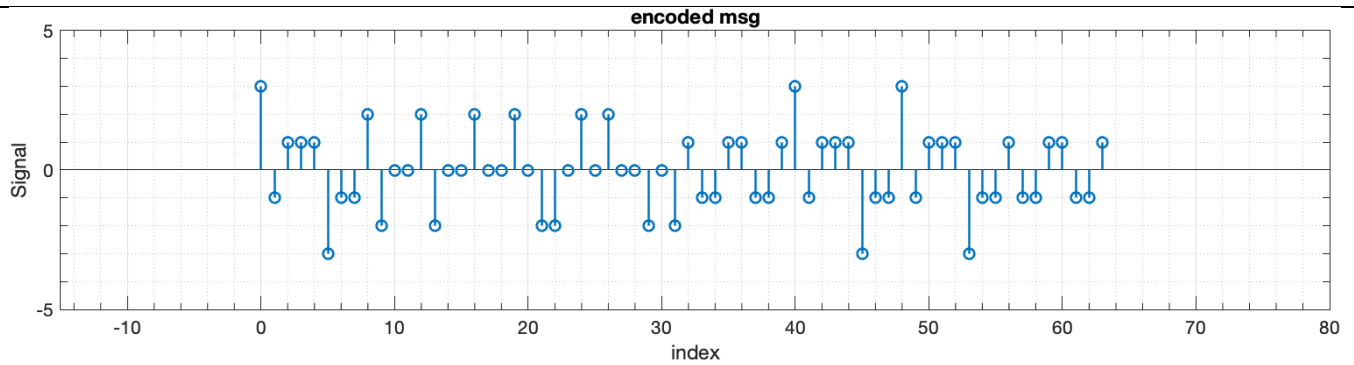


Mot_8bits_transmis_à_ *User2* =

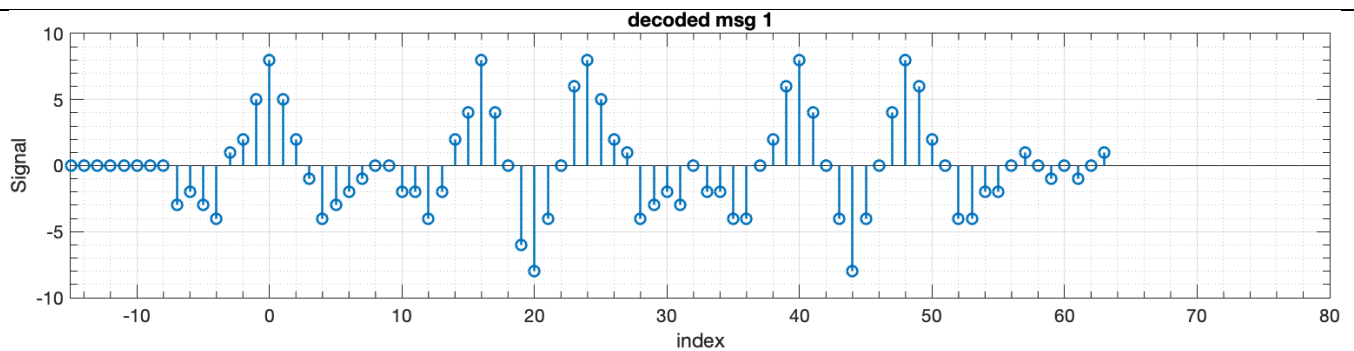
Codage / décodage, 1 utilisateur.

- La station de base transmet simultanément des messages binaires à 3 utilisateurs à l'aide du message transmis ci-dessous. Retrouvez à l'aide des figures b), c) et d) le message binaire spécifiquement adressé à chacun des utilisateurs.

a) Message transmis par la station de base

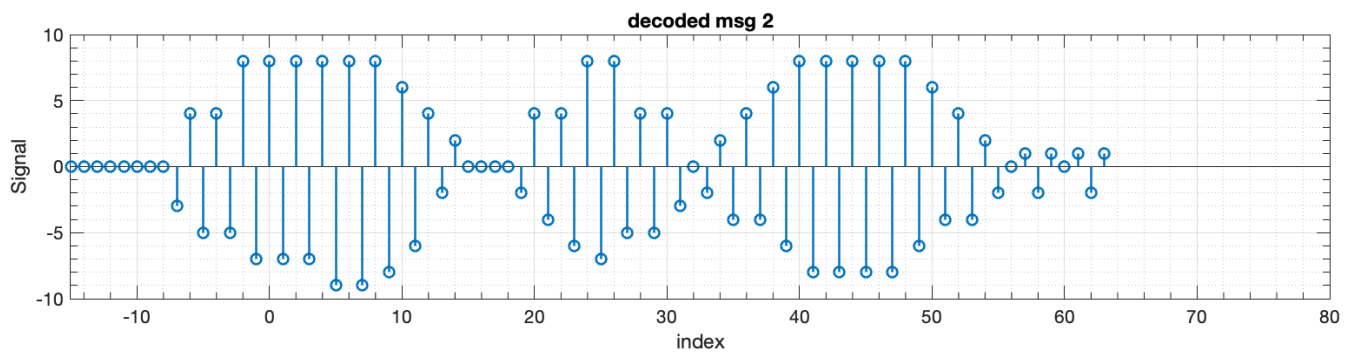


b) Inter corrélation par le code de User1



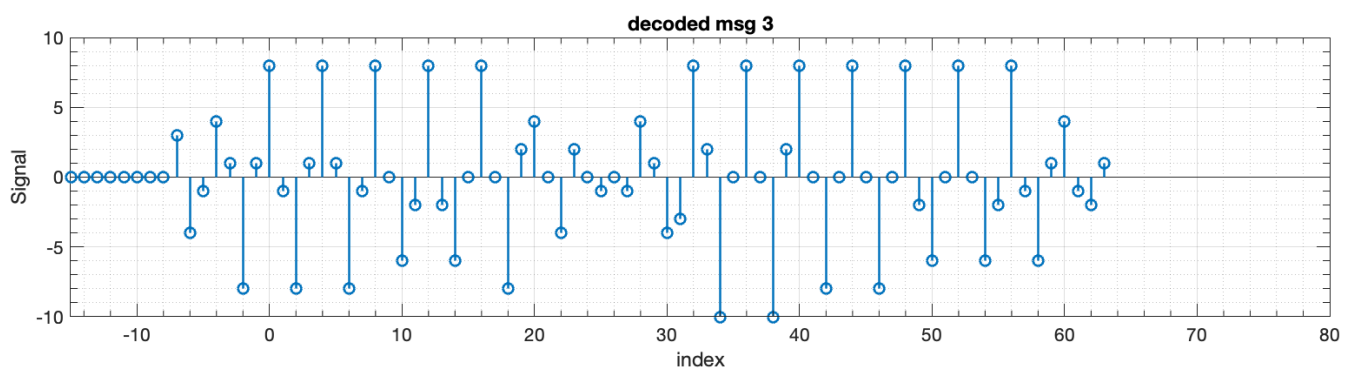
Mot_8bits_transmis_à_User1 =

c) Inter corrélation par le code de User2



Mot_8bits_transmis_à_User2 =

d) Inter corrélation par le code de User3



Mot_8bits_transmis_à_User3 =

Codage / décodage, 3 utilisateurs.

Pour aller plus loin...

- On appelle filtre adapté d'un signal $x[n]$ de longueur $L+1$, un système dont la réponse impulsionnelle est égale à $h[n]=x^*[L-n]$.

Montrez que la convolution de $x[n]$ avec $h[n]$ est égal à $R_{xx}[n-L]$.

Déterminez la réponse impulsionnelle du filtre adapté à $x_1[n]$.

Calculez la convolution de $x_1[n]$ et $h_1[n]$ et vérifiez que le résultat est semblable à $R_{x_1x_1}[n-L]$.

(Vérifiez ce résultat après le TD 6 convolution).