Геометрия, 1 курс

Городенский

4 сентября 2020 г. — 4 сентября 2020 г.

Определение 1. Векторное пространство над полем $\mathbb{F}$ **—** множество V с операциями $+: V \times V \to V$ и $\cdot: \mathbb{F} \times V \to V$, обладающими следующими свойствами:

- V — группа по сложению.
- $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{F}, a \in V : \lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a;$
- $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{F}, a \in V : (\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a;$
- $\forall \lambda \in \mathbb{F}, a, b \in V : \lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b;$
- $\forall a \in V : 1 \cdot a = a.$

Определение 2. Аффинное пространство над V **—** множество $\mathbb{A}$ (элементы которого называются «точками») такое, что $\forall a, b \in \mathbb{A} \exists \overline{ab} \in V$ со следующими свойствами:

- $\forall p \in \mathbb{A}$ верно, что $\mathbb{A} \to V : q \mapsto \overline{pq}$ биективно;
- $\forall a, b, c \in \mathbb{A} : \overline{ab} + \overline{bc} = \overline{ac}.$

Определение 3. Аффинное пространство над V **(другое определение) —** множество $\mathbb{A}$ такое, что $\forall v \in V \exists \tau_v : \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ со следующими свойствами:

- $\forall p, q \in \mathbb{A} \exists! v \in V : \tau_v(p) = q;$
- $\tau_p \circ \tau_q = \tau_{p+q}.$

Пример. Множество приведённых кубических многочленов над $\mathbb{Q}$ — аффинное пространство над множеством квадратных многочленов над $\mathbb{Q}$.