

Q1- $n_1 + n_2 = 2$
 $5n_1 + 6n_2 = 9$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \quad n_1 = 3, n_2 = -1$$

Q12- $n_1 + 3n_2 + 5n_3 = b_1$
 $-n_1 - 2n_2 = b_2$
 $2n_1 + 5n_2 + 4n_3 = b_3$

$b_1 = 1, b_2 = 0, b_3 = -1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 4 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & 4 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R_3 + R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -6 & -3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad R_3 - 2R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad R_3 + R_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & -2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 - 3R_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & -2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 5 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad -R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & -2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -9 & 11 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 - 5R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 18 & -23 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -9 & 11 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 + 10R_3$$

Q13- $n_1 + 3n_2 = b_1$
 $-2n_1 + n_2 = b_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & b_1 \\ -2 & 1 & b_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & b_1 \\ 0 & 7 & 2b_1 + b_2 \end{bmatrix} \quad R_2 + 2R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & b_1 \\ 0 & 1 & \frac{2b_1 + b_2}{7} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 - \frac{6}{7}b_1 - \frac{3}{7}b_2 \\ 0 & 1 & \frac{2}{7}b_1 + \frac{2}{7}b_2 \end{bmatrix} \quad R_1 - 3R_2$$

→ consistent for all values of b_1, b_2 ✓

Q14- $6n_1 - 4n_2 = b_1$
 $3n_1 - 2n_2 = b_2$

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 & b_1 \\ 3 & -2 & b_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & b_1 - b_2 \\ 3 & -2 & b_2 \end{bmatrix} \quad R_1 - R_2$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & -2 & b_1 - b_2 \\ 0 & 0 & b_2 - b_1 + b_2 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_1$$

$$2b_2 - b_1 = 0$$

$$b_1 = 2b_2 \text{ for consistency} \checkmark$$

Q15- $n_1 - 2n_2 + 5n_3 = b_1$
 $4n_1 - 5n_2 + 8n_3 = b_2$
 $-3n_1 + 3n_2 - 3n_3 = b_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 4 & -5 & 8 & b_2 \\ -3 & 3 & -3 & b_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 1 & -2 & 5 & b_2 + b_3 \\ 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{3}b_3 \end{bmatrix} \quad R_2 + R_3, -\frac{1}{3}R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & b_2 + b_3 - b_1 \\ 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{3}b_3 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & b_1 \\ 1 & -1 & 1 & -\frac{1}{3}b_3 \\ 0 & 0 & 0 & b_2 + b_3 - b_1 \end{bmatrix} \quad R_{23} \quad b_1 = b_2 + b_3 \text{ for consistency} \checkmark$$