

Q5 (a)

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 5 & -1 \\ 3 & -6 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

Row 1 &amp; 2 swapped ✓

$$\begin{aligned} EA &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 & 5 & -1 \\ 3 & -6 & -6 & -6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0+3 & 0-6 & 0-6 & 0-6 \\ -1+0 & -2+0 & 5+0 & -1+0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & -6 & -6 & -6 \\ -1 & -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$(b) E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -4 & -4 \\ 1 & -3 & -1 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

 $R_3 - 3R_2$  ✓

$$\begin{aligned} EA &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -4 & -4 \\ 1 & -3 & -1 & 5 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2+0 & -1+0 & 0+0 & -4+0 & -4+0 \\ 0+1 & 0-3 & 0-1 & 0+5 & 0+3 \\ 0-3+2 & 0+9 & 0+3+1 & 0-15+3 & 0-9-1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -4 & -4 \\ 1 & -3 & -1 & 5 & 3 \\ -1 & 9 & 4 & -12 & -10 \end{bmatrix} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$(c) E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_1 + 4R_3 &- 1 \\ R_3 - 3R_2 &- 2 \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12+1 & 4+24 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 28 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad R_1 + 4R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 13 & 28 \\ 2 & 5 \\ 3-6 & 6-15 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 - 3R_2} \begin{bmatrix} 13 & 28 \\ 2 & 5 \\ -3 & -9 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$

$$Q9- (a) \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \end{array} \right. \begin{array}{l} \downarrow \\ \downarrow \end{array}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - 2R_1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-R_2}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -7 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 - 4R_2}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$

$$Q10 (b) A = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{2R_2, R_2 - R_1} \checkmark$$

Inverse do not exist

$$Q11- (b) \begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & 1 \\ -4 & 2 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & -9 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -\frac{9}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}R_3}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -\frac{7}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{R_3 + R_2}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -7 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -\frac{7}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 + 2R_3, -R_1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -7 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 10 & -7 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{2R_3}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -7 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 10 & -7 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Conditions for  $n \times n$  matrix

$\rightarrow A$  is invertible

$\rightarrow Ax=0$  has only the trivial sol.

$\rightarrow$  R.E form of  $A$  is  $I_n$

$\rightarrow$  Expressible as a product of elementary matrices

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -7 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_3 - R_2$$

Inverse do not exist  $\rightarrow$

$$\text{Q12-(a)} \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 5 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -5 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{10} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{1}{10} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 5 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad -\frac{1}{3}R_2, \frac{2}{3}R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} & 0 & 5 & 0 \\ 1 & -4 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad SR_1, SR_2, SR_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -5 & 5 & 0 \\ 1 & -4 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_1$$

$$\text{Q26-} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_1 \quad \checkmark$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -5 & 5 & 0 \\ 0 & -5 & \frac{5}{2} & -5 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad R_3 - R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R_{23} \quad \checkmark$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_3 \quad \checkmark$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 - R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 - R_2 \quad \checkmark$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 5 & -1 & 1 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & -5 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 + \frac{1}{5}R_2$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \checkmark$$