

1.4

Q25- $3x_1 - 2x_2 = -1$
 $4x_1 + 5x_2 = 3$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{23} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{23} \begin{bmatrix} 1 \\ 13 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{1}{23}, y = \frac{13}{23}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$|A| = 15 + 8 = 23$$

$$A^{-1} = \frac{1}{23} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Q26- $-x_1 + 5x_2 = 4$
 $-x_1 + 3x_2 = 1$

$$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -17 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{change sign swap}$$

$$= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \frac{-17}{8}$$

$$x_2 = \frac{3}{8}$$

Q27- $6x_1 + x_2 = 0$
 $4x_1 - 3x_2 = -2$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{1}{22} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= -\frac{1}{22} \begin{bmatrix} 2 \\ -12 \end{bmatrix} = -\frac{1}{22} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -\frac{1}{11}, x_2 = \frac{6}{11}$$

$$x_2 = \frac{6}{11}$$

Q28- $2x_1 - 2x_2 = 4$
 $x_1 + 4x_2 = 4$

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 24 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{12}{5}, y = \frac{2}{5}$$

Q29- $p(x) = x^2 - 9$, $p_1(x) = x+3$, $p_2(x) = x-3$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^2 - 9 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$$

$$p_1(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$p_2(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$