LP Metode Simplex

Rudi Susanto

Brief

LP Metode grafik tidak dapat menyelesaikan persoalan linear program yang memilki variabel keputusan yang cukup besar atau lebih dari dua, maka untuk menyelesaikannya digunakan **LP Metode Simplex**.

Ketentuan yang perlu diperhatikan

1. Nilai kanan (NK / RHS) fungsi tujuan harus nol (0).
2. Nilai kanan (RHS) fungsi kendala harus positif. Apabila negatif, nilai tersebut harus dikalikan –1.
3. Fungsi kendala dengan tanda "≤" harus diubah ke bentuk "=" dengan menambahkan variabel *slack/surplus*. Variabel *slack/surplus* disebut juga variabel dasar.
4. Fungsi kendala dengan tanda "≥" diubah ke bentuk "≤" dengan cara mengalikan dengan –1, lalu diubah ke bentuk persamaan dengan ditambahkan variabel *slack*. Kemudian karena RHS-nya negatif, dikalikan lagi dengan –1 dan ditambah *artificial var*iabel (M).
5. Fungsi kendala dengan tanda "=" harus ditambah *artificial variabel* (M).

Contoh

- Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Batasan (constrain)

(1) $2X_1 \leq 8$

(2) $3X_2 \leq 15$

(3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

Bagaimana menyelesaikan dengan **metode Simplex ?**

Langkah-langkah metode simpleks

Langkah 1:

Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

- Fungsi tujuan

  $Z = 3X_1 + 5X_2$ diubah menjadi $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$.

- Fungsi batasan (diubah menjadi kesamaan & di + slack variabel)

  (1) $2X_1 \leq 8$ menjadi $2X_1 + X_3 = 8$

  (2) $3X_2 \leq 15$ menjadi $3X_2 + X_4 = 15$

  (3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$ menjadi $6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$

Slack variabel adalah variabel tambahan yang mewakili tingkat pengangguran atau kapasitas yang merupakan batasan

Langkah 2:
Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel

$Z = 3X1 + 5X2$ diubah menjadi $Z - 3X1 - 5X2 = 0$.

(1) $2X1$	≤ 8 menjadi	$2X1$		$+ X3$		$= 8$
(2) $3X2$	≤ 15 menjadi		$3X2$	$+ X4$		$= 15$
(3) $6X1 + 5X2$	≤ 30 menjadi	$6X1 +$	$5X2$		$+ X5$	$= 30$

1. Tabel simpleks yang pertama

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X_3	0	2	0	1	0	0	8
X_4	0	0	3	0	1	0	15
X_5	0	6	5	0	0	1	30

Langkah 3: Memilih kolom kunci

Kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai pada baris Z yang bernilai negatif dengan angka terbesar.

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

Jika suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal).

Langkah 4: Memilih baris kunci

$$\text{Index} = \frac{\text{Nilai kanan (NK)}}{\text{Nilai kolom kunci}}$$

Baris kunci adalah baris yang mempunyai index terkecil

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	**-5**	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	~
X_4	0	0	**3**	0	1	0	15	**5**
X_5	0	6	5	0	0	1	30	**6**

angka kunci

koef angka kolom kunci

Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci

=> dengan cara membaginya dengan angka kunci

Baris baru kunci = baris kunci : angka kunci

sehingga tabel menjadi seperti berikut:

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	~
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	**5**
X_5	0	6	5	0	0	1	30	**6**

Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci (selain baris kunci) = 0

Baris baru = baris lama – (koefisien Angka kolom kunci) x nilai baris baru kunci

Baris Z

Baris lama		[-3	-5	0	0	0	0]
NBBK	-5	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru		-3	0	0	5/3	0	25

Baris X_3

Baris lama		[2	0	1	0	0	8]
NBBK	0	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru		2	0	1	0	0	8

Baris X_5

Baris lama		[6	5	0	0	1	30]
NBBK	5	[0	1	0	1/3	0	5]
Baris baru		6	0	0	-5/3	1	5

Masukkan nilai di atas ke dalam tabel, sehingga tabel menjadi seperti berikut

Var.Dsr	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	index
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_2	0	0	1	0	1/3	0	5	
X_5	0	6	0	0	-5/3	1	5	

Iterasi 1

Langkah 7: Melanjutkan perbaikan

Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah *pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif*

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	= 8/2 = 4
X_4	0	0	1	0	1/3	0	5	
X_5	0	6	0	0	-5/3	1	5	= 5/6 (minimum)
Z	1							
X_3	0							
X_2	0							
X_1	0	6/6	0	0	-5/18	1/6	5/6	

6/**6** 0/**6** 0/**6** (-5/3)/**6** 1/**6** 5/**6**

Nilai baru

Baris ke-1

		[-3	0	0	5/3	0,	25]	
	(-3)	[**1**	**0**	**0**	**-5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru	=	[0	0	0	5/6	½,	$27^{1}/_{2}$]	

Baris ke-2 (batasan 1)

		[2	0	1	0	0,	8]	
	(2)	[**1**	**0**	**0**	**-5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru	=	0	0	1	5/9	-1/3,	$6^{1}/_{3}$]	

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

		[0	1	0	1/3	0,	5]	
	(0)	[**1**	**0**	**0**	**-5/18**	**1/6,**	**5/6**]	(-)
Nilai baru	=	0	1	0	1/3	0,	5]	

Tabel simpleks final hasil perubahan

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	0	0	0	5/6	½	$27^1/_2$
X_3	0	0	0	1	5/9	-1/3	$6^1/_3$
$\mathbf{X_2}$	0	0	1	0	1/3	0	5
$\mathbf{X_1}$	0	1	0	0	-5/18	1/6	5/6

Baris pertama (Z) tidak ada lagi yang bernilai negatif. Sehingga tabel tidak dapat dioptimalkan lagi dan tabel tersebut merupakan hasil optimal

Dari tabel final didapat

$X_1 = 5/6$
$X_2 = 5$
$Z_{maksimum} = 27^1/_2$

SOAL

1. Selesaikan linear program berikut ini dengan metode Simplex

   Maksimumkan $Z = 400X_1 + 300X_2$

   Fungsi kendala/ batasan:

   1) $4X_1 + 6X_2 \leq 1200$

   2) $4X_1 + 2X_2 \leq 800$

   3) $X_1 \leq 250$

   4) $X_2 \leq 300$

SOAL

2. Selesaikan linear program berikut ini dengan metode Simplex

   Maksimumkan $Z = 2X_1 + 3X_2 + X_3$

   Dengan fungsi kendala:

   1) $X_1 + X_2 + X_3 \leq 9$

   2) $2X_1 + 3X_2 \leq 25$

   3) $X_2 + 2X_3 \leq 10$

   4) $X_1, X_2, X_3 \geq 0$