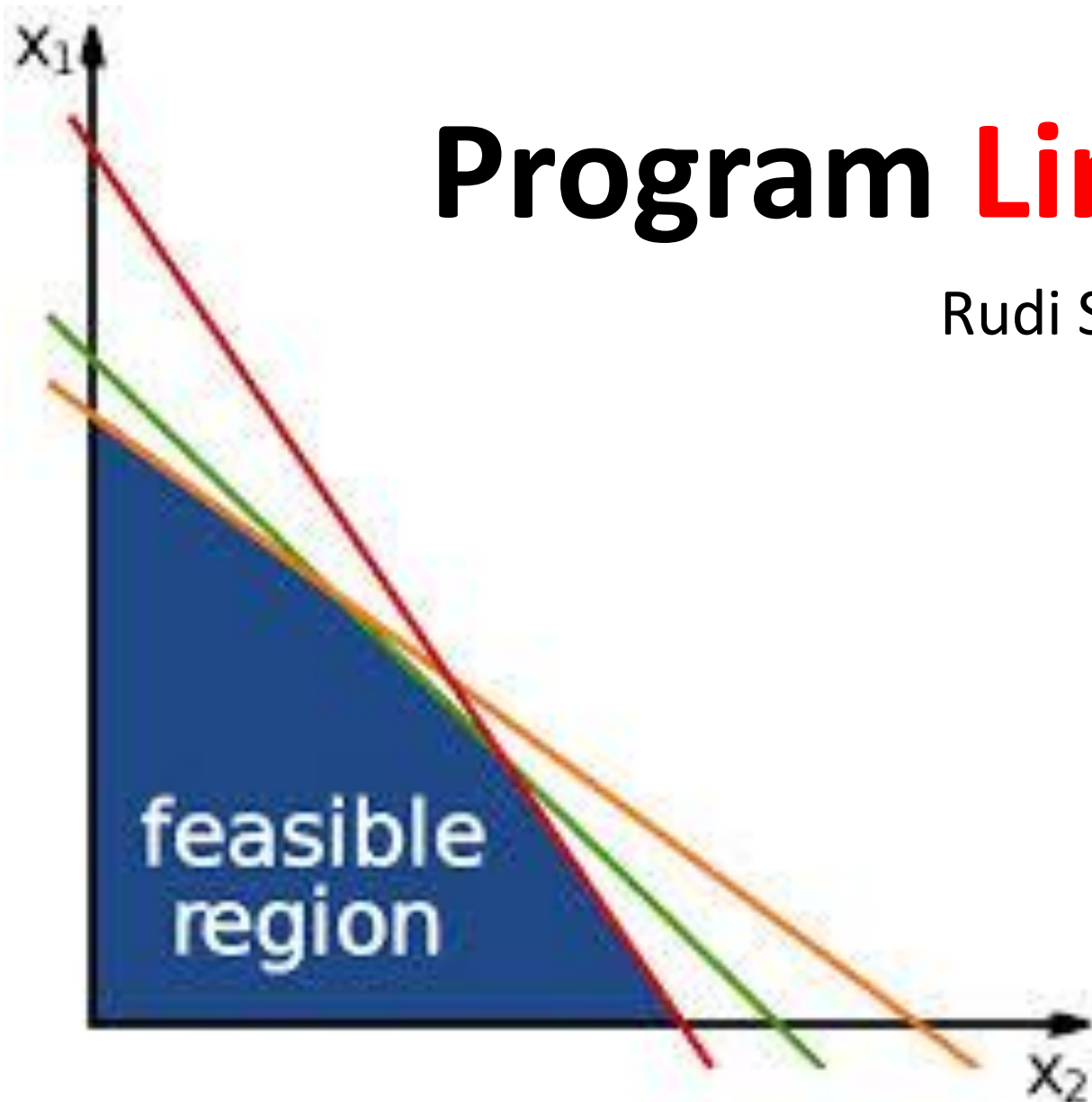


# Program Linier

Rudi Susanto



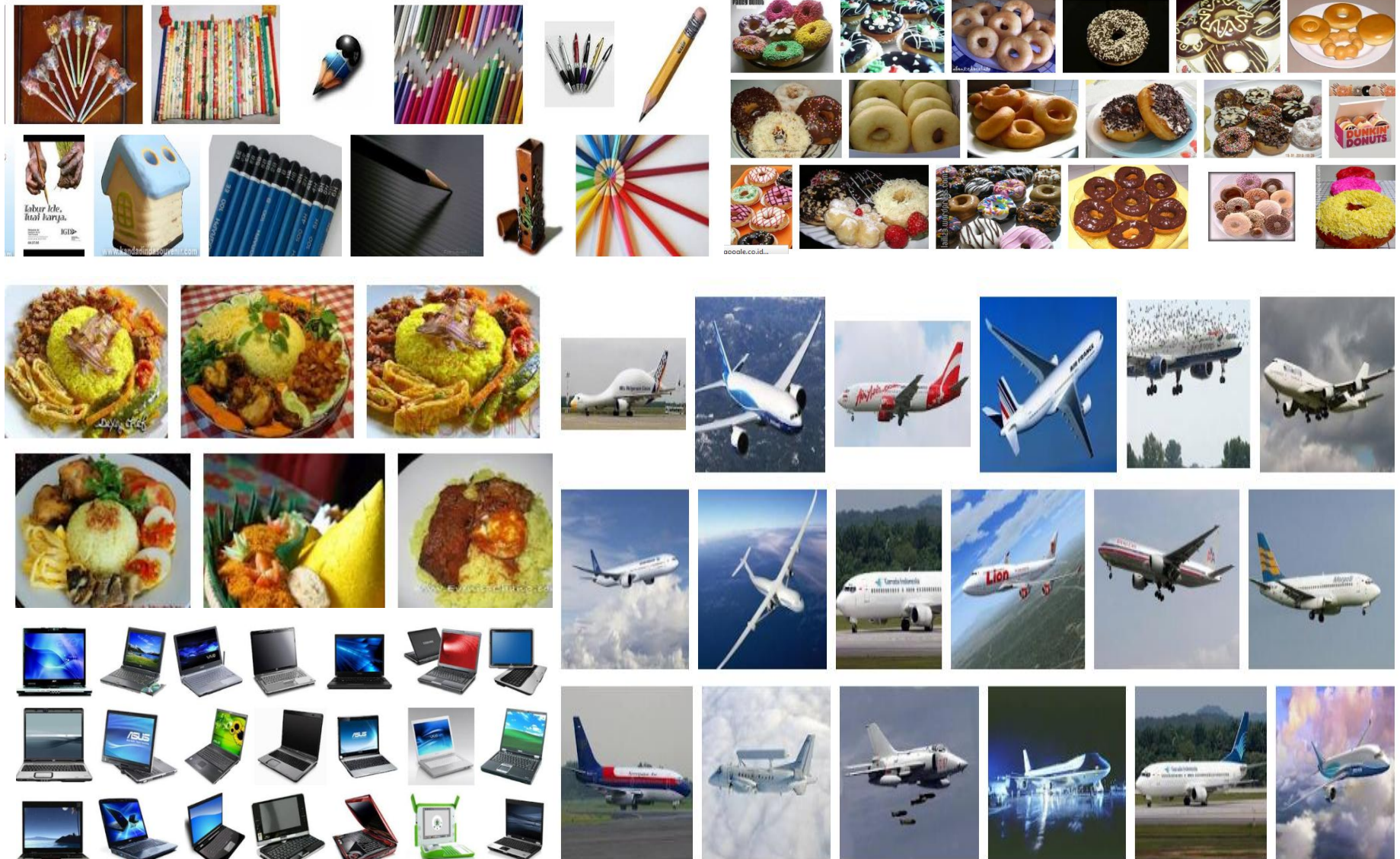
# Pengunaan Program linier

- Keputusan manajemen harus segera diambil untuk segera mencapai tujuan – profit maksimal
- Namun hal ini tidak mudah karena faktor pembatas meliputi sumber daya :
  - *Waktu*
  - *Tenaga kerja*
  - *Energi*
  - *Bahan baku dll.*
- Upaya pemecahan masalah keterbatasan dengan memaksimalkan tujuan dapat diselesaikan dengan program linier

# 3 tahap program linier

- Identifikasi masalah
- Formulasi model matematika
- Teknik matematika

# Variabel apakah yang dapat diidentifikasi dari produksi:



# Komponen Model Program Linier

- Variabel keputusan

- *Simbol matematik yang menggambarkan aktifitas perusahaan (pabrik ingin memproduksi  $x_1$ =radio,  $x_2$  televisi,  $x_3$  mesin cuci. Dimana  $x_1$ ,  $x_2$ , dan  $x_3$  lambang jumlah variabel setiap jenis produksi yang merupakan keputusan dari jumlah produk. Misalnya produksi radio = 100 unit, tv = 200 unit dst)*

- Fungsi tujuan

- *Merupakan hubungan matematika linier yang menjelaskan tujuan perusahaan dalam terminologi variabel keputusan. Targetnya adalah : memaksimalkan / meminimalkan.*

- Batasan model

- *Menunjukkan keterbatasan perusahaan karena lingkungan operasi.*

# Ada dua program linier

- Model Maksimisasi
- Model Minimisasi



# Contoh Model Maksimisasi

- Sebuah perusahaan keramik

○ Akan memproduksi mangkok dan cangkir. Sumber daya utama pembuatannya : tanah liat dan tenaga kerja. Dengan keterbatasan tanah liat dan tenaga kerja perusahaan ingin mengetahui ***berapa banyak mangkok dan cangkir yang harus dibuat untuk***



halaman 2



# Tabel identifikasi masalah

Produk	Tenaga	Tanah	Laba
	Jam kerja/ unit	Pon/ unit	Rp/ unit
Mangkok	1	4	40
Cangkir	2	3	50

Sumber daya yang dimiliki perusahaan adalah : 120 pon tanah liat dan 40 jam tenaga kerja.

Variabel keputusan :

Berapa jumlah mangkok ( $x_1$ ) dan cangkir ( $x_2$ ) yang harus dibuat untuk memperoleh laba maksimal?



# Penyelesaian

- Fungsi tujuan :
  - Jika fungsi tujuan dilambangkan dengan Z
  - Dan variabel keputusan dilambangkankan dengan x
  - Maka fungsi tujuan dapat dimaksimalkan menjadi model matematika sbb :

$$Z = 40X_1 + 50 X_2$$

Tabel identifikasi masalah

Produk	Tenaga	Tanah	Laba
	Jam kerja/ unit	Pon/ unit	Rp/ unit
Mangkok	1	4	40
Cangkir	2	3	50

Sumber daya yang dimiliki perusahaan adalah : 120 pon tanah liat dan 40 jam tenaga kerja.

- Dimana :
  - Z = total laba
  - $X_1$  = laba dari tiap mangkok
  - $X_2$  = laba dari tiap cangkir

# Batasan Model

Tabel identifikasi masalah

Produk	Tenaga	Tanah	Laba
	Jam kerja/ unit	Pon/ unit	Rp/ unit
Mangkok	1	4	40
Cangkir	2	3	50

Sumber daya yang dimiliki perusahaan adalah : 120 pon tanah liat dan 40 jam tenaga kerja.



- Jam Kerja
- Tanah Liat
- Mangkok
- Cangkir

$$X1 + 2X2 \leq 40$$

$$4X1 + 3X2 \leq 120$$

$$X1 \geq 0$$

$$X2 \geq 0$$

# Dengan demikian ada 5 model matematika

- Faktor Tujuan

- Memaksimalkan

$$Z = 40X_1 + 50 X_2$$

- Faktor pembatas

- Jam Kerja

$$X_1 + 2X_2 \leq 40$$

- Tanah Liat

$$4X_1 + 3X_2 \leq 120$$

- Mangkok

$$X_1 \geq 0$$

- Cangkir

$$X_2 \geq 0$$

# Cara Penyelesaian Program Linear

1. Solusi matematika
2. Solusi grafik
3. Solusi excel
4. Solusi QM for Windows

# Solusi Matematika

Produk	Tenaga	Tanah	Laba
	Jam kerja/ unit	Pon/ unit	Rp/ unit
Mangkok	1	4	40
Cangkir	2	3	50

Sumber daya yang dimiliki perusahaan adalah : 120 pon tanah liat dan 40 jam tenaga kerja.

- Dengan cara substitusi-eliminasi faktor pembatas

$$- X_1 + 2X_2 \leq 40 \quad \times 4$$

$$- 4X_1 + 3X_2 \leq 120 \quad \times 1$$

Eliminasi  $X_1$  dan  $X_2$

$$4X_1 + 8X_2 \leq 160$$

$$4X_1 + 3X_2 \leq 120 \quad -$$

$$5X_2 \leq 40$$

$$X_2 \leq 8$$

Nilai  $X_2$  disubstitusikan ke :

$$X_1 + 2X_2 \leq 40$$

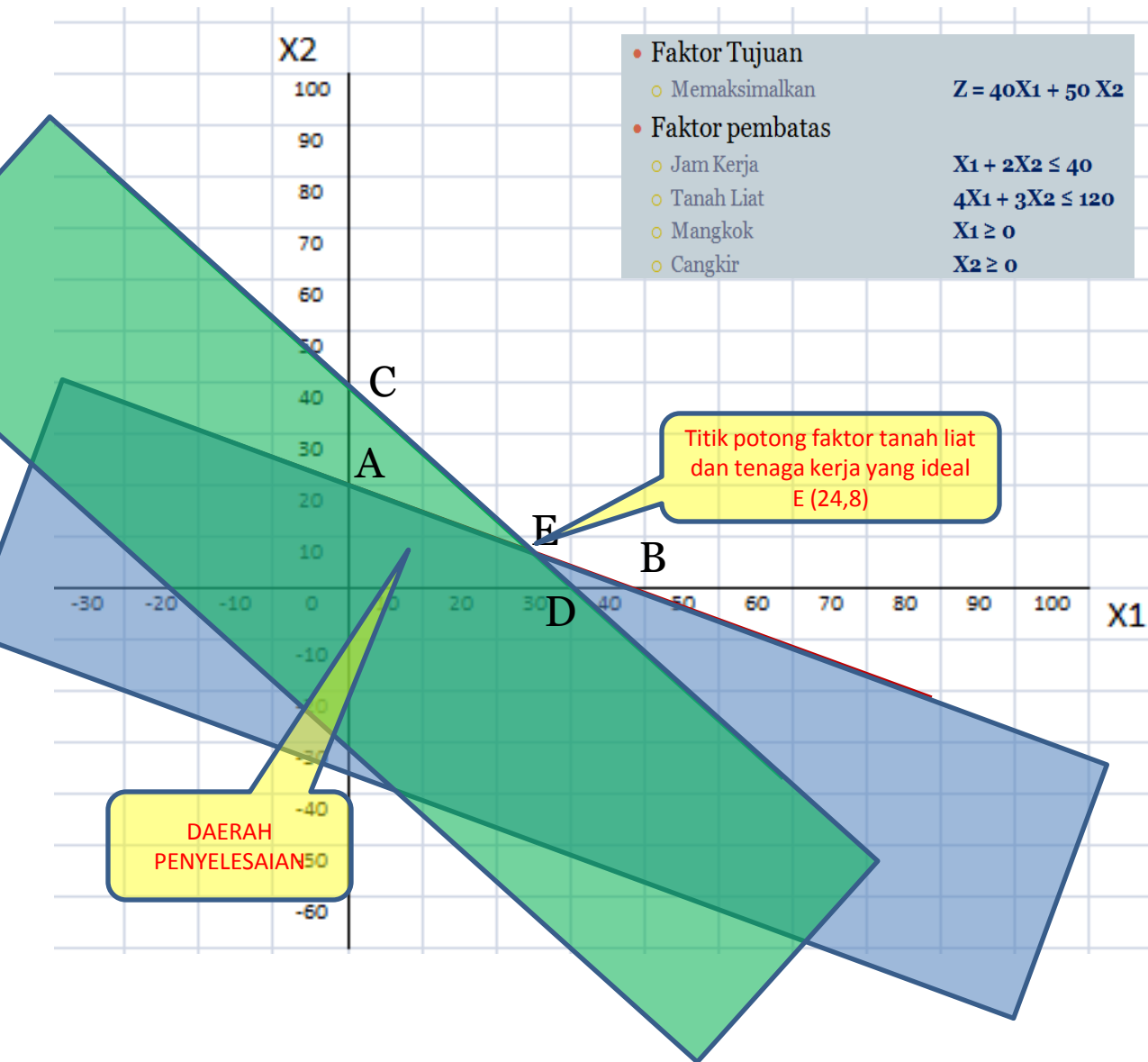
$$X_1 + 2.8 \leq 40$$

$$X_1 \leq 40 - 16$$

$$X_1 \leq 24$$

- Dengan demikian mangkok yang harus dibuat adalah  $X_1 \leq 24$  buah **dan** cangkir  $X_2 \leq 8$
- Keuntungan maksimal  $Z = 40X_1 + 50X_2$ , yaitu :  $40 \times 24 + 50 \times 8 = \text{Rp. } 1360$

# Solusi Grafik



Faktor pembatas : model matematika jam kerja dan tanah liat dibuat perpotongan garis dengan sumbu X dan Y

- Produksi  $X_1 \geq 0$  dan  $X_2 \geq 0$**
- Jam kerja**
  - $X_1 + 2X_2 = 40$
  - Jika  $X_1 = 0$ , maka  $X_2 = 20$
  - Jika  $X_2 = 0$ , maka  $X_1 = 40$
  - Diperoleh titik A (0,20) dan titik B (40,0)
- Tanah liat**
  - $4X_1 + 3X_2 = 120$
  - Jika  $X_1 = 0$ , maka  $X_2 = 40$
  - Jika  $X_2 = 0$ , maka  $X_1 = 30$
  - Diperoleh titik C (0,40) dan D (30,0)



# Kasus 1

Seorang penjual ayam goreng membutuhkan  $\frac{1}{8}$  ekor ayam untuk membuat 1 porsi ayam goreng. Tiap porsi membutuhkan biaya Rp. 10.000,- dan dijual dengan harga Rp. 12.500,-. Jika ia hanya memiliki 20 ekor ayam.

- a. Buatlah dua model matematikanya
- b. Tentukan jumlah maksimal porsi yang dibuat
- c. Dan berapa keuntungannya.

# Jawaban

- Batasan :  $\frac{1}{8}X = 20$
- Tujuan :  $Z = 12500X - 10000X$

# Kasus 2

Pabrik tekstil memproduksi 2 jenis kain, yaitu kain sutera dan kain wol. Untuk memproduksi kain tersebut diperlukan : benang sutera, benang wol dan tenaga kerja. Maksimum penyediaan benang sutera adalah 60kg/ hari, benang wol 30kg/ hari dan tenaga kerja 40 jam/ hari. Kebutuhan setiap unit produk akan bahan baku dan jam tenaga kerja dapat dilihat pada tabel berikut :

Jenis bahan baku dan tenaga kerja	Kebutuhan bahan baku dan tenaga kerja		Maksimum penyediaan
	Kain sutera	Kain wol	
Benang sutera	2	3	60 kg
Benang wol	-	2	30 kg
Tenaga kerja	2	1	40 jam

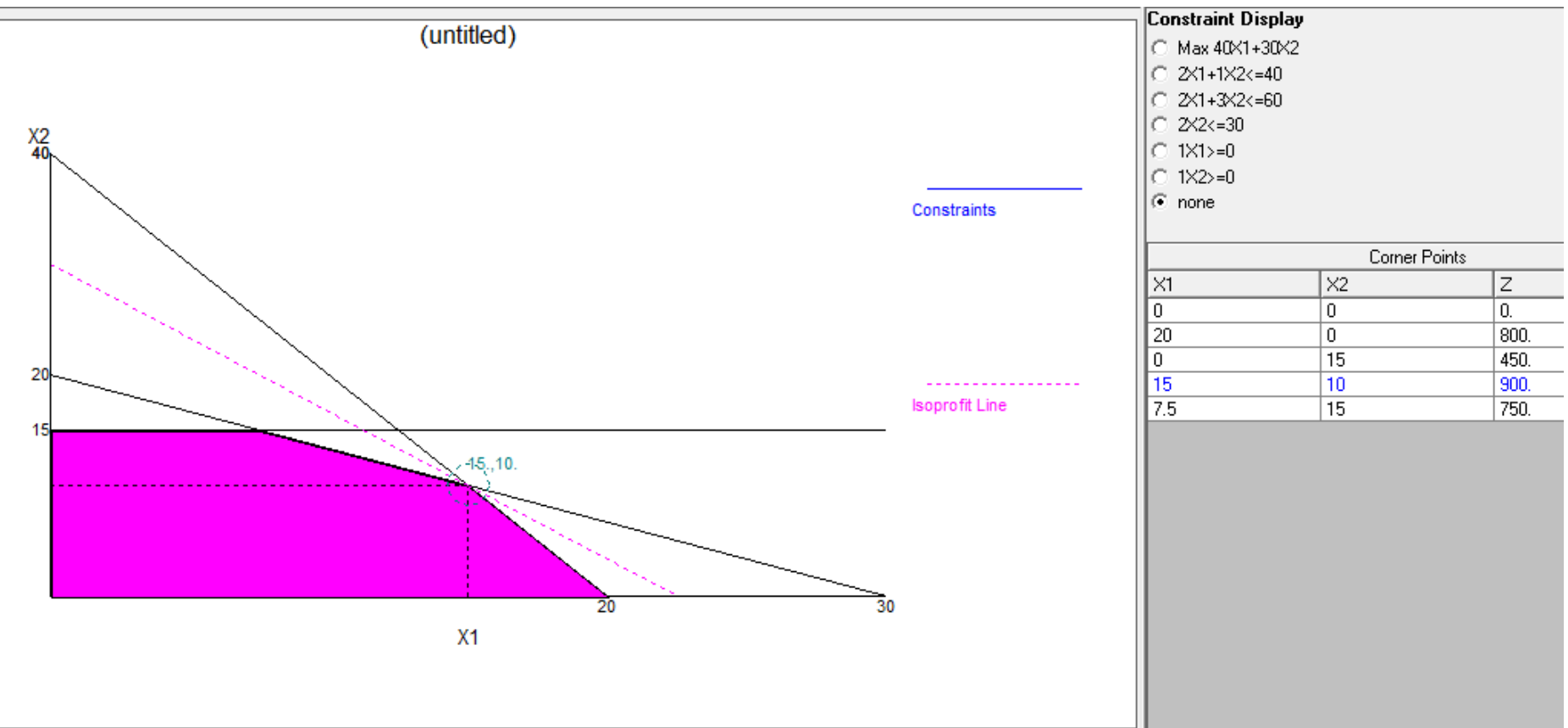
Jika keuntungan kain sutera adalah Rp. 40 juta dan kain wol adalah Rp 30 juta.

- Buatlah model matematikanya
- Tentukan manakah variabel tujuan dan variabel kendala
- Berapakah jumlah kain sutera dan wol yang diproduksi maksimal.
- Berapakah keuntungannya

# Jawaban

- $Z = 40X_1 + 30X_2$
- $2x_1 + X_2 \leq 40$
- $2X_1 + 3x_2 \leq 60$
- $2X_2 \leq 30$
- $X_1 > 0$
- $X_2 > 0$

# Penyelesaian



# Kasus 3

Perusahaan ROYAL merencanakan untuk membuat dua jenis makanan yaitu roral bee dan royal jelly. Kedua jenis makanan tersebut mengandung vitamin dan protein. Royal bee paling sedikit diproduksi 2 unit, sedangkan royal jelly paling sedikit 1 unit. Tabel berikut menunjukkan jumlah vitamin dan protein dalam setiap jenis makanan :

Jenis makanan	Vitamin (unit)	Protein (unit)	Biaya perunit (Rp.1000)
Royal bee	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>100</b>
Royal Jelly	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>80</b>
Minimum kebutuhan	<b>8</b>	<b>12</b>	

- Buatlah model matematiknya
- Tentukanlah variabel tujuan dan variabel kendala
- Bagaimana mengkombinasikan produksi kedua jenis makanan tersebut agar meminimumkan biaya produksi.

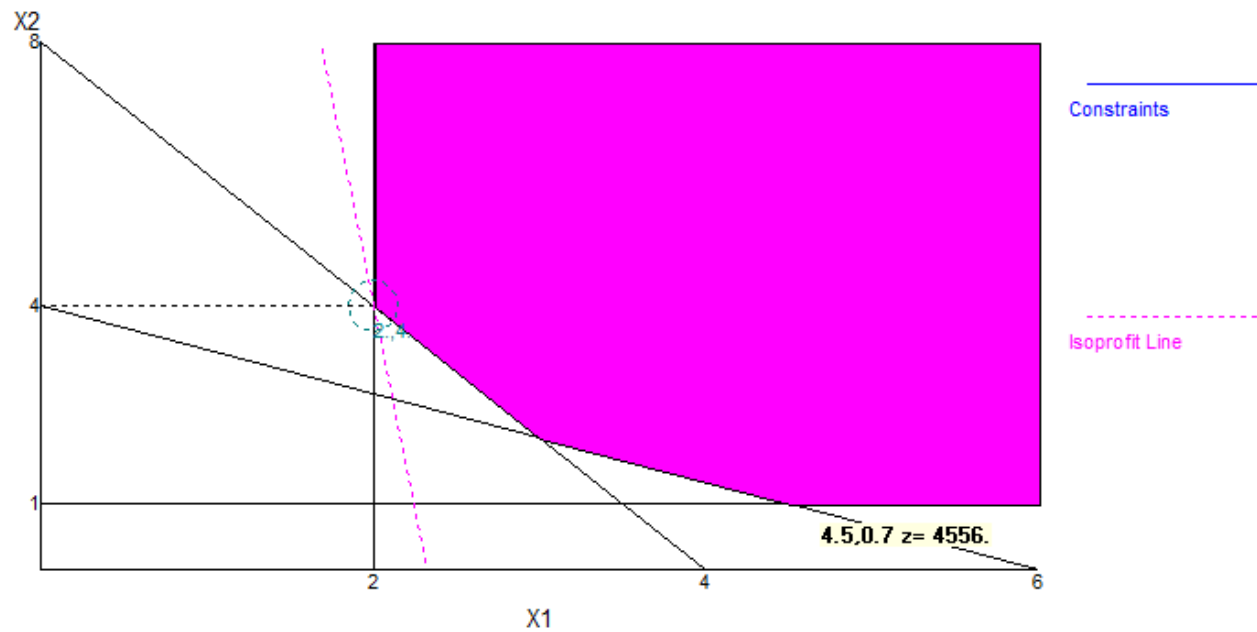


# Jawaban

- $X_1 \geq 2$
- $X_2 \geq 1$
- $2X_1 + x_2 \geq 8$
- $2x_1 + 3x_2 \geq 12$
- $Z = 100X_1 + 80X_2$

# Solusi

(untitled)



## Constraint Display

- ☐ Min  $1000X_1 + 80X_2$
- ☐  $1X_1 \geq 2$
- ☐  $1X_2 \geq 1$
- ☐  $2X_1 + 1X_2 \geq 8$
- ☐  $2X_1 + 3X_2 \geq 12$
- ☒ none

## Corner Points

$X_1$	$X_2$	Z
2	4	2,320.
4.5	1	4,580.
3	2	3,160.

# Latihan

1. Maksimumkan  $Z = 3X_1 + 5X_2$ 
  1.  $2X_1 \leq 8$
  2.  $3X_2 \leq 15$
  3.  $6X_1 + 5X_2 \leq 30$
  4.  $X_1 \geq 0$  dan  $X_2 \geq 0$
2. Maksimumkan  $Z = 5X_1 + 2X_2$ 
  1.  $6X_1 + X_2 \geq 6$
  2.  $4X_1 + 3X_2 \geq 2$
  3.  $X_1 + 2X_2 \geq 4$
  4.  $X_1 \geq 0$