

8.3 Umkehrung des Photoeffekts

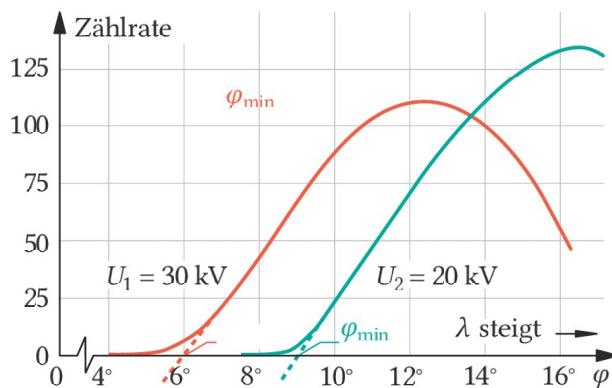
Photoeffekt beim Röntgen – Beim Photoeffekt werden durch die Energie des eingestrahlten Lichts Elektronen aus Metall herausgelöst. Das umgekehrte Prinzip, dass Elektronen Energie abgeben und dadurch elektromagnetische Strahlung ausgesandt wird, existiert ebenfalls: Schnelle Elektronen, die an einer Anode abgebremst werden, senden Röntgenstrahlung aus. Hat auch dieser Vorgang etwas mit dem Photoeffekt zu tun?

Photonen der Röntgenstrahlung – Wenn auch die Energie der Röntgenstrahlen quantisiert ist, sollten Röntgenquanten wegen der höheren Frequenz $f > 10^{18}$ Hz mehr Energie $E_{\text{ph}} = h \cdot f$ haben als Lichtquanten. Um dies zu prüfen, werden in Versuch **V1** Elektronen in einer Röntgenröhre mit der Spannung $U = 30$ kV beschleunigt. Jedes Elektron erhält die Energie $E_{\text{el}} = e \cdot U = 30$ keV, die es an der Anode abgibt. Wenn sich dort diese Energie vollständig in ein Röntgenquant umsetzt, wird der **Photoeffekt umgekehrt**. Gelten dessen Gesetze auch hier, dann gilt für die energiereichsten Quanten $E_{\text{ph},\max} = hf = eU$. Entsprechend sollten Röntgenstrahlen entstehen mit der maximalen Frequenz

$$f_{\max} = \frac{eU}{h} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 30000 \frac{\text{J}}{\text{C}}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}} = 7,3 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

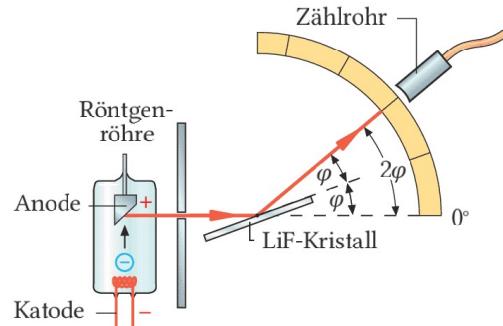
$$\text{bzw. } \lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} = \frac{c \cdot h}{e \cdot U} = 42 \text{ pm} \quad (1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}).$$

Das Experiment liefert ein kontinuierliches Röntgenspektrum. Seine Intensität ist in Bild **B1** über dem Bragg-Winkel φ (siehe **Kapitel 7.9**) aufgetragen. Es beginnt beim Grenzwinkel $\varphi_{\min} = 6^\circ$. Aus der Bragg-Gleichung $k \cdot \lambda_{\min} = 2d \cdot \sin \varphi_{\min}$ folgt die Grenzwellenlänge λ_{\min} . Sie liefert mit der Gitterkonstanten $d = 201 \cdot 10^{-12}$ m des benutzten LiF-Kristalls in der 1. Ordnung ($k = 1$) die Grenzwellenlänge $\lambda_{\min} = 2d \cdot \sin \varphi_{\min} = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot 0,105 = 42 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 42 \text{ pm}$.



B1 Intensität der Röntgenstrahlung als Funktion des Winkels φ bei den Spannungen $U_1 = 30$ kV und $U_2 = 20$ kV

V1 Erzeugung von Röntgenstrahlung

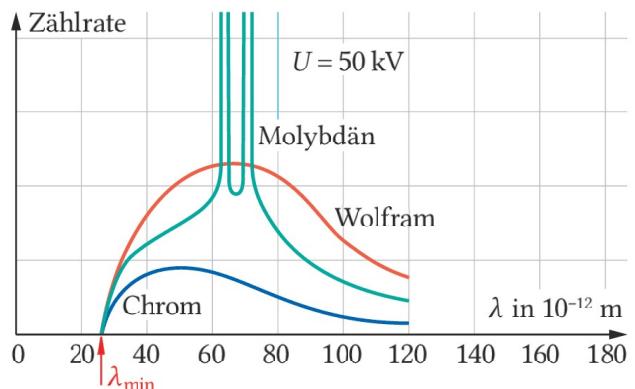


In der Röntgenröhre werden Elektronen mit der Spannung $U = 30$ kV von der Glühkatode zur Anode beschleunigt und dort abgebremst. Dabei entstehen Röntgenstrahlen. Sie erzeugen am Lithium-Fluorid-Kristall (LiF) mit Gitterkonstante $d = 201 \cdot 10^{-12}$ m ein Röntgenspektrum. Bei Glanzwinkeln $\varphi \geq 6^\circ$ registriert das um den Winkel 2φ gedrehte Zählrohr Bragg-Reflexion.

Die zugehörigen Röntgenquanten stammen also von Elektronen, die in einem einzigen Prozess ihre ganze Energie $eU = 30$ keV vollständig in ein Quant hf_{\max} der Röntgenstrahlung umsetzen konnten. Quanten größerer Energie können nicht auftreten. Die größte Frequenz f_{\max} der Röntgen-Quanten ist nach $hf_{\max} = eU$:

$$f_{\max} = 7,3 \cdot 10^{18} \text{ Hz}.$$

$f_{\max} = \frac{eU}{h}$ ist zur Beschleunigungsspannung U proportional. Bei den großen Spannungen ($U > 10^4$ V) vernachlässigt man Korrekturen, die beim Photoeffekt mit Licht als Ablöseenergie $E_A \approx 2$ eV nötig sind. Sie fallen bei kinetischen Energien von über 10^4 eV nicht mehr ins Gewicht.



B2 Spektren der Röntgenstrahlung an verschiedenen Anodenmaterialien bei der Beschleunigungsspannung $U = 50$ kV

In Bild **B2** schließt sich an λ_{\min} nach rechts ein kontinuierliches Röntgenspektrum an. Seine Quanten haben kleinere Energie, d. h. größere Wellenlänge $\lambda > \lambda_{\min}$. Sie stammen von Elektronen, die ihre Energie in mehreren Stufen abgegeben haben.

Es ist das Röntgenspektrum unterschiedlicher Materialien bei gleicher Spannung dargestellt. Man erkennt, dass die Zahl der Röntgenquanten (und damit die Intensität der Röntgenstrahlen) mit der Masse der Anodenatome zunimmt (in der Folge Chrom → Molybdän → Wolfram). Die beiden bei Molybdän aufgesetzten scharfen Spektrallinien röhren von Vorgängen im Atom.

Gemäß $f_{\max} = \frac{eU}{h}$ haben all diese Röntgenspektren die gleiche, vom Anodenmaterial unabhängige Grenze bei $\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}}$. Bei bekannter Frequenz kann man auch aus dem Röntgenspektrum die Planckkonstante h berechnen.

! Merksatz

Liegt an einer Röntgenröhre die Spannung U , so entsteht ein kontinuierliches Röntgenspektrum mit Grenzwellenlänge λ_{\min} , Frequenz $f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}}$ und maximaler Quantenenergie $E_{\text{Ph},\max} = h f_{\max}$.

Diese ist proportional zur Spannung U gemäß $E_{\text{Ph},\max} = h f_{\max} = e U$.

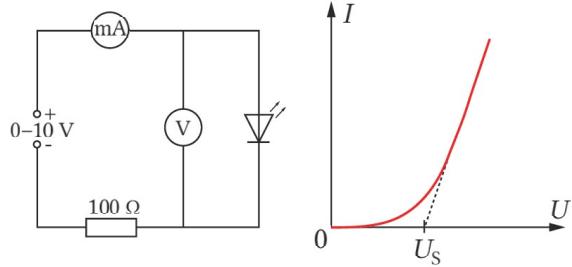
Umkehrung des inneren Photoeffekts – Leuchtdioden (LED) sind Halbleiterbauelemente, die vom grundsätzlichen Aufbau identisch zur Solarzelle sind. Auch hier kann eine Umkehrung des Photoeffekts beobachtet werden: Sie beginnen bei Schwellenspannungen U_s von 1 V bis 3 V zu leuchten (je nach Diodenmaterial). Dann fließen Elektronen, die ihre elektrische Energie als Photonen sichtbaren Lichts abgeben.

In Versuch **V2** wird die Schwellenspannung verschiedener LEDs bestimmt. Bei dieser Spannung besitzen die Elektronen die Energie $E_{\text{el}} = e U_s$ und geben diese als Photonen der Energie $E_{\text{ph}} = hf$ ab. Es gilt also:

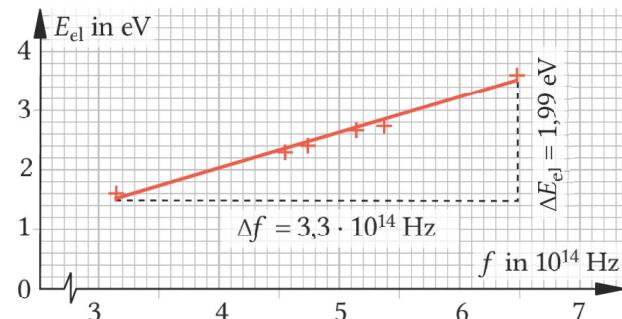
$$e U_s = h f$$

Trägt man die Energien E_{el} der Elektronen bei der Schwellenspannung U_s für alle verwendeten LEDs gegen die Frequenz f des von ihnen ausgesandten Lichts auf, erhält man eine Gerade (Bild **B3**). Die Steigung entspricht mit $\frac{\Delta E_{\text{el}}}{\Delta f} = 6,04 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ näherungsweise der Planckkonstanten $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$. Die Energiebilanz des Photoeffekts kann damit auch hier nachgewiesen werden.

V2 Bestimmung der Planck-Konstanten



Für sechs verschiedene Leuchtdioden (von Infrarot mit $3,15 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ bis Blau mit $6,45 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$) werden die U - I -Kennlinien bis 30 mA aufgenommen. Im Schaubild legt man die Tangente an den linearen Teil der Kennlinie. Ihre Nullstelle liefert die Schwellenspannung U_s .



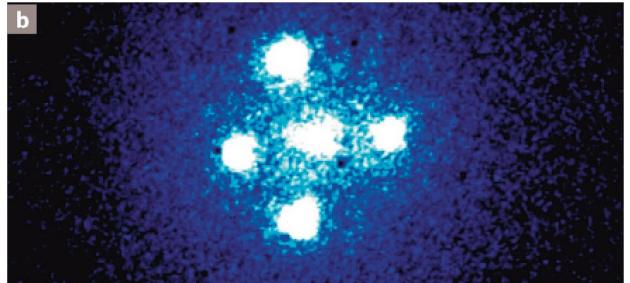
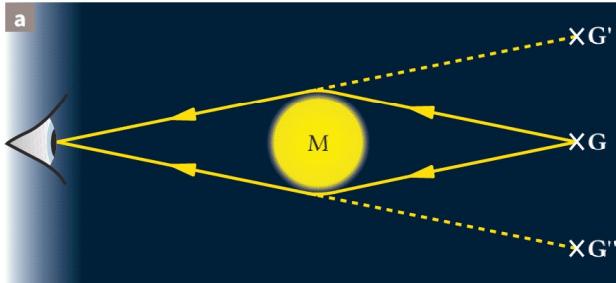
B3 Durch die Spannung U_s beschleunigte Elektronen in einer Diode strahlen Licht der Frequenz f ab.

Lösen Sie selbst

- 1** a) Welche Grenzwellenlänge tritt bei einer mit 500 kV betriebenen Röntgenröhre auf?
b) Welches ist die kürzeste Röntgenwellenlänge, die in Fernsehröhren (22 kV) erzeugt wird? Glas absorbiert sie.

c) Eine gelbe LED sendet Licht der Wellenlänge 585 nm aus, sobald sie mit einer Spannung $U \geq 2,125 \text{ V}$ betrieben wird. Bestimmen Sie mit diesen Messwerten einen Wert für die Planck-Konstante h .
d) Eine andere LED besitzt die Schleusenspannung $U = 2,59 \text{ V}$. Berechnen Sie die Wellenlänge des von ihr ausgesandten Lichts.
e) Eine dritte LED scheint nicht zu leuchten, obwohl sie mit einer Spannung $U \geq U_s = 1,3 \text{ V}$ betrieben wird. Erklären Sie dies.

8.4 Compton-Effekt



B1 Gravitationslinse: a) Photonen von der fernen Galaxie G werden zu M hin so abgelenkt, dass man die Galaxie mehrfach sieht, in G' und G''. b) Vier Bilder des Quasars QSO 2237

Gravitationslinsen – Albert EINSTEIN fand 1905 die berühmte Gleichung $E = mc^2$. Nach ihr ist jeder Energie E die Masse $m = \frac{E}{c^2}$ zugeordnet. Da Photonen stets Energie mit sich tragen, muss auch ihnen eine Masse zugeordnet werden können. Sie ist allerdings von der Ruhemasse, die wir von allen bisherigen Körpern und Teilchen kennen, zu unterscheiden. Photonen können sich nicht in Ruhe befinden, da sich das Licht nicht in Ruhe befinden kann. Demnach besitzen sie auch keine Ruhemasse, sondern nur einen theoretisch, aufgrund ihrer Energie $E_{\text{Ph}} = hf$ zugeordneten Massewert:

$$E_{\text{Ph}} = hf \Leftrightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{E_{\text{Ph}}}{c^2} = \frac{hf}{c^2}.$$

Die dem Photon zugeordnete Masse ist also proportional zur Frequenz f . Bei Röntgen-Photonen ergibt sich somit eine größere Masse als bei Photonen sichtbaren Lichts.

Die theoretisch errechnete Masse äußert sich jedoch in der Wechselwirkung mit sehr großen Objekten: Die massebehafteten Photonen können auch Gravitationskräfte erfahren. Fliegen sie von der fernen Galaxie G an dem massereichen Himmelskörper M vorbei, so werden sie ein wenig zu diesem hingezogen (Bild **B1**). Der Astronom sieht sie mehrfach, in G' und G''; M wirkt als **Gravitationslinse**.



B2 Schweif des Kometen Hale-Bopp. Auf dessen Staubteilchen üben Photonen des Sonnenlichts mit ihrem Impuls Stoßkräfte aus.

Impuls eines Photons – Das erste newtonische Gesetz, der Trägheitssatz, besagt: Körper mit Masse m sind nicht nur *schwer*, sondern auch *träge*. Sie sind bestrebt, ihren Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ nach Betrag und Richtung beizubehalten. Nun hat jedes Photon wegen $v = c$ und seiner Masse $m = \frac{hf}{c^2}$ einen Impuls mit Betrag

$$p = m \cdot v = m \cdot c = \frac{hf}{c^2} \cdot c = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Auch das kann man nachweisen: Der Impuls des Sonnenlichts formt die Staubteilchen von Kometen zu langen, von der Sonne abgewandten Schweifen (Bild **B2**).

! Merksatz

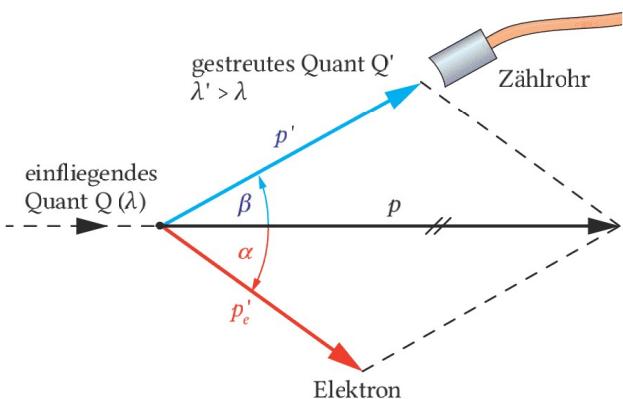
Photonen wird eine zur Frequenz f proportionale Masse m und ein Impuls p zugeschrieben:

$$m = \frac{hf}{c^2}, \quad p = \frac{h}{\lambda}.$$

Erhaltungssätze bei Photonen – Was sich in Bild **B2** am Himmel zeigt, demonstrierte A.H. COMPTON 1922 im Kleinen. Er schoss mit Röntgenquanten auf Elektronen, die in Graphit praktisch frei sind. Bei diesem als **Compton-Effekt** bezeichneten Vorgang trifft das in Bild **B3** von links einfallende Röntgenquant Q mit Impuls \vec{p} auf ein freies, ruhendes Elektron. Dieses fliegt von der Stoßstelle unter dem Winkel α mit dem Impuls \vec{p}'_e weg (Impulse nach dem Stoß werden mit \vec{p}' bezeichnet). COMPTON beobachtete zudem, dass ein gestreutes Quant Q' mit dem Impuls \vec{p}' unter dem Winkel β schräg nach oben fliegt. Der Impulserhaltungssatz fordert, dass die Summe der beiden Impulsvektoren \vec{p}'_e und \vec{p}' nach dem Stoß gleich dem Impuls \vec{p} des einfallenden Quants Q ist. Das Vektor-Parallelogramm in Bild **B3** zeigt:

$$\vec{p} = \vec{p}'_e + \vec{p}'. \quad (1)$$

Photonen können also Stöße mit anderen Teilchen ausführen.



B3 Das Röntgenquant Q mit Impuls \vec{p} (schwarz) trifft von links ein ruhendes Elektron E .

Auch der Energieerhaltungssatz ist beim Compton-Effekt erfüllt. Das zunächst ruhende Elektron bekommt vom stoßenden Röntgenquant Q die Energie ΔE_e . Dem wegfliegenden Quant Q' verbleibt die kleinere Energie $\Delta E_{ph}' = \Delta E_{ph} - \Delta E_e$. Es hat gegenüber dem anfliegenden Quant Q die kleinere Frequenz $f' = \frac{\Delta E'}{h}$. Seine Wellenlänge λ' ist größer als vorher, der Impuls $p' = \frac{h}{\lambda'}$ kleiner. Mit dem Energie- und Impulssatz lässt sich die auftretende Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda$ relativistisch berechnen:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\beta). \quad (2)$$

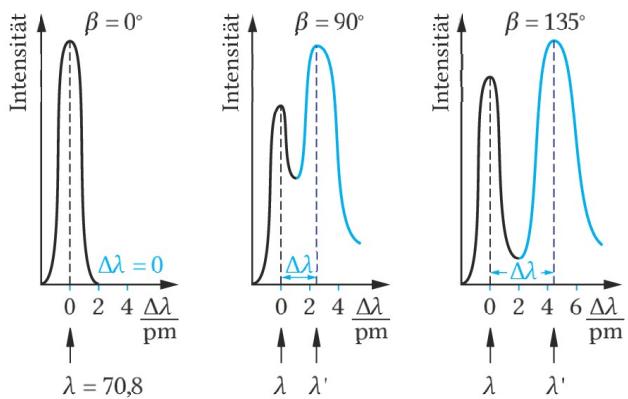
Die Konstante $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,4 \text{ pm}$ heißt **Compton-Wellenlänge**.

! Merksatz

Stoßt ein Photon auf ein Elektron, ändert sich seine Wellenlänge um $\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\beta)$ mit der Compton-Wellenlänge $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,4 \text{ pm}$.

In Gl. 2 fehlt λ , denn $\Delta\lambda$ hängt nicht von der ursprünglichen Wellenlänge λ ab, nur vom Streuwinkel β . Diese Zunahme der Wellenlänge ist experimentell bestätigt: Bild **B4** zeigt neben unverschobenen Spektrallinien (insbesondere bei $\beta = 0^\circ$), dass die Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda$ mit wachsendem Streuwinkel β größer wird.

1922 war das eine Sensation, denn die Streuung von sichtbarem Licht an Gegenständen war bekannt. Die Wellenlänge verändert sich dabei aber nicht, obwohl man dies auch als einen Stoß von Photonen mit einem viel größeren Objekt interpretieren könnte. Die Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda = 2 \text{ pm}$ ist jedoch nur bei Röntgen- und γ -Quanten bedeutsam ($\lambda \approx 1 \text{ pm}$), nicht bei sichtbarem Licht ($\lambda \approx 6 \cdot 10^5 \text{ pm}$). Sie macht Röntgen- und Kernstrahlung „weicher“, so dass deren Quanten stärker absorbiert und die Strahlung besser abgeschirmt wird.



B4 Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda$ des Quants nach der Streuung (blau) gegenüber vor der Streuung (schwarz).

Der Compton-Effekt überzeugte die Physiker von der Existenz der Photonen. Da er an Stöße von Billardkugeln erinnert, verleitete er zur Annahme, Photonen verhalten sich wie klassische Körper. Da beim Compton-Effekt aber auch die Wellenlänge eine wichtige Rolle spielt, war klar, dass es sich um etwas Neues handeln musste.

* Beispieldaufgabe

Ein Photon ($\lambda = \lambda_C$) trifft ein ruhendes Elektron.

- a) Berechnen Sie Wellenlänge und Impuls des im Winkel $\beta = 70^\circ$ nach oben gestreuten Photons.

Lösung: Quantenwellenlänge vor Streuung:

$$\lambda = \lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,4 \text{ pm};$$

Wellenlängenzunahme des Quants bei der Streuung:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\beta) = 1,6 \text{ pm};$$

Wellenlänge nachher: $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 4,0 \text{ pm}$.

Impuls des Quants vorher: $p = \frac{h}{\lambda} = 2,7 \cdot 10^{-22} \text{ Ns}$;

Impuls des Quants nachher: $p' = \frac{h}{\lambda'} = 1,7 \cdot 10^{-22} \text{ Ns}$.

Lösen Sie selbst

- Berechnen Sie die Anzahl der Photonen, die eine 100-W-Lampe in 3000 h abgibt (Wirkungsgrad für Lichtemission 5%; $\lambda = 500 \text{ nm}$). Wie groß ist die entsprechende Masse? Hat die Lampe nach der Abkühlung an Masse verloren? Begründen Sie.
- Bestimmen Sie die Wellenlängenänderung beim Compton-Effekt für $\beta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$? Welchen Anteil hätte sie bei sichtbarem Licht (600 nm)?
- Beschreiben Sie, wie sich Impuls und Energie des gestoßenen Elektrons verändern, wenn der Winkel β des gestreuten Quants zunimmt?