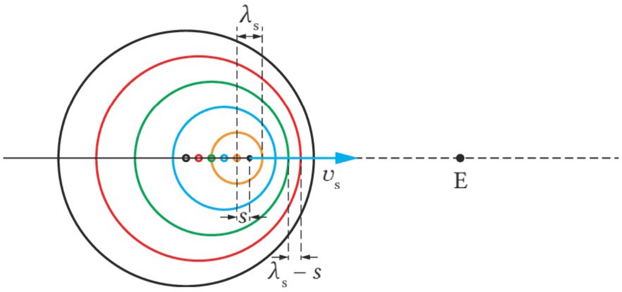
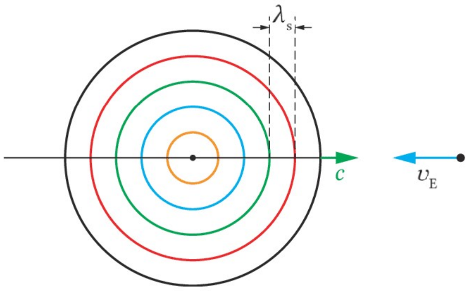
5.9 Der Dopplereffekt



B1 *Der Sender bewegt sich, der Beobachter ruht.*



B2 *Die Quelle ruht, der Empfänger bewegt sich.*

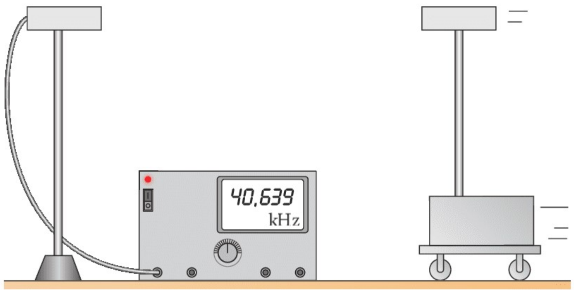
Dopplereffekt im Alltag – Jedes Kind kennt den typischen zunächst ansteigenden und dann sinkenden Ton, wenn ein Krankenwagen mit aktivierter Sirene vorbeifährt. Diesen **Dopplereffekt** (nach Christian Doppler, 1803–1853) gibt es in zwei Varianten:

1) Ein Schallsender steht in einiger Entfernung vor einem relativ zum Wellenträger ruhenden Empfänger – dieser hört den Ton. Bewegt sich der Sender auf den Empfänger zu, so hört er einen höheren Ton. Bewegt sich der Sender vom Empfänger weg, so hört dieser einen tieferen Ton (Bild **B1**).

2) Der Schallsender ruht relativ zum Träger, aber der Empfänger bewegt sich (Bild **B2**). Manchmal, z. B. bei Reflexionen, sind sogar beide Effekte gleichzeitig beteiligt.

V1 Empfänger ruht, Sender bewegt sich

Ein Ultraschallsender mit sehr konstanter Frequenz $f = 40\,644$ Hz (rechts) bewegt sich auf einen Empfänger (links) zu oder von ihm weg.



Mit einer Stoppuhr misst man die Geschwindigkeit v des Senders. Es ergeben sich folgende Messwerte:

v in $\frac{m}{s}$	f in Hz (gemessen)	f_B in Hz (berechnet)
0,35	40 679	40 678
0,26	40675	40675
0,14	40 660	40 660
−0,21	40 618	40 619
−0,45	40 590	40 590

Bewegter Sender, ruhender Empfänger – Ein Schallsender mit der Frequenz f_S bewegt sich mit der Geschwindigkeit v_S auf einen ruhenden Empfänger E zu bzw. weg (Bild **B1**). Zum Zeitpunkt t_0 startet eine Kreiswelle mit einer bestimmten Phase, z. B. einem Wellenberg. Zum Zeitpunkt $t_1 = t_0 + T$ ist der Radius des ersten Wellenkreises auf $1 \cdot \lambda_S$ angewachsen. Unabhängig vom Sender breitet er sich im Wellenträger Luft aus. Der Sender hat sich in der Zwischenzeit um $s = v_S \cdot T$ weiter bewegt und startet nach der Zeit T den nächsten Wellenberg. Bild **B2** zeigt das Kreissystem zum Zeitpunkt t_4 mit vier Kreiswellen und ihren Radien. Dieses Kreissystem bewegt sich über den Empfänger hinweg. Wenn sich der Sender auf den Empfänger zu bewegt, dann hört er eine Welle mit verkürzter Wellenlänge λ_E und erhöhter Frequenz f_E. Für den Empfänger gilt:

$$\lambda_E = \lambda_S - s = \lambda_S - v_S \cdot T = \frac{c}{f_Q} - \frac{v_Q}{f_Q} = \frac{c - v_Q}{f_Q} \quad \text{und} \quad \lambda_E = \frac{c}{f_E}.$$

Gleichsetzen liefert:

$$\frac{c}{f_E} = \frac{c - v_S}{f_S} \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{f_E} = \frac{1 - \frac{v_S}{c}}{f_S}$$

und damit die gesuchte **Dopplerfrequenz** bei bewegtem Sender:

$$f_E = f_S \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_S}{c}}.$$

Versuch **V1** bestätigt diesen Zusammenhang.

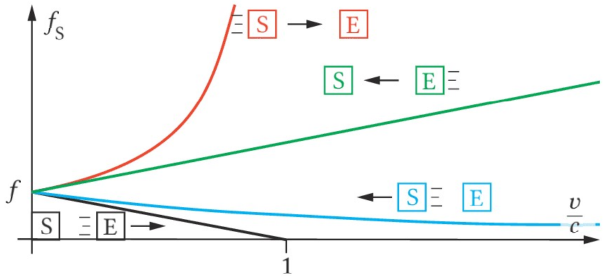
Ist v_S positiv, so nähert sich der Sender und f_E ist größer als f_S. Ist v_S negativ, entfernt sich der Sender. Nun ist f_E kleiner als f_S.

! Merksatz

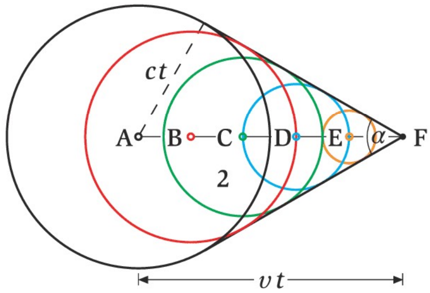
Bewegt sich ein Wellenerreger relativ zum Träger mit der Geschwindigkeit v_S, so ändert sich die Wellenlänge zu λ_S und damit die Frequenz zu f_S:

$$f_E = f_S \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_S}{c}}.$$

$v_S > 0$ und bedeutet Annäherung mit $f_E > f_S$,
$v_S < 0$ bedeutet Entfernen mit $f_E < f_S$.



B3 *Vergleich der 4 möglichen Dopplereffekte*



B4 *Machscher Kegel*

Die Frequenzänderung – Der Empfänger nimmt eine veränderte Frequenz Δf wahr:

$$\Delta f = f_E - f_S = f_S \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_S}{c}} - f_S = f_S \cdot \frac{v_S}{c - v_S}.$$

Für eine Geschwindigkeit $v_S \ll c$ gilt daher:

$$\Delta f \approx f_S \cdot \frac{v_S}{c}.$$

Für kleine Geschwindigkeiten des Senders gegenüber der Wellengeschwindigkeit c gilt also ein nahezu proportionaler Zusammenhang. Dies erkennt man an der roten Kurve in Bild **B3**.

Bewegter Empfänger, ruhender Sender – Ein Empfänger bewege sich mit der Geschwindigkeit v_E auf eine relativ zum Wellenträger ruhenden Sender der Frequenz f_S zu. Im Gegensatz zum vorherigen Fall bleibt auch für den bewegten Empfänger die Wellenlänge $\lambda_S = \frac{c}{f}$ erhalten; dagegen ändert sich relativ zu ihm die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen.

Bewegt er sich auf den Erreger zu, so erreichen ihn die mit der Geschwindigkeit c fortschreitenden Wellenfronten früher, ihre Geschwindigkeit relativ zum Empfänger ist also auf $c_E = c + v_E$ erhöht. Deshalb empfängt dieser eine Schwingung mit der Frequenz

$$f_E = \frac{c_E}{\lambda_S} = \frac{c + v_E}{\lambda_S} = \frac{f_S \cdot (c + v_E)}{c} = f_S \cdot \left(1 + \frac{v_E}{c}\right).$$

! Merksatz

Bewegt sich ein Empfänger relativ zum Träger mit v_E, so ändert sich für ihn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen zu c_E und damit die Frequenz zu

$$f_E = f_S \cdot \left(1 + \frac{v_E}{c}\right).$$

In Bild **B3** sieht man den linearen Zusammenhang zwischen f und f_E bei ruhendem Sender (schwarz und grün).

Überschallknall – Ein Flugzeug mit der Geschwindigkeit $v > c$ in Bild **B4** ist schon bei F und hat den ersten und alle weiteren Wellenberge überholt. Die Wellenberge besitzen eine gemeinsame Hülle, den **machschen Kegel.** An allen Stellen, über die dieser Mantel hinwegstreicht, hört man wegen der gegenseitigen Verstärkung einen explosionsartigen Knall. Man sagt auch, das Flugzeug habe „die Schallmauer durchbrochen". Bei dieser Redeweise entsteht der Eindruck, der Knall entstehe nur einmal in dem Augenblick, in dem das Flugzeug die Schallgeschwindigkeit überschreitet. Tatsächlich schleppt ein mit Überschallgeschwindigkeit fliegendes Flugzeug seinen „Düsenknall" auf dem Mantel des machschen Kegels dauernd hinter sich her.

Empfänger und Sender bewegen sich. Durch die Kombination der beiden Bewegungen ergibt sich für einen Empfänger, der sich mit v_E auf einen Sender zubewegt, der sich selbst mit v_S bewegt, die Gleichung:

$$f_E = f_S \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_S}{c}} \cdot \left(1 + \frac{v_E}{c}\right) = f_S \cdot \frac{1 + \frac{v_E}{c}}{1 - \frac{v_S}{c}}.$$

! Merksatz

Bewegen sich Empfänger und Schallquelle aufeinander zu, so gilt für die beobachtete Frequenz f_B:

$$f_E = f_S \cdot \frac{1 + \frac{v_E}{c}}{1 - \frac{v_S}{c}}.$$

Lösen Sie selbst

1 Der Hupton eines Autos hat die Frequenz 380 Hz.
a) Der Wagen nähert sich einem an der Straße stehenden Empfänger mit der Geschwindigkeit 17 $\frac{m}{s}$. Mit welcher Frequenz hört der Empfänger den Ton?
b) Nun soll das hupende Auto stillstehen, während ihm der Empfänger mit der Geschwindigkeit 17 $\frac{m}{s}$ entgegenfährt. Welche Frequenz hat der Ton, den der Empfänger jetzt hört?