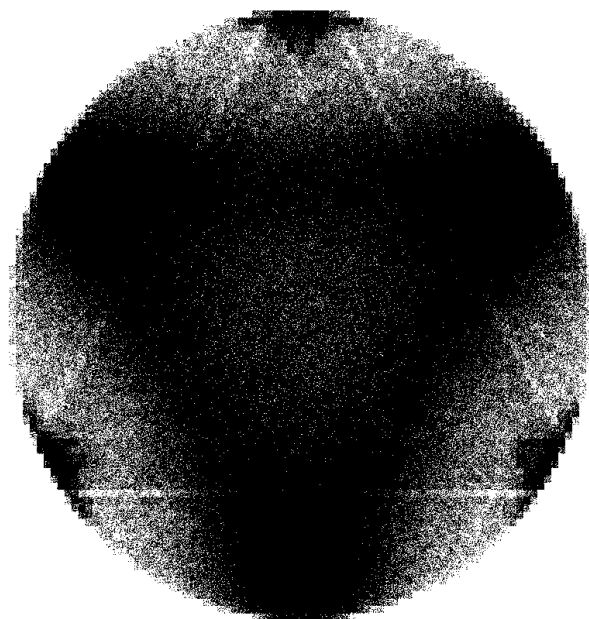


# CARBON-12'S HENFALDSPROCESS

(THE DECAY PROCESS OF CARBON-12)



BACHELORPROJEKT I FYSIK  
MICHAEL KULMBACK MUNCH  
20103561

VEJLEDER: HANS FYNBO

1. JULI 2013

INSTITUT FOR FYSIK OG ASTRONOMI  
AARHUS UNIVERSITET

Institut for Fysik og Astronomi  
Aarhus Universitet  
Ny Munkegade, Bygning 1520  
DK-8000 Aarhus C  
Danmark

FiXme Fatal: Not done © Michael Munch 2013  
yet Forsidebilledet er et Dalitzplot.

# Indhold

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Indhold</b>  | <b>i</b>  |
| <b>1 Indledning</b>                                     | <b>1</b>  |
| <b>2 Opstilling</b>                                     | <b>3</b>  |
| <b>3 Det eksperimentelle arbejde</b>                    | <b>5</b>  |
| <b>4 Kalibrering</b>                                    | <b>7</b>  |
| 4.1 Estimation af dødlagets tykkelse . . . . .          | 7         |
| 4.2 Kalibreringsalgoritmen . . . . .                    | 8         |
| <b>5 Rutherford</b>                                     | <b>11</b> |
| <b>6 Henfaldprocessen af <math>^{12}\text{C}</math></b> | <b>13</b> |
| 6.1 Teoretisk baggrund . . . . .                        | 13        |
| Sekventielt henfald . . . . .                           | 13        |
| 6.2 Data og databehandling . . . . .                    | 16        |
| Koincidens . . . . .                                    | 16        |
| Energispektrum . . . . .                                | 17        |
| 6.3 Konklusion . . . . .                                | 19        |
| <b>7 Dalitz plots</b>                                   | <b>21</b> |
| 7.1 Teoretisk baggrund . . . . .                        | 21        |
| Symmetribetragtninger . . . . .                         | 21        |
| 7.2 Data og databehandling . . . . .                    | 23        |
| 17.8 MeV . . . . .                                      | 23        |
| <b>8 Konklusion</b>                                     | <b>25</b> |
| <b>Litteratur</b>                                       | <b>27</b> |

## Rettelser

|   |    |
|---|----|
| Fatal: Not done yet . . . . .   | 2  |
| Fatal: Detektorerne skal lige tegnes på det rette sted. . . . .   | 3  |
| Fatal: Indfør detektornummerering! . . . . .  | 3  |
| Fatal: Her mangler en tegning af W1-detektoren . . . . .  | 4  |
| Fatal: Hvor præcis er disse tal? . . . . .  | 8  |
| Fatal: Her skal gøres rede for de generelle overvejelser mht. 2 og 3<br>partikel henfald og det specielle ved sekventielle henfald. . . . . | 13 |
| Fatal: Nævn at middelværdien benyttes. . . . .  | 16 |
| Fatal: Her skal dalitz afsnittet indsættes. . . . .   | 16 |
| Fatal: Snak om program udvikling, ROOT mm. . . . .  | 16 |
| Fatal: Flyt til teori afsnit og uddyb. Se Hans' tegning. . . . .  | 17 |
| Fatal: Forklar sammenhæng ml. beamenergien og excitationsenergien af<br>$^{12}\text{C}$ . . . . .   | 17 |
| Note: Fordelingen afhænger også af energien af $\alpha$ , som varierer henover<br>toppen. . . . .   | 17 |
| Fatal: Sørg for at denne reference giver mening. . . . .  | 17 |
| Fatal: Dette skal gennemtænkes. . . . .   | 18 |
| Fatal: Hans ønsker kombination af figur 7.2 og 7.1. . . . .   | 23 |

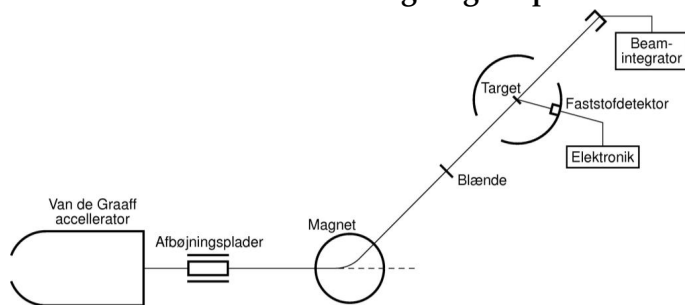
# **1 | Indledning**



## 2 | Opstilling

En stråle af protoner accelereres op til den ønskede energi med en 5 MV Van de Graaff accelerator. Denne stråle afbøjes med en elektromagnet og sendes ind i strålerøret, hvor det først passerer gennem et hul i midten af den ene detektor. En del af strålen vil kollidere med et  $20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$   $^{11}\text{B}$ -strålemål placeret på  $4 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  kulstof bagbeklædning. Det resterende vil passere videre gennem strålerøret, hvor det igen vil passere gennem en detektor, for at ende i et Faradaybæger. Opstillingen er skitseret på figur 2.1.

**FiXme Fatal: Detektorerne skal lige tegnes på det rette sted.**



Figur 2.1: Skematisk tegning af opstillingen. Figuren er lånt fra [7].

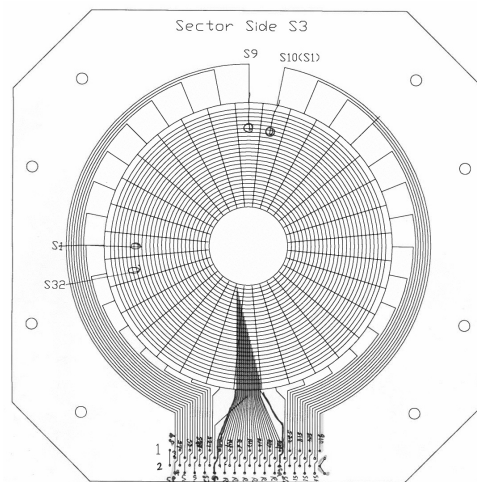
Detektorsystemet består af to dobbeltsidet silicium strip detektorer (DS-SSD) af typen S3 fra Micron Semiconductors Limited [8]. Disse fungerer på samme måde som almindelige fastofdetektorer, og en skematisk tegning af detektoren ses på figur 2.2. Fordelen ved disse detektorer er opdelingen af forsiden og bagsiden i et antal områder kaldet strips. Dermed er det muligt at optage et positionsfølsomt spektrum af partiklerne. Bagsiden er opdelt i 32 radiale sektorer. Forsiden er derimod opdelt i en række ringe, der hver er  $886 \mu\text{m}$  tykke, adskilt af et  $100 \mu\text{m}$  isolerende område.

Den første detektor strålen passerer igennem vil blive omtalt som opstrøms, og den udspænder polarvinklerne, målt ifht. strålerøret, fra  $141^\circ$  til  $165^\circ$ . Den anden detektor benævnes med nedstrøms og den udspænder fra  $15^\circ$  til  $40^\circ$ .

På begge sider der endvidere placeret to W1 DSSSD detektorer også fra Micron [9]. Disse dektorer er firkantede og det aktive område måler  $49.5 \text{ mm} \times 49.5 \text{ mm}$ . De to sider er opdelt i 16 strips af  $3000.0 \mu\text{m}$  adskilt af et  $0.1 \text{ mm}$  isolerende område. Stripsne på forsiden og bagsiden er placeret vinkelret i forhold til hinanden, hvormed disse dektorer også er positionsfølsomme i to dimensioner. Med en pixelstørrelse  $9 \text{ mm}^2$

FiXme Fatal: Indfør  
detektornummerering!

### FiXme Fatal: Her mangler en tegning af W1-detektoren



Figur 2.2: Skematisk tegning af S3 detektoren, hvor de 24 ringe og 32 sektorer ses. Bemærk at ringene og sektorerne er placeret på hhv. forsiden og bagsiden af detektoren.

Detektorerne er forbundet til en forforstærker, der er placeret tæt ved for at undgå støj. Signalet fra disse er ført videre til en analog til digital konverter (ADK) som til sidst er ført til computeren. Endvidere blev signalerne ført ind i et logisk kredsløb. Udgangssignalet fra denne blev brugt som triggersignal til ADK'erne. Det logiske kredsløb havde to indstillinger; OG og ELLER. Er den indstillet på OG, så skal der være signal i to forskellige detektorer før der kommer et udgangssignal, hvor der ved ELLER kun skal være signal i en enkelt. Dette gør det muligt at grovsortere, således at de fleste Rutherfordspredte protoner ikke medtages i det endelige datasæt.



### **3 | Det eksperimentelle arbejde**



## 4 | Kalibrering

For at kunne oversætte mellem udstyrets kanalnummer og en given energi skulle der foretages en kalibrering. Til dette formål blev der benyttet en kilde, der bestod af tre  $\alpha$ -kilder:  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  og  $^{244}\text{Cm}$ .

Idet forstærkningen er indstillet forskelligt i de enkelte strips og sektorer, er det nødvendigt at kalibrere dem enkeltvis. Linierne er skarpt adskilte, derfor kan kalibreringen udføres ved at fitte lineært til deres centroid værdier.

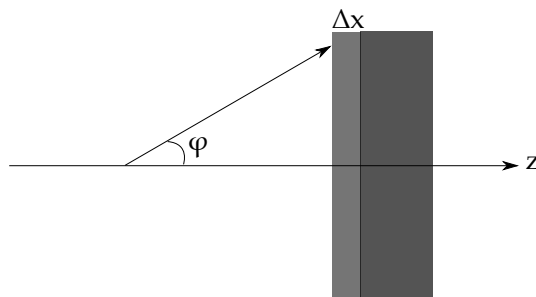
Det skulle dog vise sig ikke at være helt så nemt, idet detektoren havde et inaktivt område, der blot bremsede partiklen uden at registre energien. Dette dødlag havde en tykkelse  $\Delta x$  på et par mikrometer. Dette er illustreret på 4.1.

Dødlaget har den effekt, at partikler, der rammer længere ude på detektoren, vil miste mere energi end de, der rammer de inderste strips, fordi de skal igennem en større vejlængde i dødlaget.

De relevante størrelser er den målte energi  $E_0$ , energien før dødlaget  $E$  og vinklen  $\phi$  mellem partiklens hastighed og detektorens normal. Ud fra nogle enkelte geometriske betragtninger kan et udtryk for  $E$  opskrives

$$E = E_0 + \frac{dE}{dx} \frac{\Delta x}{\cos \phi}. \quad (4.1)$$

Det sidste led er energitabet i dødlaget, som afhænger af stoppeevnen,  $\frac{dE}{dx}$ , af materialet. Denne antages konstant gennem dødlaget.



Figur 4.1: Skematisk tegning af S3 dektoren med et dødlag.

### 4.1 Estimation af dødlagets tykkelse

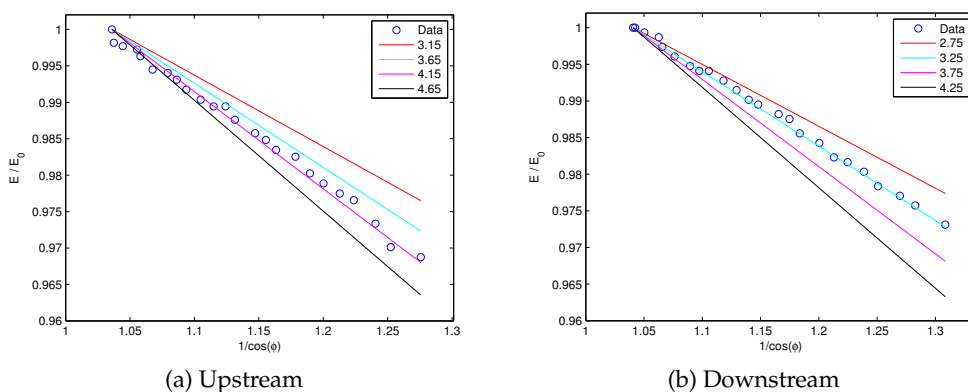
For at kunne bestemme tykkelsen af dødlaget er det nødvendigt at kende energien ved forskellige vinkler, men som sagt er forstærkningen indstillet forskelligt i ringene.

Løsningen på dette er at udvælge en radial sektor. Hver gang denne sektor bliver ramt, så findes den med den tilsvarende cirkulære strip. Kriteriet for dette er, at kanalnumrerne stemmer overens inden for en hvis usikkerhed. Dermed er det muligt at bestemme spektret for de enkelte cirkulære strips udtrykt i kanalnummeret for den radiale sektor. Dermed er der ingen forstærkning at tage højde for i spektrene.

I alle disse spektre bestemmes centroidværdien af  $^{239}\text{Pu}$  toppen. Centroidværdien blev normaliseret til kanalnummeret i strip 1 og blev plottet som funktion af  $1/\cos\phi$ . Ud over dette er ligning (4.1), for forskellige tykkelser, også plottet. Disse er normaliseret til det teoretiske udtryk for strip 1. Stoppeevnen er taget fra [11].

Det er ikke muligt at lave et fit til data med  $\Delta x$  som en fri parameter, så derfor er tykkelsen af dødlaget vurderet ud fra de teoretiske kurver, som er plottet på figur 4.2. Data er konsistent med en tykkelse på hhv.  $(3.3 \pm 0.5) \mu\text{m}$  og  $(4.2 \pm 0.5) \mu\text{m}$  for op- og nedstrømsdetektoren. En tilsvarende analyse er foretaget med S3 detektorerne roteret  $180^\circ$ . Her er var resultatet, at dødlaget var væsentlig mindre blot  $0.6 \mu\text{m}$ .

FiXme Fatal: Hvor præcis er disse tal?



Figur 4.2: De normaliserede energier som funktion af  $1/\cos\phi$ . Kurverne angiver det teoretiske udtryk givet i ligning (4.1) og er plottet for forskellige tykkelser.

## 4.2 Kalibreringsalgoritmen

Når tykkelsen er kendt, kan den målte energi  $E_0$  bestemmes. Dermed kan vores detektorer kalibreres. Fordi energitabet både afhænger af indgangsenergien og hvilken partikel, der er tale om, så er det nødvendigt, under databehandlingen, at bestemme energitabet for hver enkel hændelse.

For energier hvor stoppeevnen er stor, så vil det give anledning til en fejl, hvis energitabet anses som konstant hele vejen igennem materialet. Det

samlede tab skulle istedet udregnes som et integral. Istedet benyttes middel rækkevidden af en partikel i et givent materiale. Ækvivalent til ligning (4.1) kan den samlede rækkevidde skrives som

$$R(E) = R(E_0) + \frac{\Delta x}{\cos \phi}. \quad (4.2)$$

Rækkeviden som funktion af energien er også tabuleret i [11], så for given hændelse blev  $R(E_0)$  bestemt ved lineær interpolation mellem to de nærmeste tabulerede værdier. Til dette adderet tykkelsen af dødlaget, hvor der blev taget højde for vinklen. Den samme tabel blev så benyttet den modsatte vej, hvor energien blev bestemt ud fra den samlede rækkevidde. Der blev igen benyttet lineær interpolation.



## **5 | Rutherford**





## 6 | Henfaldprocessen af $^{12}\text{C}$

I dette afsnit præsenteres den sekventielle henfaldsmodel, hvorefter der foretages kinematiske beregninger, der illustrerer hvilket energispektrum dette vil give anledning til. Dette efterfølges af eksperimentelle resultater, der benyttes til at afgøre om henfaldet foregår ved denne process.

FiXme Fatal: Her skal gøres rede for de generelle overvejelser mht. 2 og 3 partikel henfald og det specielle ved sekventielle henfald.

### 6.1 Teoretisk baggrund

For et henfald hvor moderkernen deles i to, et såkaldt to partikel henfald  $M \rightarrow a + b$ , er der otte frihedsgrader. Tre for de to impulser samt to energier. Disse størrelser er dog underlagt bevarelseslovene for energi og impuls, hvilket reducerer antallet af frihedsgrader til nul. I et energispektrum vil et sådant henfald give anledning til to toppe. Energierne af disse i massemidt-punktsystemet (CM) for moderkernen er givet ved

$$T_a = \frac{m_b}{m_a + m_b} Q, \quad T_b = \frac{m_a}{m_a + m_b} Q, \quad (6.1)$$

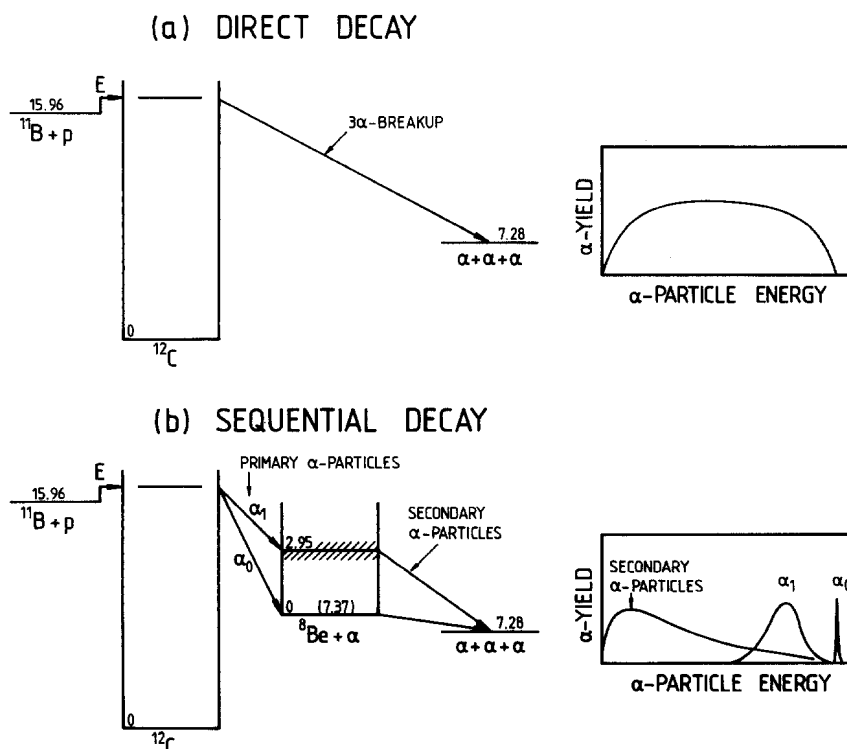
Tre partikel henfaldet,  $M \rightarrow a + b + c$ , har derimod 12 frihedsgrader - 9 fra impuls og 3 fra energi. Dette kan dog reduceres ved at overveje følgende; Henfaldet foregår i et plan, så  $p_{i,z}$  kan sættes lig. Dette fjerner tre frihedsgrader. Energi og impulsbevarelse fjerner tilsammen også tre frihedsgrader. Energi-impuls relationen anvendt for hver enkelt datterkerne fjerner også tre frihedsgrader. Sidst men ikke mindst, så ændrer en rotation i xy-planet ikke systemet, hvilket fjerner en enkelt frihedsgrad. Antallet af frihedsgrader kan dermed reduceres til to.

Henfalder  $^{12}\text{C}$ -kernen direkte til tre ikke vekselvirkende  $\alpha$ -partikler, så vil energispektret, pga. de to frihedsgrader, udgøre et kontinuum af energier. Denne process kaldes direkte henfald og er skitseret på figur 6.1a.

### Sekventielt henfald

End anden mulighed for tre partikel henfald er to på hinanden følgende to partikel henfald. Dette kaldes for sekventielt henfald. I tilfældet med  $^{12}\text{C}$  henfalder den først til en tilstand i  $^8\text{Be}$  under udsendelse af en  $\alpha$ -partikel. Modsat det direkte henfalder, som negligerer vekselvirkninger mellem henfaldprodukterne, så svarer dette til en kraftig vekselvirkning med to af de tre  $\alpha$ -kerner. Beryllium kernen vil derefter henfalde til to sekundære  $\alpha$ -partikler.

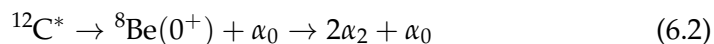
Antallet af frihedsgrader er det samme som for det direkte henfald, hvilket virker mærkeligt, da der blot er tale om to to partikel henfald, hvor antallet



Figur 6.1: Energidiagram for henfaldsprocessen af hhv.

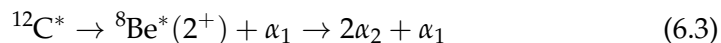
af frihedsgrader er nul. Dette skyldes, at det ikke er muligt at befinde sig i CM for begge de to henfald. Det sekventielle henfald vil derfor både give anledning til toppe og et kontinuum. .

Den sekventielle henfaldsproces er illustreret på figur 6.1b, og tages udgangs i CM for moderkernen, så vil det sekventielle henfald af  $^{12}\text{C}$  give anledning til en smal top ved energien svarende til henfald grundtilstanden af  $^8\text{Be}$ .



På trods af at beryllium-8 er ustabil er grundtilstanden stadig ret smal med en bredde på kun 6.8 eV. Derfor vil bredden af toppen primært skyldes detektorens opløsningsevne.

Ved de protonenergier, der arbejdes med, så er der endvidere mulighed for at henfalde til den første exciterede tilstand i  $^8\text{Be}$ , der ligger 2.95 MeV over grundtilstanden.

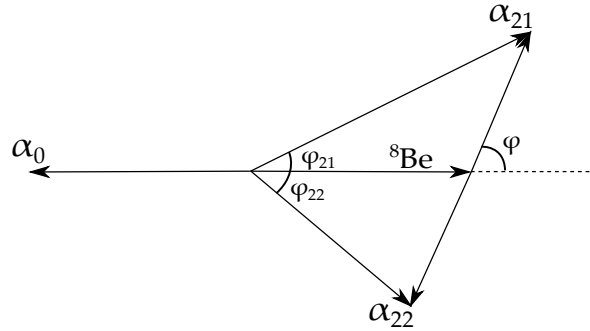


Bredden af denne top afgøres primært af bredden af beryllium tilstanden, som er 1.5 MeV. Toppen vil derfor stort set svare til en Breit-Wigner fordeling, der er væsentlig breddere, samt ligger ved lavere energi end den for  $\alpha_0$ .

Idet begge berylliumtilstande er ustabile vil der, pga. den korte levetid, forekomme endnu et henfald udmiddelbart efter. Dette vil give anledning de to sekundære  $\alpha$ -partikler hhv.  $\alpha_{21}$  og  $\alpha_{22}$ . Energien af disse kan bestemmes ud fra følgende kinematiske overvejelser.

### Kinematik

En skitse af situationen efter det sekundære henfald ses på figur 6.2.



Figur 6.2: Skitse af situationen af det sekundære henfald. Vektorerne angiver hastighederne.  $\phi$  er vinklen mellem hastigheden af beryllium og de sekundære  $\alpha$ -partikler i CM for beryllium.  $\phi_{2i}$  er de tilsvarende vinkler i LAB-systemet.

Både i laboratorie- (LAB) og massemidtpunktsystemet (CM) følger af energi og impulsbevarelse, at energien af de to primære henfaldsprodukter må være

$$E_{\alpha_0} = \frac{2}{3}Q_1 \quad E_{\text{Be}} = \frac{1}{3}Q_1, \quad (6.4)$$

hvor  $Q_1$  er den frigivne energi ved det primære henfald  $^{12}\text{C} \rightarrow \alpha + {}^8\text{Be}$ . Grundet impulsbevarelse skal de to sekundære  $\alpha$ 'er have lige stor og modsatrettet impuls i CM for beryllium, Deres hastighed vil danne en vinkel  $\phi$  i forhold til beryllium kernens hastighed. Energien af de to er givet ved

$$E'_{\alpha_2} = \frac{1}{2}Q_2, \quad (6.5)$$

hvor  $Q_2$  er den frigivne energi for det sekundære henfald. Hermed ses tydeligt, at i CM er energien af de sekundære partikler konstant uanset vinklen.

De tilsvarende størrelser i LAB systemet kan bestemmes ved at tage højde for tyngdepunktets bevægelse, som svarer til berylliumkernens bevægelse

$$\begin{aligned} E_{\alpha_2} &= \frac{1}{2}m_{\alpha}(V_{\text{Be}}^2 + V_{\alpha}^2 + 2V_{\text{Be}}V_{\alpha}\cos\phi) \\ &= \frac{Q_1}{6} + \frac{Q_2}{2} + \sqrt{\frac{Q_1Q_2}{3}}\cos\phi, \end{aligned} \quad (6.6)$$

hvor der er anvendt approksimationen  $m_{\text{Be}} = 2m_{\alpha}$ , og bemærkes at  $\phi \leq 0$  for  $\alpha_{22}$ .

Ud fra dette ses, at energien af de to sekundære  $\alpha$ -partikler vil udgøre et kontinuum inden for intervallet  $E_{\alpha_2} = E_0 \pm \Delta E$ .

For en stråle af protoner med 2 MeV energi, vil henfald til grundtilstanden udgøre energierne mellem ca. 1.2 MeV og 2.35 MeV, mens henfald til den exciterede tilstand giver anledning til energier mellem 14 keV og 5.5 MeV.

FiXme Fatal: Nævn at middelværdien benyttes.

Den præcise distribution vil afhænge af distributionen af  $\cos \phi$ , hvilket er bestemt af de populære tilstandes impulsmoment.

Endvidere er det muligt at bestemme vinklen i LAB-systemet ud fra vinklen i CM og Q-værdierne. Dette kan udledes trigonometrisk ud fra figur 6.2, men er ikke medtaget her. Resultatet af dette er

$$\tan \phi_{2i} = \frac{\sin \phi}{\sqrt{\frac{Q_1}{3Q_2}} \pm \cos \phi} \quad (6.7)$$

Det ses, at som forventet, at den maksimale vinkel fremkommer, når CM-vinklen er  $90^\circ$ , svarende til at al energien tilføres den transversale bevægelse.

FiXme Fatal: Her skal dalitz afsnittet indsættes.

## 6.2 Data og databehandling

FiXme Fatal: Snak om program udvikling, ROOT mm.

### Koincidences

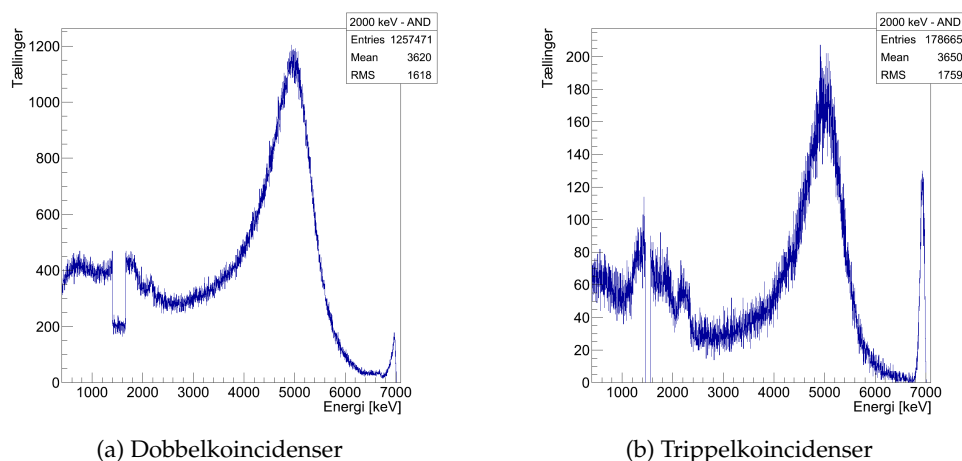
For at grovsortere data for protonhændelser, var det logiske kredsløb indstillet til OG, således at der kun forekom en hændelse, når begge de runde detektorer blev ramt. Der kan dog stadigvæk forekomme tilfældige koincidence. Arbejdet bestod derfor i at bestemme de koincidence, som svarede til trippel- $\alpha$  henfald.

Hvis der i en given hændelse blev detekteret tre eller flere partikler, så blev der ledt efter trippelkoincidence. Disse kan forekomme på to måder i detektorerne. Enten vil partiklerne have ramt hver sin detektor eller også vil to have ramt den samme, hvor den tredje så har ramt en anden detektor. Hvis den samlede energi af en sådan trippel er lig med Q-værdien, så er det formentlig et sæt af tre matchende  $\alpha$ -partikler.

Hvis spektret er meget rent, er det også muligt at benytte dobbelkoincidence. I det tilfælde hvor der i en hændelse kun blev detekteret to partikler, så er de formentlig to tredjedele af en trippel. Energien af den sidste er så differencen mellem Q-værdien og den samlede energi af de detekterede partikler. Det er en afvejning af disse skal tages med. De øger antallet af detekterede koincidence kraftigt, men samtidig giver de også anledning til fejl. Nogle åbenlyse fejl, såsom at tjekke om energien af den tredje bliver negativ, opfyldelse af impulsbevarelse kan afhjælpe nogle af problemerne.

På trods af denne matching forekom, der stadig støj i spektret. Støjen var dog lokaliseret til ikke kritiske energier, så det var muligt blot at skære disse væk.

## Energispektrum



Figur 6.3: Antal tællinger som funktion af energien for henfald fra 17.8 MeV. Den smalle  $\alpha_0$  og den brede  $\alpha_1$  top ses tydeligt. Energierne ml. 1400 og 1660 keV er ikke medtaget i dobbelkoincidenser. Tilsvarende er 1460 og 1560 keV udeladt for trippelkoincidenserne.

På figur 6.3 ses alphaspektret i CM for hhv. dobbelt- og trippelkoincidenser, hvor der er benyttet 2 MeV protoner. Dette populerer en  $0^+$  tilstand i  $^{12}\text{C}$  med excitations energi 17.8 MeV. Idet  $\alpha$ -henfald bevarer både impulsmoment og paritet, kan henfaldet foregå både til grundtilstanden og den exciterede tilstand i beryllium.

Først og fremmest skal det nævnes, at hvis energien af en af de detekterede  $\alpha$ -partikler lå mellem 1400 og 1660 keV, så er disse ikke medtaget i dobbelkoincidenserne, da dette gav anledning til støj. Det samme gør sig gældende for trippelkoincidenserne mellem 1460 og 1560 keV.

I toppen af begge spektrere ses tydeligt en smal top omkring 7 MeV. Under denne ligger der en bred Breit-Wigner lignende top centreret omkring 5 MeV. Disse toppe stemmer fint overens, både mht. bredde og energi, med hvad det forventes for  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$ .  $\alpha_1$ -toppen er dog ikke perfekt Breit-Wigner fordelt, hvilket bla. kan forklares ved, at der forekommer en bidrag fra de sekundære partikler. Fordelingen af disse er det dog ikke muligt at sige noget videre meningsfuldt om. Dette skyldes bidrag fra protonstrålen jvf. diskussion i kapitel 5.

FiXme Fatal: Flyt til teori afsnit og uddyb. Se Hans' tegning.

FiXme Fatal: Forklar sammenhæng ml. beamenergien og excitationsenergien af  $^{12}\text{C}$

FiXme Note: Fordelingen afhænger også af energien af  $\alpha$ , som varierer henover toppen.

FiXme Fatal: Sørg for at denne reference giver mening.

De målte spektre er dermed i overensstemmelse med hypotesen om sekventielt henfald til tre  $\alpha$ -partikler via  $^8\text{Be}$ . Det essentiele spørgsmål er, om det er muligt at stole på de to spektre.

Ud fra diskussionen i afsnit 6.1 især med ligning (6.5) og ligning (6.7) i mente, så ses at energien til rådighed for de sekundære  $\alpha$ -partikler i den transversale retning afhænger af  $Q$ -værdien af det sekundære henfald.

Et henfald fra grundtilstanden af beryllium til tre  $\alpha$ -partikler frigører cirka 90 keV, hvorimod et henfald fra den exciterede tilstand frigører omkring 3 MeV. Dette betyder, at den transversale komponent af hastigheden af de sekundære  $\alpha$ -partikler kan være mange gange større, hvilket betyder at vinklen mellem de to sekundære  $\alpha$ -partikler kan være tilsvarende større. Benytter man ligning (6.7), så er den maksimale vinkel hhv.  $19^\circ$  og  $86^\circ$  for henfald til grundtilstanden og den exciterede tilstand.

FiXme Fatal: Dette skal gennemtænkes.

Med det benyttede dektorsystem er der ikke fuld dækning i alle retninger, men fordi detektorerne er placeret symmetrisk, så er detektorerne mere effektive til at detektere hændelser med lille vinkel mellem de sekundære  $\alpha$ -partikler, da disse to ofte ville ramme samme detektor. Derimod er sandsynligheden større for at kun to  $\alpha$ -partikler bliver detekteret, hvis vinklen er større, da der så er mulighed for at en af partiklerne slet ikke detekteres.

Hvad betyder dette for koindcidenstspektrene? Effekten er tydeligst ved dobbeltkoindcidenstspektrene. Her undertrykkes  $\alpha_0$  kraftigst i forhold til  $\alpha_1$ . Dette skyldes, som beskrevet ovenfor, at der vil være forholdsvis flere hændelser, der skyldes henfald til den exciterede tilstand, hvor *kun* to partikler detekteres. Ved specifik at vælge disse hændelser undertrykkes  $\alpha_0$ -toppen.

Hvorfor er  $\alpha_1$  så ikke undertrykt i trippelkoindcidenstspektret? Her er der to effekter, som spiller ind. For det første er vinklen mellem detektorerne i størrelsesordenen  $20^\circ$ , hvilket betyder, at der er en risiko for at begge sekundære partikler for  $\alpha_0$  henfaldet rammer ved siden af. Muligheden for større vinkel ved  $\alpha_1$  henfald betyder også, at der er mulighed for, at  $\alpha$ -partiklerne rammer hver sin detektor. Hvordan disse effekter har indflydelse på spektret er svær at afgøre, men generelt er sandsynligheden for dektelere  $\alpha_1$  tripler mindre end den for  $\alpha_0$ . Forklaringen må af den grund være, at der simpelthen foregår flere  $\alpha_1$ -henfald. Dette virker umiddelbart mærkeligt idet tunneleringssandsynligheden for  $\alpha$ -henfald afhænger kraftigt af energien. Dette er nært relateret til levetiden og et udtrykt for denne er udledt i [10, s. 236]

$$\lambda \propto w(\alpha)e^{-G}, \quad G \propto \frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}}. \quad (6.8)$$

Umiddelbart taler dette også for henfald med  $\alpha_0$ , men faktoren  $w(\alpha)$  skal dog bemærkes. Dette er en "fittefaktor" for at få teorien til at passe med de eksperimentelle data. Faktoren angiver sandsynligheden for at finde  $\alpha$ -partiklen inden for kernen. Foltolkningen af trippelkoindcidenstspektret er derfor, at det er mere sandsynligt, at  $^{12}\text{C}(17.8 \text{ MeV})$  består beryllium i en  $2^+$  tilstand sammen med en  $L = 2$   $\alpha$ -partikel, end  $0^+$  beryllium sammen med en  $L = 0$

$\alpha$ -partikel. Dette stemmer overens med de tabulerede værdier af tværsnittet i [1], der angiver værdierne  $\sigma(\alpha_0) = 9 \mu\text{b}$  og  $\sigma(\alpha_1) = 25 \mu\text{b}$ . Værdien for tværsnittet af  $\alpha_1$ -processen er dog mere usikker.

Den præcise modulering af de to toppe er dermed meget afhængig hvilke koincidensbetingelser der stilles, men afhænger også af den specifikke opstilling. For at opnå fuld forståelse af fordelingen er det derfor nødvendigt at foretage en simulering. Dette ligger dog uden for tidsrammen af dette projekt. Derfor vil dobbelt- og trippelkoincidenserne behandles separat i den videre analyse.

### 6.3 Konklusion

Det er vist, at med passende koincidensbetingelser, er det muligt at ekstrahere et samlet energispektrum som stemmer overens hypotesen om sekventielt henfald. Desuden er det sandsynliggjort at tværsnittet for henfald til den første exciterede tilstand i beryllium er væsentligt større end tværsnittet for henfald til grundtilstanden.

Endvidere så er der redegjort for, at forskellen på spektrene for dobbelt- og trippelkoincidenser skyldes, at disse betingelser udvælger forskellige typer henfald og at denne selektering afhænger af den specifikke opstilling.

Det må noteres, at spektret ikke er rent nok til, at fordelingen af de sekundære  $\alpha$ -partikler kan bestemmes.





## 7 | Dalitz plots

### Dalitzplots

Fermis gyldne regel angiver raten af et givent henfald [3, s. 16]

$$W = 2\pi|M_{fi}|^2\rho, \quad (7.1)$$

hvor  $\rho$  er tilstandstætheden eller faserumsvolumen af sluttilstanden.  $M_{fi}$  kaldes matrixelementet og er et mål for koblingen mellem start og sluttilstanden. Ser bort fra den rumlige orientering og udnytter at  $T_1 + T_2 + T_3 = Q$ , så kan sluttilstanden beskrives ved kun to variable  $T_1$  og  $T_2$ . Med denne begrænsning, så er det muligt at vise følgende for henfaldsandsynligheden [6]

$$\frac{d\zeta}{dT_1dT_2} \propto |M_{fi}|^2. \quad (7.2)$$

Sandsynlighedsfordelingen af  $\zeta$  i forhold til de kinetiske energier er dermed et direkte mål for kvadratet af matrixelementet.

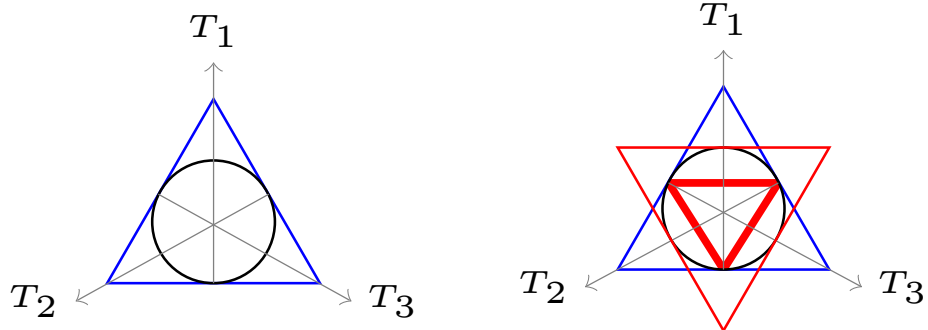
Idet henfaldsandsynligheden er proportional med antal henfald, så kan dette visualiseres grafisk. Et godt valg af koordinater kan findes, hvis man tager udgangspunkt i at sluttilstanden af systemet består tre ens partikler. Dette kan udnyttes ved at benytte den geometriske egenskab ved en ligesidet trekant, at den vinkelrette afstand fra siderne til givent et punkt er lig højden [4]. Dette kendes som Vivianis sætning.

$$x = \frac{T_1 + 2T_2}{Q\sqrt{3}}, \quad y = \frac{T_1}{Q} - \frac{1}{3}. \quad (7.3)$$

Ligning (7.3) viser et sæt af koordinater, således at disse afstande er proportionale med de kinetiske energier. Dermed følger at punkterne, svarende til trippel  $\alpha$  henfald, vil ligge inden for trekanten grundet energibevarelse. Endvidere kan det også vises, at impulsbevarelse begrænser punkterne til trekantens indskrevne cirkel. Dette er illustreret på figur 7.1a. Denne type plots kaldes et Dalitzplot, og fordelingen ved disse er, at fordelingen af plottet svarer til fordelingen af kvadratet på matrixelementet.

### Symmetribetragtninger

Hvis der ikke er nogen symmetribegrænsninger og henfaldsprodukterne ikke vekselvirker med hinanden, så vil matrixelementet være en konstant og henfaldet vil udelukkende afgøres af faserummet. Dette svarer til statistisk henfald og vil give anledning til et fladt Dalitzplot [5].



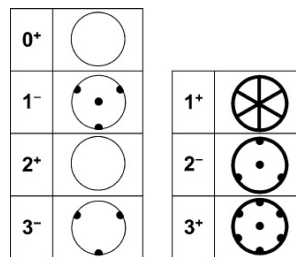
(a) Dalitzplottet givet ved koordinaterne i ligning (7.3). Trekanten svarer til energibevarelse og cirklen til impulsbevarelse.

(b) Dalitzplottet med indtegnede resonansbånd. Det lille røde viser  $\alpha_0$  mens den bredde viser  $\alpha_1$ .

Figur 7.1

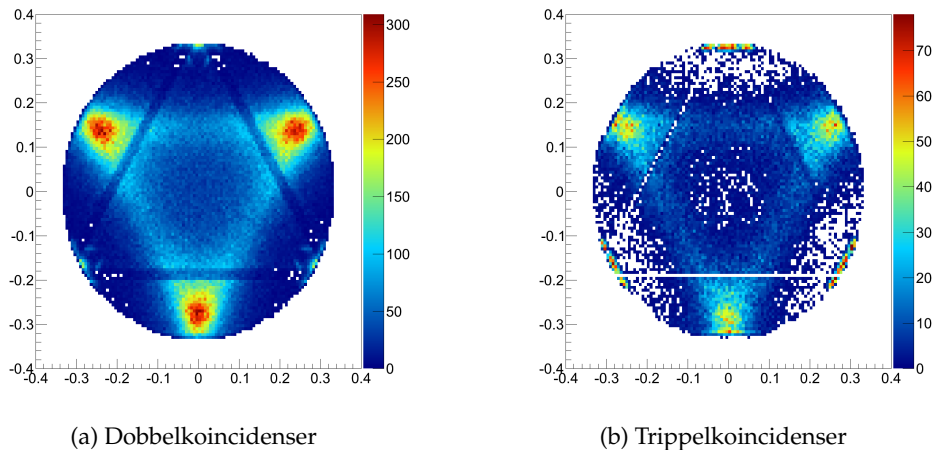
Henfalder systemet istedet via en resonans for derefter at henfalde til sluttilstanden, så vil det ses på plottet som et bånd. I forhold til den sekventielle henfaldsmodel og koincidensspektrene, så forventes et bånd svarende til energien af  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$ . Bredden af disse bånd vil så svare til bredden af beryllium tilstanden, så  $\alpha_1$ -båndet bør være væsentligt breddere. Dette er indtegnet på figur 7.1b. Dalitzplottet kan dermed bruges til at identificerer resonanser og bredden af disse.

$\alpha$ -henfald er ikke et svagt henfald, så derfor skal både spin og paritet være bevaret. Endvidere så er  $\alpha$ -partikler bosoner, så den samlede bølgefunktion skal være symmetrisk under ombytning af de tre  $\alpha$ -partikler. På baggrund af disse bevarelseslove skal matrixelementet og dermed Dalitzplottet skal være nul i vise områder. Denne udledning er foretaget i[5] og resultatet ses på figur 7.2.



Figur 7.2: Områder af Dalitzplottet, hvor fordelingen skal være 0.

Den generelle tendens viser, at for tilstandene med unaturlig paritet  $\pi = (-1)^{J+1}$ , dvs. i højre kolonne, stiller symmetrien strenge krav til hvor fordelingen skal være nul, mens kravene til tilstandene med naturlig paritet



(a) Dobbelkoincidence

(b) Trippelkoincidence

Figur 7.3: Dalitzplot for  $0^+$  tilstanden ved 17.8 MeV i kulstof.

er væsentligt mindre. Endvidere ses også, at det udelukkende er for tilstande med unaturlig paritet at fordelingen skal være nul langs hele randen.

FiXme Fatal: Hans ønsker kombination af figur 7.2 og 7.1.

## 7.1 Data og databehandling

Databehandlingen af dette er stort set tilsvarende den i afsnit 6.2. Eneste forskel er, at når der blev fundet en koincidence, så blev Dalitzkoordinaterne udregnet. Hvis punktet lå uden for den indskrevne cirkel, så blev det smidt væk.

### 17.8 MeV

På figur 7.3 ses Dalitzplottet for trippel- $\alpha$  henfaldet fra den exciterede tilstand ved 17.8 MeV i kulstof.

Båndene svarende til  $\alpha_0$  ses ude ved kanten af cirklen, hvilket stemmer overens med, at de er de mest energirige partikler i henfaldet. Som forventet er det smalle bånd svarende til at berylliumresonansen er meget langlivet. Lidt under  $\alpha_0$  ses også en struktur i dobbeltkoincidenceerne, der ligner lidt en klo. Dette skyldes tilfældige koincidenceer, formentlig på grund af beamet. I Dalitzplottet genfindes også den tidligere observerede tendens med stærk undertrykkelse af  $\alpha_0$  når dobbeltkoincidenceerne benyttes.

Ved lidt lavere energi ses båndene for  $\alpha_1$ . Toppene ude ved siderne og i bunden har den samme struktur i de to plots, selv om toppene er mere fremtrædende når dobbeltkoincidenceerne benyttes. Dette skyldes, som tidligere diskuteret, at disse er bedre til at detektere  $\alpha_1$ . I området mellem toppene er strukturen også den samme. Dobbelkoincidenceerne har dog fordelene ved

den øgede datamængde, som får dens struktur til at adskille sig bedre fra baggrunden. Der er dog ingen tvivl om at bredden af  $\alpha_1$ -båndet er væsentligt større end  $\alpha_0$ -båndet.

Hvilken tilstand er så blevet populært? Ud fra figur 7.2 kan de to tilstande med naturlig paritet  $1^-$  og  $3^-$  udelukkes, da disse kræver, at der er nulpunkter ved de steder  $\alpha_1$ -båndet har maksima. Alle tilstandene med unaturlig paritet kræver at fordelingen er nul langs hele randen, hvilket er hvor maksima for både  $\alpha_0$ - og  $\alpha_1$ -båndet befinder sig. Ud over dette, stiller de også visse andre krav, som ikke heller ikke er opfyldt.

Dermed er antallet af kandidater reduceret til  $0^+$  og  $2^+$ , for hvilke symmetrien stiller samme krav. Der er desuden den mulighed, at det kan være en tilstand, som ikke er tabuleret i [5]. En videre analyse vil kræve simuleringer, hvilket er uden for tidsrammen af dette projekt. Heldigvis er tilstanden tabuleret og ifølge [1] er den populære tilstand en  $0^+$  tilstand, hvilket stemmer smukt overens med resultaterne.

## 8 | Konklusion



## Litteratur

- [1] F. Ajzenberg-Selove. Energy levels of light nuclei  $a = 11-12$ . *Nuclear Physics A*, 506(1):1 - 158, 1990.
- [2] H.W. Becker, C. Rolfs og H.P. Trautvetter. Low-energy cross sections for  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ . *Zeitschrift für Physik A Atomic Nuclei*, 327(3):341-355, 1987.
- [3] Alessandro Bettini. *Introduction to Elementary Particle Physics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2008.
- [4] R.H. Dalitz. On the analysis of  $\tau$ -meson data and the nature of the  $\tau$ -meson. *Philosophical Magazine Series 7*, 44(357):1068-1080, 1953.
- [5] Hans Otto Uldall Fynbo, Dmitri Vladimir Fedorov et al. Three-body decays and  $R$ -matrix analyses. *Physical Review C (Nuclear Physics)*, 79(054009), 2009.
- [6] Gunnar Kallen. *Elementary Particle Physics*. Addison-Wesley Publishing, 1964.
- [7] Helge Knudsen. Øvelser i eksperimentel fysik - Øvelsesvejledninger, Januar 2012.
- [8] Micron Semiconductors Limited. S3 datablad. <http://www.micronsemiconductor.co.uk/pdf/s.pdf>.
- [9] Micron Semiconductors Limited. W1 datablad. <http://www.micronsemiconductor.co.uk/pdf/w1.pdf>.
- [10] B. R. Martin. *Models and Theories of Nuclear Physics*, side 217-253. John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [11] J. F. Ziegler, U. Littmark og J. P. Biersack. *The stopping and range of ions in solids / J.F. Ziegler, J.P. Biersack, U. Littmark*. Pergamon New York, 1985.