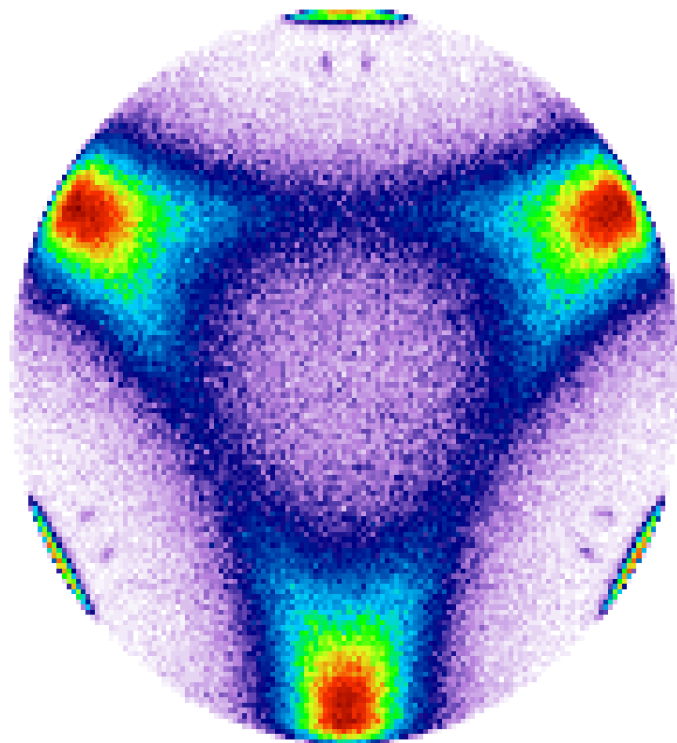


# KULSTOF-12's HENFALDSPROCES

(THE DECAY PROCESS OF CARBON-12)



BACHELORPROJEKT I FYSIK  
MICHAEL KULMBACK MUNCH  
20103561

VEJLEDER: HANS FYNBO

26. JUNI 2013

INSTITUT FOR FYSIK OG ASTRONOMI  
AARHUS UNIVERSITET

Institut for Fysik og Astronomi  
Aarhus Universitet  
Ny Munkegade, Bygning 1520  
DK-8000 Aarhus C  
Danmark

© Michael Munch 2013  
Version a885b63 fra den 25. juni 2013 22:07

Forsidebilledet er et Dalitzplot af de resulterende  $\alpha$ -partikler fra henfaldet af exciteret tilstand i  $^{12}\text{C}$  produceret ved bestråling af  $^{11}\text{B}$  med 2 MeV protoner.

# Abstract

In the course of the 20th century the  $p + {}^{11}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C}^*$  reaction have been studied in considerable detail because this reaction allows to study several questions, such as the decay mechanism to the  $3\alpha$  final states, and position of resonances in  ${}^{12}\text{C}$ . This reaction is also a candidate for fusion energy reactors, with the advantage that no neutrons are produced.

In this project this reaction has been studied with four segmented solid state detectors. This allows for simultaneous detection of the energy and position of the daughter particles. This type of detector is rather new, so an important part and motivation for the project was to understand the detectors. Methods to overcome difficulties with these detectors is presented.

It was found that  ${}^{12}\text{C}$  decays to three  $\alpha$ -particles via states in  ${}^8\text{Be}$ . It has been determined that the state at 17.8 MeV in  ${}^{12}\text{C}$  is either a  $0^+$  or  $2^+$  state. From the spectrum it was possible to deduce that decay via the excited state in  ${}^8\text{Be}$  is more probable than decay via the groundstate. These observations are consistent with the literature [1].

Furthermore the results suggest that at 18.2 and 18.5 MeV  ${}^{12}\text{C}$  is in a  $0^+$  or  $2^+$  state which contradict the literature. The conclusion is that there is no  $1^+$  state at 18.2 MeV, but the results were not conclusive for the 18.5 MeV state.

These results shows that segmented solid state detectors provides an improved tool for observing nuclear processes with multiple decay fragments.

# Resume

I løbet af det 20. århundrede er  $p + {}^{11}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C}^*$  reaktionen blevet studeret i stor detalje, da den giver mulighed for undersøge adskillige spørgsmål, såsom henfaldsmekanismen til  $3\alpha$  sluttilstande og positionen af resonanser i  ${}^{12}\text{C}$ . Desuden er reaktionen også en kandidat til fremtidens fusionsreaktorer, da den ikke producerer frie neutroner.

I denne rapport er reaktionen undersøgt ved at anvende fire segmenterede faststofdetektorer, som muliggør energi- og positionsfølsom dektektion. Denne type detektorer er forholdsvis ny, så en vigtig del og motivation for projekt var at forstå disse detektorer. Der vil blive redegjort for løsningen problemer i forbindelse med detektorsystemet.

Resultatet af undersøgelserne er, at  ${}^{12}\text{C}$  henfalder til tre  $\alpha$ -partikler via en tilstand i  ${}^8\text{Be}$ . Det kan konkluderes, at der findes en  $0^+$  eller  $2^+$  tilstand ved 17.8 MeV i  ${}^{12}\text{C}$ . Endvidere blev det observeret, at tværsnittet for henfald til grundtilstanden er større end for henfald til den exciterede tilstand. Dette stemmer overens med litteraturen [1].

Undersøgelserne indikerer også en  $0^+$  eller  $2^+$  tilstand ved hhv. 18.2 og 18.5 MeV, hvilket er i strid med litteraturen. For tilstanden ved 18.2 MeV er fortolkningen, at den rapporterede  $1^+$  tilstand ikke findes. Resultaterne for 18.5 MeV er dog ikke endegyldige.

Resultaterne viser, at segmenterede faststofdetektorer giver mulighed for at observere nukleareprocesser med flere datterkerner med større præcision end hidtil muligt.



# Indhold

<b>Abstract</b>	<b>i</b>
<b>Resume</b>	<b>i</b>
<b>1 Indledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Opstilling</b>	<b>3</b>
<b>3 Det eksperimentelle arbejde</b>	<b>5</b>
3.1 Analysearbejdet . . . . .	5
<b>4 Kalibrering</b>	<b>7</b>
4.1 Estimering af dødlagets tykkelse . . . . .	8
4.2 Kalibreringsalgoritmen . . . . .	8
4.3 Resultater . . . . .	9
<b>5 Kinematiske kurver</b>	<b>11</b>
5.1 Teori . . . . .	11
5.2 Data og databehandling . . . . .	12
5.2.1 Tyndt folie . . . . .	12
5.2.2 $^{11}\text{B}$ folie . . . . .	13
5.3 Resultater . . . . .	14
<b>6 Henfaldprocessen af <math>^{12}\text{C}</math></b>	<b>15</b>
6.1 Teoretisk baggrund . . . . .	15
6.1.1 Sekventielt henfald . . . . .	15
6.1.2 Dalitzplottet . . . . .	18
6.1.3 Tilstandspopulering . . . . .	21
6.2 Databehandling . . . . .	22
6.2.1 Koincidens . . . . .	22
6.2.2 Detektoreffekter . . . . .	23
6.3 Resultater . . . . .	24
6.3.1 Energispektrum . . . . .	24
6.3.2 Dalitzplots . . . . .	27
6.4 Resultater . . . . .	29
<b>7 Samlet konklusion</b>	<b>31</b>
<b>Litteratur</b>	<b>33</b>



# 1 | Indledning

På baggrund af en stribe artikler udgivet af Cockcroft og Walton fra 1930 og fremefter [2] beskrev Oliphant og Rutherford i deres artikel, "Transmutations of Elements by Protons" fra 1933 [3], deres udkast til en forbedret partikelaccelerator. Disse accelerators muliggjorde udforskning af nye områder inden for kernefysikken, da det var muligt at opnå intensiteter svarende til 180 g rent radium, hvilket tidligere havde været en af de primære kilder til energirige partikler.

I denne artikel studerer Oliphant og Rutherford bl.a. spredning af protoner på  $^{11}\text{B}$  og ud fra en simpel model viser de, at de eksperimentelle data er i overensstemmelse med, at  $^{12}\text{C}$  henfalder til tre  $\alpha$ -partikler. Deres eksperimentelle data er ikke følsomme over for den specifikke henfaldsproces, hvilket de selv påpeger.

Forståelse af denne proces er relevant, da den giver information om trippel- $\alpha$  processen  $3\alpha \rightarrow ^{12}\text{C}$  i stjerner. Kort sagt kan  $^{12}\text{C}$  henfalde enten direkte til tre  $\alpha$ -partikler eller via en tilstand i  $^8\text{Be}$ . Dette kræver præcisionsmålinger, der ikke var mulige med datidens eksperimentelle udstyr. Udvikling inden for faststoffysik gav nye detektortyper, som tillod at måle energien med større præcision. Disse detektorer udspænder kun en lille rumvinkel, så det er nødvendigt at benytte flere detektorer og at flytte disse rundt for at opnå stor dækning, hvilket er en meget tidskrævende proces. Denne viden kan også benyttes til mere jordnære formål, da  $p + ^{11}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}$  er en mulig kandidat til en fusionproces, der ikke frigiver neutroner [4].

Den opstilling, som benyttes her i projektet, er en del af LOBENA-projektet. Her benyttes i stedet store segmenterede faststofdetektorer, hvilket muliggør detektion af energi og position samtidig med, at en stor rumvinkel dækkes. Formålet med LOBENA er at studere kernestrukturen af  $^8\text{Be}$ ,  $^{12}\text{C}$  og  $^{16}\text{O}$  ved at populære tilstande i disse grundstoffer og studere henfaldsprodukterne. Her søges bl.a. efter en  $2^+$  resonans i  $^{12}\text{C}$ , som blev forudsagt i 1956, men det er stadig ikke afgjort, hvorvidt denne eksisterer.

Jeg blev tilknyttet projektet, da disse detektorer lige var blevet installeret og denne rapport vil derfor først omhandle processen med at forstå detektorerne med henblik på at foretage en kalibrering. Kalibreringen benyttes i analysen af de eksperimentelle data for  $^{12}\text{C}$  til at bestemme  $\alpha$ -spektret og såkaldte Dalitzplot, der grafisk illustrerer systemets vekselvirkninger. På baggrund af disse argumenteres for henfaldsprocessen af  $^{12}\text{C}$ .

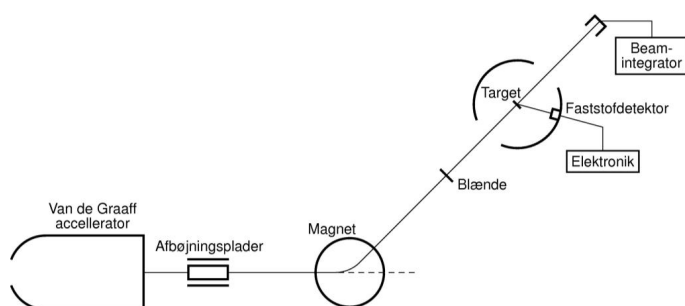
Rapporten starter med en beskrivelse af den eksperimentelle opstilling og det eksperimentelle og analytiske arbejde. Dernæst følger et kapitel, hvor kalibreringen af udstyret gennemgås. I det følgende kapitel verificeres kalibreringen. Til sidst kommer analysen af de eksperimentelle resultater.





## 2 | Opstilling

En stråle af protoner accelereres op til den ønskede energi med en 5 MV Van de Graaff accelerator. Strålen afbøjes med en elektromagnet og sendes ind i strålerøret, hvor den først passerer gennem et hul i midten af den ene detektor. En del af strålen vil kollidere med et  $20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$   $^{11}\text{B}$ -folie placeret på  $4 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  kulstof bagbeklædning. Den resterende del af strålen vil passere videre gennem strålerøret, hvor den igen vil passere gennem en anden detektor for at ende i et Faradaybæger. Opstillingen er skitseret på figur 2.1.

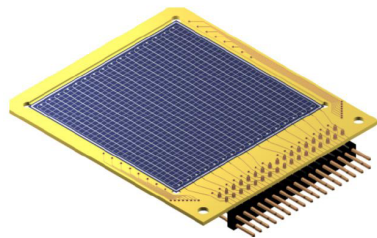


Figur 2.1: Skematisk tegning af opstillingen. Figuren er lånt fra [5].

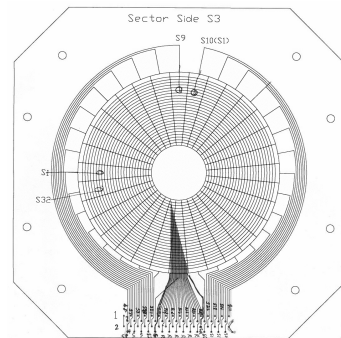
Detektorsystemet består af to cirkulære dobbeltsidede silicium strip detektorer (DSSSD) af typen S3 fra Micron Semiconductors Limited [6]. Disse fungerer på samme måde som almindelige faststofdetektorer og en skematisk tegning af detektoren ses på figur 2.2. Fordelen ved disse detektorer er opdelingen af forsiden og bagsiden i et antal områder, kaldet strips. Hermed er det muligt at optage et positionsfølsomt spektrum af partiklerne. Bagsiden er opdelt i 32 radiale sektorer. Forsiden er opdelt i en række ringe, der hver er  $886 \mu\text{m}$  tykke og adskilles af et  $100 \mu\text{m}$  isolerende område.

Den første detektor, som strålen passerer igennem, vil blive omtalt som detektor 4 og den udspænder polarvinklerne, målt ifht. strålerøret, fra  $141^\circ$  til  $165^\circ$ . Den anden detektor benævnes med detektor 3 og den udspænder fra  $15^\circ$  til  $40^\circ$ . Placeringen af de enkelte detektorer er skitseret på figur 2.3a.

På begge sider er der endvidere placeret to W1 DSSSD detektorer, også fra Micron [7]. Disse dektorer er firkantede og det aktive område måler  $49.5 \text{ mm} \times 49.5 \text{ mm}$ . De to sider er opdelt i 16 strips af  $3 \text{ mm}$  adskilt af et  $0.1 \text{ mm}$  isolerende område. Strips'ne på forsiden og bagsiden er placeret vinkelret i forhold til hinanden, hvorfor dektorerne også er positionsfølsomme i to dimensioner med en pixelstørrelse på  $9 \text{ mm}^2$ . Detektoren til venstre, set ned langs strålerøret, kaldes detektor 1 og udspænder vinklerne  $62^\circ$  til  $117^\circ$ .



(a) W1 dektoren med 16 vertikale og horisontale sektorer.

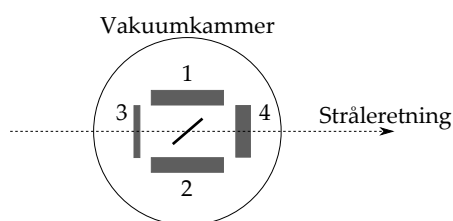


(b) S3 dektoren med 24 ringe og 32 sektorer.

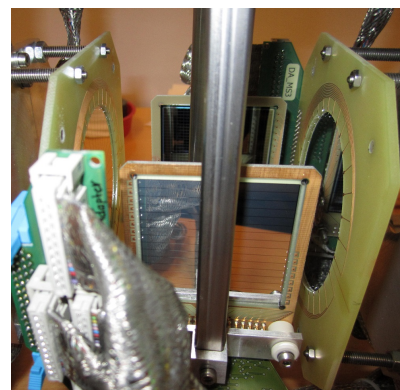
Figur 2.2: Skematisk tegning af de to dektortyper. Bemærk at de forskellige sektortyper er placeret på hver sin side af dektoren.

Den til højre betegnes detektor 2 og udspænder  $64^\circ$  til  $115^\circ$ . På figur 2.3b ses et billede af dektorsystemet.

Detektorerne er forbundet til en forforstærker, der er placeret nær dektoren for at undgå støj. Signalet fra disse er ført videre til en analog-til-digital konverter (ADK) som til sidst er ført til computeren. Endvidere er signalerne ført ind i et logisk kredsløb. Udgangssignalet fra denne bruges som trigger-signal til ADK'erne, som så åbnes i  $1.4 \mu\text{s}$ . Detektionerne inden for denne tid kaldes samlet en hændelse og når tiden er ovre, foretages konverteringen og mens denne foregår, kan der ikke foretages nye detektioner. Det logiske kredsløb har to indstillinger: OG og ELLER. Er den indstillet på OG, skal der være signal i mindst to forskellige detektorer før der kommer et udgangssignal, hvor der ved ELLER kun skal være signal i en enkelt. Dette gør det muligt at grovsortere således, at de fleste Rutherfordspredte protoner ikke medtages i det endelige datasæt.



(a)



(b)

Figur 2.3

## 3 | Det eksperimentelle arbejde

Det eksperimentelle arbejde begyndte i januar 2013. På dette tidspunkt var kun de to S3 detektorer monteret. Her blev foretaget målinger med protonenergier mellem 0.5 og 2.4 MeV, hvor det logiske kredsløb var indstillet til både OG og ELLER. Dette gav mulighed for at undersøge både Rutherfordspredning og  $\alpha$ -henfald. Detektionsraten, når det logiske kredsløb var indstillet på ELLER, var mellem 10 og 20 kHz. Af disse blev cirka 20% afvist, da de ankom, mens analog-til-digital konverteringen var i gang. Med det logiske kredsløb indstillet til OG blev ingen hændelser afvist, da detektionsraten kun var omkring 200 Hz. Sandsynligheden for, at  $\alpha$ -partikler blev afvist, fordi ADK'en var optaget, var derfor meget mindre.

Til at foretage en kalibrering mellem energi og kanalnumre blev der benyttet tre  $\alpha$ -kilder. Det viste sig dog hurtigt, at der var problemer med kalibreringen. Hvis der blev benyttet 2 MeV protoner, forekom den tilsvarende Rutherfordtop i spektret for den inderste ring i detektor 4 ved 2.6 MeV. Forklaringen på dette var, at detektorerne havde et inaktivt område, et såkaldt dødlag, hvor partiklerne tabte energi, før de blev detekteret. Fordi kalibreringskilden var en  $\alpha$ -kilde og stoppeevnen af disse er større end protoners, blev der overkompenseret for dødlaget.

På baggrund af denne observation blev der foretaget nye målinger med kalibreringskilden, så tykkelsen af det inaktive område kunne fastslås. Selve proceduren findes i kapitel 4. Resultatet af målingerne viste, at dødlaget på den side af detektorerne, der hidtil havde vendt ind mod foliet, var væsentligt tykkere end det på bagsiden af detektorerne.

For at mindske usikkerheden blev detektorerne roteret og kalibreret, hvor der blev taget hensyn til dødlaget. I mellemtiden var de to W1 detektorer også blevet tilføjet. Kalibreringerne af alle detektorerne bliver verificeret i kapitel 5. De originale data blev kasseret og nye målinger ved 2, 2.37 og 2.65 MeV blev foretaget. Disse nye data blev alle indsamlet med det logiske kredsløb indstillet til OG og over et længere tidsrum for at øge datamængden. Den eneste ulempe var, at der ikke blev foretaget målinger over et ligeså bredt energiinterval. Analysen af disse data findes i kapitel 6.

### 3.1 Analysearbejdet

Til analysearbejdet blev analyseværktøjet ROOT benyttet. ROOT er udviklet på CERN og er en række udvidelser til programmeringssproget C++. De

rå datafiler blev konverteret til en ROOT specifik datastruktur, kaldet et ROOT-træ. Indlæsning af data foregår med en standardalgoritme og foregår en hændelse ad gangen. For hver hændelse registreres for hver detektor antal detektioner i forsiden og bagsiden af detektoren, de ramte strips samt kanalnummeret for de enkelte detektioner. Opgaven var at rekonstruere de fysiske begivenheder ud fra disse tal.

Først og fremmest er det nødvendigt at foretage en kalibrering for hver enkelt strip, så kanalnumrene kan oversættes til kinetisk energi. Endvidere kan både azimuth- og polarvinklen rekonstrueres ud fra den ramte for- og bagstrip. Dette gøres ud fra både detektortypen og afstanden til detektoren. Det er ikke muligt at bestemme afstanden til detektorerne med stor nøjagtighed, da opstillingen er meget kompakt og detektorerne skrøbelige. Derfor var det nødvendigt at justere parametererne for placeringen af de forskellige detektorer indtil resultaterne var selvkonsistente samt konsistent med veletableret fysik, såsom energiens vinkelafhængighed for Rutherfordspredte protoner. Dette er beskrevet i kapitel 5.

For hver hændelse blev energien og vinklerne af de enkelte partikler beregnet. Resultaterne i dette projekt er fundet ved kombinere disse informationer som beskrevet i hhv. afsnit 5.2 og 6.2.

Koden brugt til analysen er skrevet fra bunden i løbet af projektet.

## 4 | Kalibrering

For at kunne oversætte mellem udstyrets kanalnummer og en given energi skulle der foretages en kalibrering. Til dette formål blev der benyttet en kilde, der bestod af tre  $\alpha$ -kilder:  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{239}\text{Pu}$  og  $^{244}\text{Cm}$ .

Da forstærkningen er indstillet forskelligt i de enkelte strips og sektorer, er det nødvendigt at kalibrere dem enkeltvis. Linierne er skarpt adskilte og kalibreringen kan udføres ved at fitte lineært til de pågældende centroid værdier.

Det skulle dog vise sig at være mere vanskeligt end først antaget, da detektoren havde et inaktivt område, der blot bremsede partiklen uden at registrere energien. Dødlaget havde en tykkelse  $\Delta x$  på et par mikrometer, hvilket er illustreret på figur 4.1.

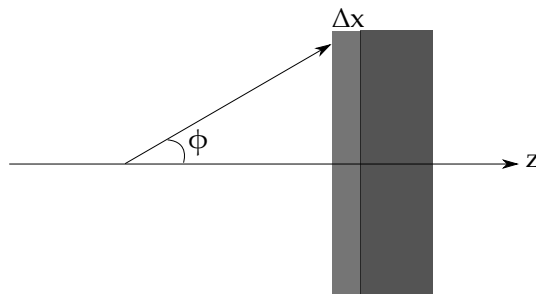
Dødlaget har den effekt, at partikler, der rammer længere ude på detektoren, vil miste mere energi end dem, der rammer de inderste strips, da de skal igennem en større vejlængde i dødlaget.

De relevante størrelser er den målte energi  $E_0$ , energien før dødlaget  $E$  og vinklen  $\phi$  mellem partiklens hastighed og detektorens normal. Ud fra nogle enkelte geometriske betragtninger kan et udtryk for  $E$  opskrives

$$E = E_0 + \frac{dE}{dx} \frac{\Delta x}{\cos \phi}. \quad (4.1)$$

Det sidste led er energitabet i dødlaget, som afhænger af materialets stoppeevne  $\frac{dE}{dx}$ . Denne antages at være konstant gennem dødlaget.

Det skal bemærkes, at dette er en approksimation, da producenten har oplyst, at dødlaget består både af aluminium og silicium. Disse grundstoffer er hhv. nummer 13 og 14 i det periodiske system, så er deres stoppeevne er stort set ens og dødlaget approksimeres derfor til et enkelt lag silicium.



Figur 4.1: Skematisk tegning af S3 dektoren med et dødlag.

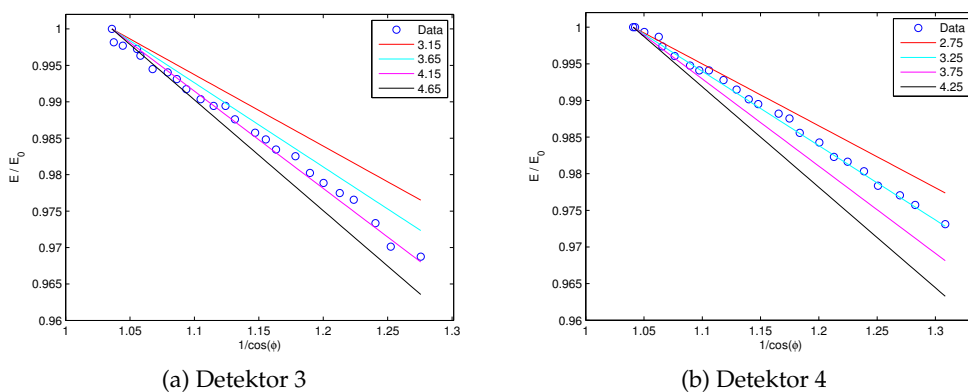
## 4.1 Estimering af dødlagets tykkelse

For at kunne bestemme tykkelsen af dødlaget er det nødvendigt at kende energien ved forskellige vinkler, men som tidligere nævnt er forstærkningen indstillet forskelligt i ringene.

Løsningen på dette er at udvælge en radial sektor. Hver gang denne sektor bliver ramt, findes den tilsvarende cirkulære strip. Kriteriet for dette er, at kanalnummerne stemmer overens inden for en vis tolerance. Dermed er det muligt at bestemme spektret for de enkelte cirkulære strips udtrykt i kanalnummeret for den radiale sektor og derfor er der ingen forstærkning at tage højde for i spektrene.

I alle disse spektre bestemmes centroidværdien af  $^{239}\text{Pu}$  toppen. Centroidværdien normaliseres til kanalnummeret i strip 1 og plottes som funktion af  $1/\cos\phi$ . Ud over dette er ligning (4.1) også plottet for forskellige tykkelser. Disse er normaliseret til det teoretiske udtryk for strip 1. Stoppeevnen er taget fra [8].

Det er ikke muligt at lave et fit til data med  $\Delta x$  som en fri parameter, så tykkelsen af dødlaget er vurderet ud fra de teoretiske kurver, som er plottet på figur 4.2. Data er konsistent med en tykkelse på hhv.  $(3.3 \pm 0.5) \mu\text{m}$  og  $(4.2 \pm 0.5) \mu\text{m}$  for detektor 4 og 3. En tilsvarende analyse er foretaget med S3 detektorerne roteret  $180^\circ$ . Her er resultatet, at dødlaget var væsentlig mindre; blot  $(0.6 \pm 0.1) \mu\text{m}$ .



Figur 4.2: De normaliserede energier som funktion af  $1/\cos\phi$ . Kurverne angiver det teoretiske udtryk givet i ligning (4.1) og er plottet for forskellige tykkelser.

## 4.2 Kalibreringsalgoritmen

Når tykkelsen er kendt, kan den målte energi  $E_0$  bestemmes. Dermed kan vores detektorer kalibreres. Under databehandlingen er det nødvendigt at

bestemme energitabet for hver enkelt hændelse, da energitabet afhænger af både indgangsenergien og partikeltypen.

For energier, hvor stoppeevnen er stor, vil det give anledning til fejl, hvis energitabet anses som konstant hele vejen igennem materialet. Det samlede tab skal derfor udregnes ved integration og i stedet benyttes middelværdien for en partikel i et givent materiale. Ækvivalent til ligning (4.1) kan den samlede rækkevidde skrives som

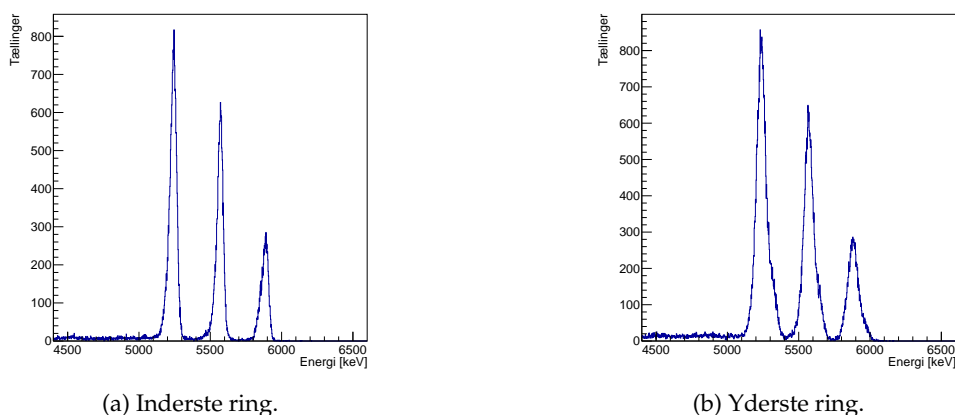
$$R(E) = R(E_0) + \frac{\Delta x}{\cos \phi}. \quad (4.2)$$

Rækkevidden som funktion af energien er også tabuleret i [8]. For en given hændelse blev  $R(E_0)$  bestemt ved lineær interpolation mellem de to nærmeste tabulerede værdier. Til dette adderes tykkelsen af dødlaget, hvor der blev taget højde for vinklen. Den samme tabel blev også benyttet den modsatte vej, hvor energien blev bestemt ud fra den samlede rækkevidde. Der blev igen benyttet lineær interpolation.

Denne algoritme er anvendt til at lave figur 4.3, der viser det kalibrerede spektrum i hhv. den inderste og yderste ring i detektor 3.

### 4.3 Resultater

I dette kapitel er der fremlagt data, der indikerer, at S3 detektorerne har et dødlag. På baggrund af denne observation er der fremlagt en metode til at estimere tykkelsen af dødlagene. Med denne metode blev det etableret, at dødlaget på bagsiden af detektorerne var 6-7 gange mindre end forsiden og data i resten af rapporten vil være med detektorerne roteret  $180^\circ$ . Desuden er der også præsenteret en kalibreringsalgoritme, der korrigerer for dødlaget. At algoritmen virker efter hensigten vil blive verificeret i næste afsnit.



Figur 4.3: Energispektrum for henfaldskilden for detektor 3 med forsiden vendt mod kilden. Her er antaget, at dødlaget er  $4.2 \mu\text{m}$ .





## 5 | Kinematiske kurver

I dette afsnit udledes og præsenteres de kinematiske kurver, dvs. energien som funktion af vinklen, for hhv. Rutherfordspredning og  $\alpha$ -partiklen frigivet ved processen  $^{12}\text{C}^* \rightarrow ^8\text{Be} + \alpha$ . Disse kurver kan ekstraheres fra data ved brug af kalibreringsalgoritmen beskrevet i afsnit 4.2 og benyttes til at vise overensstemmelse mellem kalibreringen og teorien.

### 5.1 Teori

Figur 5.1 skitserer den generelle spredningsproces

$$b + t \rightarrow b' + t'. \quad (5.1)$$

Den kinetiske energi af den udkommende partikel  $b'$  i laboratoriesystemet (LAB) er givet ved

$$T_{b'} = \frac{1}{2} m_{b'} V_{b'}^2 = \frac{1}{2} m_{b'} (V_{CM}^2 + V_{b'}'^2 + 2V_{CM} V_{b'}' \cos \theta'), \quad (5.2)$$

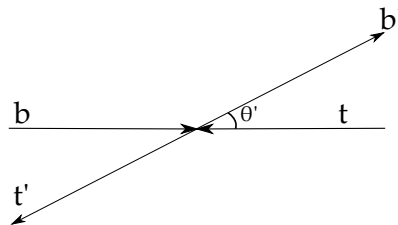
hvor  $V'$  angiver hastigheder i massemidtpunktssystemet (CM) og  $\theta'$  vinklen mellem  $b'$  og  $t$ .

Begrænser man sig til at se på Rutherfordspredning svarende til at  $t' = t$  og  $b' = b$ , så må  $V_{b'}' = V_b'$ , da Coulombkraften er konservativ. Denne kan bestemmes ud fra energien af strålen  $T_b$

$$V_b' = \frac{\mu}{m_b} V_b = \frac{m_t}{m_t + m_b} \sqrt{\frac{2T_b}{m_b}}, \quad (5.3)$$

hvor  $\mu$  betegner den reducerede masse. Indsættes denne i ligning (5.2) kan energien udtrykkes ved kun én fri variabel

$$T_b = T_b \frac{m_b}{(m_t + m_b)^2} \left( m_b + \frac{m_t^2}{m_b} + 2m_t \cos \theta' \right). \quad (5.4)$$



Figur 5.1: Principskitse af impulserne i spredningsprocessen  $b + t \rightarrow b' + t'$  set fra massemidtpunktssystemet.

Rutherfordspredning i LAB-systemet vil derfor give anledning til et kontinuert spektrum givet ved ligning (5.4). I CM er energien bestemt af energi- og impulsbevarelse og givet ved ligning (5.3).

I det generelle tilfælde er det ikke så ligetil. Her udnyttes, at i CM skal  $\mathbf{p}_{t'} + \mathbf{p}_{b'} = \mathbf{0}$ . Endvidere skal den samlede energi af  $b'$  og  $t'$  være lig energien  $E_{CM}$ , som ikke er bundet i massemidtpunktets bevægelse. Kombinerer man dette med ligning (5.3), får man

$$V_{b'}^2 = \frac{2E_{CM}}{m_{b'}(1 + \frac{m_{b'}}{m_{t'}})}. \quad (5.5)$$

Indsættes dette i ligning (5.2) er det muligt at bestemme energien af  $b'$  i LAB-systemet ud fra  $\theta'$

$$T_{b'} = m_{b'} \left( T_b \frac{m_b}{(m_t + m_b)^2} + \frac{E_{CM}}{m_{b'}(1 + \frac{m_{b'}}{m_{t'}})} + 2\sqrt{T_b E_{CM} \frac{m_b}{m_{b'}}} \left[ (m_t + m_b) \left( 1 + \frac{m_{b'}}{m_{t'}} \right)^{1/2} \right]^{-1} \cos \theta' \right). \quad (5.6)$$

Som ved Rutherfordspredning giver denne proces også anledning til et kontinuum i LAB-systemet og en veldefineret energi i CM.

## 5.2 Data og databehandling

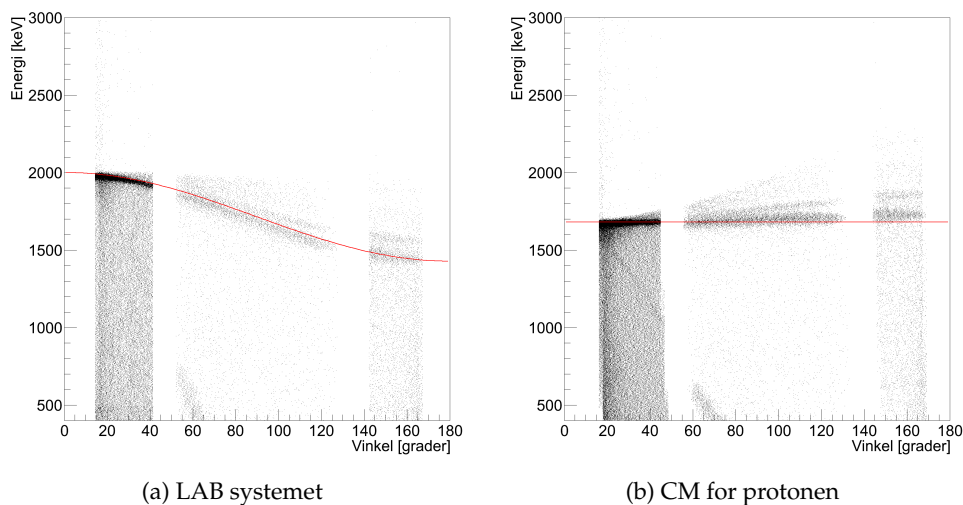
Databehandlingen af dette forsøg er simpel. For hver detekteret partikel bestemmes polarvinklen ud fra hvilken detektor og forstrip, der rammes. For de firkantede detektorer er det også nødvendigt at bestemme bagstrippen. Her findes den bagstrip, hvor energiforskellen er mindst mulig. Detektionen afvises, hvis forskellen er større end 100 keV. Energien og polarvinklen tilføjes til et 2D-histogram.

### 5.2.1 Tyndt folie

For at undgå andre processer end Rutherfordspredning er her benyttet et  $4 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  kulstoffolie. Resultatet ses på figur 5.2, hvor rækkevidden for protoner er anvendt. Som forventet fra teorien afhænger energien af den spredte proton af spredningsvinklen og udgør et kontinuum i LAB-systemet.

Figur 5.2b viser det tilsvarende data, hvor der er transformeret til CM for protonen. Dette viser, hvorledes energien af den udgående proton i CM med god tilnærmelse er en konstant. De små usikkerheder for de runde detektorer skyldes primært usikkerheder på detektorernes positioner.

Det lader også til, at energien fra de firkantede detektorer ligger en smule under kurven. Det kan skyldes, at disse har et lille dødlag, der skal tages højde for. Dette er der dog ikke gjort i denne opgave.



Figur 5.2: Antal tællinger som funktion af energi og vinkel for spredning af protoner på kulstof. Den røde linie er ligning (5.4) med  $m_t = m_{12\text{C}}$ . Fra venstre mod højre ses data fra detektor 4, 1 og 3. Større tæthed angiver højere antal tællinger.

Data viser endvidere, at foliet ikke kun består af  $^{12}\text{C}$ , men også af andre grundstoffer.

Her er både tale om et enkelt let grundstof, der ses under den røde linie samt tungere grundstoffer over linien. Disse fordeler sig således, da de lette grundstoffer får en højere rekylenergi ved sammenstød med protonen. Dette kan muligvis skyldes vand på foliet.

### 5.2.2 $^{11}\text{B}$ folie

Her ses på data fra protonbeskydning af det  $^{11}\text{B}$ -folie, som er benyttet gennem resten af eksperimentet. Her forventes ud over Rutherfordspredning også reaktionen  $p + ^{11}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}^*$ . Dette kulstof er ustabil og vil henfalde igen. I kapitel 6 vil der blive redegjort for henfaldsprocessen i detaljer, specifikt udledes i afsnit 6.1.3 et udtryk for energien i CM

$$E_{\text{CM}} = \frac{11}{12}T_p + Q = \frac{11}{12}T_p + m_p + m_{11\text{B}} - m_\alpha - m_{8\text{Be}}, \quad (5.7)$$

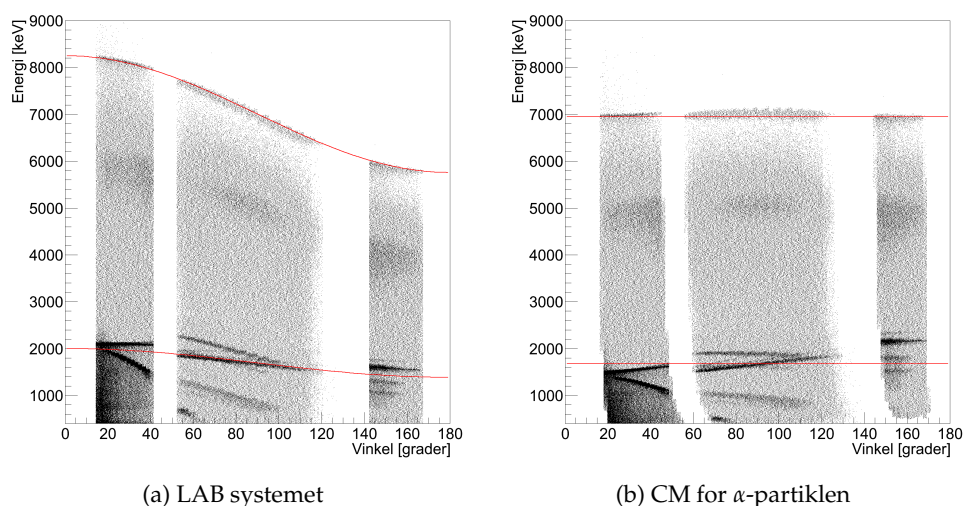
hvor det første led følger af  $V_{\text{CM}} = \mu V_b / m_b$ .

Figur 5.3 viser data og den teoretiske kurve givet ved ligning (5.6). Her er anvendt rækkevidden for  $\alpha$ -partikler, hvilket er årsagen til, at Rutherfordlinien passer så dårligt. Rutherfordlinien i de runde detektorer krummer opad mod områderne svarende til store detektorvinkler. Dette skyldes overkompensation

for dødlaget. Den samme effekt ses også i  $\alpha$ -linien i CM, hvilket tyder på, at dødlaget er tyndere end de estimerede  $0.6\ \mu\text{m}$ .

På trods af disse små effekter stemmer spektret fint overens med de kinematiske kurver, hvilket indikerer, at  $^{12}\text{C}^*$  kan foretage  $\alpha$ -henfald.

Det noteres, at  $^{11}\text{B}$  foliet indeholder flere urenheder end bagbeklædningen.



Figur 5.3: Antal tællinger som funktion af energi og vinkel for spredning af protoner på  $^8\text{Be}$ . Den øverste røde linie er ligning (5.6) og den nederste er ligning (5.4). I begge tilfælde er  $m_t = m_{^{11}\text{B}}$ . Fra venstre mod højre ses data fra detektor 4, 1 og 3. Større densitet angiver højere antal tællinger.

### 5.3 Resultater

Det er vist, at de eksperimentielt opnåede kinematiske kurver stemmer godt overens med de teoretiske. Der er observeret afvigelser, der indikerer, at tykkelsen af dødlaget for S3 detektorerne er overvurderet en smule og W1 detektorerne muligvis har et lille dødlag. Størrelsen af disse afvigelser er dog små. Kalibreringen kan derfor benyttes til den videre analyse.

## 6 | Henfaldprocessen af $^{12}\text{C}$

I dette afsnit præsenteres den generelle teori for hhv. to- og tre-partikelhenfald. På baggrund af teorien argumenteres for den sekventielle henfaldsmodel, som en måde at inkludere  $\alpha$ - $\alpha$  vekselvirkninger i henfaldet. Dernæst præsenteres Dalitzplottet som et værktøj til at identificere resonanser og der redegøres for generelle egenskaber ved Dalitzplottet. Til sidst præsenteres de eksperimentelle data.

### 6.1 Teoretisk baggrund

For et henfald, hvor moderkernen deles i to, et såkaldt to-partikelhenfald  $M \rightarrow a + b$ , er der otte frihedsgrader - to impulsvektorer, hver med tre komponenter, samt to energier. Disse størrelser er underlagt bevarelseslovene for energi og impuls, hvilket reducerer antallet af frihedsgrader til nul. I et energispektrum vil et sådant henfald give anledning til to toppe. Energiene af disse i massemidtpunktssystemet for moderkernen er givet ved

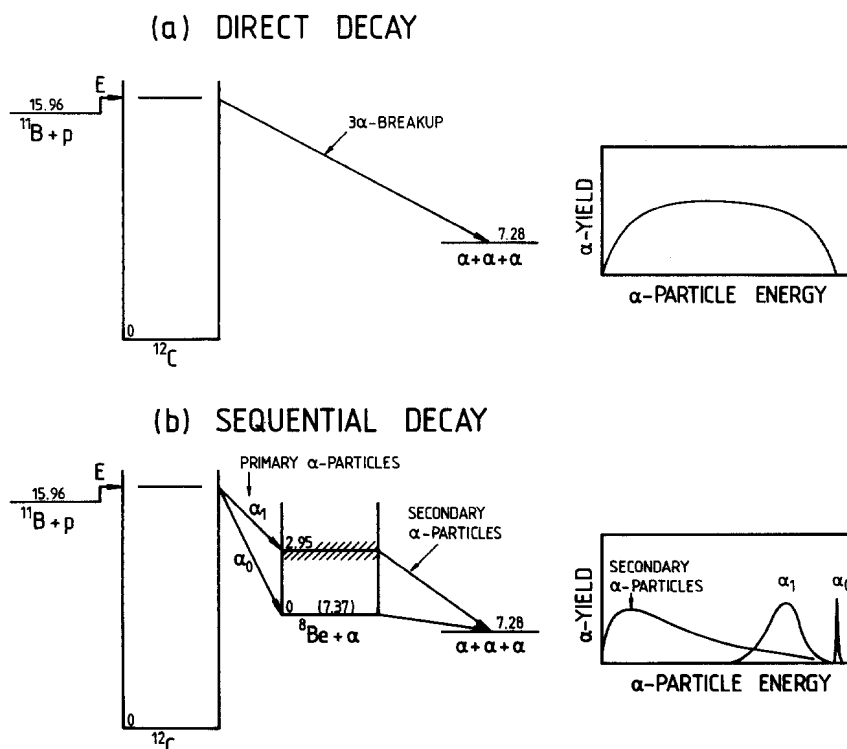
$$T_a = \frac{m_b}{m_a + m_b} Q, \quad T_b = \frac{m_a}{m_a + m_b} Q. \quad (6.1)$$

Tre-partikelhenfaldet,  $M \rightarrow a + b + c$ , har derimod 12 frihedsgrader - ni fra impuls og tre fra energi. Dette kan reduceres ved at overveje følgende; henfaldet foregår i ét plan, så  $p_{i,z}$  kan sættes lig nul. Dette fjerner tre frihedsgrader. Energi- og impulsbevarelse eliminerer tilsammen tre frihedsgrader. Energi-impuls relationen,  $E^2 = p^2 + m^2$ , anvendt for hver enkelt datterkerne begrænser også tre frihedsgrader. En rotation i xy-planet ændrer ikke systemet, hvilket fjerner én enkelt frihedsgrad. Antallet af frihedsgrader kan dermed reduceres til to, hvilket betyder, at systemets tilstand afgøres af dynamikken, dvs. vekselvirkninger i systemet.

Henfalder  $^{12}\text{C}$ -kernen direkte til tre ikke-vekselvirkende  $\alpha$ -partikler, vil energispektret pga. de to frihedsgrader udgøre et kontinuum af energier. Denne proces kaldes direkte henfald og er skitseret på figur 6.1a.

#### 6.1.1 Sekventielt henfald

En anden mulighed for tre-partikelhenfald er to på hinanden følgende to-partikelhenfald. Dette benævnes sekventielt henfald. I tilfældet med  $^{12}\text{C}$  henfalder den først til en tilstand i  $^8\text{Be}$  under udsendelse af en  $\alpha$ -partikel. Modsat det direkte henfald, som negligerer vekselvirkninger mellem henfaldsprodukterne, svarer det sekventielle henfald til kraftig vekselvirkning mellem

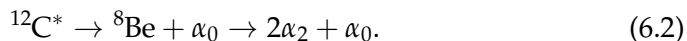


Figur 6.1: Energidiagram for henfaldsprocessen af  $^{12}\text{C}$  skitseret for hhv. (a) direkte henfald og (b) sekventielt henfald. Figuren er lånt fra [4].

to af de tre  $\alpha$ -kerner. Berylliumkernen vil derefter henfalde til to sekundære  $\alpha$ -partikler.

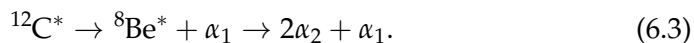
Det effektive antal frihedsgrader er det samme som for det direkte henfald på trods af, at sekventielt henfald blot er to to-partikelhenfald. Dette skyldes, at massemidt punktssystemet for de to henfald er forskellige. Set fra CM for det ene henfald vil det sekventielle henfald give anledning til en top og et kontinuum.

Den sekventielle henfaldsproces er illustreret på figur 6.1b og tages der udgangspunkt i CM for moderkernen, vil det sekventielle henfald af  $^{12}\text{C}$  give anledning til en smal top ved energien svarende til henfald via grundtilstanden af  $^8\text{Be}$



Selvom  $^8\text{Be}$  er ustabil, er grundtilstanden stadig ret smal med en bredde på kun 6.8 eV [1] og derfor vil bredden af toppen primært skyldes detektorens opløsningsevne, som er 20 keV FWHM.

Ved de anvendte protonenergier er der endvidere mulighed for at henfalde til den første exciterede tilstand i  $^8\text{Be}$ , der ligger 2.95 MeV over grundtilstanden



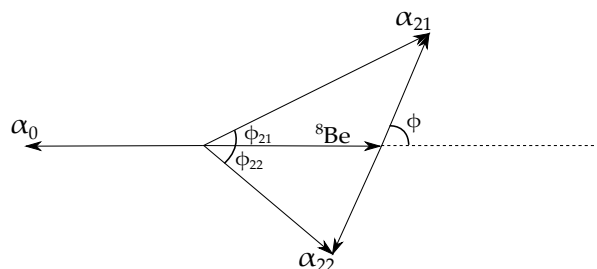
Bredden af denne top afgøres primært af bredden af  $^8\text{Be}$  tilstanden, som er 1.5 MeV. Toppen vil derfor approksimativt svare til en Breit-Wigner fordeling [9, s. 26], som er væsentligt breddere end den tilsvarende for  $\alpha_0$  samt ligger ved lavere energi.

Der ligger endnu en tilstand 11.35 MeV over grundtilstanden. Sandsynligheden for at populere denne er dog forsvindende lille ved de protonenergier, der benyttes.

Idet begge berylliumtilstande er ustabile vil der pga. den korte levetid, forekomme endnu et henfald udmiddelbart efter. Dette vil give anledning til to sekundære  $\alpha$ -partikler, hhv.  $\alpha_{21}$  og  $\alpha_{22}$ . Energien af disse kan bestemmes ud fra følgende kinematiske overvejelser.

### Kinematik

En skitse af situationen efter det sekundære henfald ses på figur 6.2.



Figur 6.2: Skitse af situationen af det sekundære henfald. Vektorerne angiver hastighederne.  $\phi$  er vinklen mellem hastigheden af  $^8\text{Be}$  og de sekundære  $\alpha$ -partikler i CM for  $^8\text{Be}$ .  $\phi_{2i}$  er de tilsvarende vinkler i LAB-systemet.

I massemidtpunktssystemet følger af energi- og impulsbevarelse, at energien af de to primære henfaldsprodukter er givet ved ligning (6.1)

$$E_{\alpha_0} = \frac{2}{3}Q_1 \quad E_{\text{Be}} = \frac{1}{3}Q_1, \quad (6.4)$$

hvor  $Q_1$  er den frigivne energi ved det primære henfald  $^{12}\text{C} \rightarrow \alpha + ^8\text{Be}$ . Grundet impulsbevarelse skal de to sekundære  $\alpha$ 'er have lige stor og modsatrettet impuls i CM for beryllium. Deres hastighed vil danne en vinkel  $\phi$  i forhold til berylliumkernens hastighed. Energien af de to er givet ved

$$E'_{\alpha_2} = \frac{1}{2}Q_2, \quad (6.5)$$

hvor  $Q_2$  er den frigivne energi for det sekundære henfald. Hermed ses tydeligt, at i CM er energien af de sekundære partikler konstant uanset vinklen.

De tilsvarende størrelser i LAB systemet kan bestemmes ved at tage højde for tyngdepunktets bevægelse, som svarer til berylliumkernens bevægelse

$$\begin{aligned} E_{\alpha_2} &= \frac{1}{2}m_{\alpha}(V_{\text{Be}}^2 + V_{\alpha}^2 + 2V_{\text{Be}}V_{\alpha}\cos\phi) \\ &= \frac{Q_1}{6} + \frac{Q_2}{2} + \sqrt{\frac{Q_1Q_2}{3}}\cos\phi, \end{aligned} \quad (6.6)$$

hvor der er anvendt approksimationen  $m_{\text{Be}} = 2m_{\alpha}$  og det bemærkes at  $\phi \leq 0$  for  $\alpha_{22}$ .

Ud fra dette ses, at energien af de to sekundære  $\alpha$ -partikler vil udgøre et kontinuum inden for intervallet  $E_{\alpha_2} = E_0 \pm \Delta E$ .

For en stråle af protoner med 2 MeV energi vil  $\alpha$ -partikler fra henfald til grundtilstanden have energier mellem ca. 1.2 MeV og 2.35 MeV, mens henfald til den exciterede tilstand giver anledning til energier mellem 14 keV og 5.5 MeV, hvis middelen energien af den første exciterede tilstand benyttes.

Den præcise fordeling vil afhænge af distributionen af  $\cos\phi$ , hvilket er bestemt af de populære tilstandes impulsmoment.

Endvidere er det muligt at bestemme vinklen i LAB-systemet ud fra vinklen i CM og Q-værdierne. Dette kan udledes trigonometrisk ud fra figur 6.2, men er ikke medtaget her. Resultatet af dette er

$$\tan\phi_{2i} = \frac{\sin\phi}{\sqrt{\frac{Q_1}{3Q_2}} \pm \cos\phi}, \quad (6.7)$$

hvor den positive løsning er for  $\alpha_{21}$ . Som forventet fremkommer den maksimale vinkel, når CM-vinklen er  $90^\circ$ , svarende til, at al energien tilføres den transversale bevægelse.

### 6.1.2 Dalitzplottet

Som nævnt i starten af kapitlet afhænger energien af datterkernerne i tre-partikelhenfaldet af dynamikken i systemet. Derfor indføres Dalitzplottet, som grafisk illustrerer dynamikken.

#### Teoretisk baggrund

Fermis gyldne regel angiver raten af et givent henfald [10, s. 16]

$$W = 2\pi|M_{fi}|^2\rho, \quad (6.8)$$

hvor  $\rho$  er tilstandstætheden eller faserumsvolumen af slutttilstanden.  $M_{fi}$  kaldes matricelementet og er et mål for koblingen mellem start- og slutttilstanden. Ser man bort fra den rumlige orientering og udnytter, at  $T_1 + T_2 + T_3 = Q$ , kan



sluttilstanden beskrives ved kun to variable  $T_1$  og  $T_2$ . Med denne begrænsning er det muligt at vise følgende for henfaldssandsynligheden  $\zeta$  [11]

$$\frac{d\zeta}{dT_1 dT_2} \propto |M_{fi}|^2. \quad (6.9)$$

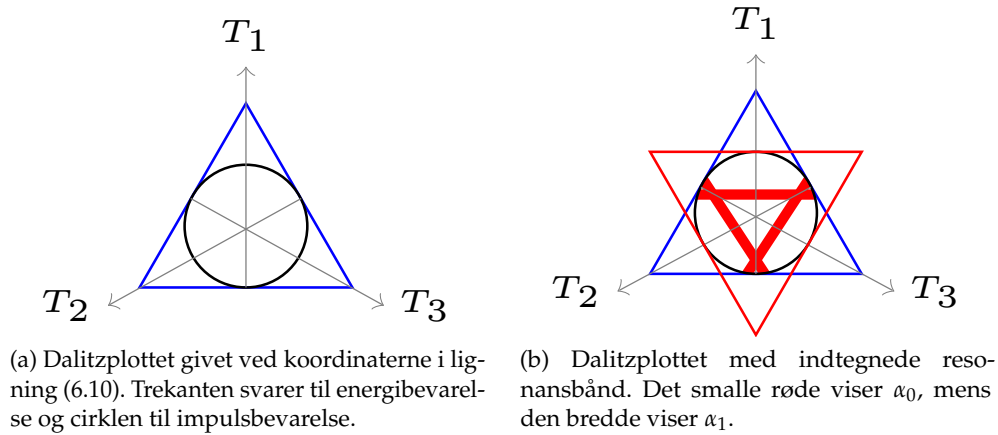
Sandsynlighedsfordelingen af  $\zeta$  i forhold til de kinetiske energier er dermed et direkte mål for kvadratet af matrixelementet.

Idet henfaldssandsynligheden er proportional med antal henfald, kan denne visualiseres grafisk. Et godt valg af koordinater kan findes, hvis man tager udgangspunkt i, at sluttilstanden af systemet består af tre ens partikler. Dette kan udnyttes ved at benytte den geometriske egenskab ved en ligesidet trekant; den vinkelrette afstand fra siderne til givent et punkt er lig højden. Denne egenskab kendes også som Vivianis sætning.

Ligning (6.10) viser et sæt af koordinater, for hvilke disse afstande er proportionale med de kinetiske energier

$$x = \frac{T_1 + 2T_2}{Q\sqrt{3}}, \quad y = \frac{T_1}{Q} - \frac{1}{3}. \quad (6.10)$$

Heraf følger, at punkterne svarende til trippel  $\alpha$ -henfald vil ligge inden for trekanten grundet energibevarelse. Endvidere kan det vises [12], at impulsbevarelse begrænser punkterne til trekantens indskrevne cirkel. Dette er illustreret på figur 6.3a. Denne type plot kaldes et Dalitzplot.



Figur 6.3

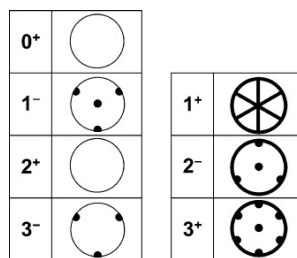
### Symmetribetragtninger

Såfremt der ikke er nogen symmetribegrænsninger og henfaldsprodukterne ikke vekselvirker med hinanden, vil matrixelementet være en konstant og

henfaldet vil udelukkende afgøres af faserummet. Dette svarer til statistisk henfald og vil give anledning til en flad fordeling [13], hvilket vil være tilfældet ved direkte henfald.

Henfalder systemet i stedet via en resonans for derefter at henfalde til slutttilstanden, vil det ses på plottet som et bånd. I forhold til den sekventielle henfaldsmodel og koincidencespektrene forventes bånd svarende til energien af  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$ . Bredden af disse bånd vil være bestemt af berylliumtilstandens bredde.  $\alpha_1$ -båndet bør derfor være væsentligt breddere, hvilket er indtegnet på figur 6.3b. Dalitzplottet kan dermed bruges til at identificere resonanser og bredden af disse.

$\alpha$ -henfaldet er ikke et svagt henfald, så både spin og paritet skal være bevaret. Endvidere er  $\alpha$ -partikler bosoner, så den samlede bølgefunktion skal være symmetrisk under ombytning af de tre  $\alpha$ -partikler. På baggrund af disse bevarelseslove skal matrixelementet, og dermed Dalitzplottet, være nul i visse områder. Denne udledning er foretaget i [13] og resultatet ses på figur 6.4.



Figur 6.4: Områder af Dalitzplottet, hvor fordelingen skal være 0.

Den generelle tendens viser, at for tilstandene med unaturlig paritet  $\pi = (-1)^{J+1}$ , dvs. i højre kolonne, stiller symmetrien strenge krav til, hvor fordelingen skal være nul. Kravene til tilstandene med naturlig paritet  $\pi = (-1)^J$  er væsentligt mindre. Endvidere ses, at det udelukkende er tilstande med unaturlig paritet, hvor fordelingen skal være nul langs hele randen.

Det er muligt at forklare effekten af  $\alpha$ -partiklernes bølgenatur på Dalitzplottet mere intuitivt. Ud fra tre målte energier er der tre mulige måder, hvorpå man kan kombinere de tre  $\alpha$ -partikler, således de danner  ${}^8\text{Be}^*$ . Dette svarer til, at der for hver konfiguration er tre muligheder for hvilken partikel, der udsendes først.

Hvis  ${}^8\text{Be}^*$  tilstanden er smal, er kun en af konfigurationerne realiserbar. Dette svarer til områderne, hvor  $\alpha_0$ -båndene skærer den indskrevne cirkel på figur 6.3b. Her er kun én konfiguration mulig, da den mest energirige partikel nødvendigvis må være  $\alpha_0$ -partiklen.

Den første exciterede tilstand i beryllium er meget bred. I områderne på figur 6.3b, hvor  $\alpha_1$ -båndene krydser, vil der være mere end én sandsynlig konfiguration. Den endelige bølgefunktion er dermed en linearkombination af flere bølgefunktioner og idet denne skal være symmetrisk, vil områderne,

hvor båndene overlapper, svare til konstruktiv interferens mellem de enkelte bølgefunktioner.

### 6.1.3 Tilstandspopulering

#### Kulstof-12

Som tidligere nævnt bevarer  $\alpha$ -henfald både spin og paritet. Dermed er det muligt at sammenholde Dalitzplottet for henfaldsprodukterne med den passende skitse på figur 6.4. Det er dog kun muligt, hvis den populerede  $^{12}\text{C}$  tilstand er kendt. Dette er f.eks. tabuleret i f.eks. [1], hvor tilstanden er givet ud fra både proton- og excitationens energi. Protonenergien kan aflæses på acceleratoren, mens excitationens energi skal udregnes.

Til følgende diskussion kan med fordel bladres tilbage til figur 6.1 på side 16.

Hvis både protoner og  $^8\text{Be}$  er i hvile, er excitationens energi givet ved masseforskellen

$$\Delta m = m_{\text{Be}} + m_p - m_{\text{C}} = 15.96 \text{ MeV}. \quad (6.11)$$

Dette medtager ikke den kinetiske energi  $T_p$  af protonen. Energien tilgængelig for excitationen er den energi, som ikke er bundet i massemidtpunktsbevægelsen. Denne findes ud fra den kinetiske energi af massemidtpunktet

$$T_{\text{CM}} = \frac{1}{2} M V_{\text{CM}}^2, \quad (6.12)$$

hvor  $M$  er den samlede masse. Hastigheden af massemidtpunktet er givet ved  $V_{\text{CM}} = \frac{\mu}{m_{\text{Be}}} V_p$ . Protonhastigheden kan findes ud fra dens kinetiske energi, hvorved den kinetiske energi af massemidtpunktet kan skrives som

$$T_{\text{CM}} = \frac{m_p}{m_p + m_{\text{Be}}} T_p \approx \frac{1}{12} T_p. \quad (6.13)$$

Den samlede excitationens energi er dermed

$$E^* = \Delta m + T_p - T_{\text{CM}} = \Delta m + \frac{11}{12} T_p, \quad (6.14)$$

hvilket er i omegnen af 18-19 MeV, da der er benyttet 2-3 MeV protoner til målingerne.

#### Beryllium-8

Grundtilstanden af  $^8\text{Be}$  er en  $0^+$  tilstand, mens den første exciterede tilstand er en  $2^+$  tilstand. Hvilke af disse, der populeres, afhænger af kulstoftilstanden  $J^\pi$ .

Kulstofkernen henfalder til  $\alpha$  og  ${}^8\text{Be}$ , hvis samlede bølgefunktion har spin  $L$ .  $\alpha$ -kernen er en spin 0 boson. For at opfylde paritet- og impulsbevarelse skal følgende gælde

$$\pi_{12\text{C}} = (-1)^L \pi_{8\text{Be}} \quad J_{12\text{C}} = J_{8\text{Be}} + L. \quad (6.15)$$

Hvis kulstof er i en naturlig paritets tilstand,  $\pi = (-1)^J$ , så er ovenstående opfyldt for  $0^+$  tilstanden, såfremt  $L = J$ . Tilsvarende er  $L = J$  også en løsning for  $2^+$ . Her skal man blot huske på, at spin er en vektor.

Hvis kulstof i stedet er i en unaturlig paritets tilstand,  $\pi = (-1)^{J+1}$ , så er  $L = J \pm 1$  en løsning for  $2^+$  tilstanden. Det er dog ikke muligt at opfylde både paritets- og impulsbevarelse for henfald til  $0^+$  tilstanden.

På baggrund af dette forventes både  $\alpha_0$ - og  $\alpha_1$ -bånd, hvis kulstof har naturlig paritet, mens der kun forventes  $\alpha_1$ -bånd ved unaturlig paritet.

Endvidere skal henfaldet også opfylde bevarelse af isospin. Da  $\alpha$ -partiklen er en isospin 0 partikel, kan  ${}^{12}\text{C}$  kun henfalde til tre  $\alpha$ -partikler, hvis den selv er i en isospin 0 tilstand. Forekommer henfaldet på trods af dette, må tilstanden have haft en isospin 0 komponent.

## 6.2 Databehandling

### 6.2.1 Koincidens

For at grovsortere data for protonhændelser var det logiske kredsløb indstillet til OG således, at der kun forekom en hændelse, når to eller flere detektorer blev ramt. Der kan dog stadigvæk forekomme tilfældige koincidenser i data. Arbejdet bestod derfor i at bestemme de koincidenser, som svarede til trippel- $\alpha$  henfald.

For at sortere tilfældige fluktuationer i udstyret fra, blev detektioner i forsiden af detektoren sammenholdt med dem på bagsiden. Idet detektorerne består af et stykke silicium med kontakter på hhv. for- og bagside, vil en reel partikel blive detekteret i begge sider. En detektion blev kun accepteret, hvis der kunne findes en med tilsvarende energi i bagsiden, dog inden for en vis tolerance.

**Trippelkoincidenser** Hvis der i en given hændelse blev detekteret tre eller flere partikler, blev der ledt efter trippelkoincidenser. Disse kan forekomme på to måder i detektorerne. Enten vil partiklerne have ramt hver sin detektor eller også vil to have ramt den samme, mens den tredje rammer en anden detektor. Hvis den samlede energi af en sådan triplet er lig med  $Q$ -værdien, inden for en vis tolerance, er det formentlig et sæt af tre matchende  $\alpha$ -partikler

$$T_1 + T_2 + T_3 = Q \pm \Delta E. \quad (6.16)$$

Det kriterie kan forbedres ved at tage højde for impulsen. Idet detektorerne er positionsfølsomme, er det muligt at udregne azimuth- og polarvinklen af hver partikel. Impulsen kan så udregnes fra energien  $p \propto \sqrt{T}$ . For hver triplet udregnes den samlede impuls i CM, hvor den per konstruktion skal være nul

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 = \mathbf{0}. \quad (6.17)$$

Ud fra impulsvektorerne er det også muligt at tjekke to andre krav. Er der tale om en sand koincidens skal summen af vinklerne vektorerne imellem være lig  $360^\circ$ . Endvidere foregår henfaldet i ét plan, hvilket matematisk kan formuleres som

$$\mathbf{p}_3 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2) = 0. \quad (6.18)$$

**Dobbeltkoincidenser** Hvis spektret er meget rent, er det også muligt at benytte dobbeltkoincidenser. Såfremt der kun blev detekteret to partikler i en hændelse, er de formentlig to tredjedele af en triplet. Energien af den sidste er derfor differensen mellem Q-værdien og den samlede energi af de detekterede partikler

$$T_3 = Q - T_1 - T_2. \quad (6.19)$$

Det er en afvejning, om disse skal medtages. Antallet af detekterede koincidenser øges kraftigt, men samtidig giver de også anledning til fejl. Nogle åbenlyse fejl kan reduceres ved at tjekke, hvorvidt energien af den tredje partikel bliver negativ samt at  $x$  og  $y$  for Dalitzplottet ligger inden for den indskrevne cirkel.

Har man udregnet impulsvektorerne for de to detekterede partikler, kan der indføres et ekstra krav til dobbeltkoincidenserne. Den samlede impuls i CM skal være nul. Den ukendte impuls kan findes ud fra de to detekterede partiklers impuls

$$\mathbf{p}_3 = -(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2). \quad (6.20)$$

Den kinetiske energi kan også findes ud fra impulsens størrelse, hvilket leder til kravet om, at de to estimater skal stemme overens

$$T_3 = \frac{\|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2\|^2}{2m_\alpha}. \quad (6.21)$$

### 6.2.2 Detektoreffekter

Ud fra diskussionen i afsnit 6.1.1, især med ligning (6.5) og ligning (6.7) in mente, ses det, at energien til rådighed for de sekundære  $\alpha$ -partikler i den transversale retning afhænger af Q-værdien af det sekundære henfald.

Et henfald fra grundtilstanden af beryllium til tre  $\alpha$ -partikler frigør cirka 90 keV, hvorimod et henfald fra den exciterede tilstand frigør omkring

3 MeV. Dette betyder, at den transversale komponent af hastigheden af de sekundære  $\alpha$ -partikler kan være mange gange større, hvormed vinklen mellem de to sekundære  $\alpha$ -partikler kan være tilsvarende større. Benytter man ligning (6.7), er den maksimale vinkel hhv.  $19^\circ$  og  $86^\circ$  for henfald til grundtilstanden og den exciterede tilstand. Vinklen mellem detektorerne, set fra foliet, er i størrelsesordenen  $20^\circ$ .

Dette betyder, at dobbeltkoincidenserne primært vil udgøres af  $\alpha_1$  og dens sekundære partikler, da sandsynligheden for, at en af disse rammer ved siden af, er større pga. den større vinkel mellem de sekundære partikler. Der vil også være nogle få  $\alpha_0$  i dobbeltkoincidenserne. Disse vil dog være kraftigt undertrykt, da den lille vinkel gør, at begge de sekundære partikler enten vil ramme en detektor eller flyve ved siden af.

Trippelkoincidenserne kan forekomme på to måder. Enten rammer de sekundære partikler samme detektor, ellers rammer de hver deres. Det er klart, at på grund af åbningen imellem detektorerne, vil det udelukkende være  $\alpha_1$  og dens sekundære partikler, der registreres i tre detektorer. Hvis de sekundære partikler registreres i samme detektor, kan dette enten være resultatet af  $\alpha_0$ - eller  $\alpha_1$ -henfald, da ligning (6.7) angiver en vinkelfordeling, der strækker sig fra 0 og op til maksimalværdien. Produces der samme mængde  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$ , så må det forventes, at  $\alpha_0$  dominerer denne kanal, da det er mere sandsynligt, at vinklen mellem dens sekundære partikler er lille.

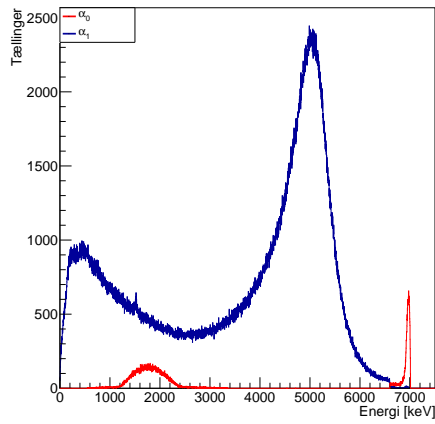
## 6.3 Resultater

### 6.3.1 Energispektrum

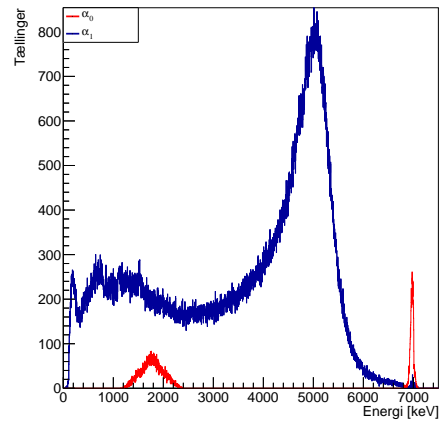
På figur 6.5 ses  $\alpha$ -spektret i CM for henfald til grundtilstanden og første exciterede tilstand for hhv. dobbelt- og trippelkoincidenser, hvor der er benyttet 2, 2.37 og 2.65 MeV protoner. Ifølge [1] populerer dette hhv. en  $0^+$  isospin 1 tilstand i  $^{12}\text{C}$  med excitationenergi 17.8 MeV, en  $1^+$  isospin 0 tilstand ved 18.2 MeV og en  $3^-$  isospin 1 ved 18.5 MeV.

I alle spektre ses tydeligt en smal top omkring 7 MeV. Under denne ligger en bred Breit-Wigner lignende top centreret omkring 5 MeV. Disse toppe stemmer fint overens med, hvad det forventes for  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$  i forhold til, hvad der forventes for bredde og energi.  $\alpha_1$ -toppen er dog ikke perfekt Breit-Wigner fordelt, hvilket skyldes, at tunneleringssandsynligheden afhænger kraftigt af energien. Endvidere er der også et lille bidrag til asymmetrien fra de sekundære partikler. Desuden ses det, at fordelingen af de sekundære partikler fra  $\alpha_0$ -henfald har samme form i alle tre trippelkoincidensspektre. Tilsvarende gør sig gældende for de sekundære partikler fra  $\alpha_1$  i dobbeltkoincidensspektrene.

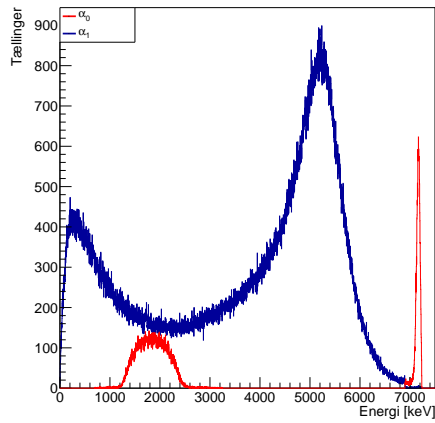
Figurerne viser også både styrken og svagheden ved dobbeltkoincidenserne. De bidrager med meget data, men samtidig er der også større chance for støj fra protonstrålen, som det tydeligt ses på figur 6.5e og mindre tyde-



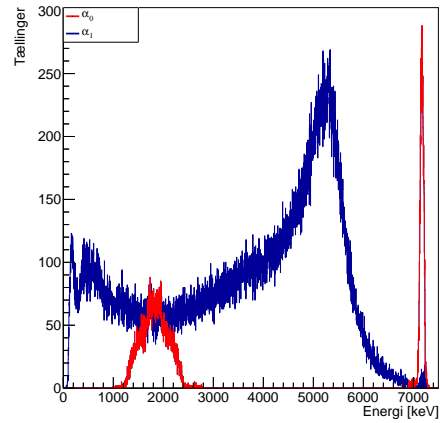
(a) Dobbeltkoincidenser - 17.8 MeV



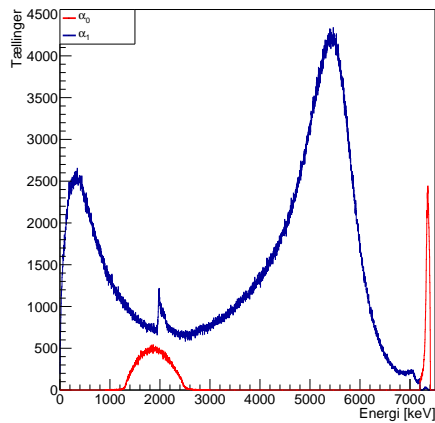
(b) Trippelkoincidenser- 17.8 MeV



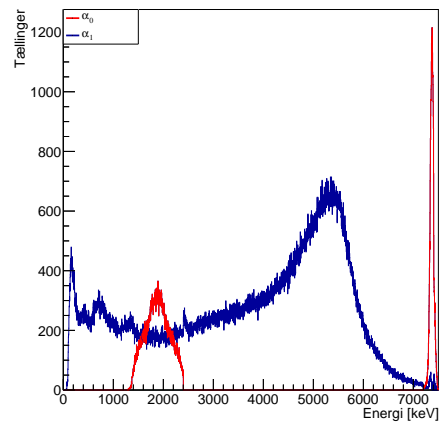
(c) Dobbeltkoincidenser - 18.2 MeV



(d) Trippelkoincidenser - 18.2 MeV



(e) Dobbeltkoincidenser - 18.5 MeV



(f) Trippelkoincidenser - 18.5 MeV

Figur 6.5: Antal tællinger som funktion af energien i CM.  $^{12}\text{C}$  excitationsenergien er angivet under de enkelte figurer. Den røde kurve angiver spektret for  $\alpha_0$  og dennes sekundære partikler. Den blå kurve er det tilsvarende for  $\alpha_1$ .

ligt på figur 6.5a. Støjen er her placeret ved samme energi som ligning (5.3) forudsiger.

De målte spektre er dermed i overensstemmelse med hypotesen om sekventielt henfald til tre  $\alpha$ -partikler via  $^8\text{Be}$ . Endvidere må det konkluderes, at alle tre tilstande indeholder en isospin 0 komponent, da henfald via tre  $\alpha$ -partikler ellers ikke ville være muligt.

De to midterste paneler på figur 6.5 viser spektret fra en tilstand med unaturlig paritet. I afsnit 6.1.3 blev det udledt, at en tilstand med unaturlig paritet ikke kan henfalde til grundtilstanden af  $^8\text{Be}$ . Ifølge [1] har tilstanden isospin 0 og  $\alpha$ -henfald fra denne vil derfor være mere hyppige end fra de omkringliggende isospin 1 tilstande. Dette er dog langt fra tilfældet, idet  $\alpha_0$ -henfald udgør en væsentlig andel både af dobbelt- og trippelkoincidensspektret. Data er dermed ikke i overensstemmelse med en  $1^+$  isospin 1 tilstand ved 18.2 MeV i  $^{12}\text{C}$ , hvilket stemmer fint overens med, at [1] ikke er sikre på deres konklusion.

### Eksperimentelle detektoreffekter

Forholdet mellem de to toppe i dobbeltkoincidensspektrene stemmer fint overens med det forventede med en kraftig undertrykkelse af  $\alpha_0$ -toppen.

For trippelkoincidenserne forventes flest  $\alpha_0$ , hvis tværsnittet af  $\alpha_0$  og  $\alpha_1$  er den samme.

For spektret på figur 6.5b er det modsatte tilfældet. Forklaringen kan være, at tværsnittet for  $\alpha_1$  er væsentligt større. Dette virker umiddelbart modstridende, idet tunneleringssandsynligheden for  $\alpha$ -henfald afhænger kraftigt af energien. Tunneleringssandsynligheden er nært relateret til levetiden og et udtrykt er udledt i [9, s. 236]

$$\lambda \propto w(\alpha)e^{-G}, \quad G \propto \frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}}. \quad (6.22)$$

Umiddelbart taler ovenstående også for henfald med  $\alpha_0$ , men faktoren  $w(\alpha)$  skal dog bemærkes. Denne er en "fittefaktor" for at få teorien til at passe med de eksperimentelle data. Faktoren angiver sandsynligheden for at finde  $\alpha$ -partiklen inden for kernen. Fortolkningen af trippelkoincidensspektret er derfor, at det er mere sandsynligt, at  $^{12}\text{C}(17.8 \text{ MeV})$  består  $^8\text{Be}$  i en  $2^+$  tilstand sammen med en  $L = 2$   $\alpha$ -partikel, end  $0^+$   $^8\text{Be}$  sammen med en  $L = 0$   $\alpha$ -partikel. Dette stemmer overens med de tabulerede værdier af tværsnittet i [1], der angiver værdierne  $\sigma(\alpha_0) = 9 \text{ mb}$  og  $\sigma(\alpha_1) = 25 \text{ mb}$ . Værdien for tværsnittet af  $\alpha_1$ -processen er dog mere usikker.

Tværsnittene for 18.5 MeV tilstanden er hhv.  $\sigma(\alpha_0) = (32.4 \pm 4.8) \text{ mb}$  og  $\sigma(\alpha_1) = (270 \pm 40) \text{ mb}$ , men på trods af det, dominerer  $\alpha_1$ -toppen ikke dennes trippelkoincidensspektrum. Forholdet mellem tværsnittene stemmer dog ikke overens med de oplyste bredder i samme tabel, som er hhv.  $\Gamma_{\alpha_0} = 65 \text{ keV}$  og  $\Gamma_{\alpha_1} = 177 \text{ keV}$ . På baggrund af dette er konklusionen, at de opnåede data ikke



er konsistente med de oplyste tværsnit i [1], men at denne tabel heller ikke er selvkonsistent.

Ser man på fordelingen af de sekundære partikler fra  $\alpha_0$ -henfaldet, fremgår det tydeligt, at fordelingen har én form i alle dobbeltkoincidensspektrene og en anden i trippelkoincidensspektret. Desuden kan fordelingen af de sekundære partikler fra  $\alpha_1$  i dobbeltkoincidenserne nemt identificeres, hvor den i trippelkoincidenserne primært ligner støj.

På baggrund af dette afsnit kan det konkluderes, at den præcise modulering af spektret er meget afhængig af koincidensbetingelserne, samt den specifikke opstilling. For de undersøgte tilstande er de dog nogenlunde ens. For at opnå fuld forståelse af fordelingen er det derfor nødvendigt at foretage en simulering. Dette ligger dog uden for tidsrammen af dette projekt. Dobbelt- og trippelkoincidenserne vil derfor behandles separat i den videre analyse.

### 6.3.2 Dalitzplots

Dalitzplots for de tre tilstande, hvis spektrum blev fundet i foregående afsnit, ses på figurerne 6.6 til 6.8. Det bemærkes, at for trippelkoincidenserne af 18.5 MeV tilstanden er plottet skåret af ved 300 tællinger, da det ellers ikke var muligt at se de detaljerede strukturer.

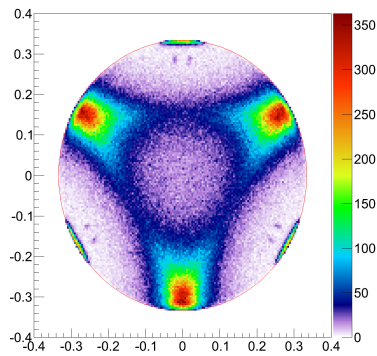
For det første ses det tydeligt, at data ikke er konsistent med direkte henfald til tre  $\alpha$ -partikler.

Generelt gælder for alle Dalitzplots, at der er tre bånd ude ved kanten af cirklen. Disse stammer fra de mest energirige partikler i henfaldet (jvf. figur 6.3) og må derfor være  $\alpha_0$ , hvilket stemmer overens med bredden af båndet, da grundtilstanden af  $^8\text{Be}$  er meget smal. Lidt under  $\alpha_0$  ses små strukturer på figur 6.6a og 6.8a. Strukturernes stammer fra den observerede støj i dobbeltkoincidenserne på figur 6.5a og 6.5e. Som forventet fra afsnit 6.3.1 forekommer  $\alpha_0$ -båndet også i både 6.7a og b, hvilket igen indikerer, at der ikke kan være tale om en  $1^+$  tilstand.

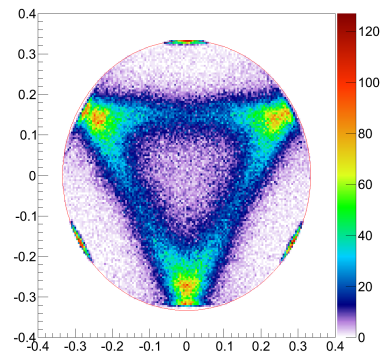
Ved lidt lavere energi ses  $\alpha_1$ -båndene. For de to laveste energier har toppene i siderne og bunden samme struktur på trods af, at toppene er vanskeligere at skille fra baggrunden i trippelkoincidensplottet. Der hersker dog ingen tvivl om, at bredden af  $\alpha_1$ -båndet er væsentligt større end  $\alpha_0$ -båndet samt at bredden af  $3^-$  tilstanden er større end  $0^+$  tilstanden. De tre toppe er desuden forbundet af linier, som buer indad, hvor det lader til, at liniernes krumning stiger med energien.

En fuldstændig forståelse af plottet ville kræve en kvantemekanisk tre-partikel model, hvilket stadig er et aktivt forskningsområde. Derfor er det ikke muligt at redegøre for plottes udseende ud over båndstrukturen.

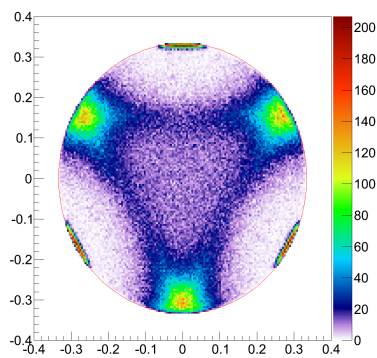
Ser man på figur 6.6a og b, kan man ud fra figur 6.4 udelukke de to tilstande med naturlig paritet  $1^-$  og  $3^-$ , da disse kræver, at der er nulpunkter ved de steder, hvor  $\alpha_1$ -båndet har maksima. Henfald til grundtilstanden af



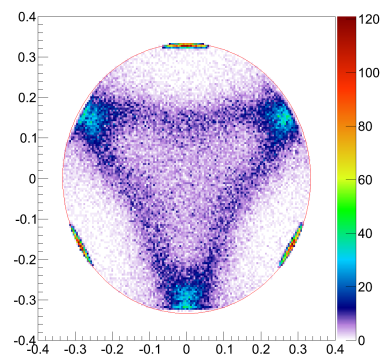
(a) Dobbeltkoincidenser



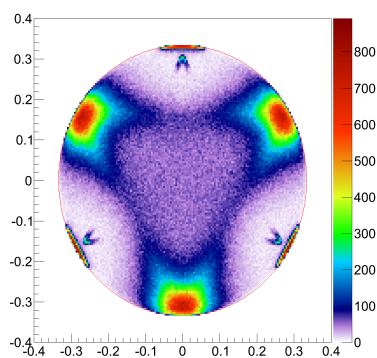
(b) Trippelkoincidenser

Figur 6.6: Dalitzplot for  $0^+$  tilstanden ved 17.8 MeV i kulstof.

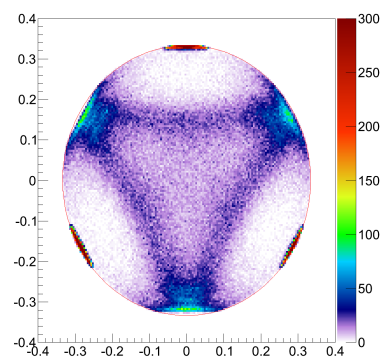
(a) Dobbeltkoincidenser



(b) Trippelkoincidenser

Figur 6.7: Dalitzplot for  $1^+$  tilstanden ved 18.2 MeV i kulstof.

(a) Dobbeltkoincidenser



(b) Trippelkoincidenser

Figur 6.8: Dalitzplot for  $3^-$  tilstanden ved 18.5 MeV i kulstof.

$^8\text{Be}$  er desuden forbudt for alle tilstande med unaturlig paritet, hvorved de også kan udelukkes.

Dermed er antallet af kandidater reduceret til  $0^+$  og  $2^+$ , for hvilke symmetrien stiller samme krav, hvilket er konsistent med [1], der angiver en  $2^+$ . Der er desuden den mulighed, at det kan være en tilstand, som ikke er tabuleret i [13].

En tilsvarende analyse med samme resultat kan udføres for de to andre tilstande. Dette indikerer, at der ikke findes en  $1^+$  tilstand med isospin 0, da denne ville dominere i forhold til de omkringliggende isospin 1 tilstande.

Ifølge [1] er tilstanden ved 18.5 MeV en  $3^-$  tilstand, hvilket ikke stemmer overens med denne analyse. Ser man på plottet af trippelkoincidenserne for denne, ses der uregelmæssigheder ved cirkelranden i området omkring  $\alpha_1$ -båndet. Dette kan skyldes bagvedliggende tilstande og i mindre grad usikkerheder i placeringen af detektorerne og kalibreringen. Det er derfor nødvendigt at foretage yderligere analyse, før dette spørgsmål kan afgøres.

## 6.4 Resultater

I dette afsnit er det vist, at med passende koincidensbetingelser er det muligt at ekstrahere et samlet energispektrum, som stemmer overens med hypotesen om sekventielt henfald.

Desuden er det sandsynliggjort, at tværsnittet for henfald til den første exciterede tilstand i  $^8\text{Be}$  fra 17.8 MeV tilstanden i  $^{12}\text{C}$  er væsentligt større end tværsnittet for henfald til grundtilstanden.

For tilstanden ved 18.2 MeV i  $^{12}\text{C}$  er der observeret henfald til grundtilstanden af  $^8\text{Be}$ . Dette stemmer ikke overens med en  $1^+$  isospin 0 tilstand, som det er tabuleret i [1]. De opnåede resultater indikerer istedet, at det er en  $0^+$  eller  $2^+$  tilstand.

Tilsvarende analyse af tilstanden ved 18.5 MeV tyder på en  $0^+$  eller  $2^+$  tilstand, hvilket er i strid med [1], der angiver en  $3^-$  isospin 1 tilstand. Trippelkoincidensspektret for tilstanden indikerer, at tværsnittet for henfald til grundtilstanden af beryllium er større end det tilsvarende for henfald til den exciterede tilstand. På trods af uoverstemmelser med [1] virker resultaterne sandsynlige, da de modsat de opgivne værdier i [1] for tværsnit og henfaldsbredder, fremstår selvkonsistente. På trods af dette er der uregelmæssigheder i Dalitzplottet, så det er nødvendigt med yderligere analyse før dette kan afgøres.

Endvidere er det vist, at forskellen på spektrene for dobbelt- og trippelkoincidenser skyldes, at koincidensbetingelserne udvælger forskellige typer henfald og at denne selektering afhænger af den specifikke opstilling.



## 7 | Samlet konklusion

I dette projekt er det vist, at det er muligt at detektere henfaldsprodukterne fra  $^{12}\text{C} \rightarrow 3\alpha$  processen med segmenterede faststofdetektorer, hvis der tages højde for eventuelle dødlag, der måtte være på de enkelte detektorer. Metoder til at estimere tykkelsen af disse er fremlagt.

Det er vist, at det er muligt at detektere både dobbelt- og trippelkoinciden- denser med passende koincidensbetingelser. Ud fra disse koinciden- denser var det muligt at bestemme  $\alpha$ -spektret. Spektret var i overstemmelse med, at  $^{12}\text{C}$  henfalder til tre  $\alpha$ -partikler via en tilstand i  $^8\text{Be}$ . Det var endvidere muligt at bestemme spektre for henfald via de enkelte tilstande. Ud fra spektrene var det muligt at fastslå, at der ikke findes en  $1^+$  isospin 0 tilstand ved 18.2 MeV i  $^{12}\text{C}$ .

Endvidere er der redegjort for teorien bag Dalitzplottet og ved analyse af sådanne er det fundet, at der ved 17.8, 18.2 og 18.5 MeV findes en  $0^+$  eller en  $2^+$  tilstand. For tilstanden ved 17.8 MeV er dette konsistent med litteraturen, hvilket dog ikke er tilfældet for tilstanden ved 18.5 MeV. Her er yderligere analyse dog nødvendig, hvilket kunne være at bestemme vinkelfordelingen af  $\alpha$ -partiklerne, der også afhænger af  $^{12}\text{C}$ -tilstanden. Endvidre ville det også være interessant at foretage målinger over et stort energiinterval for at bestem- me eventuelle baggrundstilstande.

Der er i dette projekt ikke foretaget Monte Carlo simuleringer. Dette er dog nødvendigt, hvis der ønskes en grundigere analyse, da der skal korrige- res for effekter, som skyldes den eksperimentelle opstilling. Foretages disse korrektioner, er det muligt at bestemme absolutte tværsnit for henfald til grundtilstanden og første exciterede tilstand, hvilket er en nødvendighed hvis denne reaktion til skal bruges til fusion.

Til sidst skal nævnes, at det med den anvendte analysemetode også er muligt at studere henfald, hvor der først udsendes en foton. Dette gøres ved at lede efter trippelkoinciden- denser, der overholder impulsbevarelse, men hvor den samlede energi ikke er lig energien frigivet ved  $^{12}\text{C}^* \rightarrow 3\alpha$ .



## Litteratur

- [1] F. Ajzenberg-Selove. Energy levels of light nuclei  $A = 11-12$ . *Nuclear Physics A*, 506(1):1 - 158, 1990.
- [2] J. D. Cockcroft og E. T. S. Walton. Experiments with high velocity positive ions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 129(811):477-489, 1930.
- [3] M. L. E. Oliphant og Lord Rutherford. Experiments on the transmutation of elements by protons. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 141(843):259-281, 1933.
- [4] H.W. Becker, C. Rolfs og H.P. Trautvetter. Low-energy cross sections for  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ . *Zeitschrift für Physik A Atomic Nuclei*, 327(3):341-355, 1987.
- [5] Helge Knudsen. *Øvelser i Eksperimentel Fysik - Øvelsesvejledninger*. Januar 2012.
- [6] Micron Semiconductors Limited. S3 datablad.  
<http://www.micronsemiconductor.co.uk/pdf/s.pdf>.
- [7] Micron Semiconductors Limited. W1 datablad.  
<http://www.micronsemiconductor.co.uk/pdf/w1.pdf>.
- [8] J. F. Ziegler, U. Littmark og J. P. Biersack. *The stopping and range of ions in solids*. Pergamon New York, 1985.
- [9] B. R. Martin. *Nuclear and Particle Physics: An Introduction*. John Wiley & Sons, Ltd, 2006.
- [10] Alessandro Bettini. *Introduction to Elementary Particle Physics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2008.
- [11] Gunnar Kallen. *Elementary Particle Physics*. Addison-Wesley Publishing, 1964.
- [12] R.H. Dalitz. On the analysis of  $\tau$ -meson data and the nature of the  $\tau$ -meson. *Philosophical Magazine Series 7*, 44(357):1068-1080, 1953.
- [13] Hans Otto Uldall Fynbo, Raquel Alvarez Rodriguez, Aksel Stenholm Jensen, Oliver Sølund Kirsebom, Dmitri Vladimir Fedorov og E. Garrido. Three-body decays and R-matrix analyses. *Physical Review C (Nuclear Physics)*, 79(054009), 2009.