

Home work sheet #1

①

$$\begin{bmatrix} a-b & b+c \\ 3d+c & 2a-4d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$a-b = 8$$

$$b+c = 1$$

$$3d+c = 7$$

$$2a-4d = 6$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & -4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 2 & 0 & -4 & -10 \end{bmatrix}$$

$$R_4' = -2R_1 + R_4$$

$$R_4' = \frac{1}{2} R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$R_4' = (-1)R_2 + R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad \leftarrow R_4' = (-1)R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \leftarrow R_4' = (-1)R_3 + R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \leftarrow R_4' = (-1)R_4$$

$$\therefore d = 1 \quad \text{--- (i)}$$

$$c + 3d = 7$$

$$\text{or, } c + 3(1) = 7$$

$$\text{or, } c = 7 - 3 = 4 \quad \text{--- (ii)}$$

$$b + c = 1$$

$$b = 1 - c = 1 - 4 = -3 \quad \text{--- (iii)}$$

$$a - b = 8$$

$$a = 8 + b = 8 - 3$$

$$= 5 \quad \text{--- (iv)}$$

Ans.

②

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

① $D + E$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+6 & 5+1 & 3+2 \\ -1-1 & 0+1 & 1+2 \\ 3+4 & 2+1 & 4+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 6 & 5 \\ -2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

Ans

⑥

$$-7C$$

$$= -7 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1(-7) & 4(-7) & 2(-7) \\ 3(-7) & 1(-7) & 5(-7) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -7 & -28 & -14 \\ -21 & -7 & -35 \end{bmatrix}$$

⑦

$$2B - C$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

here B and C matrix doesn't have the same dimension so subtraction is not possible.

④

$$-3(D + 2E)$$

$$= -3 \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right)$$

$$= -3 \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6(2) & 1(2) & 3(2) \\ -1(2) & 1(2) & 2(2) \\ 4(2) & 1(2) & 3(2) \end{bmatrix} \right)$$

$$= -3 \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 4 \\ 8 & 2 & 6 \end{bmatrix} \right)$$

$$= -3 \begin{bmatrix} 1+12 & 5+2 & 2+6 \\ -1-2 & 0+2 & 1+4 \\ 3+8 & 2+2 & 4+6 \end{bmatrix}$$

$$= -3 \begin{bmatrix} 13 & 7 & 8 \\ -3 & 2 & 5 \\ 11 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 13(-3) & 7(-3) & 8(-3) \\ -3(-3) & 2(-3) & 5(-3) \\ 11(-3) & 4(-3) & 10(-3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -39 & -21 & -24 \\ +9 & -6 & -15 \\ -33 & -12 & -30 \end{bmatrix}$$

Ans.

e)

A - A

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3-3 & 0-0 \\ -1-(-1) & 2-2 \\ 1-1 & 1-1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

f) to (D-3E)

here, D-3E

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6(3) & 1(3) & 3(3) \\ -1(3) & 1(3) & 2(3) \\ 4(3) & 1(3) & 3(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-18 & 5-3 & 2-9 \\ -1+3 & 0-3 & 1-6 \\ 3-12 & 2-3 & 4-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & 2 & -7 \\ 2 & -3 & -5 \\ -9 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

Ans.

$$\therefore \text{tr}(D-3E) = (-17) + (-3) + (-5)$$

$$= -17 - 3 - 5$$

$$= -25$$

3

Q) $2A^T$

$$= 2 \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(3) & -1(2) & 1(2) \\ 0(2) & 2(2) & 1(2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Ans

Q) $(2E^T - 3D^T)^T$

here $2E^T - 3D^T$

$$= 2 \begin{bmatrix} 6 & 13 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 13 \end{bmatrix}^T - 3 \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T$$

$$= 2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6(2) & -1(2) & 4(2) \\ 1(2) & 1(2) & 1(2) \\ 3(2) & 2(2) & 3(2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1(3) & -1(3) & 3(3) \\ 5(3) & 0(3) & 2(3) \\ 2(3) & 1(3) & 4(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12-3 & -2+3 & 8-9 \\ 2-15 & 2-0 & 2-6 \\ 6-6 & 4-3 & 6-12 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (2E^T - 3D^T)^T = \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

Ans.

$$c) (D-E)^T$$

NOT DE

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-6 & 5-1 & 2-3 \\ -1+1 & 0-1 & 1-2 \\ 3-4 & 2-1 & 4-3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (D-E)^T$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ans.

$$= 2 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6(2) & -1(2) & 4(2) \\ 1(2) & 1(2) & 1(2) \\ 3(2) & 2(2) & 3(2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1(3) & -1(3) & 3(3) \\ 5(3) & 0(3) & 2(3) \\ 2(3) & 1(3) & 4(3) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -2 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 \\ 15 & 0 & 6 \\ 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12-3 & -2+3 & 8-9 \\ 2-15 & 2-0 & 2-6 \\ 6-6 & 4-3 & 6-12 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (2E^T - 3D^T)^T = \begin{bmatrix} 9 & 1 & -1 \\ -13 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & -13 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

Ans.

③

$$(D-E)^T$$

where $D-E$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-6 & 5-1 & 2-3 \\ -1+1 & 0-1 & 1-2 \\ 3-4 & 2-1 & 4-3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (D-E)^T$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ans.

$$d) B^T + 5C^T$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^T + 5 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

here we can see that two of the matrices doesn't share the same dimension so we can't add them.

$$e) \frac{1}{2} C^T - \frac{1}{4} A$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3/4 & 0 \\ -1/4 & 2/4 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 2 & 1/2 \\ 1 & 5/2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3/4 & 0 \\ -1/4 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{3}{4} & \frac{3}{2} - 0 \\ 2 + \frac{1}{4} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ 1 - \frac{1}{4} & \frac{5}{2} - \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 3/2 \\ 9/4 & 0 \\ 3/4 & 9/4 \end{bmatrix}$$

Ans.

④

AB

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3x2 2x2
valid

$$= \begin{bmatrix} 12+0 & -3+0 \\ -4+0 & 1+2 \\ 4+0 & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Ans.

⑤

BA

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2x2 3x2
invalid

Cannot multiply

⑥ (3E)D

$$= \left(3 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6(3) & 1(3) & 3(3) \\ -1(3) & 1(3) & 2(3) \\ 4(3) & 1(3) & 3(3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 3 & 9 \\ -3 & 3 & 6 \\ 12 & -3 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times 3 \\ \text{valid} \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 18 - 3 + 27 & 5 \times 18 + 3 \times 0 + 18 & 36 + 3 + 36 \\ -3 - 3 + 18 & -15 + 0 + 12 & -6 + 3 + 24 \\ 12 - 3 + 27 & 60 + 0 + 18 & 24 + 3 + 36 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 42 & 108 & 75 \\ 12 & -3 & 21 \\ 36 & 78 & 63 \end{bmatrix}$$

Ans.

(d) $(AB)C$

3×2 2×2

2×2 2×3

$$= \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 + 0 & -3 + 0 \\ -4 + 0 & 1 + 4 \\ 4 - 0 & -1 + 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad 3 \times 2 \quad 2 \times 3$$

$$= \begin{bmatrix} 12-9 & 48-3 & 24-15 \\ -4+15 & -16+5 & -8+25 \\ 4+3 & 16+1 & 8+5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$$

Ans.

e) $A(BC)$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{matrix} 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ \text{valid} \end{matrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4-3 & 16-1 & 8-5 \\ 0+6 & 0+2 & 0+10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 3 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3+0 & 45+0 & 9+0 \\ -1+12 & -15+4 & -3+20 \\ 1+6 & 15+2 & 3+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{bmatrix}$$

Ans.

⑤ $(DA)^T$

$3 \times 3 \cdot 3 \times 2$

$$DA = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 - 5 + 2 & 0 + 10 + 2 \\ -3 + 0 + 1 & 0 + 0 + 1 \\ 0 - 2 + 4 & 0 + 4 + 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 12 \\ -2 & 1 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(DA)^T = \begin{bmatrix} 0 & 12 \\ -2 & 1 \\ 11 & 8 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 11 \\ 12 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{8} (C^T B) A^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+0 & -1+6 \\ 16+0 & -4+2 \\ 8+0 & -2+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 16 & -2 \\ 8 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12+0 & -4+10 & 4+5 \\ 48+0 & -16-4 & 16-2 \\ 24+0 & -8+16 & 8+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6 & 9 \\ 48 & -20 & 14 \\ 24 & 8 & 16 \end{bmatrix}$$

Ans.

$$(h) \text{tr}(DD^T)$$

$$= (DD^T)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+25+4 & -1+0+2 & 3+10+8 \\ -1+0+2 & 1+0+1 & -3+0+4 \\ 3+10+8 & -3+0+4 & 9+4+16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 30 & 1 & 21 \\ 1 & 2 & 1 \\ 21 & 1 & 29 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{tr}(DD^T) = \downarrow 30+2+29 = 61$$

Ans.

$$(i) \text{tr}(4E^T - D)$$

$$\text{Let } (4E^T - D)$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= 4 \begin{bmatrix} 6 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6(4) & -1(4) & 4(4) \\ 1(4) & 1(4) & 1(4) \\ 3(4) & 2(4) & 3(4) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24 & -4 & 16 \\ 4 & 4 & 4 \\ 12 & 8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 24-1 & -4-5 & 16-2 \\ 4-1 & 4-0 & 4-1 \\ 12-3 & 8-2 & 12-4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 23 & -9 & 14 \\ 3 & 4 & 3 \\ 9 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{tr}(4E^T - D) = 23 + 4 + 8$$

$$= 35$$

Ans.

5
②

3x3 $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times 2$
Valid

$$(2D^T - E)A$$

$$= \left(2 \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \left(2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1(2) - 6 & -1(2) - 1 & 3(2) - 3 \\ 5(2) + 1 & 0 - 1 & 2(2) - 2 \\ 2(2) - 4 & 2(1) - 1 & 4(2) - 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & -3 & 3 \\ 11 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -12 + 3 + 3 & 0 - 6 + 3 \\ 33 + 1 + 2 & 0 - 2 + 2 \\ 0 - 1 + 5 & 0 + 2 + 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -12 + 6 & -3 \\ 36 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 36 & 0 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ Ans.}$$

(b)

$$W = (BA^T - 2C)^T$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T - 2 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \right)$$

2 x 2 2 x 3
Valid

$$= \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -2 & 4 & -1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12 & -6 & 3 \\ 0 & 4 & 3-1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 8 & 4 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12-2 & -6-8 & 3-4 \\ 0-6 & 4-2 & 3-1-10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -14 & -1 \\ -6 & 2 & -8 \end{bmatrix}$$

Ans.