Оглавление

метода	1
Варики	
B11	
B12	
B18	
B16	
X3	

метода

Схема Бернулли:

Пусть проведено п независимых испытаний, каждое из которых заканчивается либо «успехом» с вероятностью p, либо «неудачей» с вероятностью q=1-p. Тогда вероятность появления m «успехов» вычисляется по формуле Бернулли

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

Вероятность появления m₁ ≤ m ≤ m₂ «успехов» считается по формуле Бернулли для отрезка

$$P_n (m_1 \le m \le m_2) = \sum_{m=m_1}^{m_2} C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$$

Зависимость вероятности P_n (m) от числа «успехов» m; n=10.

§12. Предельная теорема Пуассона

Теорема. Пусть число испытаний достаточно велико $(n\to\infty)$, а вероятность появления интересующего нас события в каждом испытании достаточно мала $(p\to0)$, тогда вероятность

$$P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$
, где $\lambda = np \in (0; \infty), m=0,1,2...n$

Замечание 1: на практике формулу Пуассона используют обычно когда n>100, а npq≤9.

Замечание 2: поскольку $p \rightarrow 0$, то теорему называют законом редких явлений.

Показател ство

§13. Локальная теорема Муавра-Лапласа

Теорема. Пусть число испытаний достаточно велико $(n\to\infty)$, а вероятность появления интересующего нас события в каждом испытании постоянна и отлична от 0 и 1, тогда

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$
, где $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$

Замечание: на практике формула Муавра-Лапласа когда пра>9

§14. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

Теорема. Пусть число испытаний достаточно велико $(n \rightarrow \infty)$, а вероятность появления, интересующего нас события, в каждом отдельном испытании постоянна и отлична от 0 и 1, тогда

$$P_n(m_1 \le m \le m_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$a = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}} \quad b = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - функция Лапласа$$

$$\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^3}{2}} dt$$
 - нормированная функция Лапласа

$$P(m_1 \le m \le m_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_0^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx - \int_0^a e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right) = \Phi_0(b) - \Phi_0(a) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

§16. Дискретные случайные величины (ДСВ)

Определение. Случайная величина X называется дискретной случайной величиной, если все её значения можно пронумеровать, т.е. $X=\{x_i\}, (i=1, 2, 3...)$

Определение. Законом распределения дискретной случайной величины (распределением) называется соответствие между ее возможными значениями и их вероятностями, то есть совокупность $\{x_i, p_i\}$, (i=1, 2, 3...)

Биномиальное распределение.

ДСВ X называется распределенной по биномиальному закону В (n, p) (имеет биномиальное распределение с параметрами n, p), если ее возможные значения X=0, 1, 2... n,

а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=m) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Распределение Пуассона (закон редких явлений).

ДСВ X называется распределенной по закону Пуассона (имеет распределение Пуассона) с параметром $\lambda >0$, если ее возможные значения X=0,1,2..., а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=m) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$$

• Геометрическое распределение.

ДСВ X называется распределенной по геометрическому закону (имеет геометрическое распределение) с параметром р, если она принимает значения X=1,2,3..., а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=m) = (1-p)^{m-1}p$$

• Гипергеометрическое распределение.

ДСВ X называется распределенной по гипергеометрическому закону (имеет гипергеометрическое распределение) с параметрами n_1, n_2, n , если она принимает значения $X = m_1, m_1 + 1, ... m_2$, а вероятности вычисляются по формуле:

$$P(X=m) = \frac{C_{n_1}^m C_{n_2}^{n-m}}{C_{n_1+n_2}^n}$$

$$m = m_1, m_1 + 1...m_2,$$
 $m_1 = \max(0; n - n_2),$ $m_2 = \min(n_1; n)$

§17. Непрерывные случайные величины (НСВ)

Определение. Непрерывной случайной величиной X называется такая случайная величина, которая может принимать любые числовые значения в заданном интервале и для которой существует предел:

$$\rho_X(x) = \lambda i m \frac{P(x \le X < x + \Delta x)}{\Delta x}$$
, называемый плотностью распределения вероятностей

Свойства плотности распределения вероятностей.

a) $\rho_X(x) \ge 0$

b)
$$\rho_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx}$$
, $F_X(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{x} \rho_X(t) dt$

c)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\chi}(x) dx = 1 - \text{условие нормировки}$$

d)
$$P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\beta} \rho_X(x) dx$$

 Случайная величина X называется равномерно распределенной на отрезке [a; b] (имеющей равномерное распределение с параметрами a,b), если её плотность распределения вероятностей имеет вид:

$$\rho_{X}(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & npux \in [a;b] \\ 0, & npux \notin [a;b] \end{cases}$$

$$F_{\nu}(x)$$
 -?

a) $x \le a$

$$F(x) = \int_{0}^{x} \rho(t)dt = 0$$

6) $a < x \le b$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \rho(t)dt = \int_{-\infty}^{a} \rho(t)dt + \int_{a}^{x} \rho(t)dt = \int_{-\infty}^{a} 0dt + \int_{a}^{x} \frac{dt}{b-a} = \frac{x-a}{b-a}$$

B) x > b

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \rho(t)dt = \int_{-\infty}^{b} \rho(t)dt + \int_{b}^{x} \rho(t)dt = F(b) + \int_{b}^{x} 0dt = F(b) = \frac{b-a}{b-a} = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

• Случайная величина X называется распределенной по показательному (экспоненциальному) закону с параметром $\lambda > 0$ (имеющей показательное распределение с параметром $\lambda > 0$), если её плотность распределения вероятности имеет вид:

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

$$F_{\chi}(x)$$
-?

a)
$$x \le 0$$

$$F(x) = 0$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \rho(t)dt = \int_{-\infty}^{0} 0dt + \int_{0}^{x} \lambda e^{-\lambda t} dt = -\frac{\lambda e^{-\lambda t}}{\lambda} \Big|_{0}^{x} = -e^{-\lambda t} \Big|_{0}^{x} = -e^{-\lambda x} - (-e^{-\lambda 0}) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \end{cases}$$

Определение. *Математическим ожиданием дискретной случайной величины* называется сумма произведений всех ее возможных значений на их вероятности, т.е.

$$m_x = M[X] = MX = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Вероятностный смысл математического ожидания: оно дает представление о среднем значении случайной величины.

§21. Математическое ожидание непрерывной случайной величины

Определение. Математическим ожиданием непрерывной случайной величины X, возможные значения которой принадлежит отрезку [a,b], называется определенный интеграл вида

$$MX = \int_{a}^{b} x \rho(x) dx$$

(если $a \to \infty$ и $b \to \infty$, то интеграл считается абсолютно сходящимся).

 Случайная величина X называется распределенной по нормальному закону с параметрами a,σ (имеющей нормальное распределение с параметрами a,σ), если её плотность распределения вероятностей имеет вид:

$$\rho_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} \qquad X \to N(a;\sigma)$$

Если $a=0, \sigma=1$, т.е. $X \to N(0;1)$, то говорят, что HCB X имеет стандартное нормальное распределение.

$$\mathbf{M}\xi = \sum_i x_i p_i$$
 (для дискретной случайной величины) и

$$\mathbf{M}\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx$$
 (для непрерывной случайной величины),

причем $M\xi$ существует, если ряд в первом случае (если сумма бесконечна) или интеграл во втором случае сходятся абсолютно. В этих формулах x_i — значения случайной величины, p_i — их вероятности, p(x) — плотность вероятности.

Дисперсией случайной величины ξ называется число

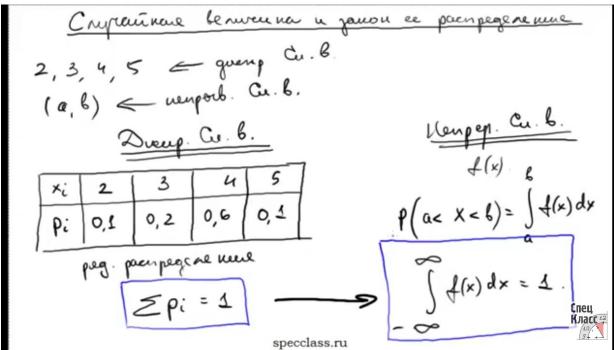
$$D\xi = M(\xi - M\xi)^2$$
.

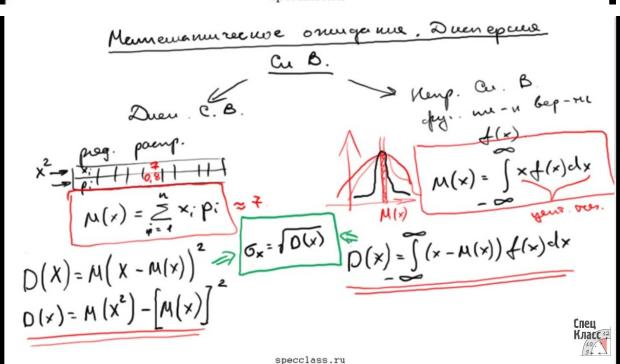
На практике в качестве меры разброса значений случайной величины используют число $\sigma \xi = \sqrt{D\xi}$, называемое средним квадратичным отклонением или стандартом. Для вычислений часто удобна формула $D\xi = M(\xi^2) - (M\xi)^2$.

Дисперсия вычисляется по формулам

 $\mathbf{D}\xi = \sum_{t} (x_{t} - \mathbf{M}\xi)^{2} p_{t} = \sum_{t} x_{t}^{2} p_{t} - (\mathbf{M}\xi)^{2}$ (для дискретной случайной величины) и

 $\mathbf{D}\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathbf{M}\xi)^2 p(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x) dx - (\mathbf{M}\xi)^2$ (для непрерывной случайной величины).





Man. Onuganue a Duenepune

X	2	3	5
P	1,0	0,6	0,3

X2	14	9	25/	
P/	9,1	0,6	0,3	•

Man. Onugerne a Duenepeul

X	2	3	5
P	1,0	0,6	0,3

Спец Класс 12

B11

PII	
	A.45-17-11
Majozol Barenna Banuara 1911	
Banuarm 1911	1 2 3 9 5 6
12	
5. 00-0	P(1x=Xx=3+1-?
f(x)= yv	(6)
f(x) = \ \ \frac{1}{4} \times \ \ \chi \chi \chi \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	3 [‡] 3 [‡] 3 [‡]
1. 9 [‡]	3 1 1 3 1 1 2 3 3 7
P(15x 53)=) f(x) dx	$= \int_{-1}^{3^{\frac{1}{4}}} \frac{4x}{1+x^{4}} dx = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{1+x^{4}} = \frac{2}{\pi} \operatorname{andy}^{3^{\frac{1}{4}}} = \frac{2}{\pi} \operatorname{andy}^{3^{1$
2 44/20/2 2 877	2. T - 2. T = 1 = 0,16(6)
= = = meg 13 = = = = = = = = = = = = = = = = =	才3 7 7 6
0 10 1100	
Ourben: 9, 16(6)	
13	- P
X10112 M	I 2X+12 - ?
p=10,210,21901 y=	29/41
41 1 3 5 Prop 10,2 10,6	
MY=1.02+3.02+	5.0,6==0,1+0,6+3=3,8
Onbem: 3,8	
VIII. 2, V4	
Xi 0 1 2 3 4	
1	
//3	DIX7=4 DEY7=5 DIZ7-?
	DEAT
D- 0F-11-1-7-	4 MA O NV = 4.4+ 9.5=61
DZ=DL3X+3 y+11=	4001+9015=4.4+9.5=61
Ombern: 61	
X - ounidaci	
N(0,100)M	(200m) D (-100)
P(400< X=900)= 40	(200+) - Po (100)-
The second second	

P400 < X < 200) = P90 (200) \$90 (400) = Po(4)+90(1)= =0,4772+0,3413=0,8185 Unberti 0, 8185 DX= x2f(x)xx -(MX)2 $MX = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \left(x \sin x \left(\frac{\pi}{2} + \int_{-\infty}^{\infty} \sin x \, dx \right) \right)$ = X 5/1 X | = - COSX | = - 27 DX= x2 cox dx - (1) = 23inx 12 + 5x sinx dx = (2) = 2 sinx = - xcosx + - sinx = (3) = = = 3 + T - Z - 1 + T - T - 1 Ombem: I -1

	1	anuyu	10.6	
Bapuarer 12		AD, B	17-11	
(D) N (0:12)				
$b(1x/=70) = \frac{5}{7}(b(\frac{2}{50}) + b(-\frac{4}{10})) = b(\frac{2}{50}) = 0$	18			
20 1,00 my madelleyor //	2	131	4 (5)	6
T = 10,5	+	+		7
3 p-001				
gus new Mg np				
$n: np = \langle np(a-p) \rangle$				
$n^2p^2 = np - (1-p)$				
np = 1-p				
$n = \frac{1-p}{p} = \frac{1-aot}{0.01} = \frac{99}{99}$				
npu n = 99 - MIS3-0				,
2 P(x) = \frac{2}{7} \sin^2 x; x \in \(\omega \); \(\omega \)	uc.	river .	P(# =	38 4
Co, umare	(10; k	311)	
pyrique parinegences.				IV
F(x) = = f Sin 2x Jx = f (1-0052k) J	X=	1 (X-	1/2 Sinz	x) =
$= \frac{1}{\pi} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right)$				

Ramuel Mageneyr AD 15-17-11. B-18. 1/2/3/9/5/6 X- upungent annother upungenus galina $f(x) = 100\sqrt{25} e^{\frac{(x-50)^2}{10000}}$ P(-2000000 0-50 P(0,5)+ P(0,0) = {2.(0,3828+1)=0,6.214 Ourborn 0,6914. Mero Orwend - 10 Moreignerines orinerob-5 Verpuelle orinerob-3 Typuspersion dueset: 10-5=5 Перопиность чного, чно увери звобить Successo were bourgeorder. P(0)= 5. 4. 3=0,0883. 1) Bejoury 1 bourgement: Co= 3170-31 = 3171 = 120. C5 =115-1 = 1141 -5 C== 21(5-21) = 51 = 10. Ph) = CoCs = 5-10 = 0,47. 2) Propositioned view rue gregar 3 hylician de

C. == 1 M[E]= 1= np. DES=0,89= 4 pg. p+9=1-9=0,01. 1 h=100 $P(x) = \begin{cases} 2e^{-x} & \text{N6.} \\ 0, & \text{NED} \end{cases}, F(x) = \begin{cases} 2e^{-x} & \text{NA} \end{cases}$ F(1)= Sodx+ Sxexdx= Stetd+ [no runan: =-et, ++ Se-td+=(-et,+-et)|== = (-exx-ex) (-e,0-e)=-e, 21-ex+1= =1-8 (7+1) F(7)= 31-e (x+1), Ease x>0

leure 2 Gorespores: P(2) = C5 C5-C5 = 51 = 51 = 10. C5 = 1! (5-1) = 5! = 5 N(2) = 1005 =0917 Marigher Compreso, Tico bel vegueros P(3) = 5 · 4 · 3 -0,0833 20123 G 683 642 645 0 683 llam oucuspero M(d)= Ext pt=0.0,0833+1.0,417+2.0,477+3.0,0827= D(x)= 222pi-U(x)2+020,0833+720,417+220,417+ Учерия прадрам острый в (х). V(x)= JD(x) = J0,582 = 0,763. Cacosx dx=1. m Ky C- nouseus ()x cosx dx = 1

Avgynzarupob hypag AD5-17-11. Bajmarpo 26. 12 3 4 5/6 +1-44 5/6 ymragubaenur 88% ropodon (0,58)
0 0 = 30 a = 540 grungsplanner 88% nopodon (0,58)
$P(X-a < n) = 2 \cdot \varphi(\frac{n}{\sigma})$
P(A) = 0,88 - rge A-racea romana b unneplan
$P(A) = 2 \varphi\left(\frac{n}{30}\right) = 0.88 $: 2 $\varphi\left(\frac{n}{30}\right) = 0.44$
$\frac{\kappa}{30} = 7,56$
2246,8 (a = n; a+n)=(540-46,8; 540+46) Onsem: 6 nomentare (493,2; 586,8)

	1929,83
5/6/20,39	p=1-0
M(6)2 Dxxx np21	p = 0, 0(h = 100
D(d) = n d p = 0, 39	N2 100