

Абдулзагиров М.М.

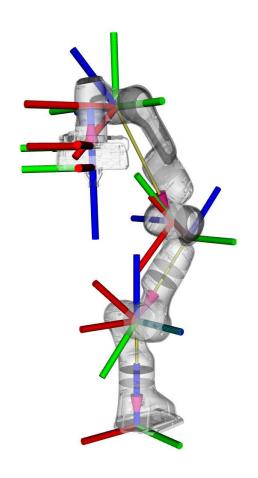


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»

## Введение

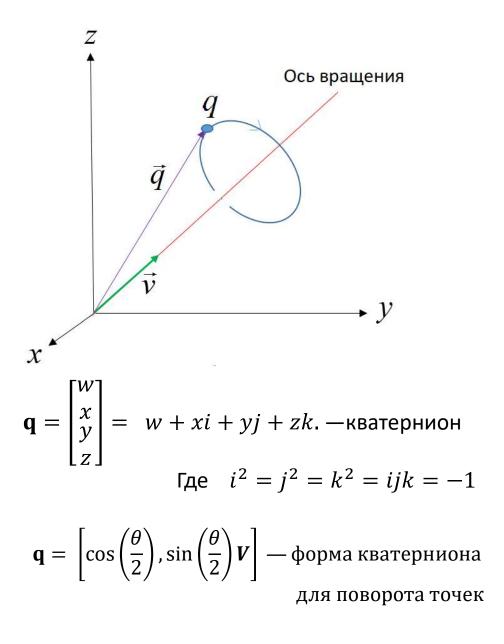
Кинематическое моделирование— нахождение кинематических законов движения механизма.





# Что такое Кватернион





# Что такое дуальный кватернион

Дуальное число:

$$a + \varepsilon b$$
,  $\varepsilon^2 = 0$ 

## с единичным модулем

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{p} + \varepsilon \, \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon^2 = 0, \quad \varepsilon \neq 0$$

Где  $\mathbf{p} \triangleq (\mathbf{s}_p, \mathbf{v}_p)$  и  $\mathbf{q} \triangleq (\mathbf{s}_q, \mathbf{v}_q)$  — кватернионы ориентации и перемещения .

$$\|\hat{\mathbf{x}}\| = \sqrt{\hat{\mathbf{x}}\,\hat{\mathbf{x}}^*} = \sqrt{\left(s_p^2 + \mathbf{v_p}\cdot\mathbf{v_p},\mathbf{0}\right) + \varepsilon 2(s_p\,s_q + \mathbf{v_p}\cdot\mathbf{v_q},\mathbf{0})}$$
— модуль кватерниона

При этом если 
$$s_p^2 + \mathbf{v_p} \cdot \mathbf{v_p} = 1$$
,  $2(\mathbf{s_p} \ \mathbf{s_q} + \mathbf{v_p} \cdot \mathbf{v_q}) = 0$ 

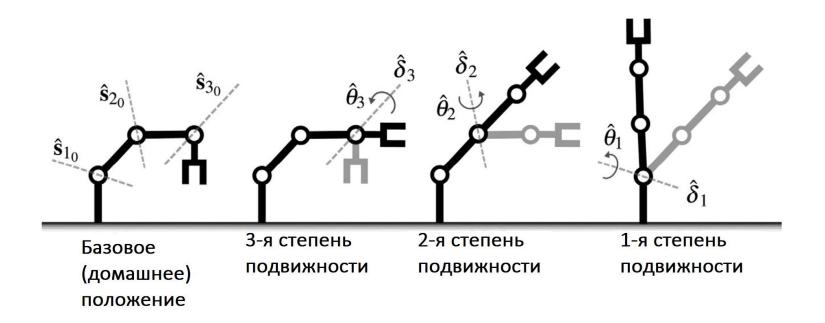
то  $\|\hat{\mathbf{x}}\| = 1$ . То есть  $\hat{\mathbf{x}}$  является дуальным кватернионом с единичным модулем

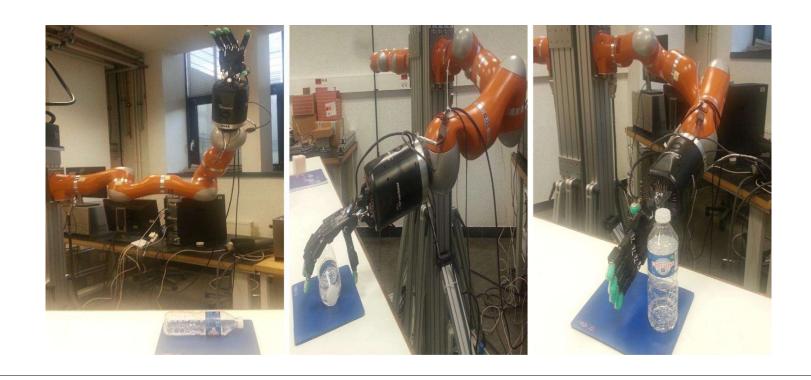
#### Решение ПЗК

$$\widehat{\underline{\theta}}_{\mathbf{0}} = \left[\widehat{\theta}_{1}, \widehat{\theta}_{2}, \widehat{\theta}_{3}, \dots, \widehat{\theta}_{n}\right] \in D^{n \times 1}$$

Решение ОЗК

Простая иллюстрация того, как прямая задача кинематики применяется к роботу манипулятору с 3 степенями свободы.





Первоначальное положение манипулятора и бутылки (слева). Хотим достичь того, чтобы манипулятор схватил бутылку (средний). Нужно изменить положение бутылки с помощью захвата и поставить её на стол (справа).

### Экономическая часть.

Представление	необходимо памяти	Умножения	сложение
матрица однородного преобразования	12	64×	48+
ДКЕМ и с операторами Гамильтона	8	64×	56+
преобразование оси-угла	7	43×	26+
дуальные кватернионы с единичным модулем	8	48×	40+

Расходы для различных представлений преобразования

для вычисления своей ПЗК требуется:

$$Cost(n) = [(n-1), (n-1), n] \begin{bmatrix} 48 \times \\ 40 + \\ 8f \end{bmatrix}$$

Для вычисления Якобиана требуется:

$$Cost(n) = 2 (n - 1) \begin{bmatrix} 48 \times \\ 40 + \end{bmatrix}$$

операці умножения  $\times$  и сложения + и блоков памяти с плавающей точкой f. n — число степеней свободы

## Вывод

### Список литературы

- [Электронный ресурс]. <a href="http://www.euclideanspace.com/maths/algebra/">http://www.euclideanspace.com/maths/algebra/</a>
- realNormedAlgebra/quaternions/index.htm
- "Доступно о кватернионах и их преимуществах" [Электронный ресурс]. https://habr.com/ru/post/426863/
- "Кватернионы в программировании игр." [Электронный ресурс]. http://wat.gamedev.ru/articles/quaternions
- "Магия тензорной алгебры: Часть 12 Параметры Родрига-Гамильтона в кинематике твердого тела" [Электронный ресурс]. https://habr.com/ru/post/263533/
- Robotics and Autonomous Systems: Kinematic modeling and control of a robot arm using unit dual quaternions [15 сентября 2015]