ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ СЛЕДЯЩИХ ПРИВОДОВ

Проблема низкой точности следящих приводов

Следящие приводы, как правило, строятся с использованием П-регуляторов положения с целью получения коротких переходных процессов без перерегулирования. Такие приводы могут иметь недостаточно высокую точность отработки задающего воздействия. Причина состоит в том, что приводы с П-регуляторами положения являются системами **первого порядка астатизма** по отношению к задающему воздействию. Поэтому при линейно нарастающем задающем воздействии

$$\beta = \dot{\beta}_0 \, t \cdot 1(t)$$

в установившемся режиме приводы имеют **скоростную ошибку.**

В качестве примера рассмотрим привод, замкнутый единичной отрицательной обратной связью (рис. 1), передаточная функция прямой цепи которого имеет вид

$$W_{\Pi}(s) = \frac{\omega_C}{s(\omega_{CC}^{-1} s + 1)(\omega_{CT}^{-1} s + 1)},$$

где ω_C – частота среза разомкнутого привода; ω_{CC} – частота среза разомкнутой подсистемы регулирования скорости; ω_{CT} – частота среза разомкнутой подсистемы регулирования тока.

Для того, чтобы оценить точность привода определим передаточную функцию $\Phi_{\varepsilon}(s)$ замкнутого привода по ошибке. В соответствии со схемой, представленной на рис. 1, можно записать

$$\varepsilon(s) = \beta(s) - \alpha(s),$$

$$\varepsilon(s) = \beta(s) - W_{\Pi}(s)\varepsilon(s),$$

где $\varepsilon(s)$, $\beta(s)$, $\alpha(s)$ изображения по Лапласу ошибки привода, задающего воздействия и регулируемой переменной соответственно. Поэтому передаточная функция $\Phi_\varepsilon(s)$ определяется по формуле

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{1}{1 + W_\Pi(s)}$$

и имеет вид

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)}{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)+\omega_C}.$$

Изображение ошибки привода определяется по уравнению

$$\varepsilon(s) = \Phi_\varepsilon(s)\beta(s).$$

Для нахождения ошибки привода в установившемся режиме (скоростной ошибки ε_{CK}) учтём, что

$$\beta(s) = \frac{\dot{\beta}_0}{s^2}$$

и воспользуемся теоремой о предельном значении функции-оригинала:

$$\varepsilon_{CK} = \lim_{s\to 0} s\Phi_\varepsilon(s)\beta(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)}{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)+\omega_C}\cdot\frac{\dot{\beta}_0}{s^2} = \frac{\dot{\beta}_0}{\omega_C}$$

Эта формула показывает, что скоростная ошибка пропорциональна скорости изменения задающего воздействия $\dot{\beta}_0$ и обратно пропорциональна частоте среза ω_C разомкнутого привода. Т.к. ω_C нельзя сделать сколь угодно большой величиной, то при интенсивном нарастании задающего воздействия скоростная ошибка может быть значительной.

Например, при $\dot{\beta}_0$ = 1 рад/с и ω_C = 100 рад/с скоростная ошибка равна 0,01 рад. Если привод управляет звеном манипулятора, имеющим длину 1 м, то линейная погрешность движения концевой точки этого звена составит 10 мм.

При отработке эквивалентного гармонического воздействия

$$g = A_Э \sin \omega_Э t,$$

параметры которого определяются на основании уравнений

$$\omega_Э = \frac{\ddot{g}_{\max}}{\dot{g}_{\max}};$$

$$A_Э = \frac{(\dot{g}_{\max})^2}{\ddot{g}_{\max}},$$

также может возникать значительное рассогласование. В установившемся режиме амплитуда $\varepsilon_{уст}$ гармонически изменяющейся ошибки привода пропорциональна амплитуде входного воздействия и может быть оценена по формуле

$$\varepsilon_{уст} \approx \frac{A_Э}{|W_П(j\omega_Э)|},$$

где $|W_П(j\omega_Э)|$ – амплитудно-частотная характеристика разомкнутого привода на рабочей частоте $\omega_Э$.

Учтём, что при $\omega_Э < \omega_c$ справедливо приближённое равенство

$$|W_П(j\omega_Э)| \approx \frac{\omega_c}{\omega_Э}.$$

Тогда
$$\varepsilon_{уст} \approx \frac{A_Э \cdot \omega_Э}{\omega_c} = \frac{\dot{g}_{\max}}{\omega_c}$$

Видно, что и в этом случае ошибка привода пропорциональна скорости изменения задающего воздействия $A_Э \cdot \omega_Э = \dot{g}_{\max}$ и обратно пропорциональна частоте среза ω_c разомкнутого привода, причём возможности увеличения ω_c ограничены.

Увеличение точности отработки задающих воздействий

Существенно повысить динамическую точность следящего привода можно путём создания **системы комбинированного уравнения**, в которую введены компенсирующие связи по производным от задающего воздействия. В этом случае возникает **сочетание управления по отклонению с управлением по разомкнутому циклу**.

Структурная схема привода с компенсирующей связью, приведённая на рис. 2, содержит звено, отражающее наличие компенсирующих связей и имеющее передаточную функцию $Q(s)$. Изображение по Лапласу управляющего воздействия $U(s)$, поступающего на вход элемента, стоящего в прямой цепи привода и имеющего передаточную функцию $W_{\Pi}(s)$, определяется в соответствии с уравнением

$$U(s) = \varepsilon(s) + Q(s)\beta(s).$$

В этом случае для рассматриваемого привода справедливо уравнение

$$\varepsilon(s) = \beta(s) - W_{\Pi}(s)\varepsilon(s) - W_{\Pi}(s)Q(s)\beta(s),$$

из которого следует выражение передаточной функции замкнутого привода по ошибке по отношению к задающему воздействию

$$\Phi_{\varepsilon}(s) = \frac{1 - W_{\Pi}(s)Q(s)}{1 + W_{\Pi}(s)}.$$

Вид и значения коэффициентов звена $Q(s)$ выбирается исходя из условия компенсации динамических погрешностей привода при отработке задающего воздействия. Получим это условие, исходя из того, что

$$\varepsilon(s) = \frac{1 - W_{\Pi}(s)\cdot Q(s)}{1 + W_{\Pi}(s)}\cdot \beta(s).$$

Ошибка будут отсутствовать в том случае, если обеспечить выполнение условия

$$\Phi_{\varepsilon}(s) = 0.$$

Это возможно при

$$1 - W_{\Pi}(s)\cdot Q(s) = 0.$$

Отсюда следует равенство $$Q(s) = \frac{1}{W_{\Pi}(s)}.$$

При точном выполнении этого условия следящий привод становится инвариантным к задающему воздействию в том смысле, что его ошибка равна нулю и не зависит от задающего воздействия.

Реализовать это соотношение полностью не представляется возможным. Действительно, для рассматриваемого варианта описания динамического объекта, стоящего в прямой цепи привода, имеем

$$Q(s) = \frac{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)}{\omega_C} = \frac{s}{\omega_C} + \frac{s^2(\omega_{CC}^{-1}+\omega_{CT}^{-1})}{\omega_C} + \frac{s^3\omega_{CC}^{-1}\omega_{CT}^{-1}}{\omega_C}.$$

Вид этой передаточной функции свидетельствует о необходимости формирования первой, второй и третьей производных от задающего воздействия по времени. Идеальный дифференциатор в природе не существует. Реализовать вычислитель с передаточной функцией $W(s) = s$ невозможно. Поэтому речь может идти только о приближённом дифференцировании задающего воздействия.

Но если привод включён в систему программного управления, решение задачи упрощается. Вычисление задающего воздействия осуществляется на основании аналитической зависимости. Поэтому и вычисление производных этого воздействия по времени производится на основании соответствующих аналитических зависимостей.

Обычно ограничиваются введением компенсирующей связи только по первой производной (по скорости изменения задающего воздействия). При этом не достигается полного устранения динамических ошибок, но они существенно уменьшаются.

Пусть $$\varphi(s) = k_C \cdot s,$$

где $k_C = \omega_C^{-1}$ – коэффициент компенсирующей связи по скорости изменения задающего воздействия. Тогда передаточная функция замкнутого привода по ошибке приобретает вид

$$\Phi_\varepsilon(s) = \frac{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)-s}{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)+\omega_C} = \frac{s^2[\omega_{CC}^{-1}\omega_{CT}^{-1}s+(\omega_{CC}^{-1}+\omega_{CT}^{-1})]}{s(\omega_{CC}^{-1}s+1)(\omega_{CT}^{-1}s+1)+\omega_C}.$$

Видно, что эта передаточная функция замкнутого привода по ошибке содержит в числителе множитель s^2 и поэтому соответствует системе второго порядка астатизма.

Принципиально важно, что увеличение порядка астатизма получено без изменения числа интеграторов в контуре регулирования положения. Поэтому введение компенсирующих связей не изменяет характеристическое уравнение привода и поэтому не влияет на его устойчивость.

Привод с компенсирующей связью по скорости изменения задающего воздействия не имеет скоростной ошибки. В установившемся режиме такой привод будет иметь ошибку, пропорциональную ускорению $\ddot{\beta}_0$, с которым изменяется задающее воздействие. В соответствии с теоремой о предельном значении функции-оригинала получаем

$$\varepsilon_{УСК} = \frac{(\omega_{CC}^{-1}+\omega_{CT}^{-1})}{\omega_C}\ddot{\beta}_0.$$

Ошибка отработки гармонического задающего воздействия

$$g(t) = A_Э \sin \omega_Э t$$

может быть определена по амплитудно-частотной характеристике замкнутой системы по ошибке. При введении компенсирующей связи по скорости изменения задающего воздействия и при условии $\omega_Э < \omega_c$ справедливо приближённое равенство

$$\left|\Phi_{\varepsilon K}(j\omega_Э)\right| \approx \frac{\omega_Э^2}{\omega_C}(\omega_{CC}^{-1} + \omega_{CT}^{-1}).$$

Для оценки амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы по ошибке без введения компенсирующей связи используется формула

$$\left|\Phi_{\varepsilon}(j\omega_э)\right| \approx \frac{\omega_э}{\omega_c}.$$

Значение коэффициента Δ, характеризующего выигрыш в точности привода при введении компенсирующей связи по скорости изменения задающего воздействия, можно оценить по формуле

$$\Delta = \frac{\left|\Phi_{\varepsilon}(j\omega_э)\right|}{\left|\Phi_{\varepsilon K}(j\omega_э)\right|} \approx \frac{1}{\omega_Э(\omega_{CC}^{-1} + \omega_{CT}^{-1})}.$$

Учтём, что $\omega_{CC} = k_{CC}\omega_C$ и $\omega_{CT} = k_{CT}\omega_C$.

Тогда
$$\Delta = \frac{\left|\Phi_{\varepsilon}(j\omega_э)\right|}{\left|\Phi_{\varepsilon K}(j\omega_э)\right|} \approx \frac{\omega_C}{\omega_Э}\frac{1}{(k_{CC}^{-1} + k_{CT}^{-1})}.$$

Видно, что выигрыш в точности привода тем больше, чем больше отношение частоты среза разомкнутого привода к эквивалентной рабочей частоте задающего гармонического воздействия.

Таким образом, введение компенсирующей связи по скорости задающего воздействия является эффективным средством повышения динамической точности приводов.

Замечания

Необходимо отметить, что образующаяся в результате введения компенсирующей связи система чувствительна к изменению параметров объекта в прямой цепи привода. При изменении этих параметров возникают ситуации недокомпенсации или перекомпенсации. И то, и другое ситуация приводит к возрастанию ошибки привода.

В некоторых случаях удаётся сформировать компенсирующее воздействие, пропорциональное второй производной по времени от задающего воздействия. Тогда привод приобретает третий порядок астатизма. В установившемся режиме он не имеет ни скоростной ошибки, ни ошибки, пропорциональной ускорению задающего воздействия.

Необходимо учитывать, что формирование производных от задающего воздействия по времени представляет собой сложную задачу и может сопровождаться внесением больших погрешностей в вычисление компенсирующих воздействий. Эти погрешности будут воспроизводиться приводом, и его точность может не возрасти, а, наоборот, снизиться.