Лабораторная работа №8

Законы распределения непрерывной случайной величины

Цель работы: изучение основных законов распределения непрерывной случайной величины

1. Показательное распределение

Непрерывная случайная величина X имеет показательное (или «экспоненциальное») распределение, если

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}$$

Положительная величина λ называется параметром показательного распределения. Его функция распределения:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Числовые характеристики показательного распределения:

---

1) Математическое ожидание

$$m_x = \frac{1}{\lambda}$$

2) Дисперсия :

$$D_x = \frac{1}{\lambda^2}$$

2. Нормальное распределение

Случайная величина. X распределена по **нормальному закону с параметрами m,** σ, если ее плотность распределения имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Числовые характеристики случайной величины, имеющей нормальное распределение.

---

1) Математическое ожидание случайной величины X равно m.

$$\mathrm{M}[X] = m.$$

2) Дисперсия с. в. X, распределенной по нормальному закону с параметрами m, σ, равна σ^2. Значит, параметр σ есть не что иное, как среднее квадратичное отклонение с. в. X:

$$\sigma_x = \sqrt{D[X]} = \sigma.$$

Функция распределения F(x) нормально распределенной случайной величины X:

$$F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right),$$

где $\Phi(x)$ — табличная функции Лапласа

3. Гамма-распределение и распределение Эрланга

Неотрицательная с. в. X имеет гамма-распределение, если ее плотность выражается формулой:

$$f_k(x) = \frac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(k)} \qquad (x > 0),$$

где $\lambda > 0$ и $k > 0$, $\Gamma(k)$ — гамма-функция:

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty e^{-t} t^{k-1}\, dt.$$

Числовые характеристики случайной величины, имеющей гамма-распределение.

$$m_x = M[X] = k/\lambda.$$

$$D_x = D[X] = \alpha_2[X] - m_x^2 = \frac{k}{\lambda^2}.$$

При k=1 гамма-распределение превращается в показательное с параметром:

$$f_1(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad (x > 0).$$

При целом k >1 гамма-распределение превращается в распределение Эрланга k-го порядка:

$$f_k(x) = \frac{\lambda (\lambda x)^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!} \qquad (x > 0; \quad k = 1, 2, 3, \ldots)$$

4. Порядок выполнения работы

- Получить значения для ***n*** точек плотности распределения непрерывной случайной величины, имеющей показательное распределение с параметром λ, согласно индивидуальному заданию лабораторной работы.

Использовать функцию **ЭКСПРАСП**

<u>Синтаксис:</u> **ЭКСПРАСП(х;лямбда;интегральная)**

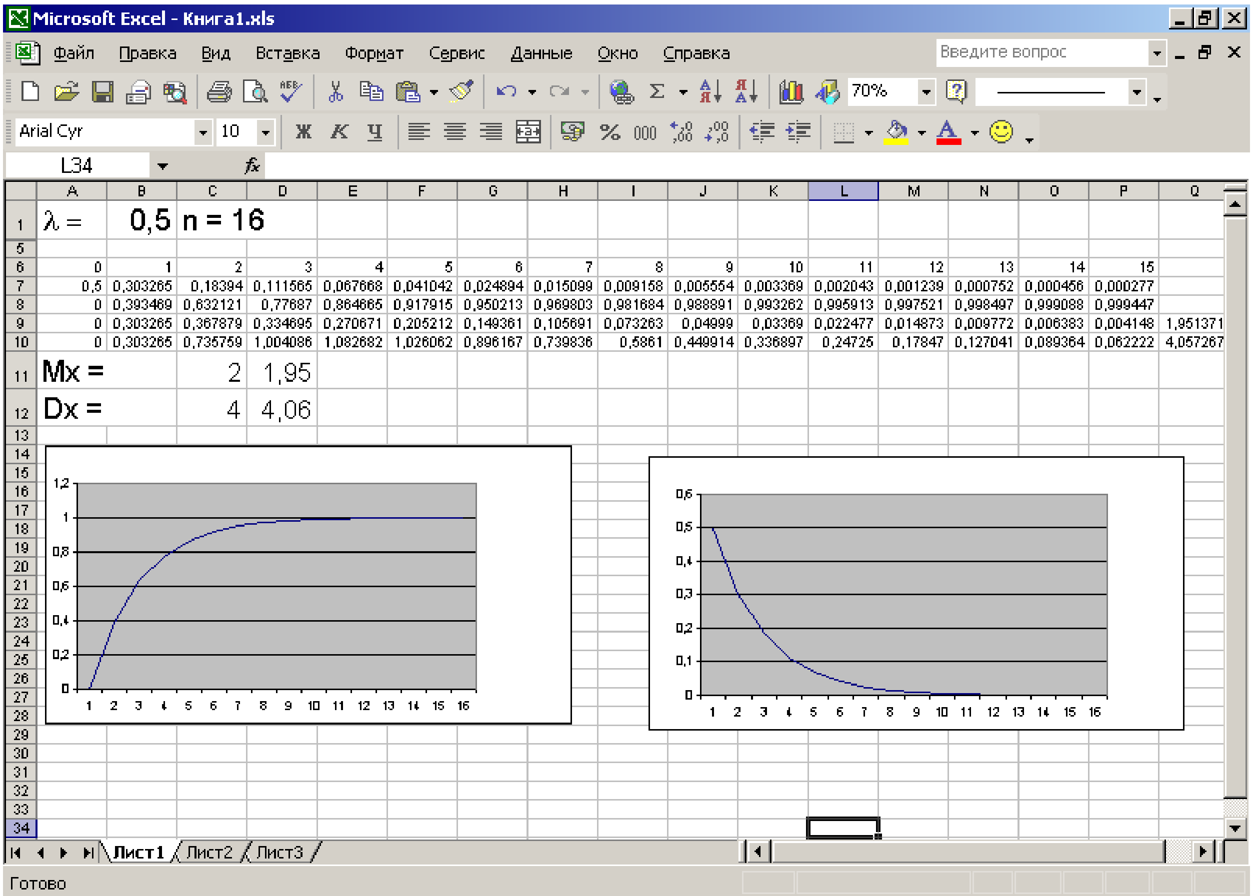
х — это значение функции.

Лямбда — это значение параметра.

Интегральная — это логическое значение, которое указывает, какую форму экспоненциальной функции использовать. Если интегральная имеет значение ИСТИНА, то функция ЭКСПРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если этот параметр имеет значение ЛОЖЬ, то возвращается функция плотности распределения.

ЛОЖЬ, то возвращается функция плотности распределения.

Пример выполнения работы:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	λ =	0,5	n = 16														
5																	
6	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
7	0,5	0,303265	0,18394	0,111565	0,067668	0,041042	0,024894	0,015099	0,009158	0,005554	0,003369	0,002043	0,001239	0,000752	0,000456	0,000277	
8	0	0,393469	0,632121	0,77687	0,864665	0,917915	0,950213	0,969803	0,981684	0,988891	0,993262	0,995913	0,997521	0,998497	0,999088	0,999447	
9	0	0,303265	0,367879	0,334695	0,270671	0,205212	0,149361	0,105691	0,073263	0,04999	0,03369	0,022477	0,014873	0,009772	0,006383	0,004148	1,951371
10	0	0,303265	0,735759	1,004086	1,082682	1,026062	0,896167	0,739836	0,5861	0,449914	0,336897	0,24725	0,17847	0,127041	0,089364	0,062222	4,057267
11	Mx =		2	1,95													
12	Dx =		4	4,06													

- Получить значения плотности распределения непрерывной случайной величины, имеющей нормальное распределение с параметрами ***m*** и σ для интервала, определяемого правилом **3**σ, согласно индивидуальному заданию лабораторной работы.

Использовать функцию **НОРМРАСП**

<u>Синтаксис</u>: **НОРМРАСП(х;среднее;стандартное_откл;интегральная)**

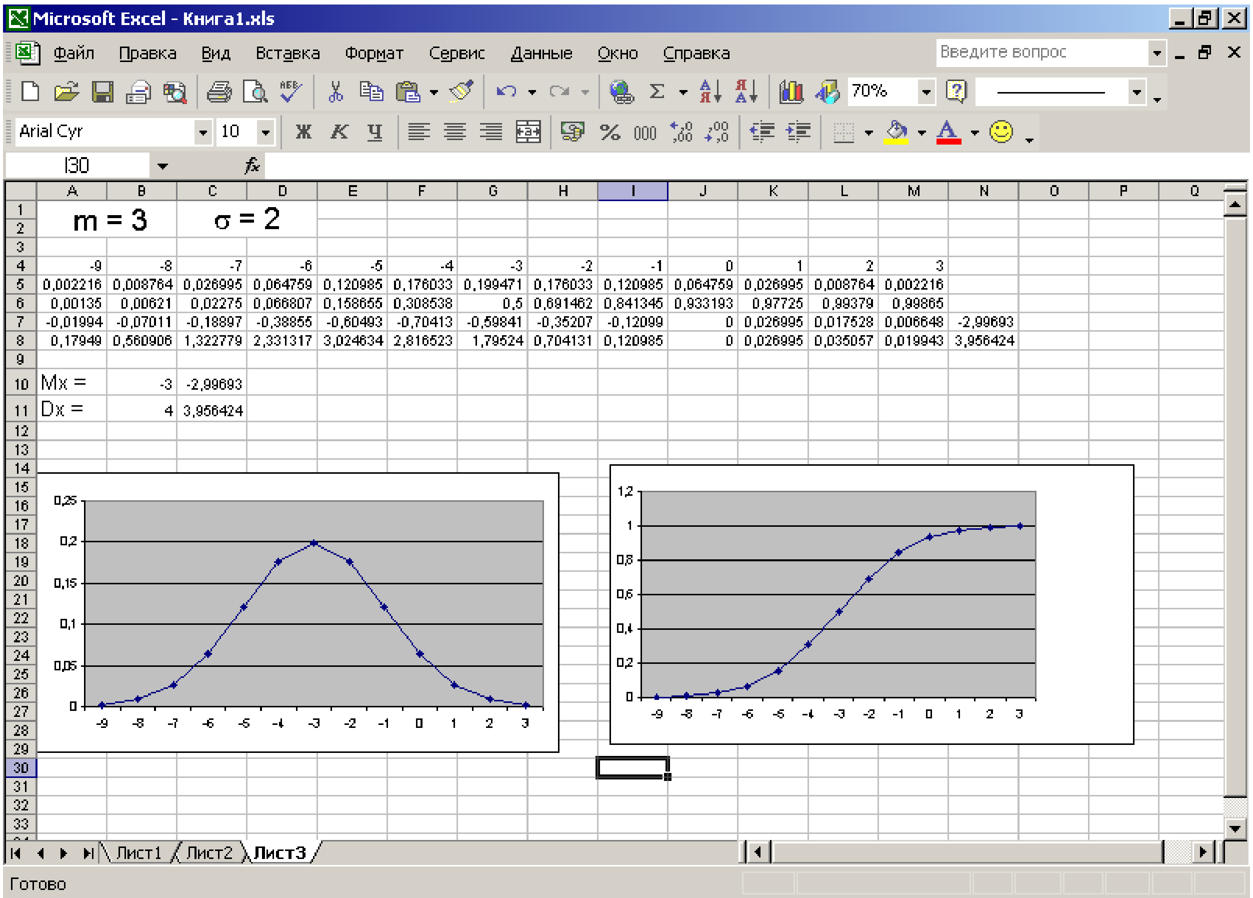
х — значение, для которого строится распределение.

Среднее — параметр ***m*** нормального распределения.

Стандартное_откл — параметр σ нормального распределения.

Интегральная — логическое значение, определяющее форму функции. Если интегральная имеет значение ИСТИНА, то функция НОРМРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если это аргумент имеет значение ЛОЖЬ, то возвращается функция плотности распределения.

Пример выполнения работы:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1–2	m = 3		σ = 2											
3														
4	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
5	0,002216	0,008764	0,026995	0,064759	0,120985	0,176033	0,199471	0,176033	0,120985	0,064759	0,026995	0,008764	0,002216	
6	0,00135	0,00621	0,02275	0,066807	0,158655	0,308538	0,5	0,691462	0,841345	0,933193	0,97725	0,99379	0,99865	
7	-0,01994	-0,07011	-0,18897	-0,38855	-0,60493	-0,70413	-0,59841	-0,35207	-0,12099	0	0,026995	0,017528	0,006648	-2,99693
8	0,17949	0,560906	1,322779	2,331317	3,024634	2,816523	1,79524	0,704131	0,120985	0	0,026995	0,035057	0,019943	3,956424
9														
10	Mx =	-3	-2,99693											
11	Dx =	4	3,956424											

- Получить значения для ***n*** точек плотности распределения непрерывной случайной величины, имеющей распределение Эрланга ***k***-го порядка с параметром λ, согласно индивидуальному заданию лабораторной работы.

Использовать функцию **ГАММАРАСП**

<u>Синтаксис:</u> **ГАММАРАСП**(**х**;**альфа**;**бета**;**интегральная**)

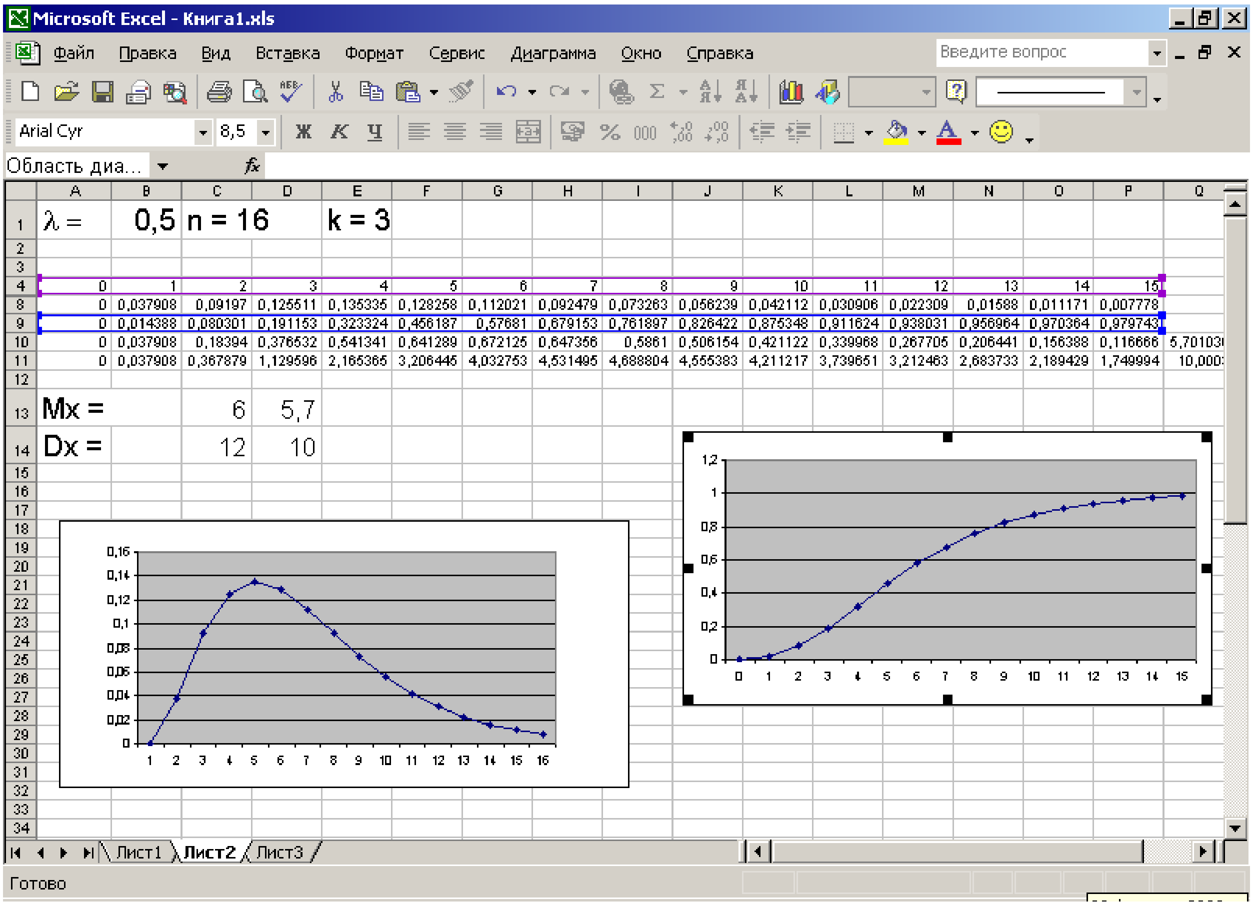
х — это значение, для которого требуется вычислить распределение.

Альфа — это порядок распределения (***k***)

Бета — это обратный параметр распределения (**1**/λ).

Интегральная — это логическое значение, определяющее форму функции. Если интегральная имеет значение ИСТИНА, то функция ГАММАРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если этот аргумент имеет значение ЛОЖЬ, то возвращается функция плотности распределения.

Пример выполнения работы:



- Получить значения для ***n*** точек плотности распределения непрерывной случайной величины, имеющей распределение Эрланга **1**-го порядка с параметром λ, согласно индивидуальному заданию лабораторной работы.
- Построить кривую распределения для всех указанных выше распределений
- Получить значения для функций распределения непрерывной случайной величины для указанных законов распределения
- Построить графики функций распределения
- Вычислить числовые характеристики непрерывных случайных величин по расчетным и статистическим формулам.

5. Индивидуальные задания

№	n	λ	m	σ	k
1	15	0.1	-10	3	2
2	20	0.2	-9	4	3
3	25	0.3	-8	5	4
4	30	0.4	-7	6	5
5	16	0.5	-6	3	2
6	21	0.6	-5	4	3
7	26	0.7	-4	5	4
8	31	0.15	-3	6	5
9	17	0.25	-2	3	2
10	22	0.35	-1	4	3
11	27	0.45	0	5	4
12	32	0.55	1	6	5
13	18	0.65	2	3	2
14	23	0.75	3	4	3
15	28	0.155	4	5	4
16	33	0.255	5	6	5
17	19	0.355	6	3	2
18	24	0.455	7	4	3
19	29	0.555	8	5	4
20	34	0.655	9	6	5
21	15	0.755	10	3	2
22	20	0.16	11	4	3
23	25	0.24	12	5	4
24	30	0.32	13	6	5
25	17	0.48	14	3	2
26	24	0.53	15	4	3