Семинар 3. Тема занятия: "Расчёт реакций линейной трёхфазной электрической цепи в статическом режиме для схем соединений фаз нагрузки звездой (Y) и треугольником (Δ) методом комплексных амплитуд".

Цель занятия: научиться рассчитывать токи в линейных проводах и в фазах нагрузки при подключении устройств к трёхфазному источнику, оценить влияние нейтрального провода.

Занятие начинается с изображения возможных вариантов подключения однофазных и трёхфазных устройств к трёхфазному источнику, представленному линейными и нейтральным проводами,

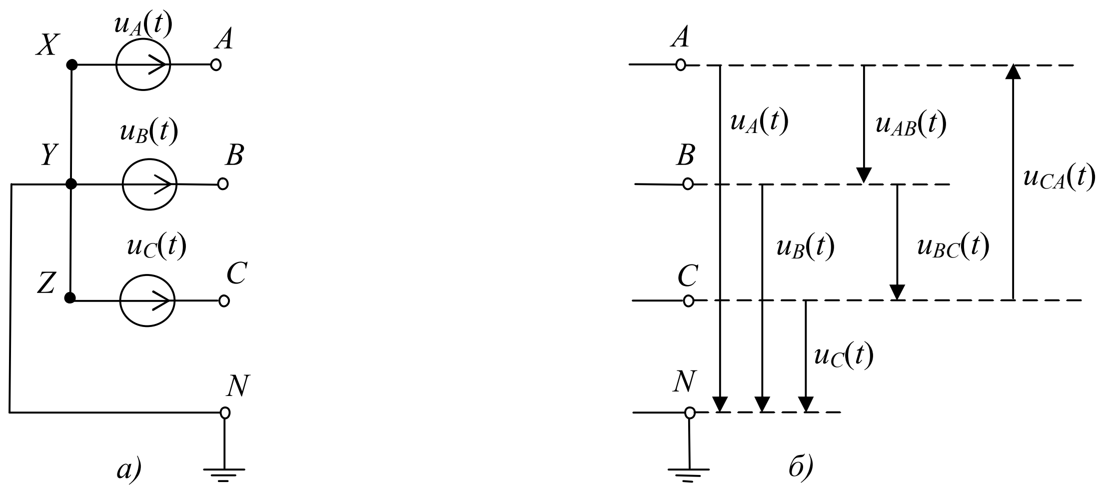

Рис.1. Трехфазный источник напряжений: *а* – схема соединений трехфазного источника напряжений "звезда с заземленной нейтралью" (Y), *б* - фазные и линейные напряжения на выходе источника

В практических расчетах, как правило, используют масштаб действующих значений $U_{\text{ф}} = U_{m\text{ф}} / \sqrt{2}$ В. Комплексные действующие значения фазных напряжений определяются соответственно:

$$\dot{U}_A = U_{\text{ф}} e^{j0^\circ} = U_{\text{ф}}, \text{В} ;$$
$$\dot{U}_B = U_{\text{ф}} e^{-j120^\circ} = U_{\text{ф}}(-0{,}5 - j\sqrt{3}/2), \text{ В} ;$$
$$\dot{U}_C = U_{\text{ф}} e^{j120^\circ} = U_{\text{ф}}\left(-0{,}5 + j\sqrt{3}/2\right), \text{ В} .$$

Система линейных напряжений симметричного трехфазного источника сдвинута относительно системы соответствующих фазных напряжений на 30° в сторону опережения (против часовой стрелки):

$$\left.\begin{aligned} u_{AB}(t) &= u_A(t) - u_B(t) = \sqrt{3} U_{m\text{ф}} \sin(\omega t + 30^\circ), \text{ В} ; \\ u_{BC}(t) &= u_B(t) - u_C(t) = \sqrt{3} U_{m\text{ф}} \sin(\omega t - 90^\circ), \text{ В} ; \\ u_{CA}(t) &= u_C(t) - u_A(t) = \sqrt{3} U_{m\text{ф}} \sin(\omega t + 150^\circ), \text{ В} . \end{aligned}\right\}$$

Для комплексных действующих значений имеем:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= U_{\text{л}} e^{j30^\circ}, \text{ В} ; \\ \dot{U}_{BC} &= U_{\text{л}} e^{-j90^\circ}, \text{ В} ; \\ \dot{U}_{CA} &= U_{\text{л}} e^{j150^\circ}, \text{ В} , \end{aligned}\right\}$$

Варианты подключения нагрузки

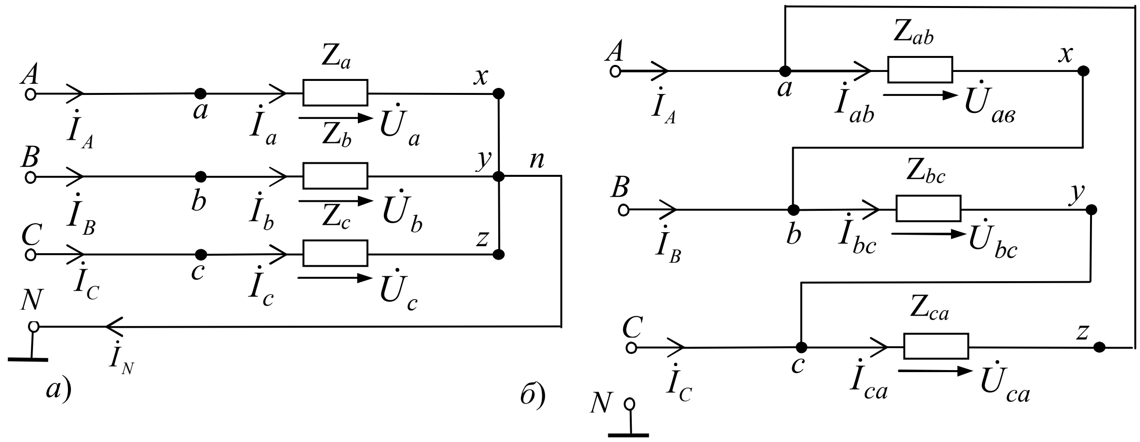

Рис.2. Схемы соединения трехфазных потребителей с источником: *а* - "звезда" с нейтралью (Y), *б* - "треугольник" (Δ)

По выбору преподавателя задаётся комбинация фазных нагрузок и проводится расчёт по следующей методике:

- определение для заданной схемы соединений напряжений на фазах потребителя $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ или $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$;

- определение токов в фазах потребителя $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$ или $\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}$;

- определение линейных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ и тока нейтрали $\dot{I}_N$.

- определение комплексных мощностей фаз потребителя $\tilde{S}_a, \tilde{S}_b, \tilde{S}_c$ или $\tilde{S}_{ab}, \tilde{S}_{bc}, \tilde{S}_{ca}$ и комплексной мощности потребителя $\tilde{S}_\Sigma$;

- проверка правильности решения по уравнению баланса комплексных мощностей $\tilde{S}_{\text{ист.}} = \tilde{S}_\Sigma$;

- отображение (перевод) найденных реакций из области "$j\omega$" во временную область "t".

Проиллюстрируем это на примере простой трехфазной цепи (рис.4.3,*а*).

Система фазных и линейных напряжений трехфазного источника известна (задана):

$$\dot{U}_A = U_\text{ф} e^{j0^\circ}, \text{ В}; \quad \dot{U}_B = U_\text{ф} e^{-j120^\circ}, \text{ В}; \quad \dot{U}_C = U_\text{ф} e^{j120^\circ}, \text{ В}.$$

По схеме соединений определяются напряжения на фазах потребителя:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = U_\text{ф} e^{j0^\circ}, \text{ В}; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B = U_\text{ф} e^{-j120^\circ}, \text{ В}; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C = U_\text{ф} e^{j120^\circ}, \text{ В}.$$

Известны (заданы) параметры фаз потребителя: $Z_a(j\omega) = |Z_a| e^{j\varphi_a}$ Ом; $Z_b(j\omega) = |Z_b| e^{j\varphi_b}$, Ом; $Z_c(j\omega) = |Z_c| e^{j\varphi_c}$, Ом.

Определяются комплексные действующие значения фазных токов на основании уравнения элемента $Z(j\omega)$:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / Z_a(j\omega) = U_\text{ф} e^{j0^\circ} / (|Z_a| e^{j\varphi_a}) = (U_\text{ф} / |Z_a|) \cdot e^{-j\varphi_a} = I_a e^{j\psi_a}, \quad \text{А};$$

$$\dot{I}_b = \dot{U}_b / Z_b(j\omega) = (U_\text{ф} / |Z_b|) \cdot e^{j(-120^\circ - \varphi_b)} = I_b e^{j\psi_b}, \quad \text{А};$$

$$\dot{I}_c = \dot{U}_c / Z_c(j\omega) = (U_\text{ф} / |Z_c|) \cdot e^{j(120^\circ - \varphi_c)} = I_c e^{j\psi_c}, \quad \text{А},$$

где $I_a = U_ф / |Z_a|$, А; $\psi_a = -\varphi_a$; $I_b = U_ф / |Z_b|$, А; $\psi_b = -120^\circ - \varphi_b$; $I_c = U_ф / |Z_c|$, А; $\psi_c = 120^\circ - \varphi_c$.

Значения комплексных мощностей фаз потребителя определяются по соотношениям:

$$\tilde{S}_a = \dot{U}_a \overset{*}{I}_a = U_ф e^{j0^\circ} I_a e^{-j\psi_a} = U_ф I_a e^{j\varphi_a} = \left|\tilde{S}_a\right| e^{j\varphi_a},\ \text{ВА};$$

$$\tilde{S}_b = \dot{U}_b \overset{*}{I}_b = U_ф e^{-j120^\circ} I_b e^{-j\psi_b} = U_ф I_b e^{j(-120^\circ + 120^\circ + \varphi_b)} = \left|\tilde{S}_b\right| e^{j\varphi_b},\ \text{ВА};$$

$$\tilde{S}_c = \dot{U}_c \overset{*}{I}_c = U_ф e^{j120^\circ} I_c e^{-j\psi_c} = U_ф I_c e^{j(120^\circ - 120^\circ + \varphi_c)} = \left|\tilde{S}_c\right| e^{j\varphi_c},\ \text{ВА},$$

где $\overset{*}{I}$ – сопряженные комплексные действующие значения токов.

Комплексная мощность трехфазного потребителя определяется, как алгебраическая сумма комплексных мощностей фаз. Для суммирования следует предварительно перевести комплексные мощности фаз потребителя в алгебраическую форму.

$$\tilde{S} = \left|\tilde{S}\right| \cdot e^{j\varphi} = \left|\tilde{S}\right| \cos\varphi + j\left|\tilde{S}\right| \sin\varphi = P \pm jQ,\ \text{ВА}.$$

Таким образом, комплексная мощность трехфазного потребителя:

$$\tilde{S}_\Sigma = \tilde{S}_a + \tilde{S}_b + \tilde{S}_c = P_\Sigma \pm jQ_\Sigma\ ,\text{ВА},$$

где $P_\Sigma = P_a + P_b + P_c$, Вт- активная мощность потребителя, $Q_\Sigma = Q_a + Q_b + Q_c$, ВАР – реактивная мощность потребителя.

Линейные токи в рассматриваемой схеме равны соответствующим фазным токам: $\dot{I}_A = \dot{I}_a$; $\dot{I}_B = \dot{I}_b$; $\dot{I}_C = \dot{I}_c$. Ток нейтрали $\dot{I}_N$ определяется по закону Кирхгофа для узла "n": $\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$. Для суммирования необходимо предварительно перевести фазные токи в алгебраическую форму.

Мощность трехфазного источника определяется, как алгебраическая сумма комплексных мощностей фаз источника:

$$\tilde{S}_{ист.} = \tilde{S}_А + \tilde{S}_В + \tilde{S}_С = \dot{U}_A I_A^* + \dot{U}_B I_B^* + \dot{U}_C I_C^* = P_{ист.} \pm jQ_{ист.},\ \text{ВА}.$$

Проверка производится по уравнению баланса мощностей:

$$\tilde{S}_{ист.} = \tilde{S}_\Sigma,\ \text{ВА};\ P_{ист.} = P_\Sigma,\ \text{Вт};\ Q_{ист.} = Q_\Sigma,\quad \text{ВАР}.$$

Важной характеристикой трехфазной цепи является активная мощность в фазах потребителя, зависящая от фазных напряжений:

$$P_a = U_a I_a \cos\varphi_a = U_ф I_a \cos\varphi_a = U_ф^2 / R_a,\ \text{Вт};$$

$$P_b = U_b I_b \cos\varphi_b = U_ф I_b \cos\varphi_b = U_ф^2 / R_b,\ \text{Вт};$$

$$P_c = U_c I_c \cos\varphi_c = U_ф I_c \cos\varphi_c = U_ф^2 / R_c,\ \text{Вт}.$$

Для схемы "Δ" (рис. 4.3.*б*) имеем соотношения:

$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = U_л e^{j30^\circ}$, В; $\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = U_л e^{-j90^\circ}$, В; $\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = U_л e^{j150^\circ}$, В;

$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab} / Z_{ab}(j\omega)$, А; $\dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc} / Z_{bc}(j\omega)$, А; $\dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca} / Z_{ca}(j\omega)$, А;

$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$, А; $\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$, А; $\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$, А.

Остальные этапы анализа проводятся аналогично соответствующим этапам схемы "звезда".

Весьма часто в практических задачах возникает необходимость учета сопротивлений реальных проводов линий и нейтрали.

Сопротивления проводов $Z_{\text{пр.}}(j\omega)$ удобно представить соответствующими комплексными сопротивлениями: $Z_{\text{л}A}(j\omega)$, $Z_{\text{л}B}(j\omega), Z_{\text{л}C}(j\omega), Z_N(j\omega)$. В этом случае модель трехфазной цепи с симметричным источником и потребителем, соединенным по схеме "звезда", может быть представлена схемой рис.4.4.

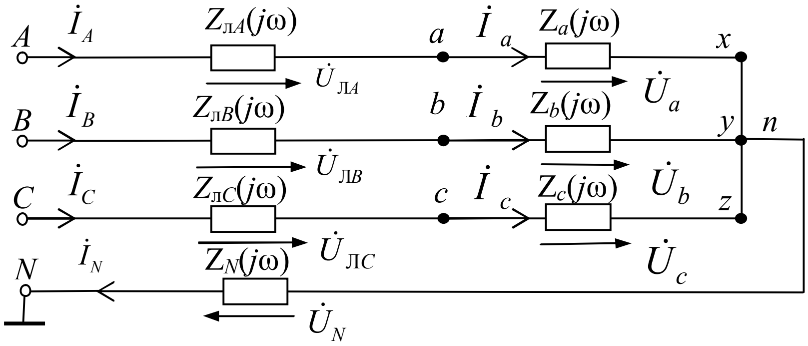

Рис.3. Схема трехфазной цепи с симметричным источником, трехфазным потребителем, соединенными по схеме "звезда с нейтралью" с ненулевыми сопротивлениями линейных проводов и нейтрали

Для определения напряжений на фазах потребителя в этом случае необходимо предварительно определить н а п р я ж е н и е с м е щ е н и я н е й т р а л и $\dot U_N$ - напряжение между нейтралью потребителя "n" и нейтралью источника "N".

Используя метод узловых напряжений, несложно записать выражение для определения напряжения $\dot U_N$:

$$\dot U_N = \left(\dot U_A Y_A(j\omega) + \dot U_B Y_B(j\omega) + \dot U_C Y_C(j\omega)\right) \Big/ \left(Y_A(j\omega) + Y_B(j\omega) + Y_C(j\omega) + Y_N(j\omega)\right),$$

В,

где $Y_A(j\omega) = 1/[Z_a(j\omega) + Z_{\text{л}A}(j\omega)]$, Сим; $Y_B(j\omega) = 1/[Z_b(j\omega) + Z_{\text{л}B}(j\omega)]$, Сим; $Y_C(j\omega) = 1/[Z_c(j\omega) + Z_{\text{л}C}(j\omega)]$, Сим – комплексные проводимости ветвей между узлами; $Y_N(j\omega) = 1/Z_N(j\omega)$, Сим – комплексная проводимость нейтрали.

Напряжения между фазными выводами источника *A*, *B*, *C* и нейтралью потребителя "n" определяются выражениями:

$$\dot U_{An} = \dot U_{\text{л}A} + \dot U_a = \dot U_A - \dot U_N \text{, В;} \quad \dot U_{Bn} = \dot U_{\text{л}B} + \dot U_b = \dot U_B - \dot U_N \text{, В;}$$

$$\dot U_{Cn} = \dot U_{\text{л}C} + \dot U_c = \dot U_C - \dot U_N \text{, В.}$$

Линейные токи и, соответственно, токи фаз потребителя определяются следующим образом:

$$\dot I_A = \dot I_a = \dot U_{An} Y_A(j\omega) \text{, А;} \quad \dot I_B = \dot I_b = \dot U_{Bn} Y_B(j\omega) \text{, А;} \quad \dot I_C = \dot I_c = \dot U_{Cn} Y_C(j\omega) \text{, А.}$$

Напряжения на фазах потребителя определяются по уравнениям элемента $Z(j\omega)$.

$$\dot U_a = \dot I_a Z_a(j\omega) \text{, В;} \quad \dot U_b = \dot I_b Z_b(j\omega) \text{, В;} \quad \dot U_c = \dot I_c Z_c(j\omega) \text{, В.}$$

Вполне очевидно, что в рассмотренном варианте напряжения на фазах потребителя не равны фазным напряжениям источника. Они зависят от напряжения смещения нейтрали $\dot U_N$ и от сопротивлений линейных проводов. В общем случае сопротивления линий $Z_{\text{л}}(j\omega)$ для каждой линии могут быть различными.