Министерство образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»

Кафедра «Робототехника и мехатроника»

Учебный курс «Пакет прикладных программ MATLAB для исследований и разработок»

Лабораторная работа №1

Основы программирования в среде MATLAB

Москва 2019

Цель работы: получение базовых знаний для работы в среде MATLAB: создание векторов и матриц, проведение основных операций с ними, знакомство со встроенными функциями среды.

Задание №1: вычислите выражение, заданное в таблице 1 согласно вашему варианту. В качестве переменной N можно выбрать любое **положительное** число (желательно не слишком большое).

Таблица 1. Выражения для различных вариантов

Вариант	Выражение
1	$\dfrac{A^{7/8}\cdot\sqrt{B}}{(C+D)^2}$, $A=\sin^2 N$, $B=\lg\left(N^2\right)$, $C=e^{(N-1)^2}$, $D=A\cdot B$
2	$A^2\cdot\mathrm{tg}\left(B+C^3\right)$, $A=\cos(N+100)$, $B=\dfrac{\sqrt{N^2}}{N^3+N^2+1}$, $C=\ln(5N+2)$
3	$\dfrac{A^{2/9}-\sqrt{B}}{\left(C^2+D\right)^2}$, $A=\cos^2 N$, $B=\lg\left(N^2\right)$, $C=e^{(N-1)^3}$, $D=A-B$
4	$A^2\cdot\mathrm{ctg}\left(B^{1/4}+C^{1/3}\right)$, $A=\sin(100\cdot N)$, $B=\left(\dfrac{\sqrt{N^2}}{N^2+1}\right)^2$, $C=\lg(1000\cdot N)$
5	$\sqrt{A^2+B^2}\cdot\left[\sin\left(A^{B+C}\right)\right]^2$, $A=\cos N$, $B=\mathrm{tg}\,N$, $C=N\cdot\sqrt{N^2+\lg N}$
6	$\sqrt{A^2+B^2}\cdot\left[\cos(A+B\cdot C)\right]^3$, $A=\cos N$, $B=\mathrm{tg}(N+1)$, $C=N^2\cdot\sqrt{N^2+\ln N}$
7	$\sqrt{A^2+B^2}\cdot\left[\mathrm{tg}\left(A+B^C\right)\right]^3$, $A=\cos N\cdot\sin N$, $B=\mathrm{tg}\left(\sqrt{N^2+1}\right)$, $C=\sqrt{\ln N}$
8	$\dfrac{\mathrm{tg}\left(\sqrt{A^2+1}\right)}{1+\sqrt{\mathrm{tg}^2\left(\sqrt{B^2+C^2}\right)}}$, $A=\ln N+\ln N^2$, $B=\sqrt{\lg N}$, $C=\mathrm{ctg}\,N$

9	$A^{B+\sqrt{C^2+1}}$, $A=\sin N$, $B=N\,\mathrm{tg}\left(\sqrt{N^2+1}\right)$, $C=e^{\cos N}$
10	$\dfrac{A^{2/9}-\mathrm{tg}\,B}{\left(C^2+D\right)^2}$, $A=\cos^2 N$, $B=\lg\left(N^2\right)$, $C=e^{(N-1)^3}$, $D=A-B$
11	$A^{B\cdot\sqrt{C^2+1}}$, $A=\sin N\left(1+\cos N\right)$, $B=N\,\mathrm{ctg}\left(\sqrt{N^2+1}\right)$, $C=e^{\sin N}$
12	$\sqrt{A^2+B^2}\cdot\left[\cos\left(A^{B+C}\right)\right]^2$, $A=\cos N$, $B=\mathrm{ctg}\,N+N^2$, $C=N\cdot\sqrt{N^2+\lg N}$
13	$\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\left[\cos\left(A^{B\cdot C}\right)\right]^3$, $A=\cos N$, $B=N^3+N^2+N+1$, $C=\sin N\cdot\sqrt{N^2+\ln N}$
14	$A^{B\cdot\sqrt{C+1}}$, $A=\sin^3 N\left(1+\cos N\right)$, $B=N\,\mathrm{ctg}\left(\sqrt{N^2+1}\right)$, $C=e^{\sin N+\cos N-N^2}$
15	$A^2\cdot\mathrm{tg}\left(B^3+C^3\right)+e^{A+B+C}$, $A=\mathrm{ctg}\left(N+100\right)$, $B=\dfrac{\sqrt{N^2}}{N^3+N^2+1}$, $C=\lg\left(5N+2\right)$
16	$e^{A+B^2+C^3}$, $A=\sin\left[N^3+N^2\right]$, $B=\lg\left(N^{\cos N+1}+N^{\sin N+1}\right)$, $C=\mathrm{tg}\left(N+\mathrm{tg}\,N\right)$
17	$\sqrt{A^2+B^2}\cdot\left[\sin\left(A^{B+C}+\mathrm{ctg}\,C\right)\right]^2$, $A=\cos N^3$, $B=N\,\mathrm{tg}\,N$, $C=e^N\cdot\sqrt{N^3+\lg N+\ln N}$
18	$e^{A+B+\cos C}$, $A=\mathrm{ctg}\left[N^4+N^5\right]$, $B=\ln\left(N^{\cos N+1}+N^{\sin N+1}\right)$, $C=\mathrm{tg}\left(N^2+\mathrm{tg}\,N^2\right)$
19	$A^{B\cdot\sqrt{C^4+C^3+C^2+1}}$, $A=\sin^3 N+\sin^2 N+1$, $B=N\,\mathrm{ctg}\left(\sqrt{\sqrt{N^2+1}+N^3}\right)$, $C=1.2^{\sin N}$
20	$\dfrac{A^{7/8}\cdot B^{3/11}}{(C+D)^2}$,

	$A=\sin^2 N$, $B=\lg\left(N^2\right)$, $C=e^{(N-1)^4}$, $D=AB^2+A^2B$
21	$A^{N+1}\cdot\mathrm{tg}\left(B^{11/9}+C^3\right)$, $A=\cos\left(N+100\right)$, $B=\dfrac{\sqrt{N^2}+N^4}{N^5+N^3+N^2+1}$, $C=\log_2\left(5N+2\right)$
22	$A^2\cdot\mathrm{tg}\left(B+C^3\right)$, $A=\cos\left[1+\mathrm{tg}\left(N^2+2N+1\right)\right]$, $B=\dfrac{\sqrt{N^2}}{\sqrt{N^4+N^2}+1}$, $C=\log_2\left(N^2+1\right)$
23	$2^{A+B^{1/7}+\cos C}$, $A=\mathrm{tg}\left[N^2+N^3\right]$, $B=\ln\left(N^{\cos N+1}+N^{\sin N+1}\right)$, $C=e^{\left(N^2+\mathrm{tg}\,N^2\right)}$
24	$\dfrac{A^{2/9}-\sqrt{B}}{\left(C^2+D+A^2+B^5\right)^2}$, $A=\cos^2 N$, $B=\lg\left(N^2\right)\log_2\left(N^4+N^2\right)$, $C=e^{(N-1)^3}$, $D=A-2B$
25	$e^{\cos(A+B+C)}$, $A=\mathrm{ctg}\left[N^4+N^5\right]$, $B=\lg\left(N^{\cos N}+N^{\sin^2 N+1}\right)$, $C=\mathrm{tg}\left(N^2+\mathrm{tg}\,N^2\right)$

Пример выполнения: вычислить следующее выражение:

$$e^{A+B+C},$$

где $A=N^3+N^2+1$, $B=\lg\left(N^{1+N}\right)$ и $C=\dfrac{\mathrm{tg}\,N}{1+\mathrm{tg}\,N}$ при $N=2$.

Сначала создадим выражения для A, B и C:

```
>> N = 2;
```

`>> A = N^3 + N^2` // выражение для A

```
A =

 12
```

`>> B = log10(N^(1 + N))` // выражение для B

```
B =

 0.9031
```

`>> C = tan(N)/(1 + tan(N))` // выражение для C

```
C =
```

```
 1.8439
```

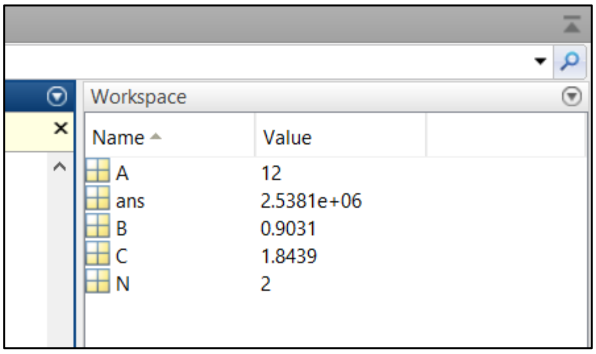
После этого можно записать выражение для основной формулы:

```
>> exp(A + B + C) // исходное выражение

ans =

 2.5381e+06
```

Система автоматически создаёт новые переменные и определяет их тип в зависимости от выражения, которое должно быть присвоено переменной. Все новые переменные и их значения отображаются в панели `Workspace` (рисунок ниже).



Новые переменные в панели Workspace

В этой же панели можно изменять значения переменных.

1.1. попробуйте незначительно изменить исходное выражение, заданное в таблице согласно вашему варианту (например, поменять знак сложения на знак вычитания) и пересчитать, не вводя заново выражение, а воспользоваться тем, что система запоминает все последние действия пользователя (для это нужно использовать клавишу $\uparrow$).

1.2. Получите результаты вычислений пункта 1.1. в форматах `short` и `long`.

Задание №2 – операции с матрицами и комплексными числами

2.1. Получите комплексное число $a+bi$, где a,b - любые действительные числа. Определите:

- комплексно-сопряженное число числу $a+bi$;

- вычислите квадрат комплексно-сопряженного числа;

- вычислите произведение исходного комплексного числа и комплексно-сопряженного числа;

- вычислите выражение $\sin(a+bi)+\cos(a+bi)$.

2.2. Введите две матрицы A и B размерностью три на три (используйте любые действительные числа для заполнения матриц).

2.3. Выполните над матрицами операции сложения, вычитания и умножения.

2.4. Выполните транспонирование матриц *A* и *B*.

2.5. Создайте из матриц *A* и *B* матрицу *C* с комплексными числами, причем, элементы матрицы *A* должны стать действительными частями комплексных чисел, а элементы матрицы *B* - мнимыми частями, т.е. между элементами матриц должно выполняться соотношение:

$$c_{kj} = a_{kj} + b_{kj} i,\ \ k, j = 1, 2, 3.$$

2.6. Определите матрицу, комплексно сопряжённую матрице *C*.

2.7. Возведите квадратную матрицу *A* в квадрат с использованием оператора ^. Сравните полученный результат, умножив матрицу *A* саму на себя.

2.8. Вычислите произведение первой строки матрицы *A* и матрицы *B*, а также произведение матрицы *B* и третьего столбца матрицы *A*:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{pmatrix}.$$

2.9. Решите систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned}$$

где

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_1	b_2	b_3
-1.2	-0.3	0.2	0.5	2.1	1.3	-0.9	0.7	5.6	1.32	3.91	5.4

Примечание: используйте операцию \ для нахождения вектора $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}^T$ или используйте операцию для нахождения обратной матрицы: `inv(A)`.

2.10. Создайте из матриц *A* и *B* и транспонированных матриц A^T и B^T блочную матрицу *K*:

$$K = \begin{pmatrix} A & B \\ B^T & A^T \end{pmatrix}.$$

2.11. Удалите второй столбец и третью строку из матрицы *K*.

2.12. Заполните прямоугольную матрицу размерами не менее 5 на 8 нулями с помощью функции `zeros`.

2.13. Инициализируйте с помощью функции `eye` единичную прямоугольную матрицу 7 на 4 и единичную квадратную матрицу 5 на 5.

2.14. Создайте с помощью функции `ones` прямоугольную и квадратную матрицы, состоящие из единиц, которые содержат не менее четырех строк и 4 столбцов.

2.15. Создайте с помощью функции `rand` матрицу 4 на 5, элементы которой представляют собой случайные числа в интервале от 0 до N, где N - номер вашего варианта.

Примечание: функция `rand(M, N)` возвращает матрицу с размерами M на N, элементы которой представляют собой псевдослучайные величины, полученные из стандартного нормального распределения на интервале $[0,1]$.

2.16. Из элементов первой строки блочной матрицы K с помощью функции `diag` сформируйте диагональную матрицу.

2.17. Выполните известные Вам поэлементные операции над матрицами A и B.

2.18. Выполните визуализацию блочной матрицы, используя команды `spy`, `imagesc`, `colorbar`, `colormap(gray)`. Объясните, какой результат позволяет получить каждая из команд.

2.19. С помощью специальной функции найдите определители следующих матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ R = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.20. Определите ранг матрицы

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.21. Даны два вектора:

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

получить скалярное произведение векторов с помощью функции `dot` и векторное произведение с помощью команды `cross`. Какой вывод о взаимном положении векторов можно сделать по результату скалярного произведения?

Задание №3 – применение функций и команд MATLAB для выполнения некоторых инженерных расчётов

3.1. Пусть два наблюдателя измеряют линейную скорость движения движущегося объекта. С первым наблюдателем, находящимся около здания, свяжем неподвижную систему координат. Со вторым наблюдателем, находящимся на крыше здания также свяжем систему координат, которая повернута относительно неподвижной на угол 90 градусов вокруг оси Z. Второй наблюдатель измеряет скорость движения объекта и выражает её в виде проекций на оси своей системы координат. В некоторый момент времени вторым наблюдателем был получен вектор скорости:

$$^{2}v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix},$$

где ^{2}v - вектор скорости, выраженный во второй системе координат.

Чтобы получить вектор скорости в системе координат первого наблюдателя необходимо произвести следующее преобразование:

$$^{1}v = \mathbf{R}_2^1 \, ^{2}v = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix},$$

где $\varphi = 90°$. Здесь столбцы матрицы $\mathbf{R}_2^1$ представляют собой проекции ортов повёрнутой системы координат на оси неподвижной системы координат.

Известно, что и для первого, и для второго наблюдателя величина скорости объекта будет одной и той же (но наблюдатели могут не согласиться по поводу *направления* движения объекта).

Определить ^{1}v и удостовериться, что величина скорости движущегося объекта будет одинаковой для обоих наблюдателей, т.е. $\left|^{1}v\right| = \left|^{2}v\right|$.

Определить при тех же условиях скорость тела относительно неподвижной системы координат ^{1}v, если второй наблюдатель вместе со своей системой отсчёта перемещается со скоростью $v_{н2}$:

$$v_{н2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3.2. Пусть твёрдое тело совершает плоско-параллельное движение на плоскости Oxy. Вектор линейной скорости полюса v_{O_1} имеет вид:

$$v_{O_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

угловая скорость тела относительно оси, проходящей через полюс, имеет вид:

$$\omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.5 \end{pmatrix}.$$

Определить скорости точек тела A, B и C тела (как векторов v_A, v_B, v_C), если радиус-векторы этих точек имеют вид:

$$\mathbf{r}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \mathbf{r}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \mathbf{r}_C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3.2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Примечание: необходимо использовать команду `cross`.

3.3. Определить диаметр шестерни, исходя из контактной выносливости зубьев[1]:

$$d_{1H} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}(U+1)}{U\psi_{bd}\left[\sigma\right]_H^2}},$$

где $K_d = 690\ \text{Мпа}^{1/3}$ коэффициент учитывающий материал зубчатых колёс и вид передачи,

$T_1 = 100\ \text{Н} \cdot \text{м}$ - вращающий момент на ведущем валу,

$K_{H\beta} = 1.12$ - коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки,

$U = 5$ - передаточное число зубчатой передачи,

$\psi_{bd} = 0.8$ - коэффициент ширины,

$\left[\sigma\right]_H = 620\ \text{МПа}$ - расчётное допускаемое контактное напряжение.

Измените величину вращающего момента до $T_1 = 130\ \text{Н} \cdot \text{м}$ и передаточное число зубчатой передачи до $U = 20$ и пересчитайте диаметр, используя предыдущую команду (команда $\uparrow$).

[1] Гуревич Ю.Е. Выров Б.Я. Инженерные основы расчётов деталей машин

Отчёт о работе

По результатам лабораторной работы составляется отчет, содержащий описание (задания) и результаты проделанной работы, а также текст программы с комментариями.