

Абдулзагиров М.М.



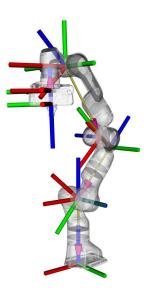
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»

Москва 2019г.

# Введение

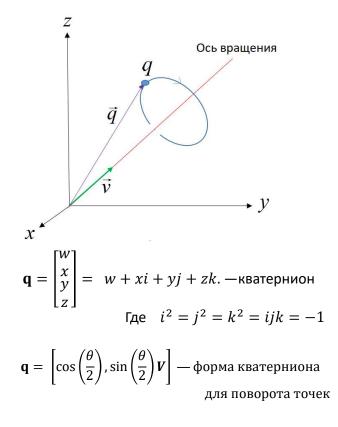
Кинематическое моделирование— нахождение кинематических законов движения механизма.





# Что такое Кватернион





## Что такое дуальный кватернион

#### с единичным модулем



кватернионы ориентации и перемещения:

$$\mathbf{p} \triangleq (\mathbf{s}_p, \mathbf{v}_p)$$
 и  $\mathbf{q} \triangleq (\mathbf{s}_q, \mathbf{v}_q)$ 



$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{p} + \varepsilon \, \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

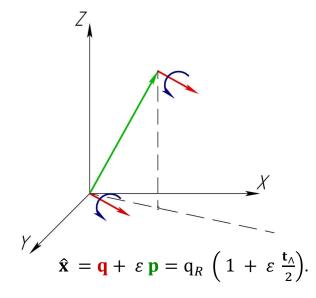
$$\|\hat{\mathbf{x}}\| = \sqrt{\hat{\mathbf{x}}\,\hat{\mathbf{x}}^*} = \sqrt{\left(s_p^2 + \mathbf{v_p}\cdot\mathbf{v_p},\mathbf{0}\right) + \varepsilon 2(s_p\,s_q + \mathbf{v_p}\cdot\mathbf{v_q},\mathbf{0})}$$
— модуль кватерниона

При этом если

$$s_p^2 + \mathbf{v_p} \cdot \mathbf{v_p} = 1$$
,  $2(s_p s_q + \mathbf{v_p} \cdot \mathbf{v_q}) = 0$ , to  $\|\hat{\mathbf{x}}\| = 1$ .

TO 
$$\|\hat{\mathbf{x}}\| = 1$$
.

То есть  $\hat{\mathbf{x}}$  является дуальным кватернионом с единичным модулем



Кватернион **q** задаёт ориентацию.

Кватернион р задаёт перемещение.

Дуальный кватернион который только вращается:

$$\hat{\mathbf{x}}_R = \mathbf{q}_R + \varepsilon(0,0),$$

$$\mathbf{q}_{R} \triangleq (\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathbf{v}).$$

Только перемещается:

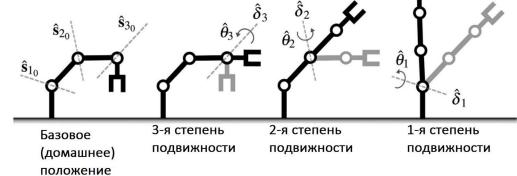
$$\hat{\mathbf{x}}_T = (1,0) + \varepsilon \, \frac{\mathbf{t}_{\wedge}}{2}$$

 $\mathbf{t}_{\wedge}=(0,\mathbf{t})$ ,  $\mathbf{t}$ — вектор перемещения

## Решение ПЗК

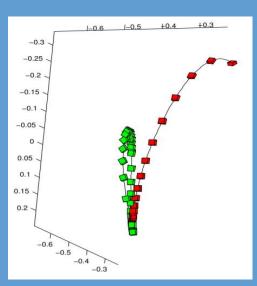
 $^{a_0}\widehat{x}_{a_0\,a}=^{a_0}\widehat{\delta}_1\,^{a_0}\widehat{\delta}_2\,^{a_0}\widehat{\delta}_3\dots$  —положение рабочего органа манипулятора

Простая иллюстрация того, как прямая задача кинематики применяется к роботу манипулятору с 3 степенями свободы.

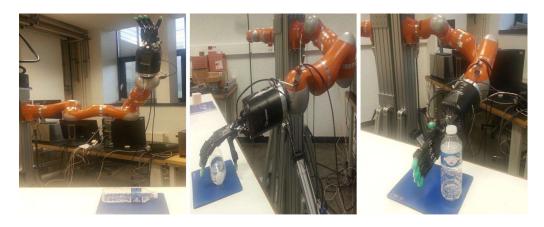


## Решение ОЗК

Решается аналогом метода градиентного спуска для дуальных кватернионов (большое и сложное решение)



Декартова траектория положений рабочего органа: захват (красный)и изменении положения бутылки (зеленый)



Первоначальное положение манипулятора и бутылки (слева). Рука достигает бутылку и захватывает её(средний). Изменяем положение бутылки с помощью захвата и ставим её на стол (справа).

#### Экономическая часть.

Представление	необходимо памяти	Умножения	сложение
матрица однородного преобразования	12	64×	48+
ДКЕМ и с операторами Гамильтона	8	64×	56+
преобразование оси-угла	7	43×	26+
дуальные кватернионы с единичным модулем	8	48×	40+

Расходы для различных представлений преобразования

для вычисления ПЗК требуется:

$$Cost(n) = [(n-1), (n-1), n] \begin{bmatrix} 48 \times \\ 40 + \\ 8f \end{bmatrix}$$

Для вычисления Якобиана требуется:

$$Cost(n) = 2 (n - 1) \begin{bmatrix} 48 \times \\ 40 + \end{bmatrix}$$

операций умножения  $\times$  и сложения + и блоков памяти с плавающей точкой f. n — число степеней подвижности

#### Вывод

- Моделирование и управление роботизированным манипулятором с использованием дуальных кватернионов компактно и относительно быстро, поэтому вычисление закона управления происходит быстро
- Это представление обеспечивает преимущества при использовании для моделирования и управления роботизированной системой, которая имеет много степеней свободы
- Данное представление также обеспечивает более быстрое вычисление интерполяция по сравнению некоторыми другими методами (например на основе углов Эйлера)
- Отсутствие сингулярностей Евклидова пространства
- Интуитивно понятное представление. Всё сводится к простым операциям умножения

#### Список литературы

- [Электронный ресурс].http://www.euclideanspace.com/maths/algebra/
- realNormedAlgebra/quaternions/index.htm
- "Доступно о кватернионах и их преимуществах" [Электронный ресурс]. https://habr.com/ru/post/426863/
- "Кватернионы в программировании игр." [Электронный ресурс]. http://wat.gamedev.ru/articles/quaternions
- "Магия тензорной алгебры: Часть 12 Параметры Родрига-Гамильтона в кинематике твердого тела" [Электронный ресурс]. https://habr.com/ru/post/263533/
- Robotics and Autonomous Systems: Kinematic modeling and control of a robot arm using unit dual quaternions [15 сентября 2015]
- Нелаева Екатерина И. «Развитие бикватернионной теории кинематического управления и её приложение к решению обратной задачи кинематики», Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук 2016 г