

Мобильная робототехника

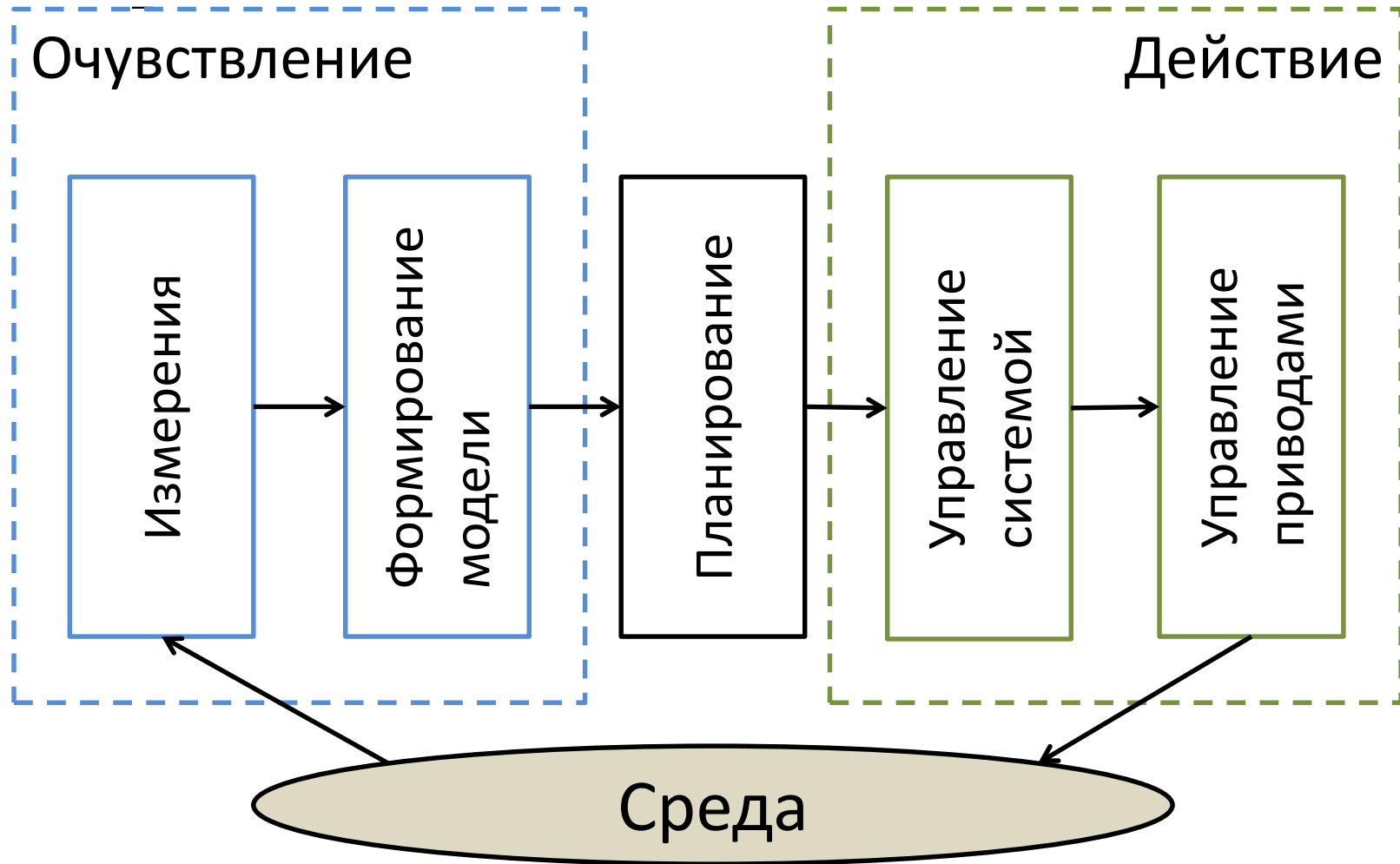
Планирование движения



Планирование движения

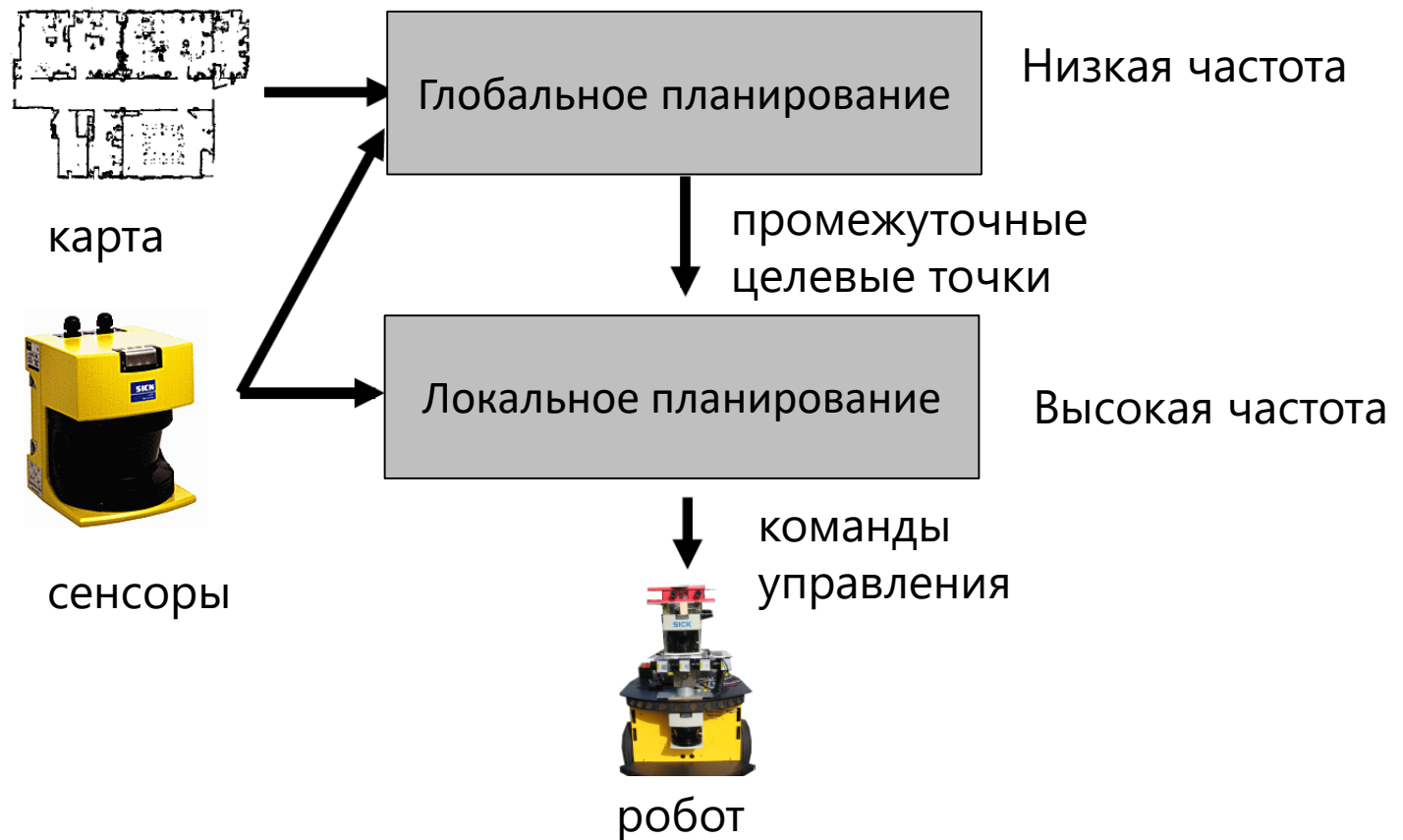
- Необходимо спланировать траекторию от начальной точки до конечной с учетом обхода препятствий
- Задача получить оптимальную траекторию (короткую, безопасную и т.д.)

Планирование движения



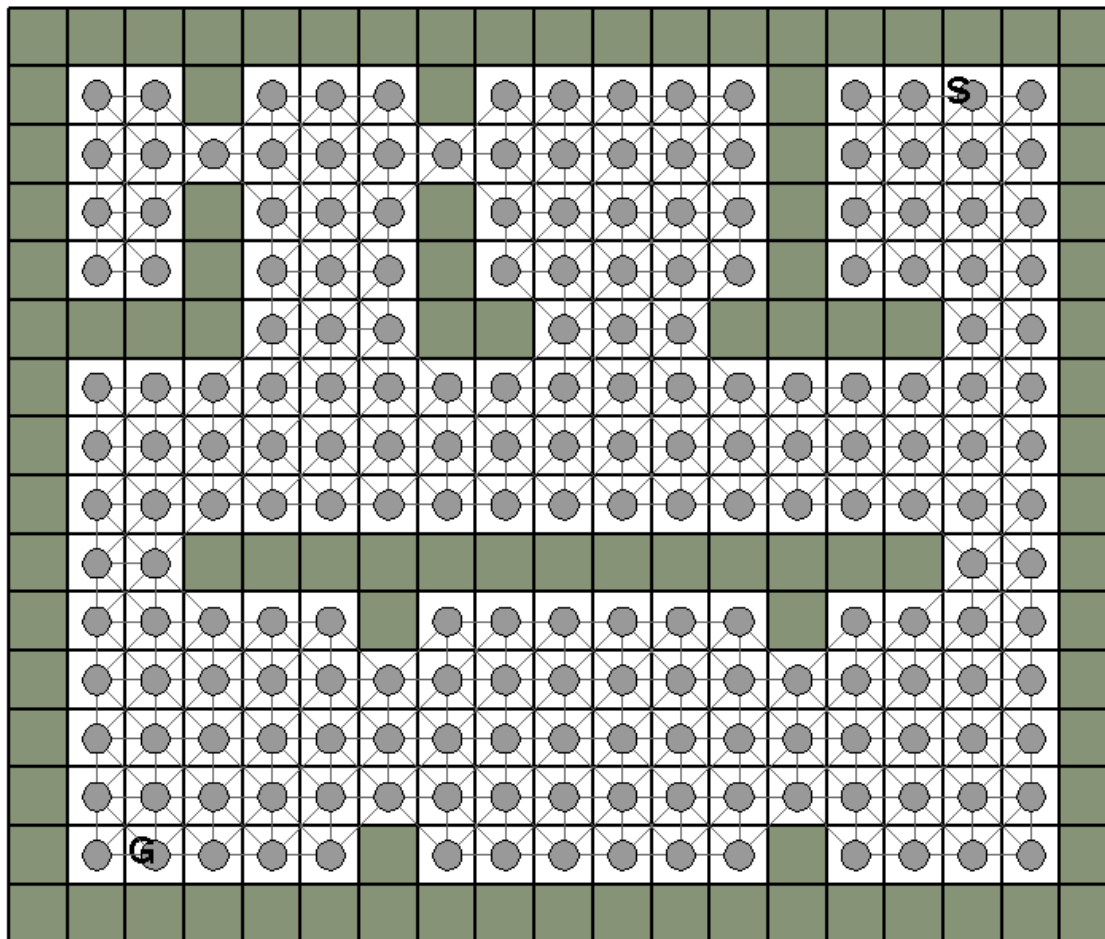
Планирование движения

- Два уровня планирования (управления)



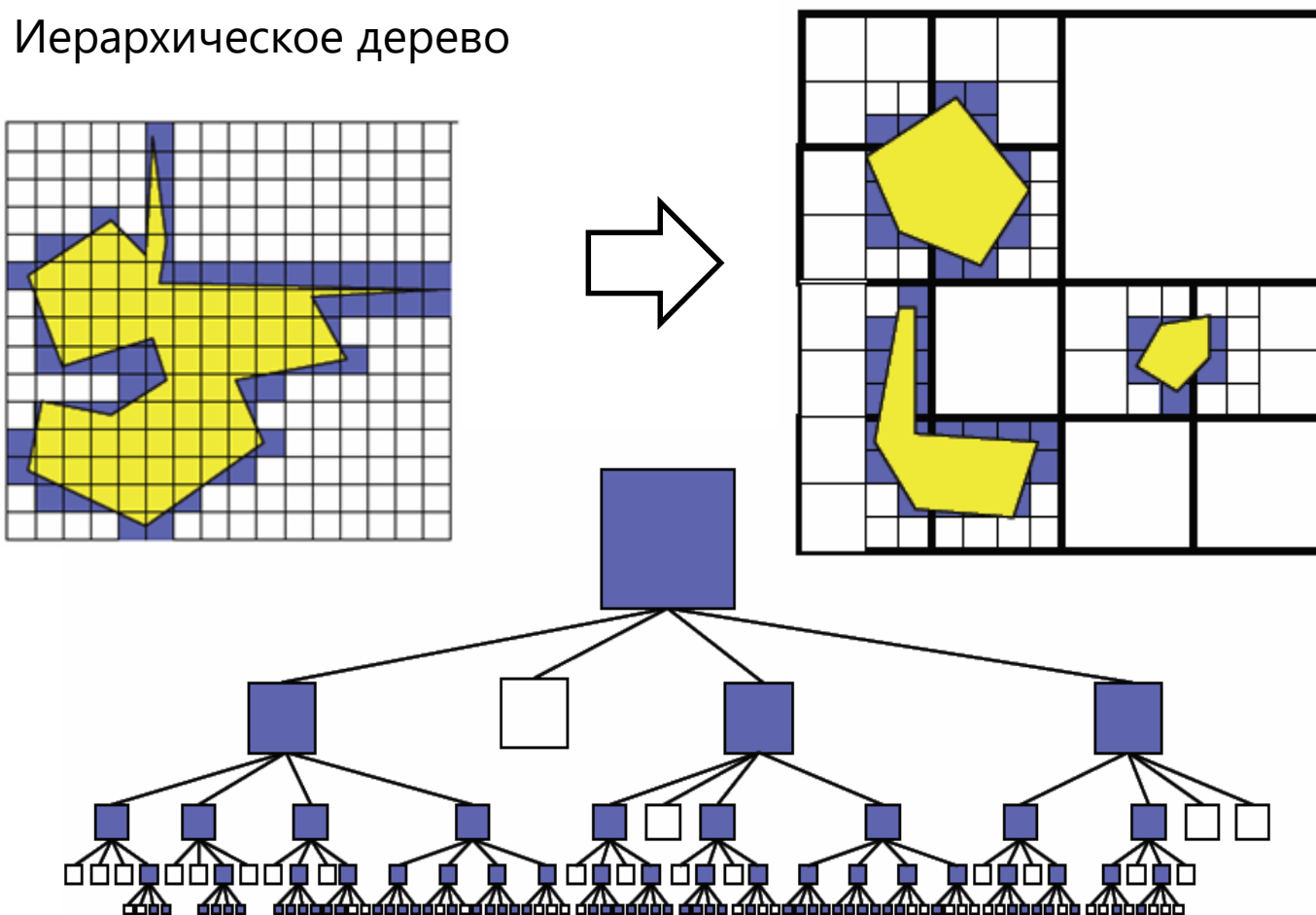
Дискретное представление рабочего пространства

Сеточная карта (Grid map)



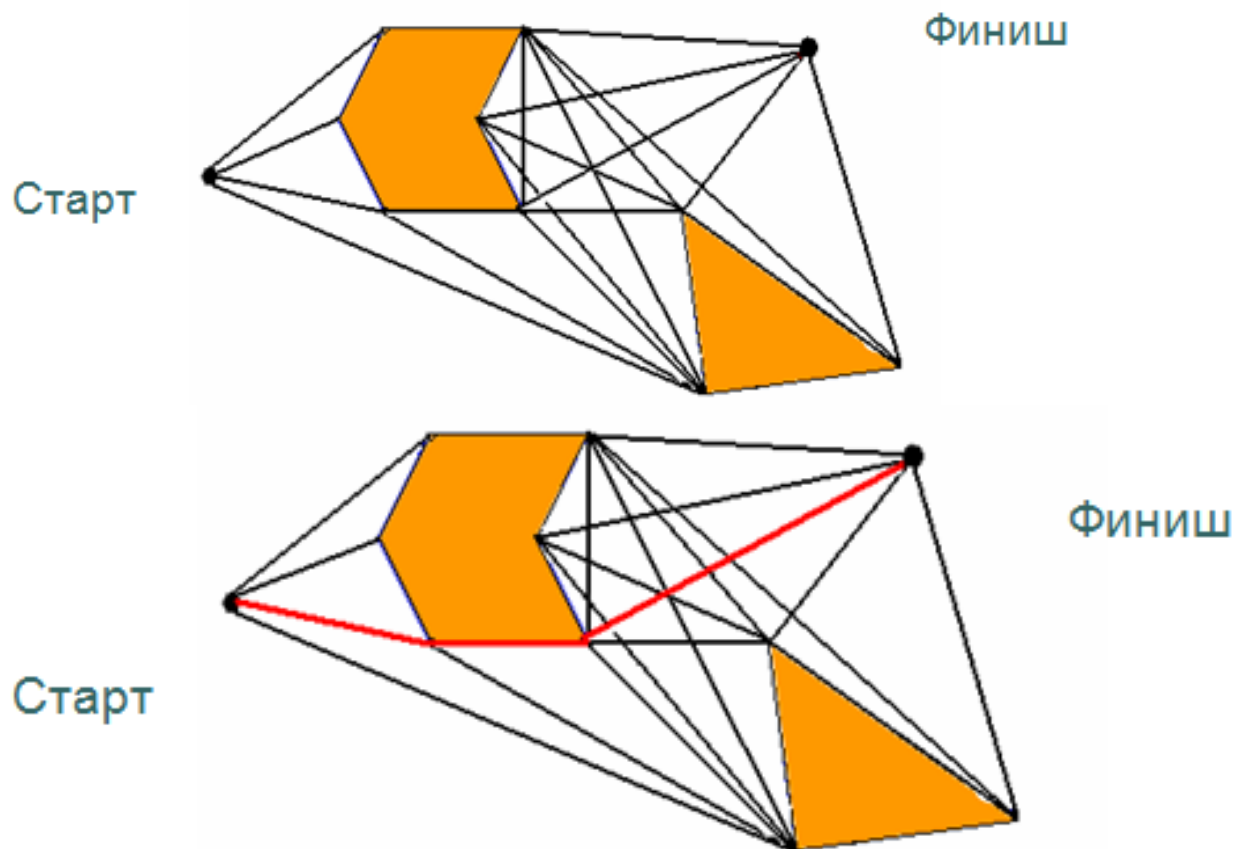
Дискретное представление рабочего пространства

Иерархическое дерево



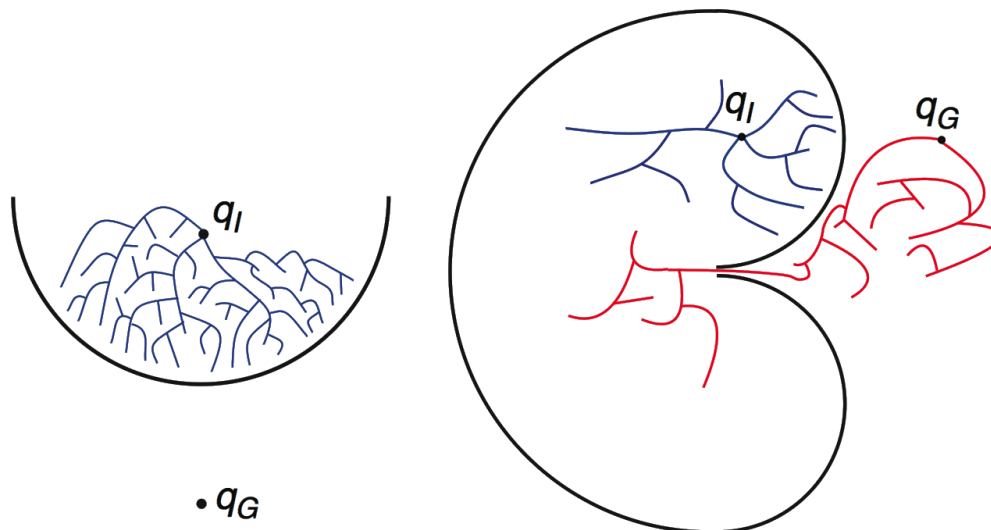
Дискретное представление рабочего пространства

Граф видимости



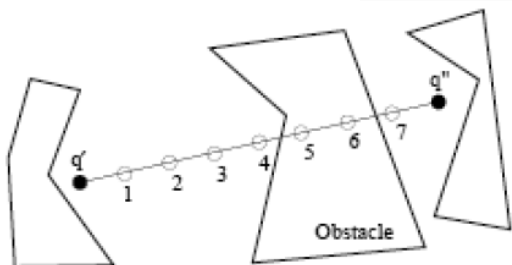
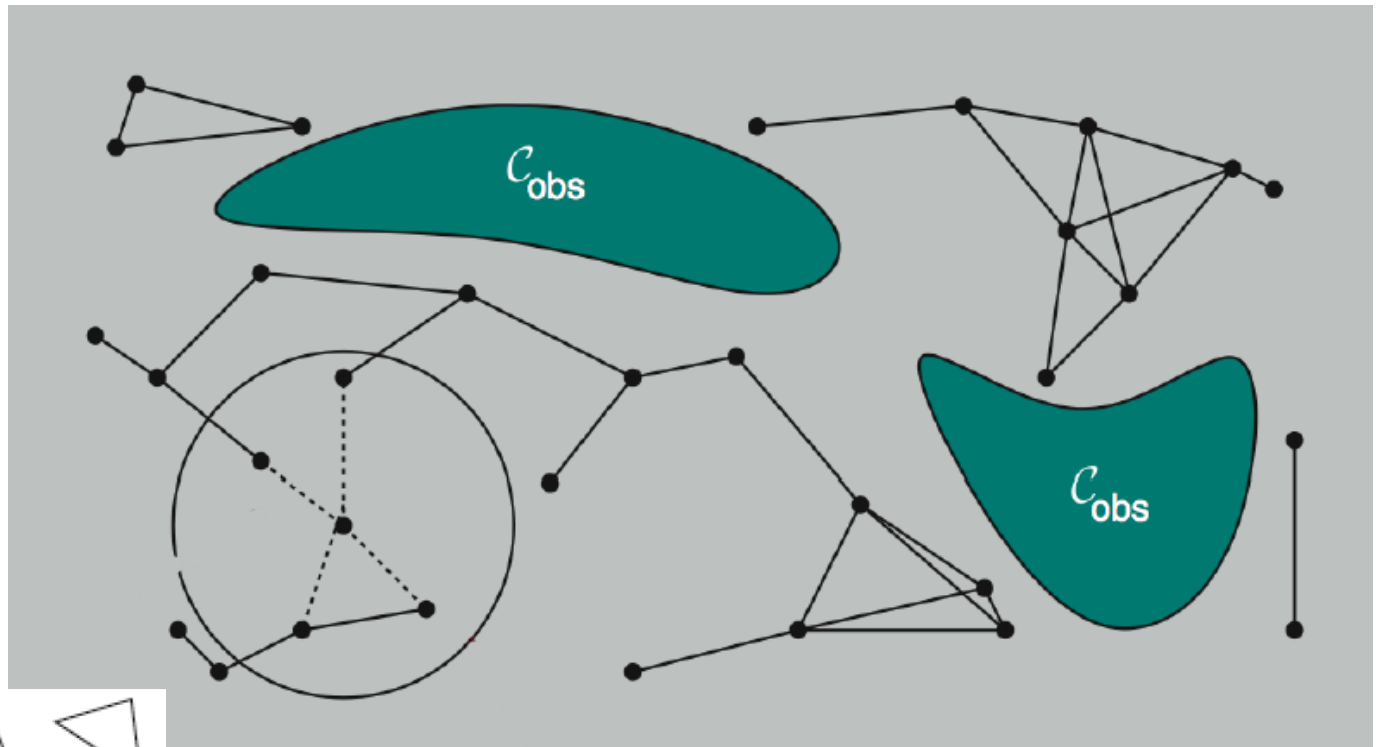
Дискретное представление рабочего пространства

Быстро растущее случайное дерево RRT



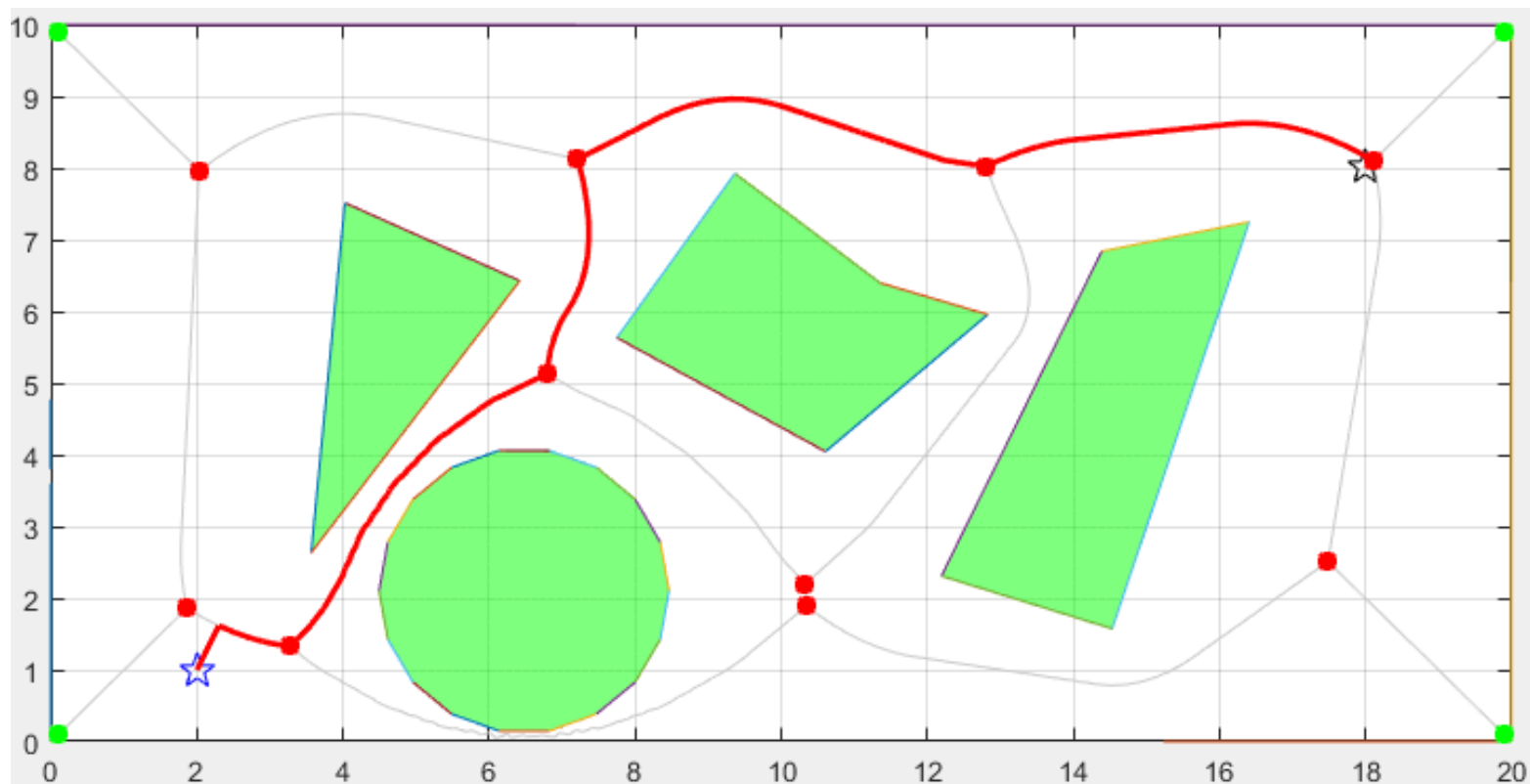
Дискретное представление рабочего пространства

Случайная дорожная карта



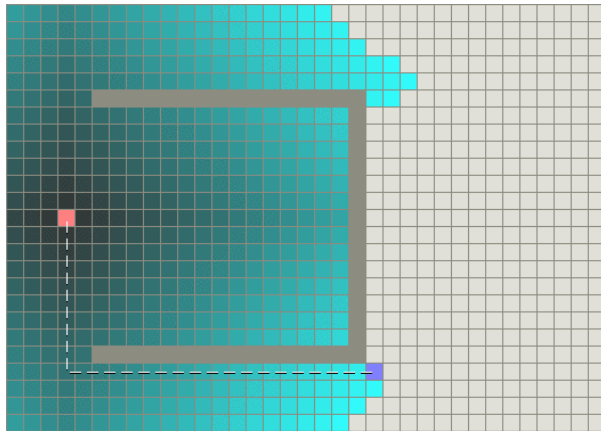
Дискретное представление рабочего пространства

Диаграмма Вороного



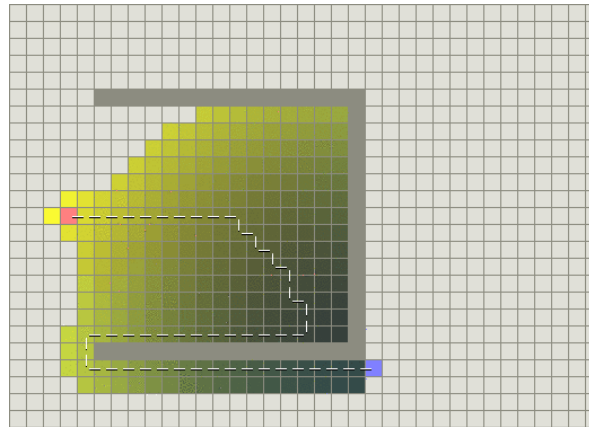
Нахождение кратчайшего пути на графе

Алгоритм Дейкстры



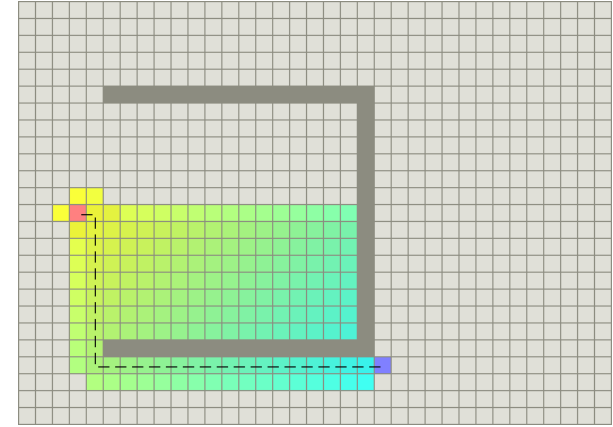
$$f(v_i) = C(S, v_i)$$

Поиск в ширину



$$f(v_i) = H(v_i, t_i)$$

Алгоритм «А*»



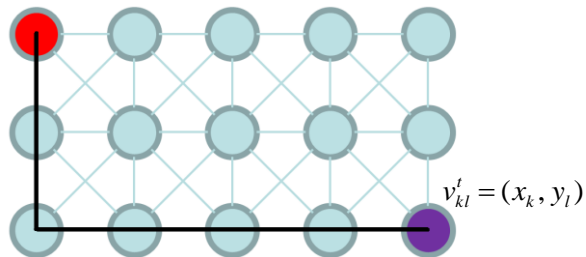
$$f(v_i) = C(S, v_i) + H(v_i, t_i)$$

Сравнительная таблица алгоритмов поиска оптимального пути

Алгоритм	Быстродействие	Объем требуемой памяти	Оптимальность полученного пути
Дейкстры	медленный	большой	всегда оптимальный
Поиск в ширину	быстрый	малый	может быть не оптимальным
«А*»	быстрый	малый	зависит от выбора эвристической функции

A* виды эвристик

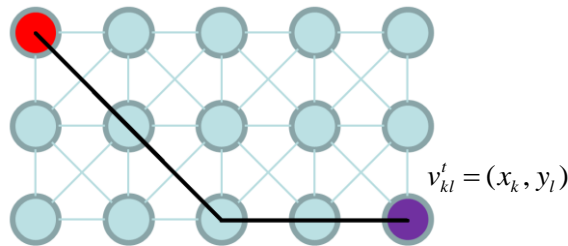
$$v_{ij}^s = (x_i, y_j)$$



$$H(v_{ij}^s, v_{kl}^t) = c \cdot (|x_k - x_i| + |y_l - y_j|),$$

где c минимальный вес ребра графа.

$$v_{ij}^s = (x_i, y_j)$$



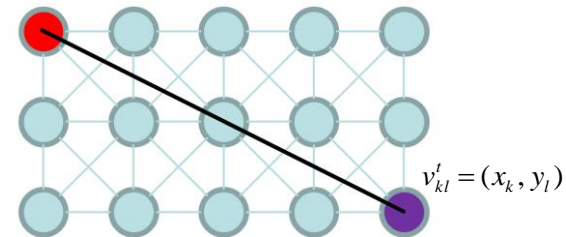
$$H_{\text{диаг}}(v_{ij}^s, v_{kl}^t) = \min(|x_k - x_i|, |y_l - y_j|),$$

$$H_{\text{прям}}(v_{ij}^s, v_{kl}^t) = |x_k - x_i| + |y_l - y_j|,$$

$$H(v_{ij}^s, v_{kl}^t) = c_{\text{диаг}} \cdot H_{\text{диаг}} + c_{\text{прям}} \cdot (H_{\text{прям}} - 2 \cdot H_{\text{диаг}}),$$

где $c_{\text{прям}}$ минимальный вес ребра,
 $c_{\text{диаг}} = \sqrt{c_{\text{прям}}}.$

$$v_{ij}^s = (x_i, y_j)$$

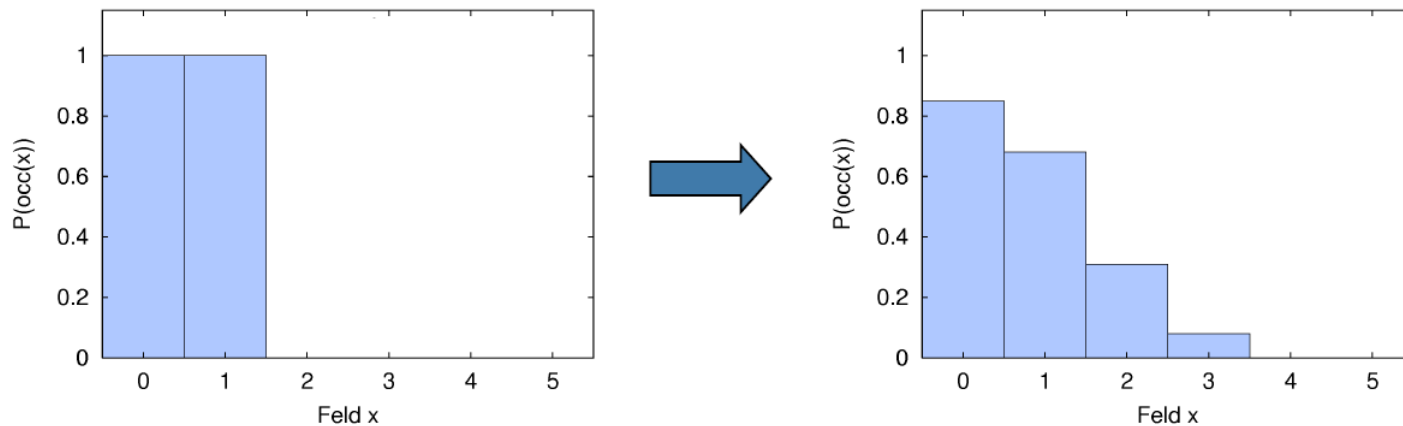


$$H(v_{ij}^s, v_{kl}^t) = c \cdot \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_l - y_j)^2},$$

где c минимальный вес ребра графа.

A* взвешенный граф

- Слишком близко к препятствиям
- Не учитывает погрешности движения



A* недостатки

- Близко к препятствиям
- Не учитывает кинематику робота
- Не оптимальная траектория с точки зрения динамики

5D - планирование

- Глобальное + локальное планирование
- Планирование в пятимерном векторе состояния $[x, y, \theta, V, \omega]$
- Учет кинематических ограничений
- Непосредственное генерирование управляющих команд
- Выбор между временем перемещения и расстоянием до препятствий

5D - планирование

- Вектор состояния $[x, y, \theta, V, \omega]$ – текущая позиция и скорость робота
- Переход между состояниями

$$\langle x_1, y_1, \theta_1, v_1, \omega_1 \rangle \longrightarrow \langle x_2, y_2, \theta_2, v_2, \omega_2 \rangle$$

с командами управления V_2, ω_2 и ограничениями

$$|v_1 - v_2| < a_v, \quad |\omega_1 - \omega_2| < a_\omega$$

- Текущая позиция результат модели движения

5D - планирование

- Проблема: слишком большое пространство состояний для расчета в реальном времени
- Решение: локальное планирование в редуцированном пространстве состояний

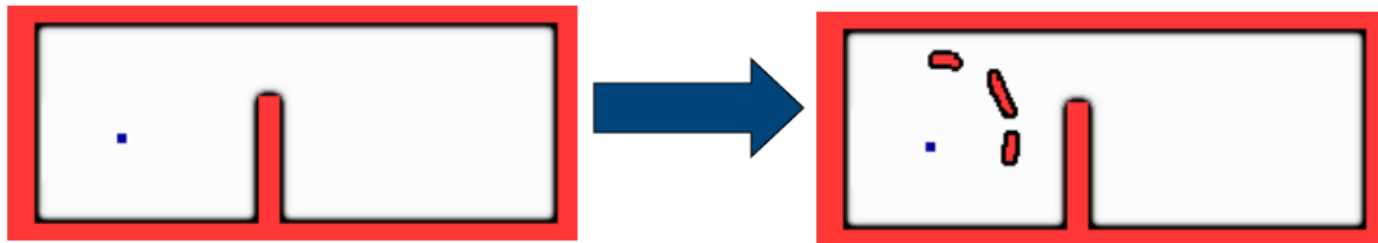
5D - планирование

1. Обновление карты после проведения очередного измерения
2. Нахождение глобального маршрута (например с A^*)
3. Определение редуцированного графа пятимерного пространства состояний
4. Нахождение локального маршрута

5D – планирование

Обновление карты

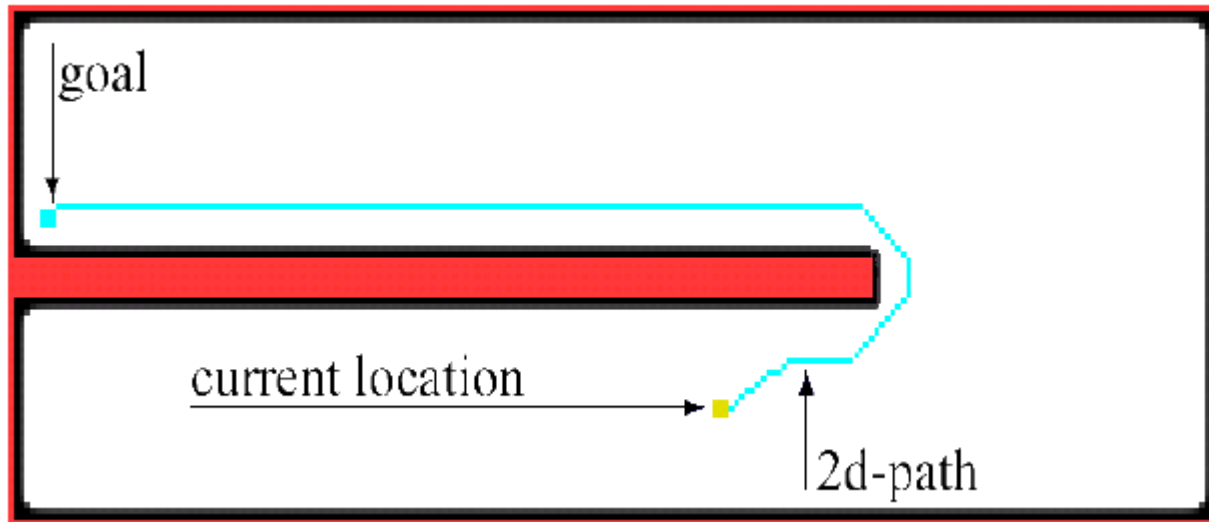
- Среда представляется как связный граф
- Вычисляются веса графа
- Обнаруженные препятствия добавляются
- Освобожденные места очищаются



5D – планирование

Глобальный маршрут

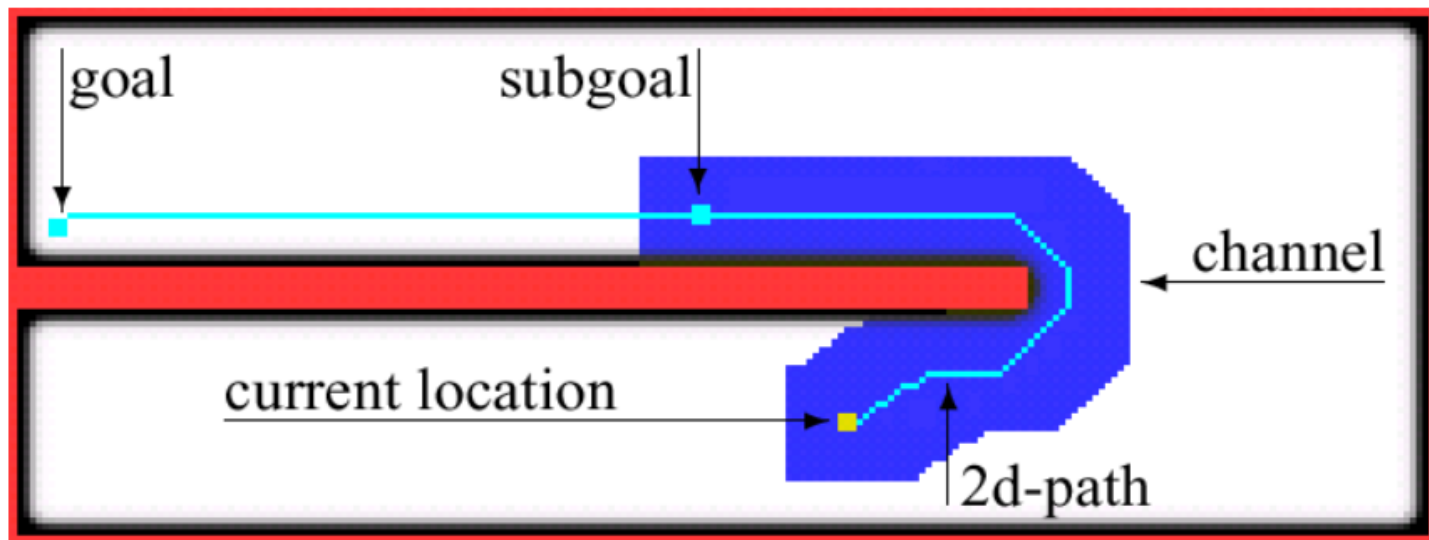
- Использование A^* для нахождения глобального маршрута



5D – планирование

Редукция вектора состояний

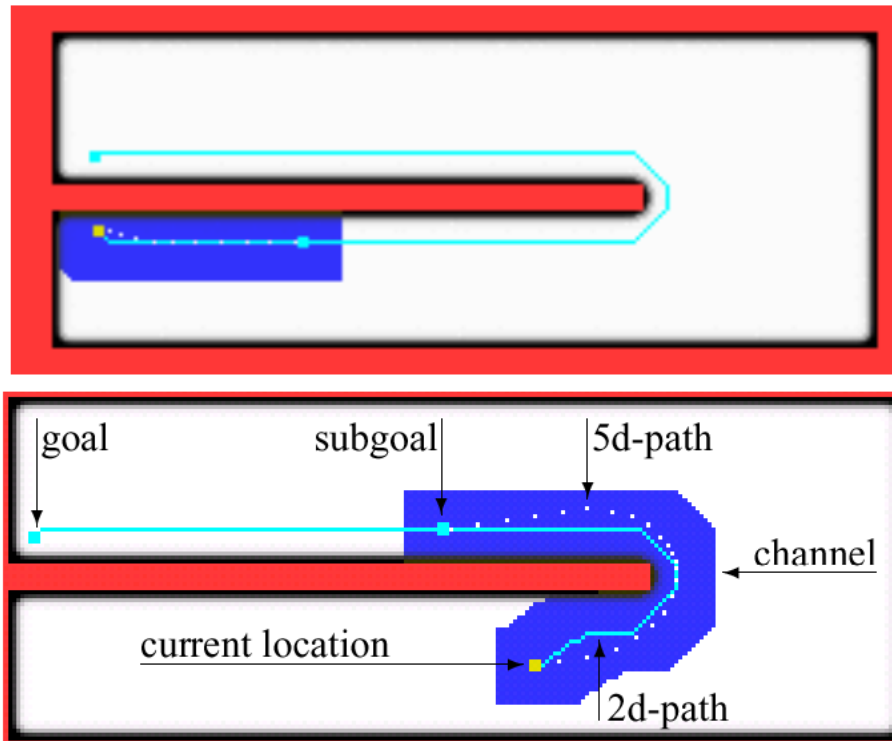
- Выделение вектора состояний близкого к глобальному маршруту
- Выбор промежуточных целевых точек



5D – планирование

Локальный маршрут

- Использование A^* для нахождения локального маршрута



Метод динамического окна

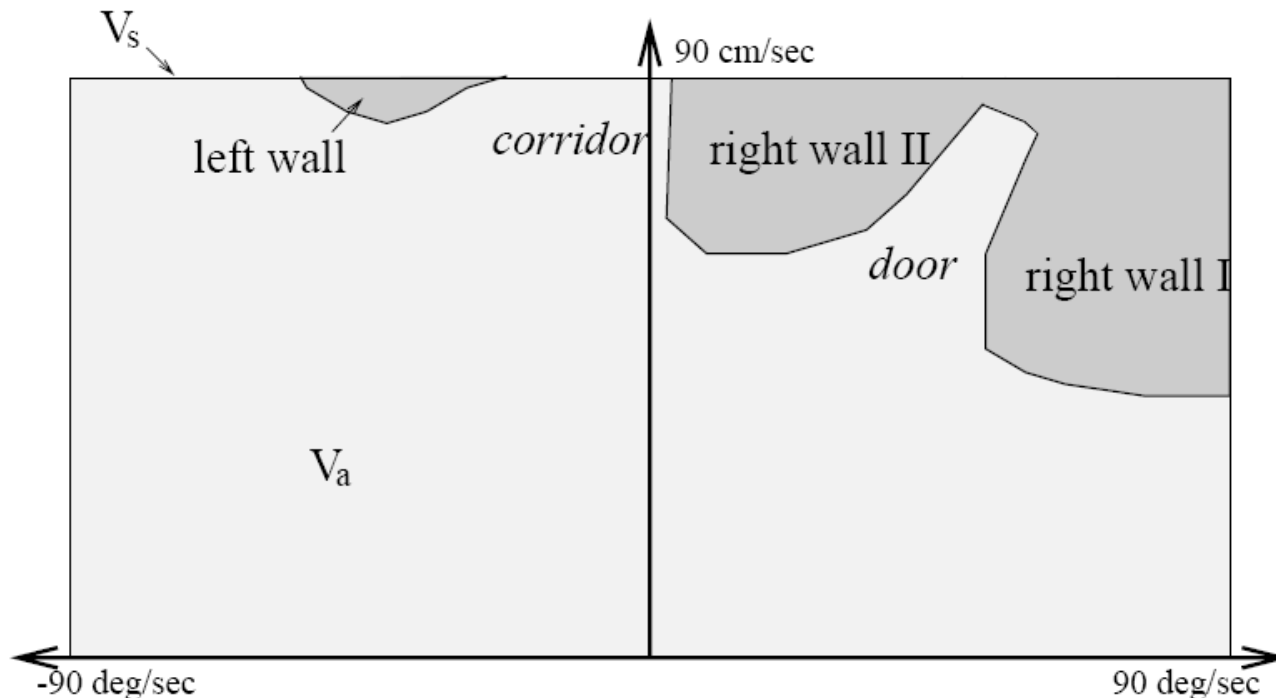
- Обеспечивает движение без столкновений
- Робот движется по дугам окружностей
- Команды управления - (V, ω)
- Какие управляющие команды удовлетворяют движению робота к целевой позиции без столкновения с препятствиями?

Метод динамического окна

Допустимые скорости

- Скорость допустима, если робот способен остановиться перед препятствием

$$V_a = \{(v, \omega) \mid v \leq \sqrt{2 \text{dist}(v, \omega) a_{trans}} \\ \omega \leq \sqrt{2 \text{dist}(v, \omega) a_{rot}}\}$$

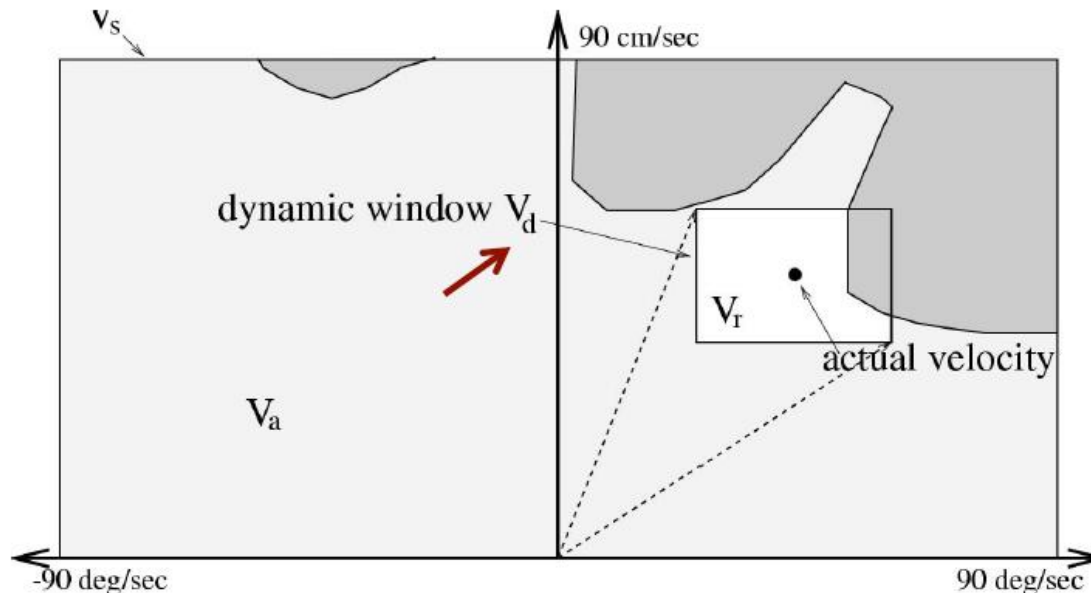


Метод динамического окна

Достижимые скорости

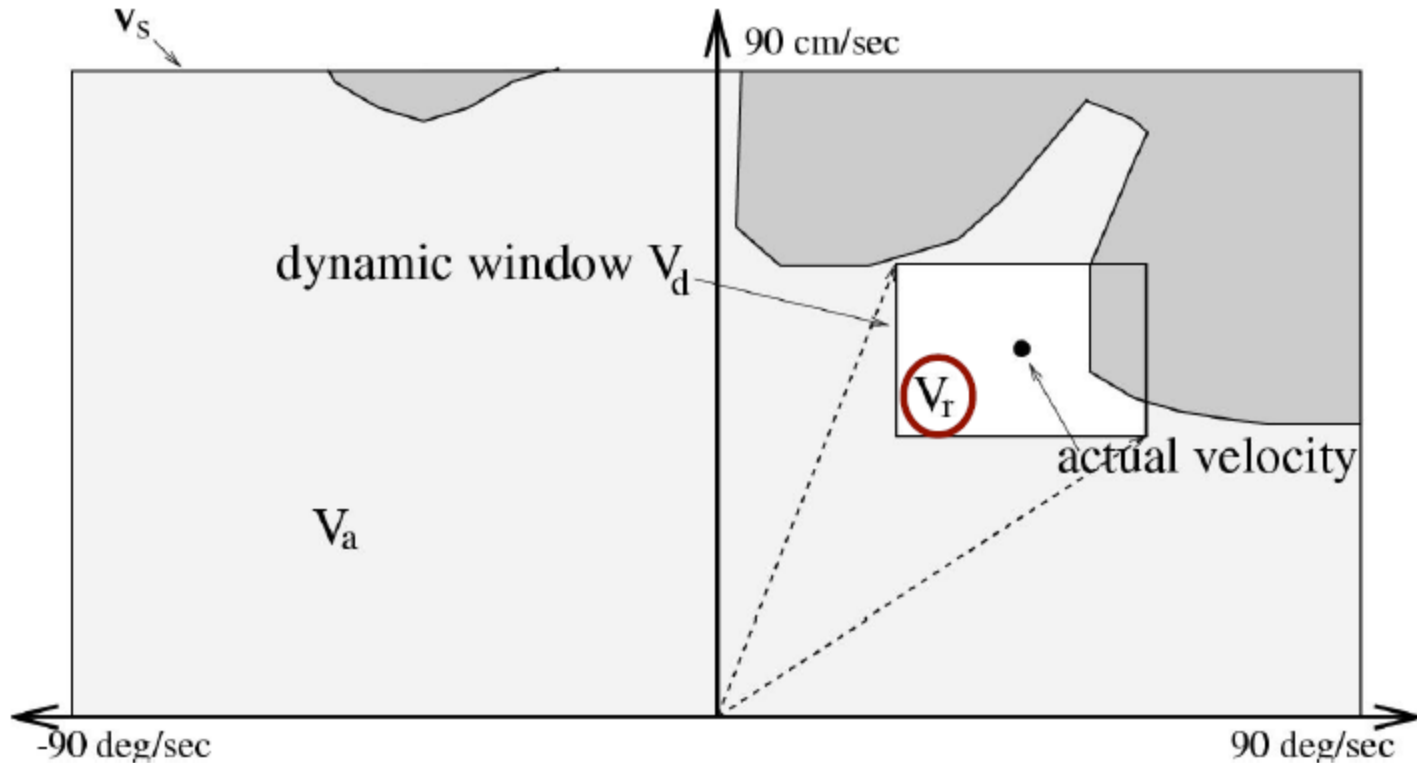
- Скорость достижима, если робот может набрать ее за определенное время с известным ускорением

$$V_d = \{(v, \omega) \mid v \in [v - a_{trans}t, v + a_{trans}t] \\ \omega \in [\omega - a_{rot}t, \omega + a_{rot}t]\}$$



Метод динамического окна

Достижимые скорости



$$V_r = V_s \cap V_a \cap V_d$$

Метод динамического окна

- Выбираются те скорости, которые обеспечивают максимальное значение выбранной эвристической функции.

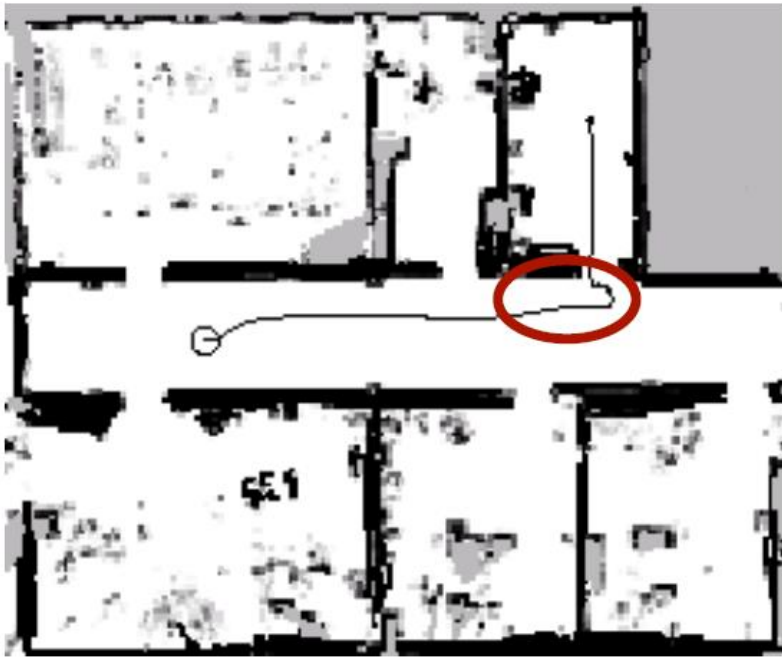
$$G(v, \omega) = \sigma(\alpha \cdot \text{heading}(v, \omega) + \beta \cdot \text{dist}(v, \omega) + \gamma \cdot \text{velocity}(v, \omega))$$

heading – отражает отклонение от курса на целевую позицию.

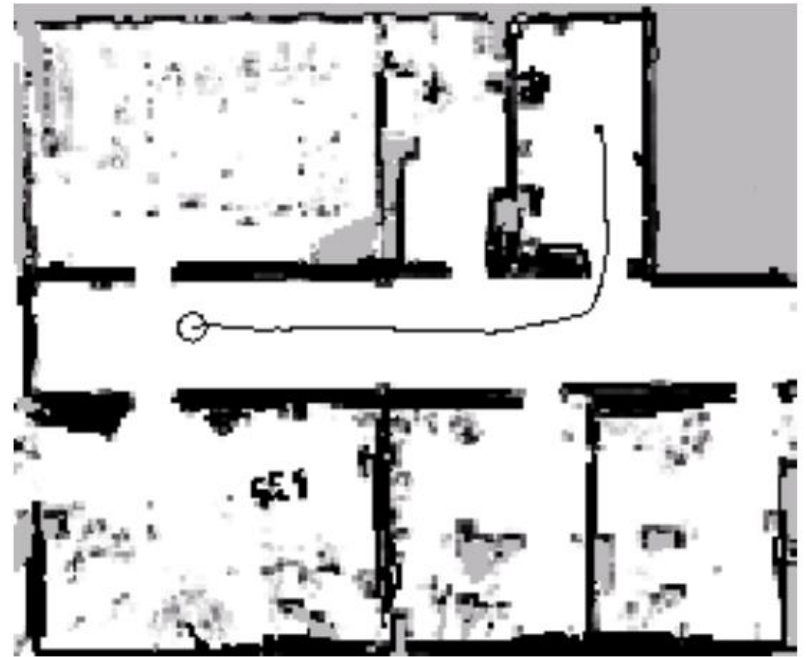
dist – отражает дистанцию к ближайшему препятствию.

velocity – скорость движения, обеспечивает максимально быстрое перемещение

Метод динамического окна и 5d - планирование



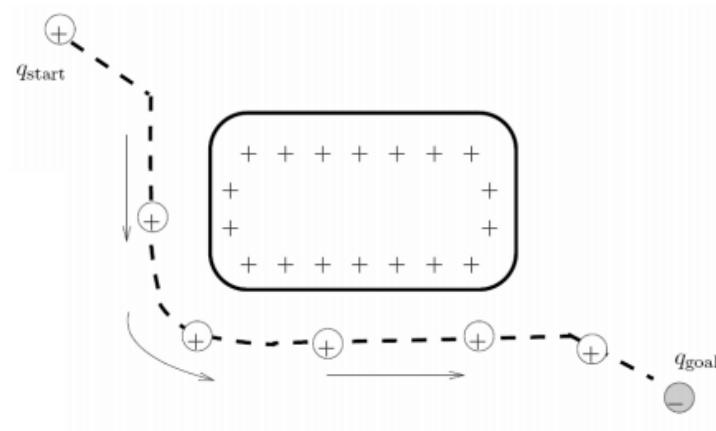
Метод динамического окна



5d - планирование

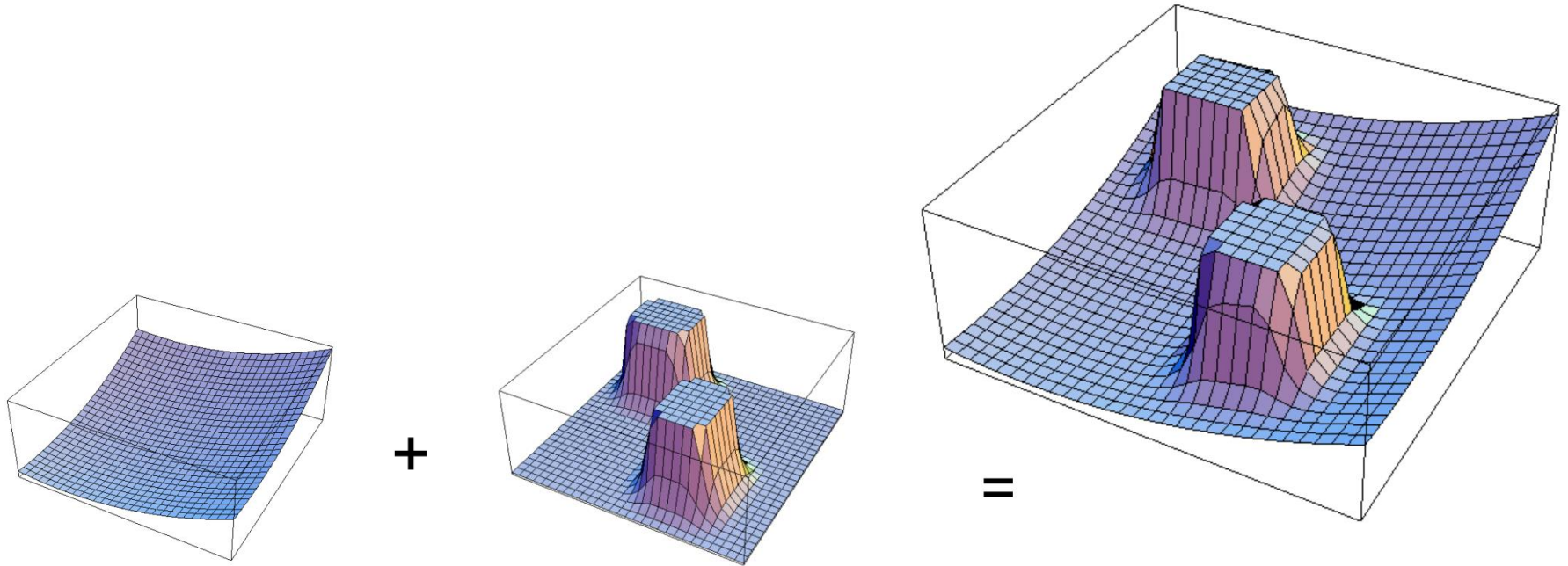
Метод потенциалов

- Робот и препятствия положительно заряжены а целевая позиция отрицательно



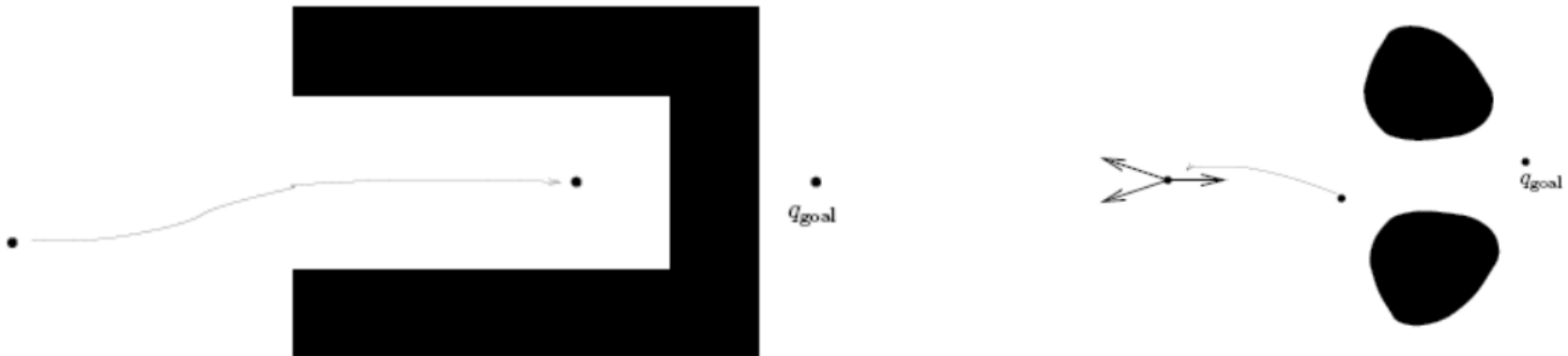
Метод потенциалов

- Геометрическое представление потенциального поля



Метод потенциалов

- Проблема метода – достижение локальных минимумов целевой функции



Метод потенциалов

Навигационная функция

Модель мобильного робота

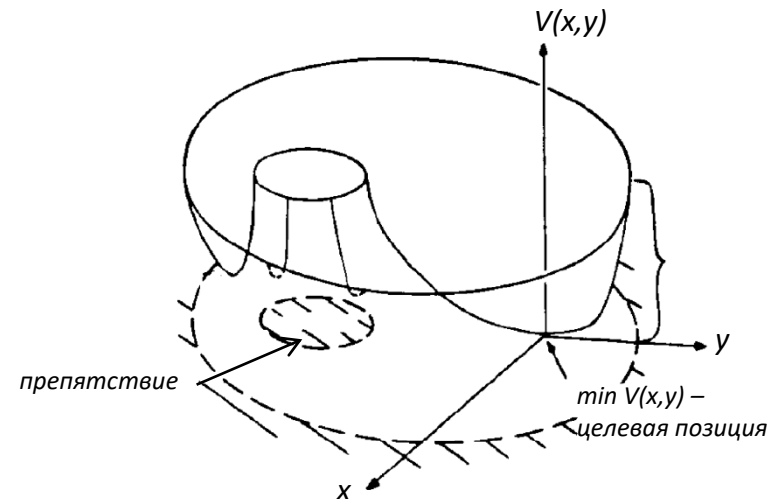
$$\dot{q}_i = u_i(q_i)$$

$$u_i(q_i) = -k \nabla V_i(q_i)$$

Навигационная функция:

$$V_i(q_i) = \frac{d^2(q_i, q_i^{\text{кон}})}{(d^k(q_i, q_i^{\text{кон}}) + \prod_{j=0}^M d(q_i, O_j))^{\frac{1}{k}}}$$

где $d(q_i, q_i^{\text{кон}})$ - расстояние от q_i до $q_i^{\text{кон}}$,
 $d(q_i, O_j)$ - расстояние от q_i до препятствия O_j



Резюме

- Двухуровневая система планирования
- Необходим учет кинематических ограничений для планирования движений
- Метод динамического окна быстрый, но иногда дает не допустимые траектории
- 5d метод имеет большую вычислительную сложность
- Метод потенциалов требует тщательного выбора навигационной функции.

Следующая лекция

- Групповое взаимодействие