Мобильная робототехника

Решение задачи SLAM с помощью расширенного фильтра Калмана

СТАНКИН
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

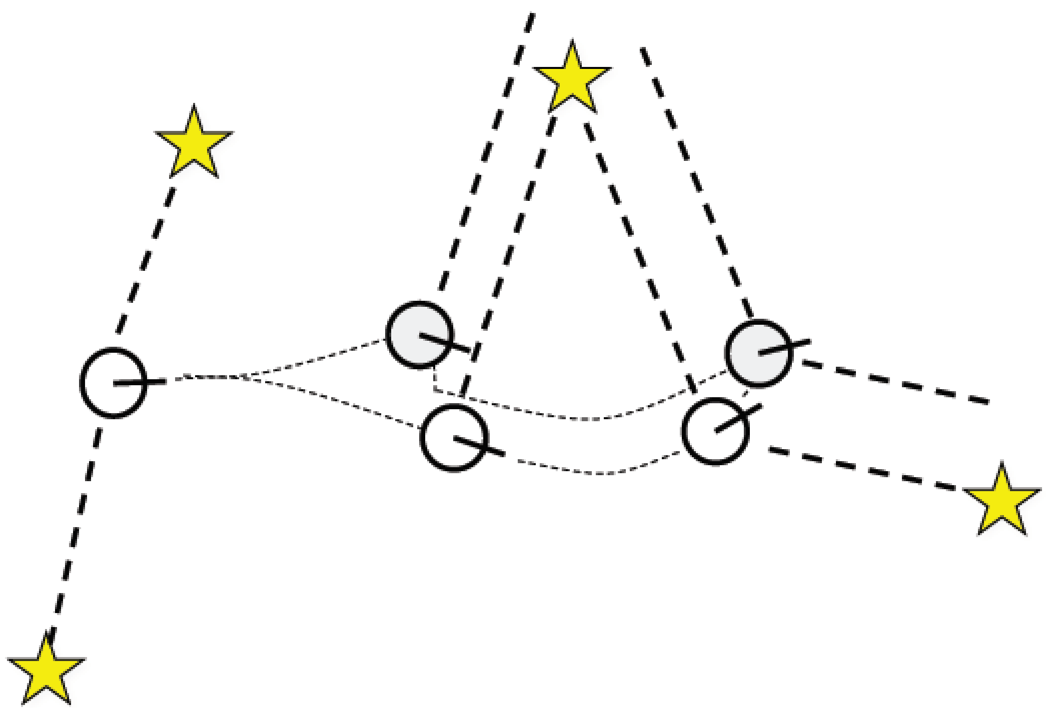
РиМ
КАФЕДРА РОБОТОТЕХНИКИ И МЕХАТРОНИКИ

SLAM

- SLAM (Simultaneous Localization and Mapping) – Одновременная локализация и картографирование
- Локализация – определение местоположения робота
- Картографирование – построение карты (модели) рабочей области

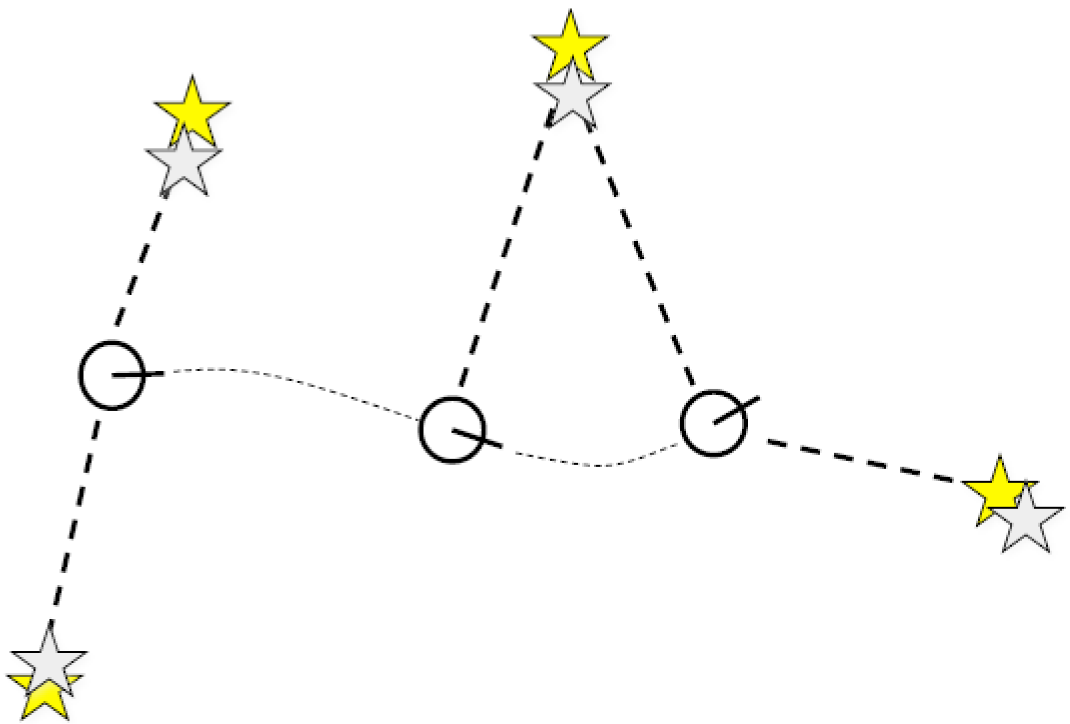
Пример локализации

- Определение координат робота при известных координатах ориентиров



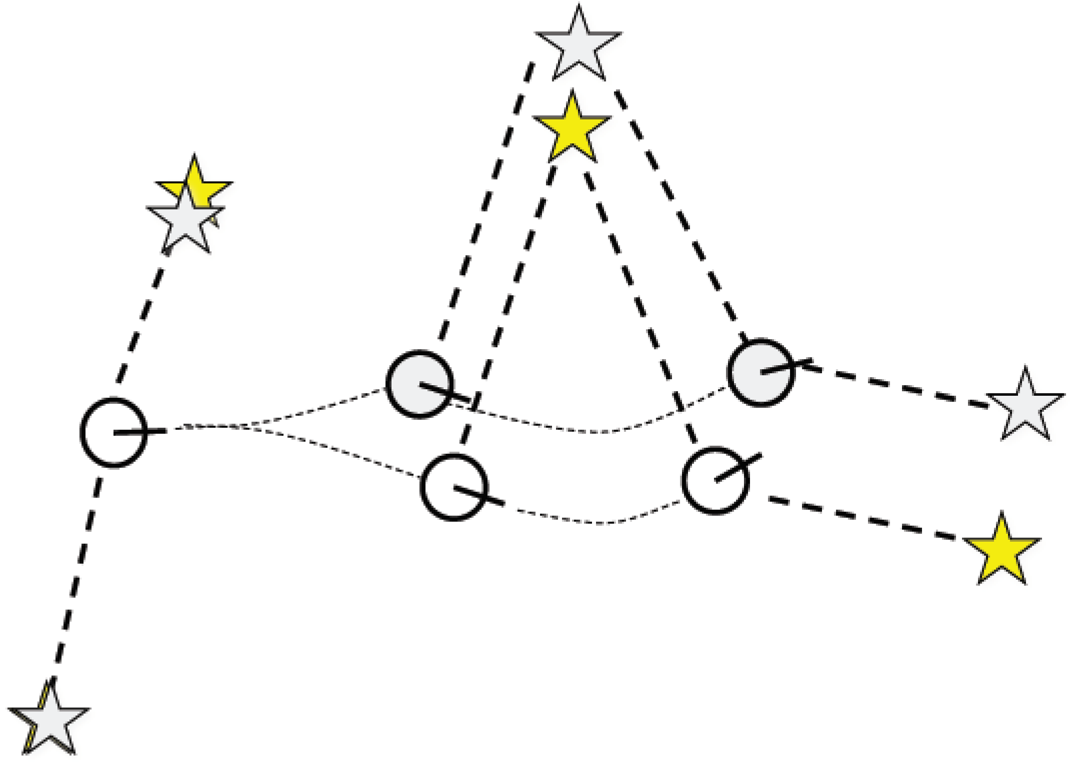
Пример картографирования

- Определение координат ориентиров при известном положении робота



SLAM пример

- Определение координат ориентиров и робота одновременно



SLAM постановка задачи

- Дано
  - Последовательность управляющих команд

$$u_{1:T} = \{u_1, u_2, u_3 \ldots, u_T\}$$

  - Последовательность измерений

$$z_{1:T} = \{z_1, z_2, z_3 \ldots, z_T\}$$

- Найти
  - Карту рабочей области

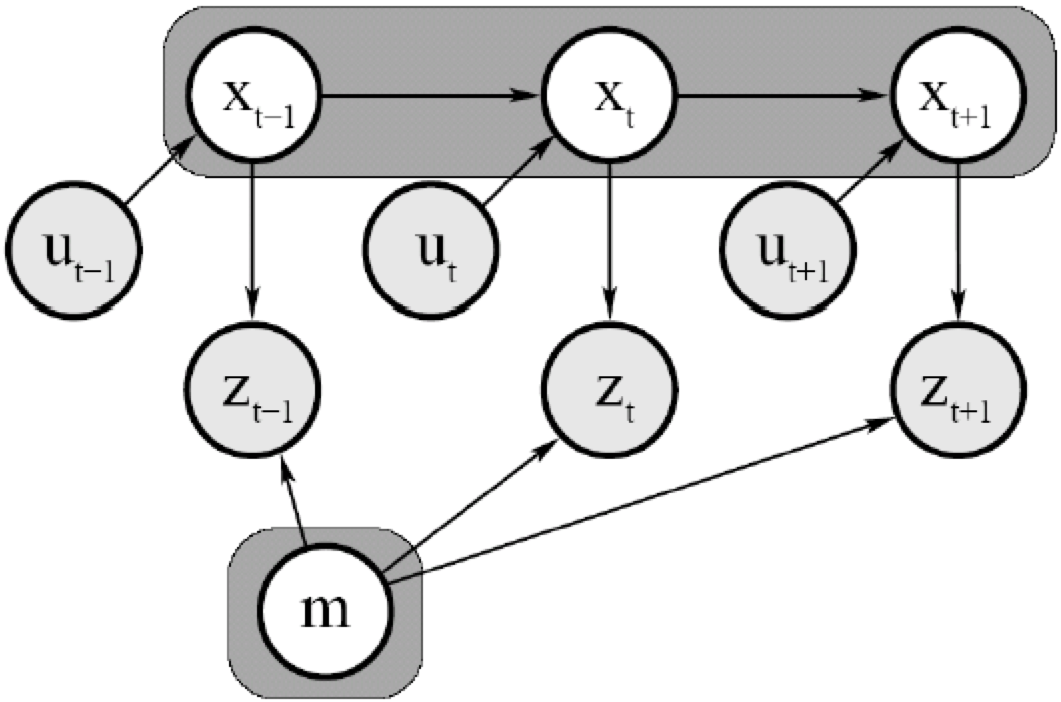
$$m$$

  - Траектория движения робота

$$x_{0:T} = \{x_0, x_1, x_2 \ldots, x_T\}$$

$$p(x_{0:T}, m \mid z_{1:T}, u_{1:T})$$

SLAM



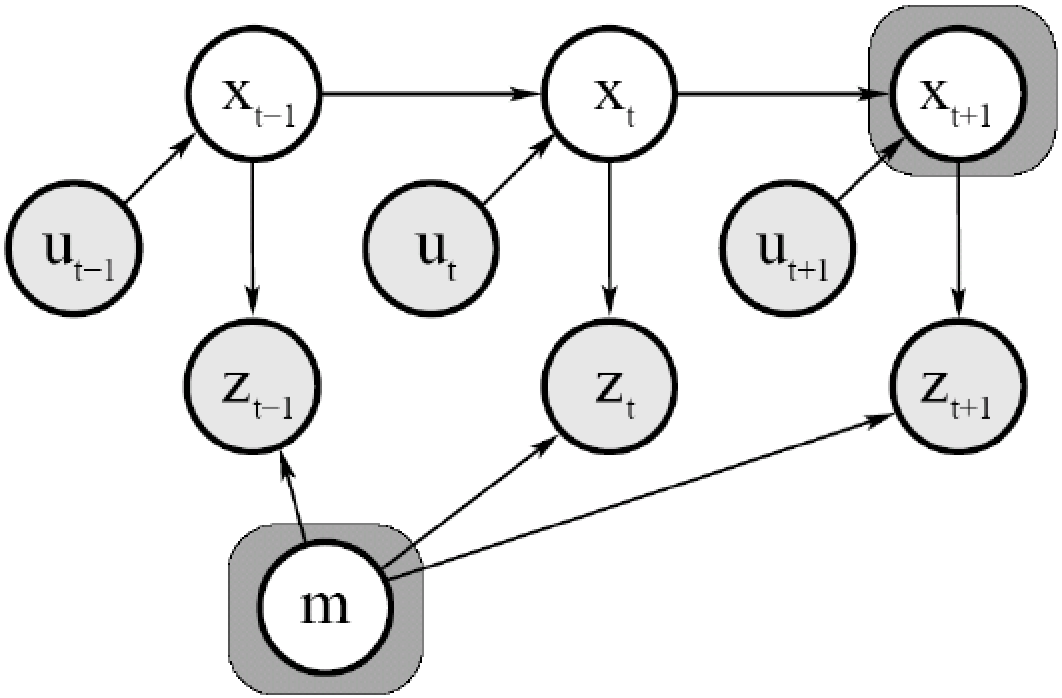
Неизвестно

Дано

Неизвестно

$$p(x_{0:T}, m \mid z_{1:T}, u_{1:T})$$

Онлайн SLAM



$$p(x_{t+1}, m \mid z_{1:t+1}, u_{1:t+1})$$

Фильтр Байеса

$$bel(x_t) = \eta\, p(z_t \mid x_t) \int p(x_t \mid x_{t-1}, u_t)\; bel(x_{t-1})\, dx_{t-1}$$

- Экстраполяция :

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t \mid u_t, x_{t-1})\; bel(x_{t-1})\, dx_{t-1}$$

- Коррекция:

$$bel(x_t) = \eta\, p(z_t \mid x_t)\; \overline{bel}(x_t)$$

Расширенный фильтр Калмана

$$\textbf{Extended\_Kalman\_filter}(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t)\textbf{:}$$

$$\bar{\mu}_t = \underline{g(u_t, \mu_{t-1})}$$

$$\bar{\Sigma}_t = G_t\,\Sigma_{t-1}\,G_t^T + R_t$$

$$K_t = \bar{\Sigma}_t\,H_t^T(H_t\,\bar{\Sigma}_t\,H_t^T + Q_t)^{-1}$$

$$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - \underline{h(\bar{\mu}_t)})$$

$$\Sigma_t = (I - K_t\,H_t)\,\bar{\Sigma}_t$$

$$return\ \mu_t, \Sigma_t$$

$$\boxed{\begin{array}{c} A_t \leftrightarrow G_t \\ C_t \leftrightarrow H_t \end{array}}$$

Онлайн SLAM. Расширенный фильтр Калмана

- Определение координат ориентиров и робота
- Вектор состояния:

$$x_t = (\underbrace{x, y, \theta}_{\text{Положение робота}}, \underbrace{m_{1,x}, m_{1,y}}_{\text{Положение ориентира 1}}, \ldots, \underbrace{m_{n,x}, m_{n,y}}_{\text{Положение ориентира } n})^T$$

Оценка Вектора состояния

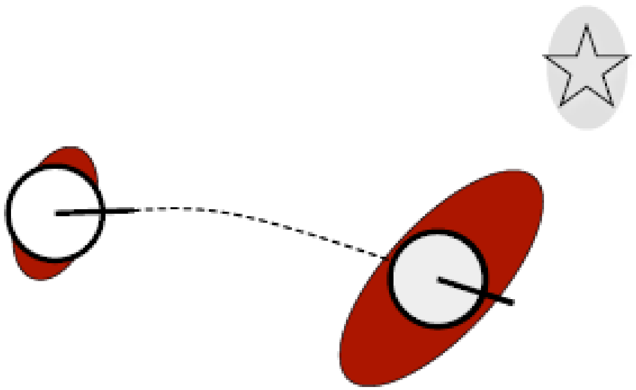
- Карта содержит *n* ориентиров
- Оценка состояния - Нормальное распределение размерности *3+2n*

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x \\ m \end{pmatrix}}_{\mu} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xm} \\ \Sigma_{mx} & \Sigma_{mm} \end{pmatrix}}_{\Sigma}$$

Рабочий цикл фильтра

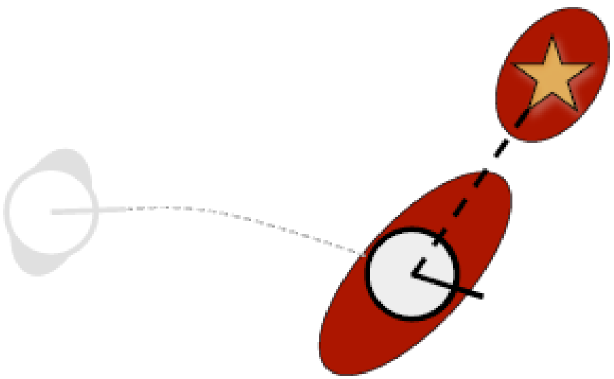
- Экстраполяция вектора состояния
- Вычисление ожидаемого измерения
- Измерение
- Объединение данных
- Обновление

Экстраполяция вектора состояния



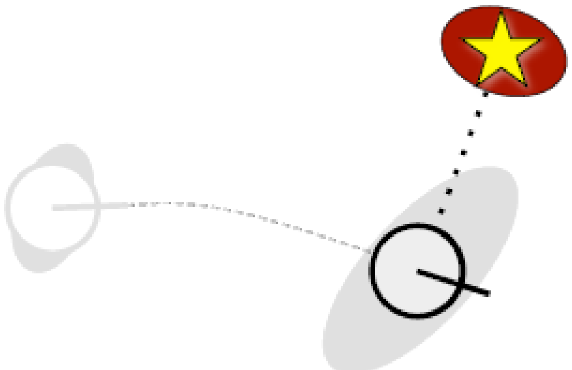
$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_R \\ m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}}_{\mu} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{x_R x_R} & \Sigma_{x_R m_1} & \cdots & \Sigma_{x_R m_n} \\ \Sigma_{m_1 x_R} & \Sigma_{m_1 m_1} & \cdots & \Sigma_{m_1 m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{m_n x_R} & \Sigma_{m_n m_1} & \cdots & \Sigma_{m_n m_n} \end{pmatrix}}_{\Sigma}$$

Ожидаемое измерение



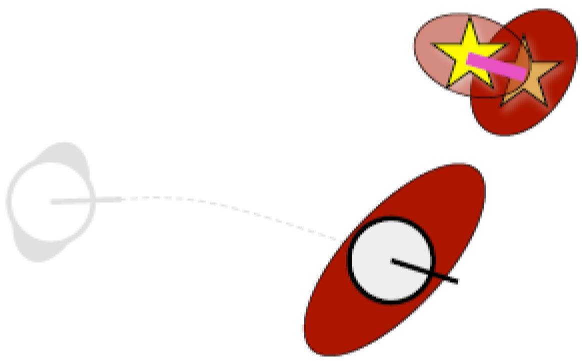
$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_R \\ m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}}_{\mu} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{x_R x_R} & \Sigma_{x_R m_1} & \cdots & \Sigma_{x_R m_n} \\ \Sigma_{m_1 x_R} & \Sigma_{m_1 m_1} & \cdots & \Sigma_{m_1 m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{m_n x_R} & \Sigma_{m_n m_1} & \cdots & \Sigma_{m_n m_n} \end{pmatrix}}_{\Sigma}$$

Измерение



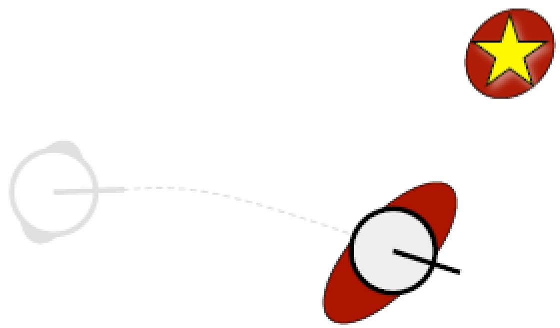
$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_R \\ m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}}_{\mu} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{x_R x_R} & \Sigma_{x_R m_1} & \cdots & \Sigma_{x_R m_n} \\ \Sigma_{m_1 x_R} & \Sigma_{m_1 m_1} & \cdots & \Sigma_{m_1 m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{m_n x_R} & \Sigma_{m_n m_1} & \cdots & \Sigma_{m_n m_n} \end{pmatrix}}_{\Sigma}$$

Объединение данных



$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_R \\ m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}}_{\mu} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{x_R x_R} & \Sigma_{x_R m_1} & \cdots & \Sigma_{x_R m_n} \\ \Sigma_{m_1 x_R} & \Sigma_{m_1 m_1} & \cdots & \Sigma_{m_1 m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{m_n x_R} & \Sigma_{m_n m_1} & \cdots & \Sigma_{m_n m_n} \end{pmatrix}}_{\Sigma}$$

Обновление



$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_R \\ m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix}}_{\mu} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \Sigma_{x_R x_R} & \Sigma_{x_R m_1} & \cdots & \Sigma_{x_R m_n} \\ \Sigma_{m_1 x_R} & \Sigma_{m_1 m_1} & \cdots & \Sigma_{m_1 m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{m_n x_R} & \Sigma_{m_n m_1} & \cdots & \Sigma_{m_n m_n} \end{pmatrix}}_{\Sigma}$$

Пример

- Робот движется по плоскости
- Скоростная модель движения
- Робот может различать ориентиры
- Известно количество ориентиров

Инициализация

- Робот начинает движения из начала координат
- Ни один ориентир не известен
- Размерность 2N+3

$$\mu_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \infty & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \infty \end{pmatrix}$$

Расширенный фильтр Калмана

$$\textbf{Extended\_Kalman\_filter}(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t)\textbf{:}$$

$$\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})$$

$$\bar{\Sigma}_t = G_t\ \Sigma_{t-1}\ G_t^T + R_t$$

$$K_t = \bar{\Sigma}_t\ H_t^T (H_t\ \bar{\Sigma}_t\ H_t^T + Q_t)^{-1}$$

$$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - h(\bar{\mu}_t))$$

$$\Sigma_t = (I - K_t\ H_t)\ \bar{\Sigma}_t$$

$$\text{return } \mu_t, \Sigma_t$$

Этап экстраполяции

- Необходимо обновить вектор состояния согласно модели движения

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta + \omega_t \Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta - \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta + \omega_t \Delta t) \\ \omega_t \Delta t \end{pmatrix}}_{g_{x,y,\theta}(u_t,(x,y,\theta)^T)}$$

Этап экстраполяции

- Приведение к размерности 2N+3

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta - \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \omega_t\Delta t \end{pmatrix}}_{g_{x,y,\theta}(u_t,(x,y,\theta)^T)}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \\ \vdots \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \vdots \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\dots0 \\ 0 & 1 & 0 & 0\dots0 \\ 0 & 0 & 1 & \underbrace{0\dots0}_{2N cols} \end{pmatrix}^T}_{F_x^T} \begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta - \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \omega_t\Delta t \end{pmatrix}}_{g(u_t,x_t)}$$

Расширенный фильтр Калмана

$$\textbf{Extended\_Kalman\_filter}(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t)\textbf{:}$$

$$\cancel{\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})}$$

$$\bar{\Sigma}_t = G_t \, \Sigma_{t-1} \, G_t^T + R_t$$

$$K_t = \bar{\Sigma}_t \, H_t^T (H_t \, \bar{\Sigma}_t \, H_t^T + Q_t)^{-1}$$

$$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - h(\bar{\mu}_t))$$

$$\Sigma_t = (I - K_t \, H_t) \, \bar{\Sigma}_t$$

$$\text{return } \mu_t, \Sigma_t$$

Нахождение матрицы ковариации

- Функция g оказывает влияние только на движение робота.

$$G_t = \begin{pmatrix} G_t^x & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

Нахождение матрицы Якоби

$$
\begin{aligned}
G_t^x &= \frac{\partial}{\partial(x,y,\theta)^T}\left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta - \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \omega_t\,\Delta t \end{pmatrix}\right] \\
&= I + \frac{\partial}{\partial(x,y,\theta)^T}\begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta - \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta+\omega_t\Delta t) \\ \omega_t\,\Delta t \end{pmatrix} \\
&= I + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta+\omega_t\Delta t) \\ 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta+\omega_t\Delta t) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t}\cos\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\cos(\theta+\omega_t\Delta t) \\ 0 & 1 & -\frac{v_t}{\omega_t}\sin\theta + \frac{v_t}{\omega_t}\sin(\theta+\omega_t\Delta t) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Нахождение матрицы ковариации

1: **Extended_Kalman_filter**($\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t$)**:**

2: $\cancel{\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})}$

3: $\bar{\Sigma}_t = G_t \, \Sigma_{t-1} \, G_t^T + R_t$

$$
\begin{aligned}
\bar{\Sigma}_t &= G_t \Sigma_{t-1} G_t^T + R_t \\
&= \begin{pmatrix} G_t^x & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xm} \\ \Sigma_{mx} & \Sigma_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (G_t^x)^T & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} + R_t \\
&= \begin{pmatrix} G_t^x \Sigma_{xx} (G_t^x)^T & G_t^x \Sigma_{xm} \\ (G_t^x \Sigma_{xm})^T & \Sigma_{mm} \end{pmatrix} + R_t
\end{aligned}
$$

Этап экстраполяции

EKF_SLAM_Prediction$(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t, c_t, R_t)$**:**

2: $$F_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \cdots 0 \end{pmatrix}$$

3: $$\bar{\mu}_t = \mu_{t-1} + F_x^T \begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t} \sin \mu_{t-1,\theta} + \frac{v_t}{\omega_t} \sin(\mu_{t-1,\theta} + \omega_t \Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t} \cos \mu_{t-1,\theta} - \frac{v_t}{\omega_t} \cos(\mu_{t-1,\theta} + \omega_t \Delta t) \\ \omega_t \Delta t \end{pmatrix}$$

4: $$G_t = I + F_x^T \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t} \cos \mu_{t-1,\theta} + \frac{v_t}{\omega_t} \cos(\mu_{t-1,\theta} + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t} \sin \mu_{t-1,\theta} + \frac{v_t}{\omega_t} \sin(\mu_{t-1,\theta} + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} F_x$$

5: $$\bar{\Sigma}_t = G_t \, \Sigma_{t-1} \, G_t^T + \underbrace{F_x^T \, R_t^x \, F_x}_{R_t}$$

Расширенный фильтр Калмана

$\textbf{Extended\_Kalman\_filter}(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t)\textbf{:}$

$\cancel{\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})}$

$\cancel{\bar{\Sigma}_t = G_t\, \Sigma_{t-1}\, G_t^T + R_t}$

$K_t = \bar{\Sigma}_t\, H_t^T (H_t\, \bar{\Sigma}_t\, H_t^T + Q_t)^{-1}$

$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - h(\bar{\mu}_t))$

$\Sigma_t = (I - K_t\, H_t)\, \bar{\Sigma}_t$

$\text{return } \mu_t, \Sigma_t$

Измерение

- Получение измерения $z_t^i = (r_t^i, \phi_t^i)^T$
- Если ориентир обнаружен впервые

$$\begin{pmatrix} \bar{\mu}_{j,x} \\ \bar{\mu}_{j,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mu}_{t,x} \\ \bar{\mu}_{t,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_t^i \cos(\phi_t^i + \bar{\mu}_{t,\theta}) \\ r_t^i \sin(\phi_t^i + \bar{\mu}_{t,\theta}) \end{pmatrix}$$

Ожидаемое измерение

- Вычисление ожидаемого измерения

$$
\begin{aligned}
\delta &= \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mu}_{j,x} - \bar{\mu}_{t,x} \\ \bar{\mu}_{j,y} - \bar{\mu}_{t,y} \end{pmatrix} \\
q &= \delta^T \delta \\
\hat{z}_t^i &= \begin{pmatrix} \sqrt{q} \\ \operatorname{atan2}(\delta_y, \delta_x) - \bar{\mu}_{t,\theta} \end{pmatrix} \\
&= h(\bar{\mu}_t)
\end{aligned}
$$

Матрица Якоби для измерения

$$\begin{aligned}
\delta &= \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mu}_{j,x} - \bar{\mu}_{t,x} \\ \bar{\mu}_{j,y} - \bar{\mu}_{t,y} \end{pmatrix} \\
q &= \delta^T \delta \\
\hat{z}_t^i &= \begin{pmatrix} \sqrt{q} \\ \operatorname{atan2}(\delta_y, \delta_x) - \bar{\mu}_{t,\theta} \end{pmatrix} \\
&= h(\bar{\mu}_t)
\end{aligned}$$

$$^{\text{low}}H_t^i \qquad (x, y, \theta, m_{j,x}, m_{j,y})$$

$$\begin{aligned}
^{\text{low}}H_t^i &= \frac{\partial h(\bar{\mu}_t)}{\partial \bar{\mu}_t} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{\partial \sqrt{q}}{\partial x} & \frac{\partial \sqrt{q}}{\partial y} & \dots \\ \frac{\partial \operatorname{atan2}(\dots)}{\partial x} & \frac{\partial \operatorname{atan2}(\dots)}{\partial y} & \dots \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sqrt{q}}{\partial x} &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{q}} \, 2 \, \delta_x \, (-1) \\
&= \frac{1}{q} \, (-\sqrt{q} \delta_x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
^{\text{low}}H_t^i &= \frac{\partial h(\bar{\mu}_t)}{\partial \bar{\mu}_t} \\
&= \frac{1}{q} \begin{pmatrix} -\sqrt{q}\delta_x & -\sqrt{q}\delta_y & 0 & +\sqrt{q}\delta_x & \sqrt{q}\delta_y \\ \delta_y & -\delta_x & -q & -\delta_y & \delta_x \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Матрица Якоби для измерения

- Приведение к размерности 2N+3

$$
{}^{\text{low}}H_t^i = \frac{1}{q}\begin{pmatrix} -\sqrt{q}\delta_x & -\sqrt{q}\delta_y & 0 & +\sqrt{q}\delta_x & \sqrt{q}\delta_y \\ \delta_y & -\delta_x & -q & -\delta_y & \delta_x \end{pmatrix}
$$

$$
H_t^i = {}^{\text{low}}H_t^i \, F_{x,j}
$$

$$
F_{x,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 1 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 1 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & \underbrace{0\cdots0}_{2j-2} & 0 & 1 & \underbrace{0\cdots0}_{2N-2j} \end{pmatrix}
$$

Расширенный фильтр Калмана

Extended_Kalman_filter$(\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, u_t, z_t)$:

$\cancel{\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})}$ **DONE**

$\cancel{\bar{\Sigma}_t = G_t\, \Sigma_{t-1}\, G_t^T + R_t}$ **DONE**

$\cancel{K_t = \bar{\Sigma}_t\, H_t^T (H_t\, \bar{\Sigma}_t\, H_t^T + Q_t)^{-1}}$

$\cancel{\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - h(\bar{\mu}_t))}$

$\cancel{\Sigma_t = (I - K_t\, H_t)\, \bar{\Sigma}_t}$

return μ_t, Σ_t

Этап коррекции

EKF_SLAM_Correction

$$Q_t = \begin{pmatrix} {\sigma_r}^2 & 0 \\ 0 & {\sigma_\phi}^2 \end{pmatrix}$$

for all observed features $z_t^i = (r_t^i, \phi_t^i)^T$ do

$\quad j = c_t^i$

$\quad$ if landmark j never seen before

$$\begin{pmatrix} \bar{\mu}_{j,x} \\ \bar{\mu}_{j,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mu}_{t,x} \\ \bar{\mu}_{t,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_t^i \ \cos(\phi_t^i + \bar{\mu}_{t,\theta}) \\ r_t^i \ \sin(\phi_t^i + \bar{\mu}_{t,\theta}) \end{pmatrix}$$

$\quad$ endif

$$\delta = \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\mu}_{j,x} - \bar{\mu}_{t,x} \\ \bar{\mu}_{j,y} - \bar{\mu}_{t,y} \end{pmatrix}$$

$$q = \delta^T \delta$$

$$\hat{z}_t^i = \begin{pmatrix} \sqrt{q} \\ \operatorname{atan2}(\delta_y, \delta_x) - \bar{\mu}_{t,\theta} \end{pmatrix}$$

Этап коррекции

$$F_{x,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 1 & 0 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 1 & 0\cdots0 & 0 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 1 & 0 & 0\cdots0 \\ 0 & 0 & 0 & \underbrace{0\cdots0}_{2j-2} & 0 & 1 & \underbrace{0\cdots0}_{2N-2j} \end{pmatrix}$$

$$H_t^i = \frac{1}{q} \begin{pmatrix} -\sqrt{q}\delta_x & -\sqrt{q}\delta_y & 0 & +\sqrt{q}\delta_x & \sqrt{q}\delta_y \\ \delta_y & -\delta_x & -q & -\delta_y & +\delta_x \end{pmatrix} F_{x,j}$$

$$K_t^i = \bar{\Sigma}_t\, H_t^{iT} (H_t^i\, \bar{\Sigma}_t\, H_t^{iT} + Q_t)^{-1}$$

$$\bar{\mu}_t = \bar{\mu}_t + K_t^i (z_t^i - \hat{z}_t^i)$$

$$\bar{\Sigma}_t = (I - K_t^i\, H_t^i)\, \bar{\Sigma}_t$$

endfor

$$\mu_t = \bar{\mu}_t$$

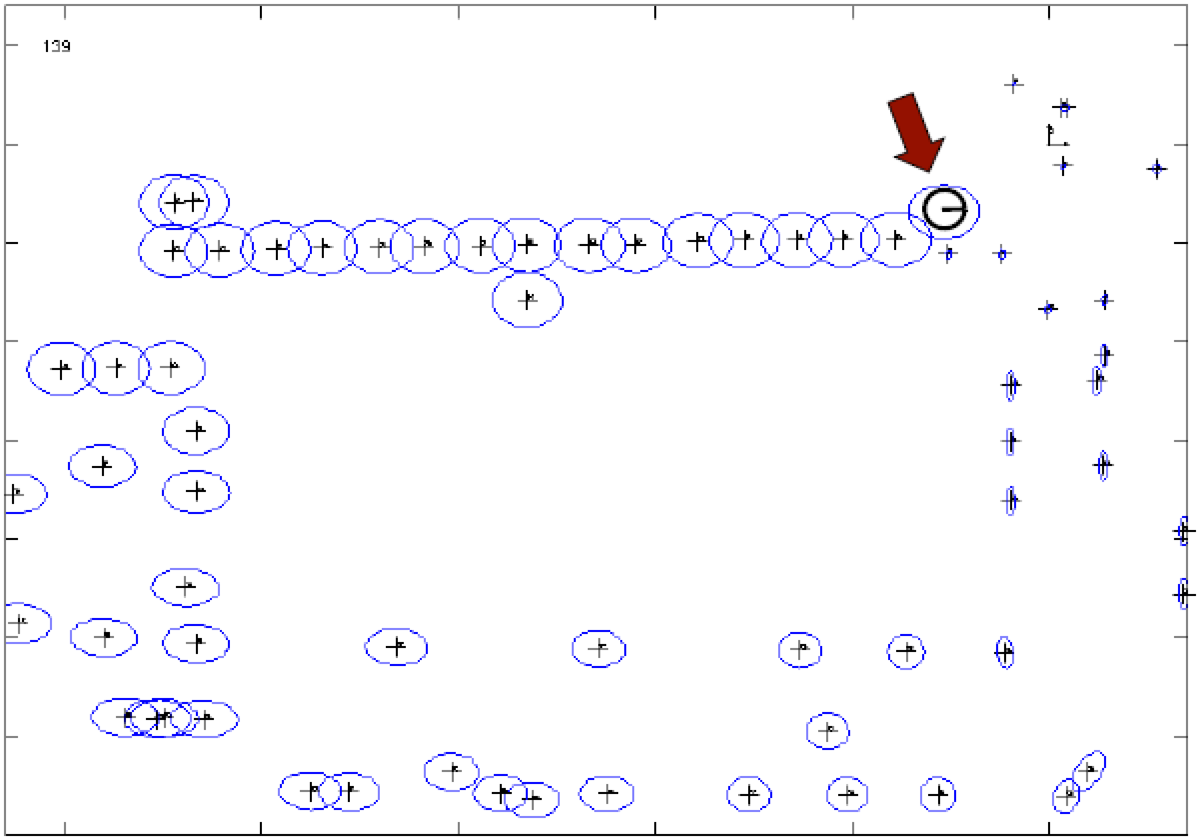
$$\Sigma_t = \bar{\Sigma}_t$$

return μ_t, Σ_t

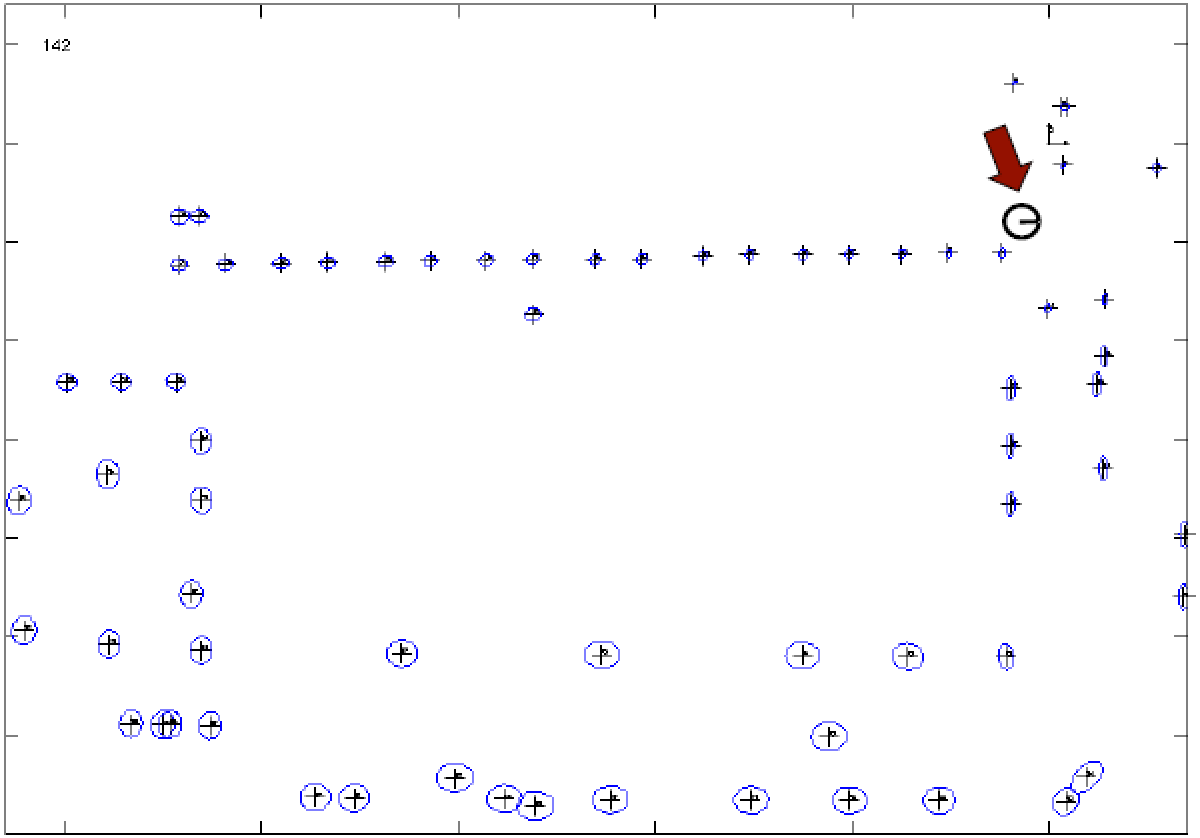
Замыкание контуров

- Замыкание контуров это распознавание ориентиров уже нанесенных на карту
- Неопределенность падает после замыкания контура
- Чувствительность к распознаванию ориентиров и возможной симметрии рабочей области

Замыкание контуров

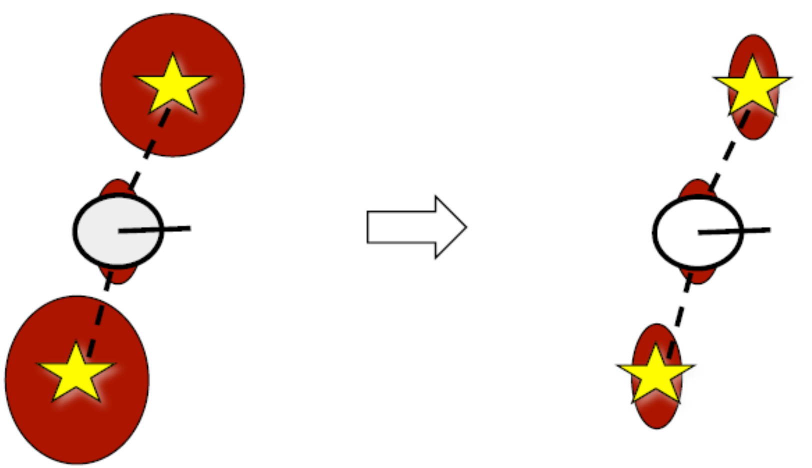


Замыкание контуров



Лимит неопределенности

- Получение оценки положения ориентиров никогда не может быть точнее чем начальная оценка положения робота



Резюме

- Перове решение SLAM задачи
- Доказана сходимость для линейных систем и нормальным распределением
- Может расходится при существенных нелинейностях
- Рассматривается только одно состояние
- Вычислительная сложность растет с числом ориентиров

Следующая лекция

- Фильтр частиц