Конспект Лекций

Теоретическая механика

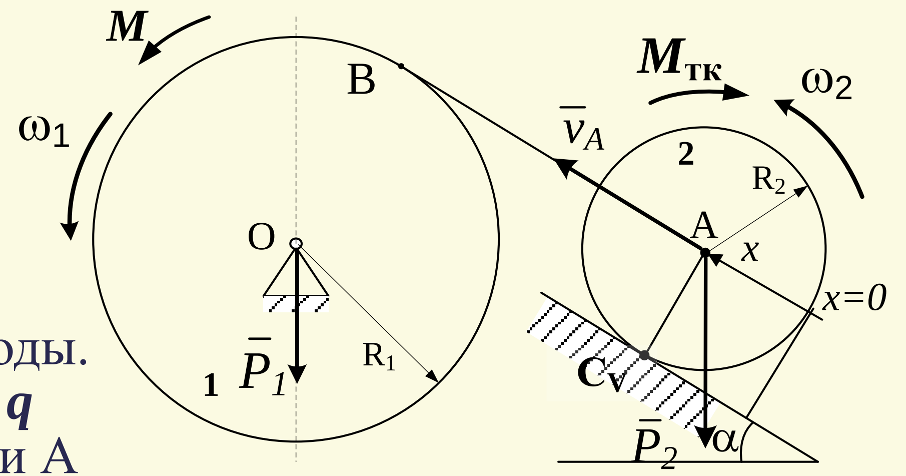
Глава XVII

Примеры

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример1.

Дано: $m_1, m_2, R_1, R_2, f_{тк}, M, \alpha$.

Найти: a_A.



1. Условие, рисунок, активные силы и реакции неидеальных связей.

$M_{тк}= f_{тк}m_2 g\cos\alpha$.

2. Система имеет одну степень свободы. В качестве обобщенной координаты ***q*** примем отклонение ***x*** центра тяжести А тела 2 от начального положения ***x***=0.

Запишем уравнение Лагранжа II рода.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial E_К}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial E_К}{\partial x} = Q.$$

3. Найдём E_K системы.

$$E_K = E_{K_1} + E_{K_2}.$$

Тело 1: вращательное движение ⇒

$$E_{K_1} = \frac{J_O\omega_1^2}{2}, \text{где } J_O = \frac{m_1R_1^2}{2}.$$

Тело 2: плоскопараллельное движение ⇒

$$E_{K_2} = \frac{m_2v_A^2}{2} + J_A\frac{\omega_2^2}{2}, \text{где } J_A = \frac{m_2R_2^2}{2}.$$

Выразим ω_1, v_A, ω_2 через обобщённую скорость $\dot{x}$ и координату ***x***:

$v_A = \dot{x}$,

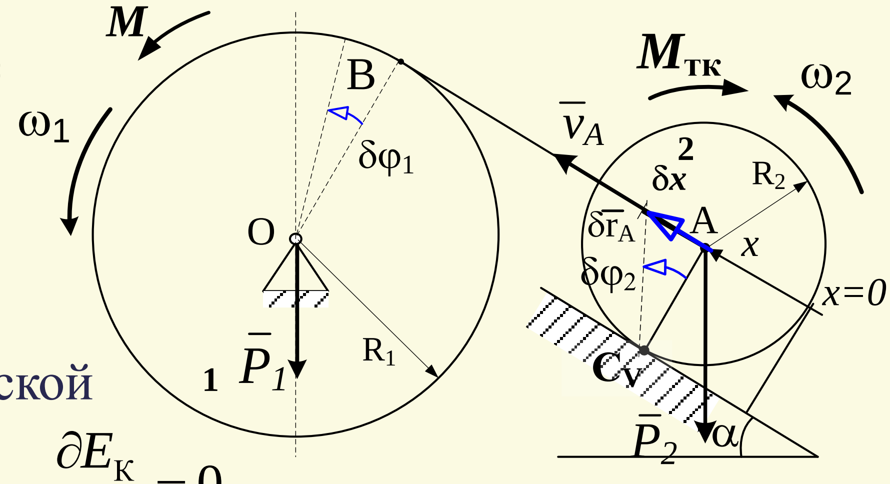
$\omega_2 = v_A/AC_V = \dot{x}/R_2$,

$\omega_1 = v_B/BO = \dot{x}/R_1$.

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример1.

$$E_К = \frac{m_1 R_1^2 \cdot \dot{x}^2}{2\cdot 2\cdot R_1^2} + \frac{m_2 \dot{x}^2}{2} + \frac{m_2 R_2^2 \cdot \dot{x}^2}{2\cdot 2\cdot R_2^2} =$$

$$= \frac{\dot{x}^2}{2}\left(m_1 + \frac{3m_2}{2}\right) = \frac{\dot{x}^2}{2}\lambda.$$



Вычислим производные от кинетической энергии:
$$\frac{\partial E_К}{\partial \dot{x}} = \dot{x}\lambda, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{x}}\right) = \ddot{x}\lambda, \quad \frac{\partial E_К}{\partial x} = 0.$$

4. Найдём обобщённую силу **Q**. Для этого дадим системе возможное перемещение $\boldsymbol{\delta x}$ в сторону возрастания обобщённой координаты $\boldsymbol{x}$.

При этом точка **А** переместится на $\delta\vec{r}_A$, тело **2** повернётся на угол $\boldsymbol{\delta\varphi_2}$, а тело **1** повернётся на угол $\boldsymbol{\delta\varphi_1}$. Элементарная работа сил и моментов:

$$\delta A = -P_2 \cdot \delta r_A \cdot \sin(\alpha) - M_{тк} \cdot \delta\varphi_2 + M \cdot \delta\varphi_1$$

Выразим $\boldsymbol{\delta r_A}$, $\boldsymbol{\delta\varphi_2}$, и $\boldsymbol{\delta\varphi_1}$ через $\boldsymbol{\delta x}$:

$$\delta A = \delta x\left(\frac{M}{R_1} - m_2 g \sin(\alpha) - \frac{m_2 g f_{тк} \cos(\alpha)}{R_2}\right);$$

$$\mathrm{Q} = \frac{\delta A}{\delta x} = \left(\frac{M}{R_1} - m_2 g \sin(\alpha) - \frac{m_2 g f_{тк} \cos(\alpha)}{R_2}\right);$$

$\boldsymbol{\delta r_A = \delta x}$,

$\boldsymbol{\delta\varphi_2 = \delta r_A / AC_V = \delta x / R_2}$,

$\boldsymbol{\delta\varphi_1 = \delta r_B / BO = \delta x / R_1}$.

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример1.

5. Подставим значения производных (3) и обобщённой силы (4) в уравнение Лагранжа (2):.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial E_К}{\partial \dot{x}}-\frac{\partial E_К}{\partial x}=Q.$$

$$\frac{\partial E_К}{\partial \dot{x}}=\dot{x}\lambda,\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{x}}\right)=\ddot{x}\lambda,\qquad \frac{\partial E_К}{\partial x}=0.$$

$$Q=\frac{\delta A}{\delta x}=\left(\frac{M}{R_1}-m_2 g\sin(\alpha)-\frac{m_2 g f_{тк}\cos(\alpha)}{R_2}\right);$$

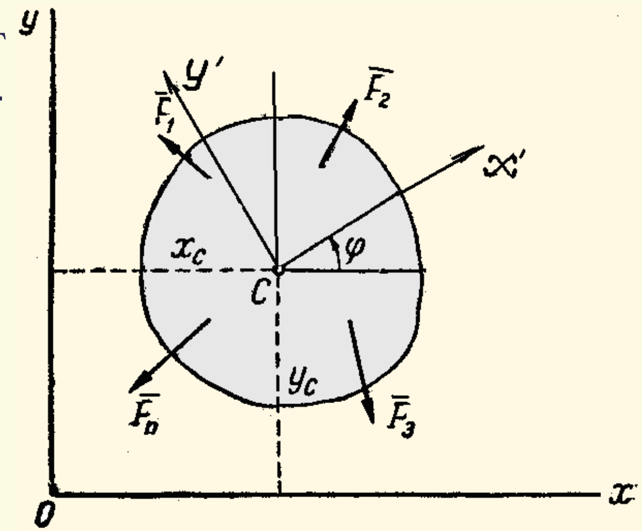
$$\ddot{x}\lambda-0=Q,$$

$$a_A=\ddot{x}=\frac{Q}{\lambda}=\frac{\dfrac{M}{R_1}-m_2 g\sin(\alpha)-\dfrac{m_2 g f_{тк}\cos(\alpha)}{R_2}}{m_1+\dfrac{3m_2}{2}}.$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 2.

Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения

При ППД - три степени свободы: поворот вокруг полюса и два поступательных перемещения вместе с полюсом вдоль осей ***x*** и ***y***. За полюс будем принимать центр тяжести ***C*** тела.



Обобщенные координаты: x_C, y_C, φ.

Запишем уравнения Лагранжа II рода.

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E_к}{\partial \dot{x}_C}\right) - \dfrac{\partial E_к}{\partial x_C} = Q_x\ , \\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E_к}{\partial \dot{y}_C}\right) - \dfrac{\partial E_к}{\partial y_C} = Q_y\ , \\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E_к}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \dfrac{\partial E_к}{\partial \varphi} = Q_\varphi\ . \end{cases}$$

Выразим $\boldsymbol{E_К}$ через *обобщенные скорости*:

$$\vec{v}_C = \dot{x}_C \vec{i} + \dot{y}_C \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_C^{\,2} = v_C^2 = \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2.$$

$$E_к = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{J_C\omega^2}{2} = \frac{m(\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2)}{2} + \frac{J_C\dot{\varphi}^2}{2}$$

Уравнение 1:

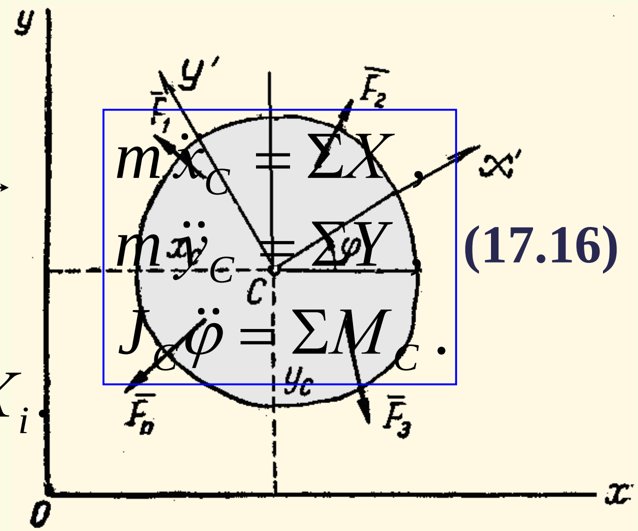
$$\frac{\partial E_к}{\partial \dot{x}_C} = m\dot{x}_C\ ,$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial E_к}{\partial \dot{x}_C} = m\ddot{x}_C \qquad \frac{\partial E_к}{\partial x_C} = 0$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 2.

Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения

Чтобы найти $\mathbf{Q}_x$ даем телу такое перемещение, при котором $\delta x \neq 0$, $\delta y = \delta\varphi = 0$. Т.е. это сдвиг тела вдоль оси x (поступательное движение).



$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \Sigma X, \\ m\ddot{y}_C = \Sigma Y, \\ J_C\ddot{\varphi} = \Sigma M_C. \end{cases} \quad (17.16)$$

$$\Sigma\delta A_i = \Sigma\vec{F}_{\text{i}}\cdot\delta\vec{r}_i = \Sigma\vec{F}_{\text{i}}\cdot\delta x_C\vec{i} = \qquad \delta\vec{r}_{\text{i}} = \delta x_C\vec{i}$$

$$= \Sigma F_{\text{i}}\cdot\delta x_C\cos\alpha_i = \delta x_C\Sigma F_{\text{i}}\cdot\cos\alpha_i = \delta x_C\cdot\Sigma X_{\text{i}}.$$

$$\mathrm{Q}_x = \frac{\Sigma\delta A_i}{\delta x_C} = \sum_i X_i \Rightarrow$$ **<u>Уравнение 1:</u>** $m\ddot{x}_C = \Sigma X_i$.

Аналогично **уравнение 2**: $m\ddot{y}_C = \Sigma Y_i$.

Уравнение 3:

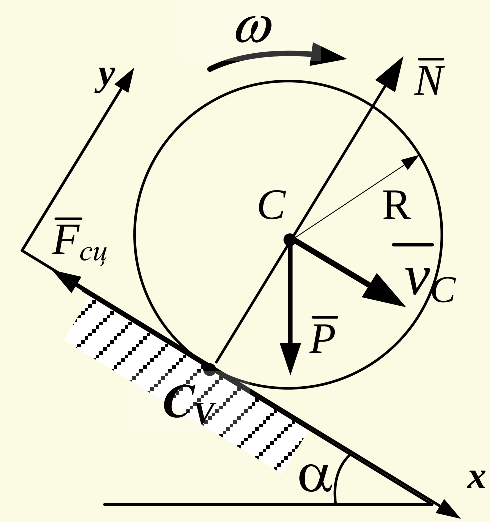
$$E_{\text{K}} = \frac{m(\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2)}{2} + \frac{J_C\dot{\varphi}^2}{2}. \quad \frac{\partial E_{\text{K}}}{\partial\dot{\varphi}} = J_C\dot{\varphi}, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial E_{\text{K}}}{\partial\dot{\varphi}} = J_C\ddot{\varphi}, \frac{\partial E_{\text{K}}}{\partial\varphi} = 0.$$

Чтобы найти $\mathbf{Q}_\varphi$ даем телу такое перемещение, при котором $\delta\varphi \neq 0$, $\delta x = \delta y = 0$. Т.е. это поворот тела вокруг точки ***C*** (вращательное движение).

$$\mathrm{Q}_\varphi = \frac{\Sigma\delta A_i}{\delta\varphi} = \frac{1}{\delta\varphi}\sum M_C(\vec{F}_i)\delta\varphi = \sum M_{Ci}.$$ **Уравнение 3:** $J_C\ddot{\varphi} = \Sigma M_{Ci}$.

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 2.

Дано: m, $f_{тс}$, R, α. **Найти:** a_C, исследовать возможность проскальзывания цилиндра.



1. Силы, система координат.

2. Дифференциальные уравнения движения тела:

$$m\ddot{x}_C = mg\cdot\sin\alpha - F_{сц} \quad (1)$$

$$m\ddot{y}_C = N - mg\cdot\cos\alpha \quad (2)$$

$$J_C\ddot{\varphi} = -F_{сц}\cdot R \quad (3)$$

y_C=const $\Rightarrow \ddot{y}_C = 0.$ Из (2) $N=mg\cdot\cos\alpha$.

Уравнения (1) и (3) – 3 неизвестных: x_C, F и φ.

Качение без проскальзывания $\Rightarrow$ $v_C=\omega\cdot CC_V$, т.е. $\dot{x}_C = -\dot{\varphi}R \Rightarrow \ddot{x}_C = -\ddot{\varphi}R.$ **(4)**

Из (3) и (4) $\dfrac{mR^2}{2}\dfrac{\ddot{x}_C}{R} = F_{сц}\cdot R \Rightarrow \dfrac{m\ddot{x}_C}{2} = F_{сц},$

$$\boxed{\begin{aligned} m\ddot{x}_C &= \Sigma X, \\ m\ddot{y}_C &= \Sigma Y, \\ J_C\ddot{\varphi} &= \Sigma M_C. \end{aligned}}$$

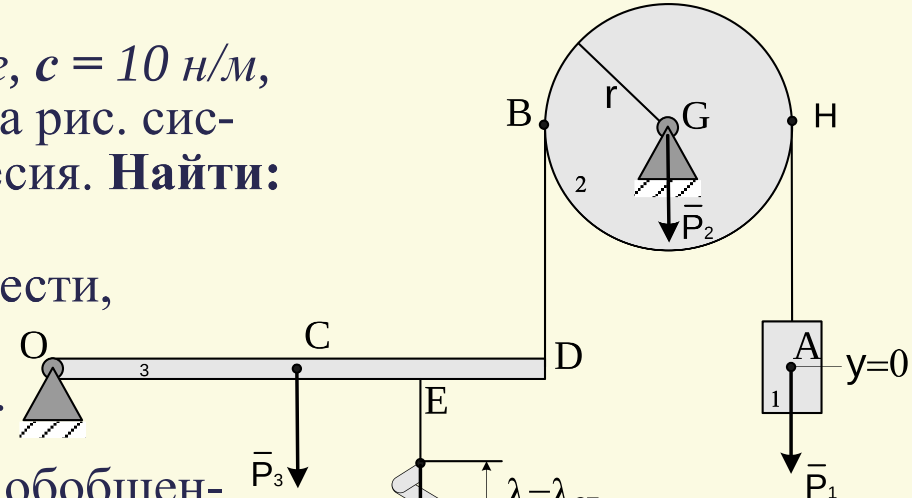
тогда из (1) $\ddot{x}_C = \dfrac{2}{3}g\sin\alpha,\ \ F_{сц} = \dfrac{1}{3}mg\sin\alpha.$

$$F_{сц} \le F_{сц_{\max}} = f_{тс}\cdot N \ \Rightarrow \frac{1}{3}mg\sin\alpha \le f_{тс}mg\cos\alpha$$

$\Rightarrow tg\alpha \le 3f_{тс}.$ Т.е. скольжение начнётся при $\alpha > arctg(3f_{тс}).$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 3.

Дано: $m_1=0{,}7$ *кг*, $m_2=0{,}2$ *кг*, $m_3=0{,}3$ *кг*, $c = 10$ *н/м*, OD=ℓ =*0,5 м*, OE= ¾OD, r =*10 см* . На рис. система находится в положении равновесия. **Найти:** период её малых колебаний .

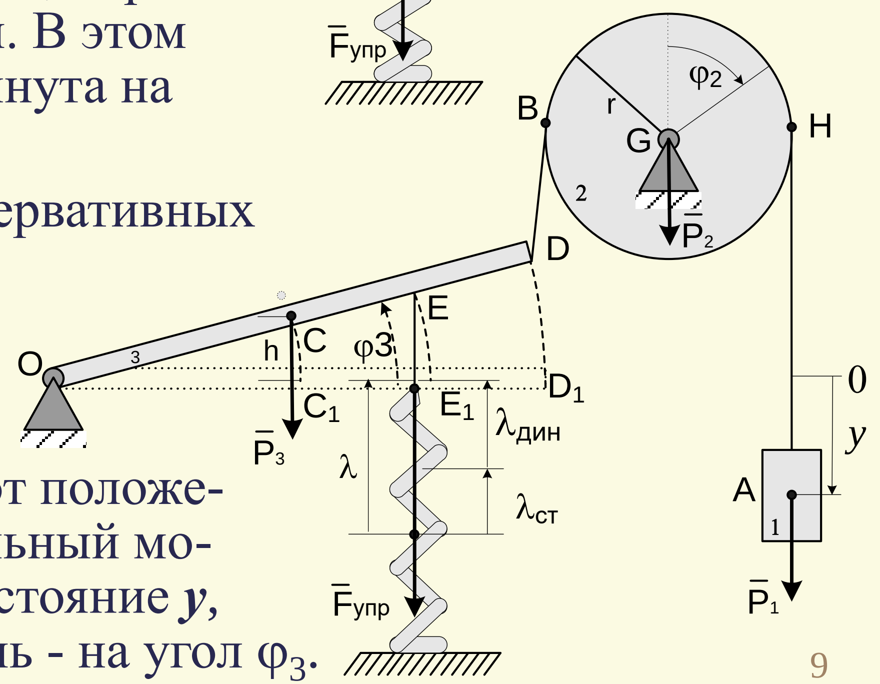


1. Укажем активные силы - силы тяжести, приложенные к центрам тяжести тел системы, и силу упругости пружины.

2. Одна степень свободы. В качестве обобщенной координаты примем отклонение y центра тяжести груза от положения равновесия. В этом положении (y=0) пружина будет растянута на величину $\lambda_{ст}$.

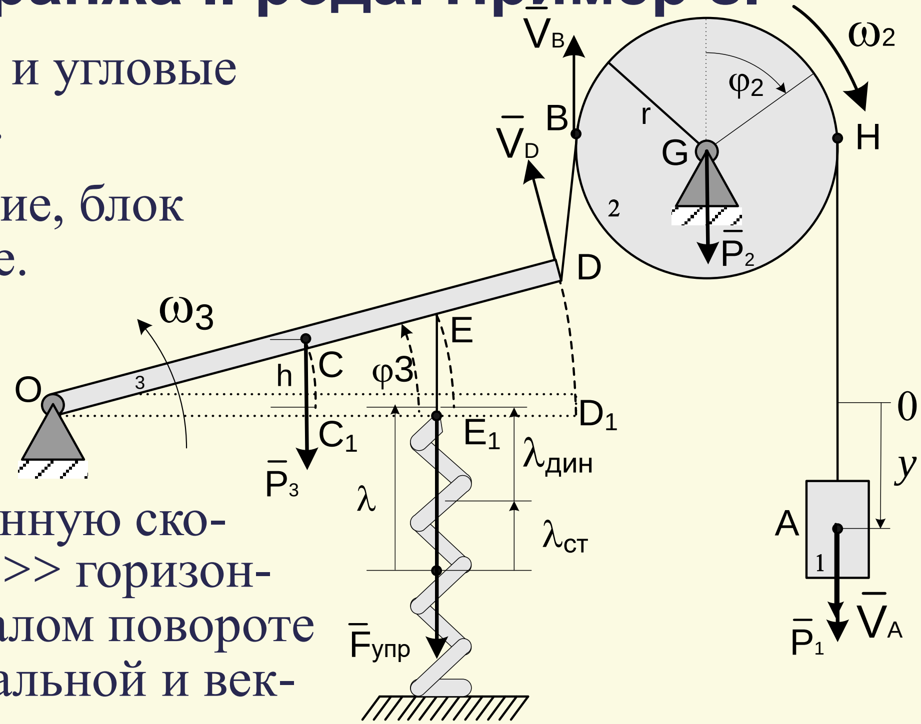
Уравнение Лагранжа II рода для консервативных сил:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial E_К}{\partial y} = -\frac{\partial E_П}{\partial y}$$



3. Нарисуем систему в отклонённом от положения равновесия состоянии в произвольный момент времени. Т. A опустилась на расстояние y, блок повернулся на угол φ_2, а стержень - на угол φ_3.

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 3.



Укажем соответствующие линейные и угловые скорости точек и звеньев механизма.

4. $E_К$: Груз - поступательное движение, блок и стержень - вращательное движение.

$$E_К = \frac{m_1 V_A^2}{2} + \frac{J_G \omega_2^2}{2} + \frac{J_O \omega_3^2}{2}$$, где

$J_G = m_2 r^2/2$, $J_O = m_3 \ell^2/3$.

Выразим все скорости через обобщённую скорость $\dot{y}$. $V_B = V_A = \dot{y}$. Длина нити BD >> горизонтального отклонения точки D при малом повороте стержня ⇒ нить BD считаем вертикальной и вектор V_B направленным вверх.

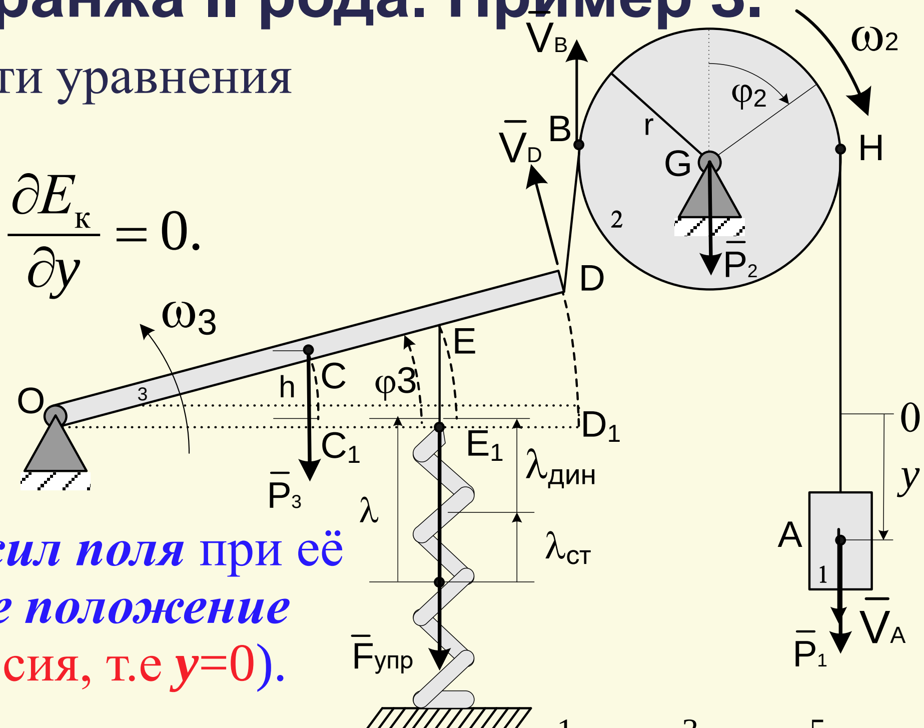
$\vec{V}_D$ наклонён от вертикали BD на угол φ_3. По теореме о проекциях скоростей имеем $V_B \cos(0) = V_D \cdot \cos(\varphi_3)$. При малых **φ3** $\cos(\varphi_3) \approx 1 - \frac{\varphi_3^2}{2!} + \frac{\varphi_3^4}{4!} - \ldots$,

поэтому с точностью до величин первого порядка малости $\cos(\varphi_3) \approx 1$.

Имеем: $V_D \approx V_B = \dot{y}$, $\omega_3 = V_D/\ell = \dot{y}/\ell$, $\omega_2 = \dot{y}$ /**r**.

$$E_К = \frac{m_1 \dot{y}^2}{2} + \frac{m_2 r^2 \dot{y}^2}{2 \cdot r^2 \cdot 2} + \frac{m_3 \ell^2 \dot{y}^2}{3 \cdot \ell^2 \cdot 2} = \frac{\dot{y}^2}{2}\left(m_1 + \frac{1}{2} m_2 + \frac{1}{3} m_3\right) = \frac{(\dot{y})^2}{2} \cdot m^*.$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 3.



Вычислим производные в левой части уравнения Лагранжа.

$$E_К = \frac{(\dot{y})^2}{2}\cdot m^* \Rightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial E_к}{\partial \dot{y}} = \ddot{y}\cdot m^*,\ \frac{\partial E_к}{\partial y} = 0.$$

5. Вычислим правую часть.

$E_П$= ***$E_{П1}$***(груза)+ ***$E_{П2}$***(стержня)+
+ ***$E_{П3}$***(пружины).

$E_П$ системы определяется ***работой сил поля*** при её перемещении из ***текущего*** в ***нулевое положение*** системы (у нас – положение равновесия, т.е ***y***=0).

$E_{П1}$=-P_1·y =-m_1g·y.

$E_{П2}$=P_3·h =m_3g·y/2.

h= ***OC***·sin(φ_3). При малых φ_3 $\sin(\varphi_3) \approx \frac{\varphi_3^{\,1}}{1!} - \frac{\varphi_3^{\,3}}{3!} + \frac{\varphi_3^{\,5}}{5!} \ldots$,

$\Rightarrow$ с точностью до величин второго порядка $\sin(\varphi_3) \approx \varphi_3$.

D_1D=y, φ_3= ***D_1D/ℓ*** $\Rightarrow$ ***h=OC·φ_3***=(ℓ/2)·***y/ℓ= y***/2.

$E_{П3}$: $\lambda=\lambda_{СТ}+\lambda_{ДИН}$.

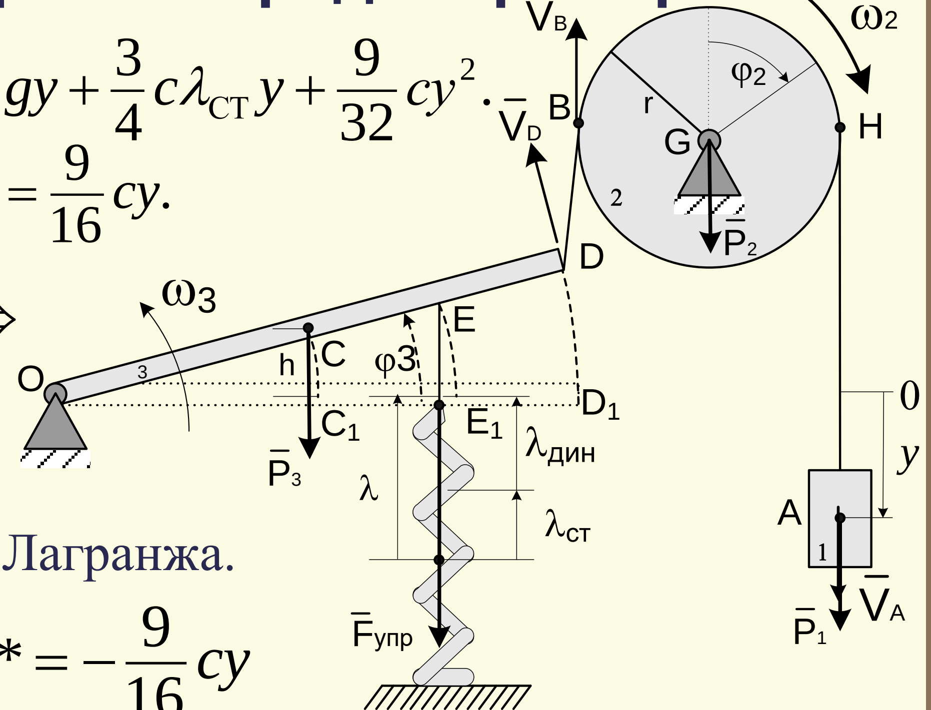
$\lambda_{ДИН}$=***OE***·sin(φ3)=(3/4)***y***.

$$E_{П3} = \int_{\lambda}^{\lambda_{СТ}} -c\lambda d\lambda = -\frac{c\lambda^2}{2}\Big|_{\lambda}^{\lambda_{СТ}} = -\frac{c}{2}(\lambda_{СТ}^2 - \lambda^2) =$$

$$= \frac{c\left(\lambda_{СТ} + \frac{3}{4}y\right)^2}{2} - \frac{c\lambda_{СТ}^2}{2} = c\lambda_{СТ}\frac{3}{4}y + c\frac{9}{32}y^2.$$

$$A(\vec{F}) = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx;\quad F_{упр} = -c\lambda.$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 3.



$$E_П = E_{П1} + E_{П2} + E_{П3} = -m_1 gy + \frac{1}{2} m_2 gy + \frac{3}{4} c\lambda_{СТ} y + \frac{9}{32} cy^2 .$$

$$\frac{\partial E_П}{\partial y} = -m_1 g + \frac{1}{2} m_3 g + \frac{3}{4} c\lambda_{СТ} + \frac{9}{16} cy \; = \frac{9}{16} cy.$$

в положении равновесия $\frac{\partial E_П}{\partial y} = 0 \Rightarrow$

$$\frac{\partial E_П}{\partial y}\Big|_{y=0} = -m_1 g + \frac{1}{2} m_3 g + \frac{3}{4} c\lambda_{СТ} = 0$$

6. Подставим результат в уравнение Лагранжа.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial E_К}{\partial y} = -\frac{\partial E_П}{\partial y}: \qquad \ddot{y} \cdot m^* = -\frac{9}{16} cy$$

или $\boxed{\ddot{y} + \frac{c^*}{m^*} y = 0}$, где $c^* = \frac{9}{16} c$ - приведённый коэффициент упругости,

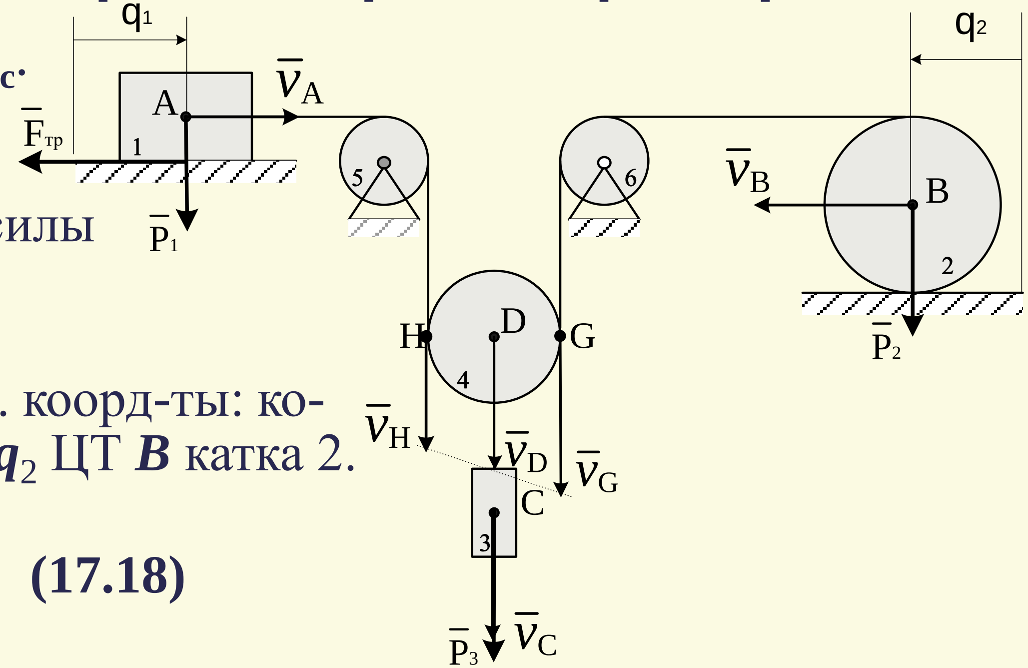
а ***m**** - приведённая масса системы: $m^* = m_1 + \frac{1}{2} m_2 + \frac{1}{3} m_3.$

Круговая частота колебаний $k = \sqrt{\frac{c^*}{m^*}}$, а период колебаний ***T*=2π/*k*** $= 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{c^*}}$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{c^*}} = \frac{8}{3}\pi\sqrt{\frac{m_1 + \frac{1}{2} m_2 + \frac{1}{3} m_3}{c}} = \frac{8}{3}\pi\sqrt{\frac{0{,}7 + \frac{1}{2} 0{,}2 + \frac{1}{3} 0{,}3}{10}} \approx 2{,}5c$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 4.

Дано: $m_1=3m$, $m_2=4m$, $m_3= m$, $f_{тс}$.
Найти: a_C и условие движения груза 1.



1. Условие, рисунок, активные силы и реакции неидеальных связей.

$$F_{тр}= f_{тс}m_1g\ .$$

2. Две степени свободы. Обобщ. коорд-ты: коор-та q_1 ЦТ A груза 1 и коор-та q_2 ЦТ B катка 2.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{q}_1}\right)-\frac{\partial E_К}{\partial q_1}=Q_1 \qquad \textbf{(17.18)}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{q}_2}\right)-\frac{\partial E_К}{\partial q_2}=Q_2 \qquad \textbf{(17.19)}$$

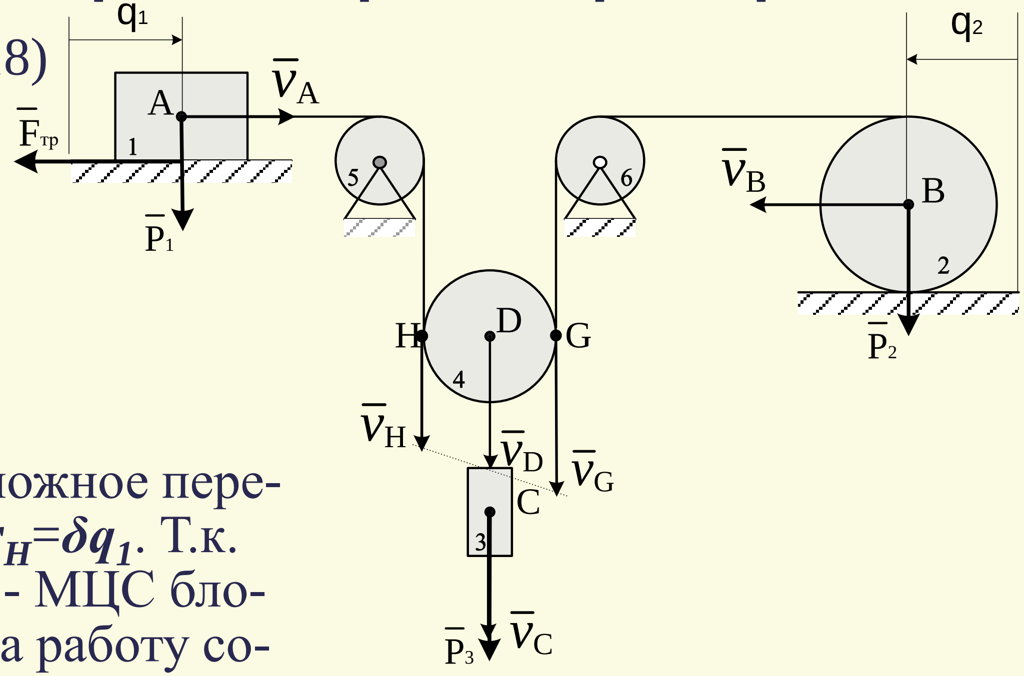
3. Найдём $E_К$. Тела 1 и 3 – поступательное движение, каток 3 – ППД $\Rightarrow$

$$E_К=\frac{m_1v_A^2}{2}+\frac{m_2v_B^2}{2}+\frac{J_B\omega_2^2}{2}+\frac{m_3v_C^2}{2},\ \text{где}\ J_B=\frac{m_2r_2^2}{2},\ v_A=\dot{q}_1,\ v_B=\dot{q}_2.$$

Выразим $E_К$ через v_A и v_B. $\omega_2= v_B/r_2$, $v_H=v_A$, $v_G=2v_B$, $v_D=(v_H+v_G)/2$, $v_G= v_D \Rightarrow$

$$E_К=\frac{m_1\dot{q}_1^2}{2}+\frac{3m_2\dot{q}_2^2}{4}+\frac{m_3(\dot{q}_1+2\dot{q}_2)^2}{2\cdot 4}\ \boxed{=\frac{\dot{q}_1^2}{2}(m_1+\frac{m_3}{4})+\frac{\dot{q}_2^2}{2}(\frac{3m_2}{2}+m_3)+\frac{1}{2}m_3\dot{q}_1\dot{q}_2.}$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 4.



Найдём составляющие ур-я (17.18)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{q}_1}\right) = \ddot{q}_1(m_1 + \frac{m_3}{4}) + \ddot{q}_2\frac{m_3}{2};$$

$$\frac{\partial E_К}{\partial q_1} = 0 \qquad \textbf{(17.20)}$$

Найдём $\mathbf{Q_1}$. Дадим системе возможное перемещение $\boldsymbol{\delta q_1}$, при этом $\boldsymbol{\delta q_2}$=0. $\boldsymbol{\delta r_H = \delta q_1}$. Т.к. нить справа неподвижна, то т.$\boldsymbol{G}$ - МЦС блока 4 $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\delta r_D = \delta r_C = \delta r_H = \delta q_1}/2$. Тогда работу совершают только силы $\boldsymbol{P}_3$ и $\boldsymbol{F}_{тр}$.

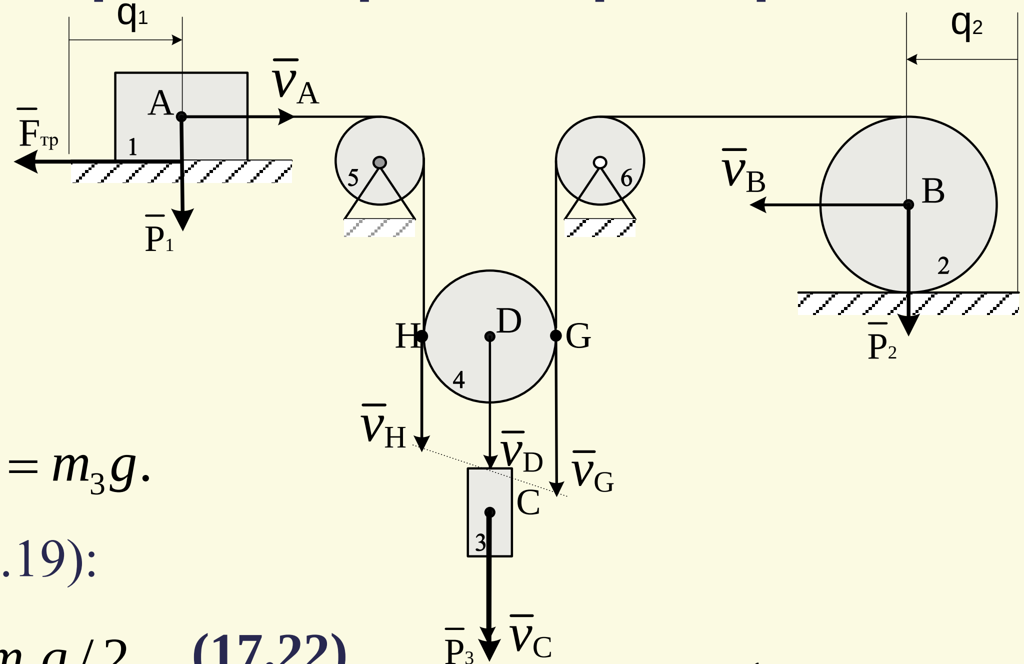
$$\delta A = -F_{тр}\cdot\delta q_1 + P_3(\delta q_1/2) = \delta q_1[-f_{тр}m_1g + m_3g/2],\ Q_1 = \frac{\delta A}{\delta q_1} = -f_{тр}m_1g + m_3g/2.$$

Найдём составляющие ур-я (17.19)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_К}{\partial \dot{q}_2}\right) = \ddot{q}_1\frac{m_3}{2} + \ddot{q}_2(\frac{3m_2}{2} + m_3); \quad \frac{\partial E_К}{\partial q_2} = 0. \qquad \textbf{(17.21)}$$

$$E_К = \frac{m_1\dot{q}_1^2}{2} + \frac{3m_2\dot{q}_2^2}{4} + \frac{m_3(\dot{q}_1 + 2\dot{q}_2)^2}{2\cdot 4} = \boxed{\frac{\dot{q}_1^2}{2}(m_1 + \frac{m_3}{4}) + \frac{\dot{q}_2^2}{2}(\frac{3m_2}{2} + m_3) + \frac{1}{2}m_3\dot{q}_1\dot{q}_2.}$$

§17.4. Уравнения Лагранжа II рода. Пример 4.



Найдём $\mathbf{Q_2}$. Дадим системе возможное перемещение $\boldsymbol{\delta q_2}$, при этом $\boldsymbol{\delta q_1}$=0. $\boldsymbol{\delta r_G}=2\boldsymbol{\delta q_2}$. Т.к. нить слева неподвижна, то т.$\boldsymbol{H}$-МЦС блока 4 $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\delta r_D}=\boldsymbol{\delta r_C}=\boldsymbol{\delta r_G}/2=\boldsymbol{\delta q_2}$. Тогда работу совершает только сила $\boldsymbol{P}_3$.

$$\delta A = P_3\delta q_2 = \delta q_2 m_3 g;\ \mathrm{Q}_2 = \frac{\delta A}{\delta q_2} = m_3 g.$$

Подставляем это в (17.18) и (17.19):

$$\ddot q_1\left(m_1+\frac{m_3}{4}\right)+\ddot q_2\frac{m_3}{2} = -f_{тр}m_1g + m_3g/2 \qquad \textbf{(17.22)}$$

$$a_C = (a_A+2a_B)/2 = \frac{1}{2}(\ddot q_1 + 2\ddot q_2).$$

$$\ddot q_1\frac{m_3}{2}+\ddot q_2\left(\frac{3m_2}{2}+m_3\right) = m_3 g \qquad \textbf{(17.23)}$$

(17.22) + (17.23): $\ddot q_1\left(m_1+\dfrac{3m_3}{4}\right)+\ddot q_2\left(\dfrac{3m_2}{2}+\dfrac{3m_3}{2}\right) = -f_{тр}m_1g + 1{,}5m_3g$

Подставим $\boldsymbol{m_1}$**= 3*m*,** $\boldsymbol{m_2}$**= 4*m*:** $\ddot q_1\left(3m+\dfrac{3m_3}{4}\right)+2\ddot q_2\left(3m+\dfrac{3m_3}{4}\right) = g(1{,}5m_3 - f_{тр}3m)$

$$\frac{1}{2}(\ddot q_1 + 2\ddot q_2)\cdot\left(6m+\frac{3m_3}{2}\right) = 1{,}5g(m_3 - f_{тр}2m)$$

$$a_c = \frac{1{,}5g(m - f_{тр}2m)}{7{,}5m} = \frac{1-2f_{тр}}{5}g.$$ Условие движения: $1-2f_{тр} > 0$, т.е. $f_{тр} < \dfrac{1}{2}$.