

Мобильная робототехника

Вероятностные модели движения



Одометрия

- Движение робота повышает неопределенность
- Как учесть эту неопределенность?



Вероятностная модель движения

$$\overline{bel}(x_t) = \int \rho(x_t | u_t, x_{t-1}) bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$$



Модель движения

- Для учета результата действия u используется условная вероятность
$$P(x_t | u_t, x_{t-1})$$
- Как сформировать модель с учетом кинематической модели робота и неопределенности, вносимой движением?

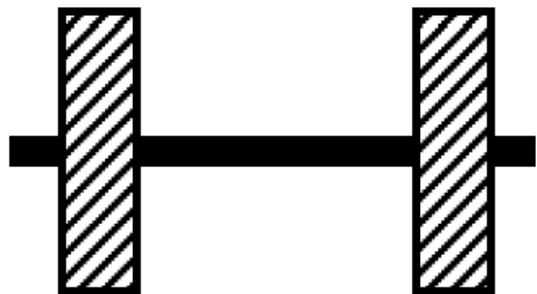
Основные модели движения

- На практике в основном встречается два типа моделей:
 - *модель на основе одометрии*
 - *скоростная модель (счисление координат)*
- Модель на основе одометрии используется, когда робот оснащен энкодерами
- Модели движения используются для вычисления нового положения робота по его скоростям и пройденному времени

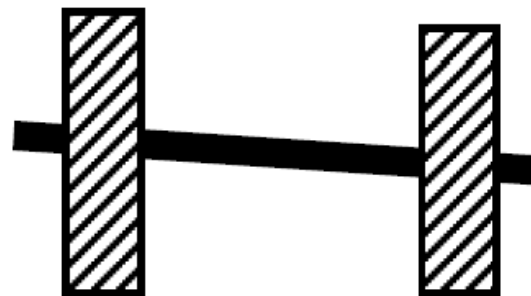
Счисление координат

- Dead Reckoning (Deduced Reckoning) – счисление координат
- Определение местоположения подвижного объекта по известным параметрам движения и исходным координатам
- Исторически используется для навигации кораблей

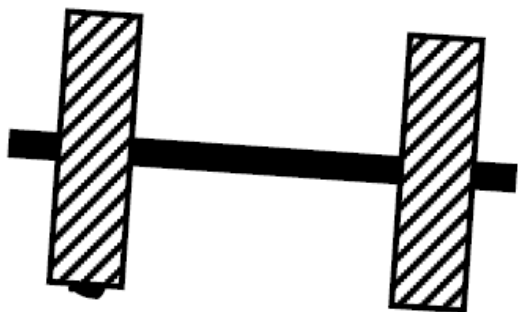
Основные причины ошибок



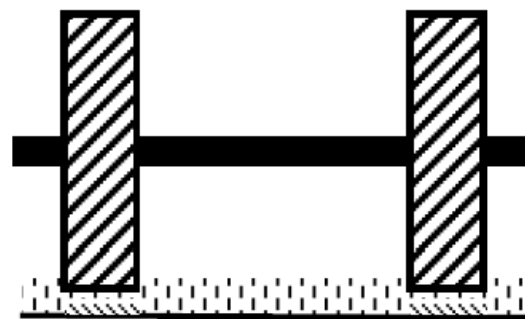
Идеальный случай



Разные диаметры колес



Неровности



Покрyтия и др.

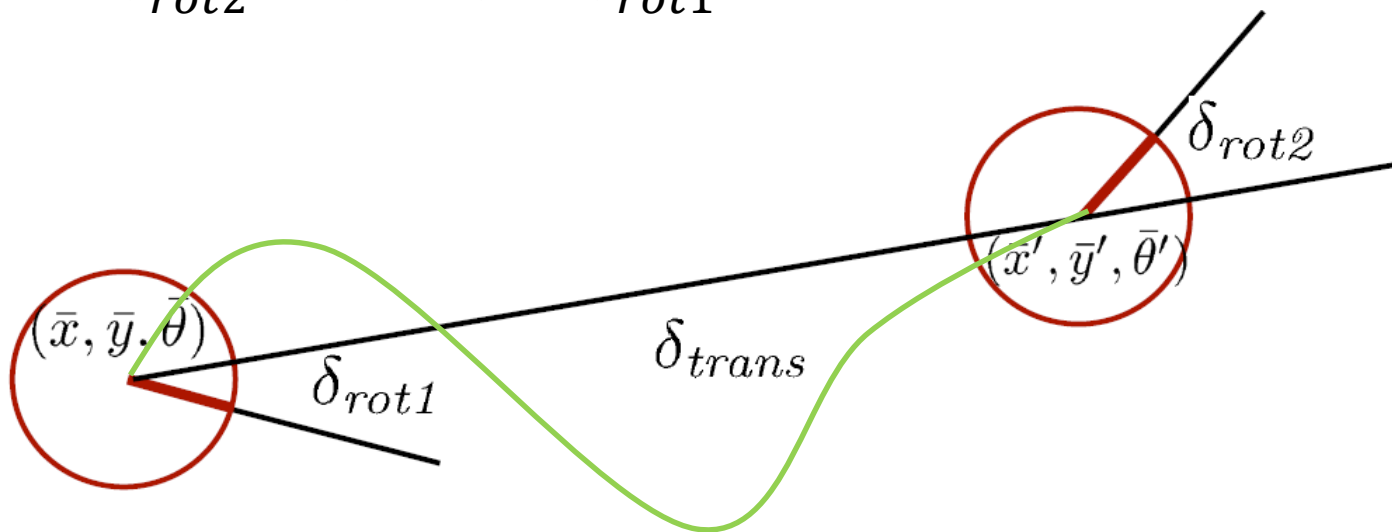
Модель на основе одометрии

- Три движения $u = (\delta_{rot1}, \delta_{trans}, \delta_{rot2})$

$$\delta_{rot1} = \text{atan2}(\bar{y}' - \bar{y}, \bar{x}' - \bar{x}) - \bar{\theta}$$

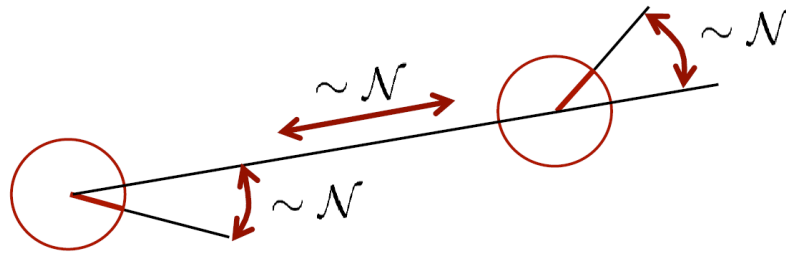
$$\delta_{trans} = \sqrt{(\bar{x}' - \bar{x})^2 + (\bar{y}' - \bar{y})^2}$$

$$\delta_{rot2} = \bar{\theta}' - \bar{\theta} - \delta_{rot1}$$



Модель шума

- Измеренное движение представляет собой реальное движение плюс шум



$$\hat{\delta}_{rot\ 1} = \delta_{rot\ 1} + \varepsilon_{\alpha_1|\delta_{rot\ 1}|+\alpha_2|\delta_{trans}|}$$

$$\hat{\delta}_{trans} = \delta_{trans} + \varepsilon_{\alpha_3|\delta_{trans}|+\alpha_4(|\delta_{rot\ 1}|+|\delta_{rot\ 2}|)}$$

$$\hat{\delta}_{rot\ 2} = \delta_{rot\ 2} + \varepsilon_{\alpha_1|\delta_{rot\ 2}|+\alpha_2|\delta_{trans}|}$$

Алгоритм

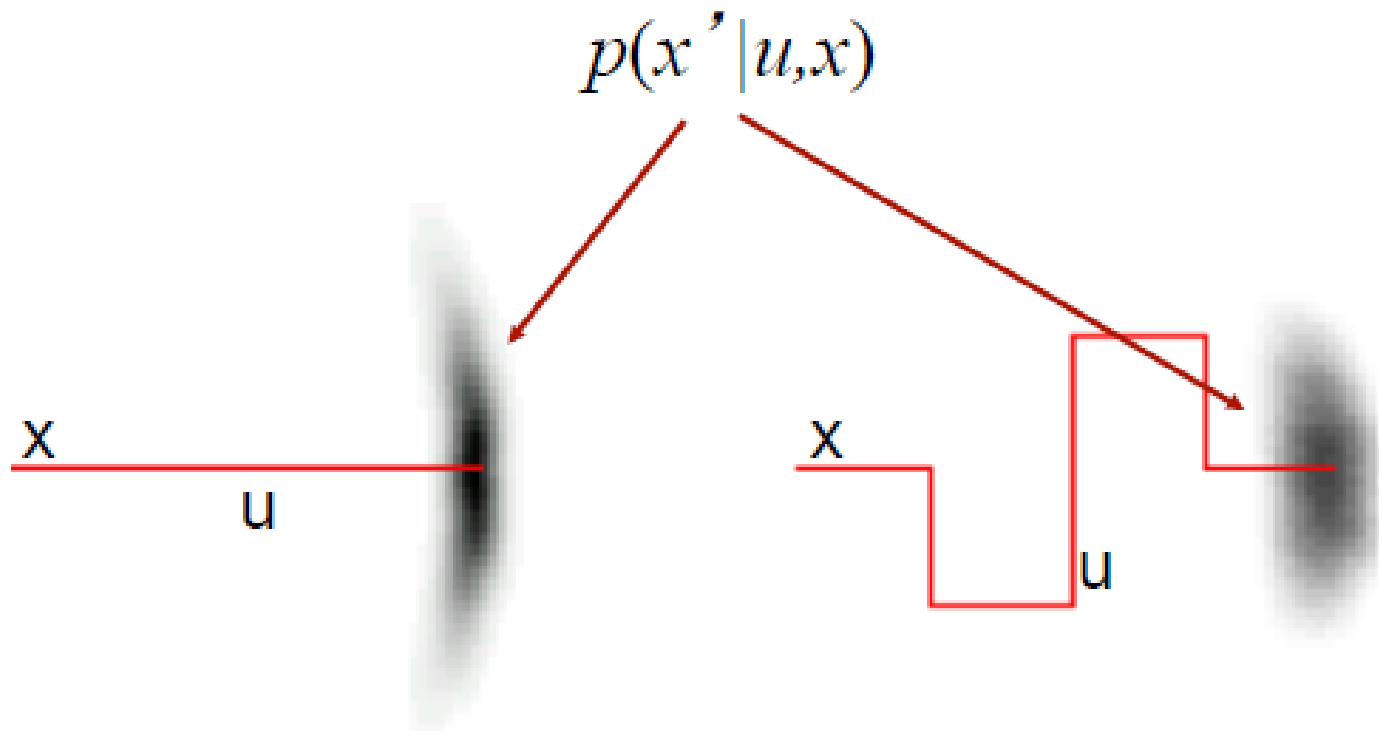
Одометрия



1. Алгоритм **одометрии**(x, x', \bar{x}, \bar{x}'):
2. $\delta_{trans} = \sqrt{(\bar{x}' - \bar{x})^2 + (\bar{y}' - \bar{y})^2}$
3. $\delta_{rot1} = atan2(\bar{y}' - \bar{y}, \bar{x}' - \bar{x}) - \bar{\theta}$
4. $\delta_{rot2} = \bar{\theta}' - \bar{\theta} - \delta_{rot1}$
5. $\hat{\delta}_{trans} = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$
6. $\hat{\delta}_{rot1} = atan2(y' - y, x' - x) - \theta$
7. $\hat{\delta}_{rot2} = \theta' - \theta - \delta_{rot1}$
8. $p_1 = prob(\delta_{rot1} - \hat{\delta}_{rot1}, \alpha_1 |\delta_{rot1}| + \alpha_2 \delta_{trans})$
9. $p_2 = prob(\delta_{trans} - \hat{\delta}_{trans}, \alpha_3 |\delta_{trans}| + \alpha_4 (|\delta_{rot1}| + |\delta_{rot2}|))$
10. $p_3 = prob(\delta_{rot2} - \hat{\delta}_{rot2}, \alpha_1 |\delta_{rot2}| + \alpha_2 \delta_{trans})$
11. **return** $p_1 * p_2 * p_3$

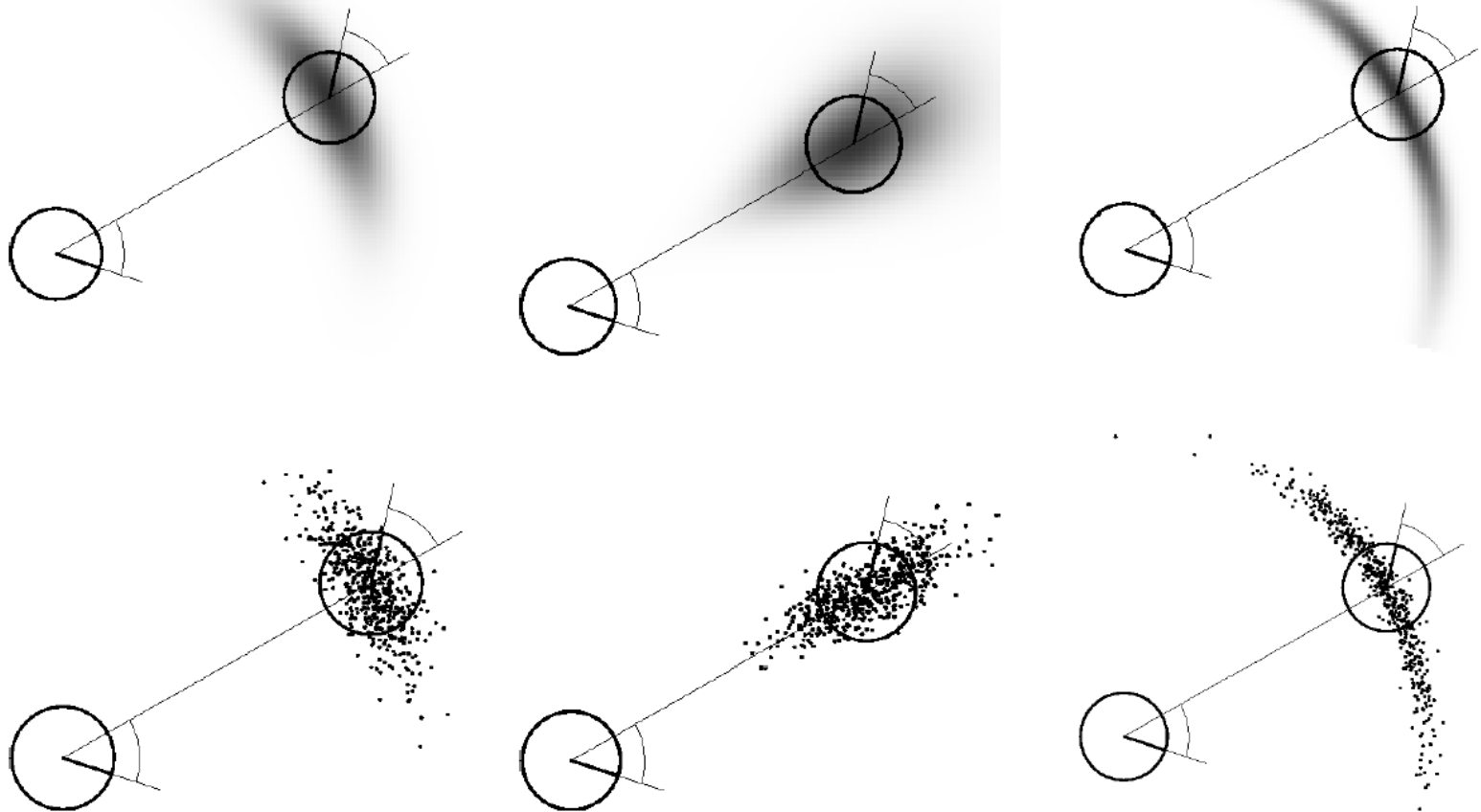
Результат

- Результирующее распределение после большого числа расчета модели
- Проекция распределения на плоскость



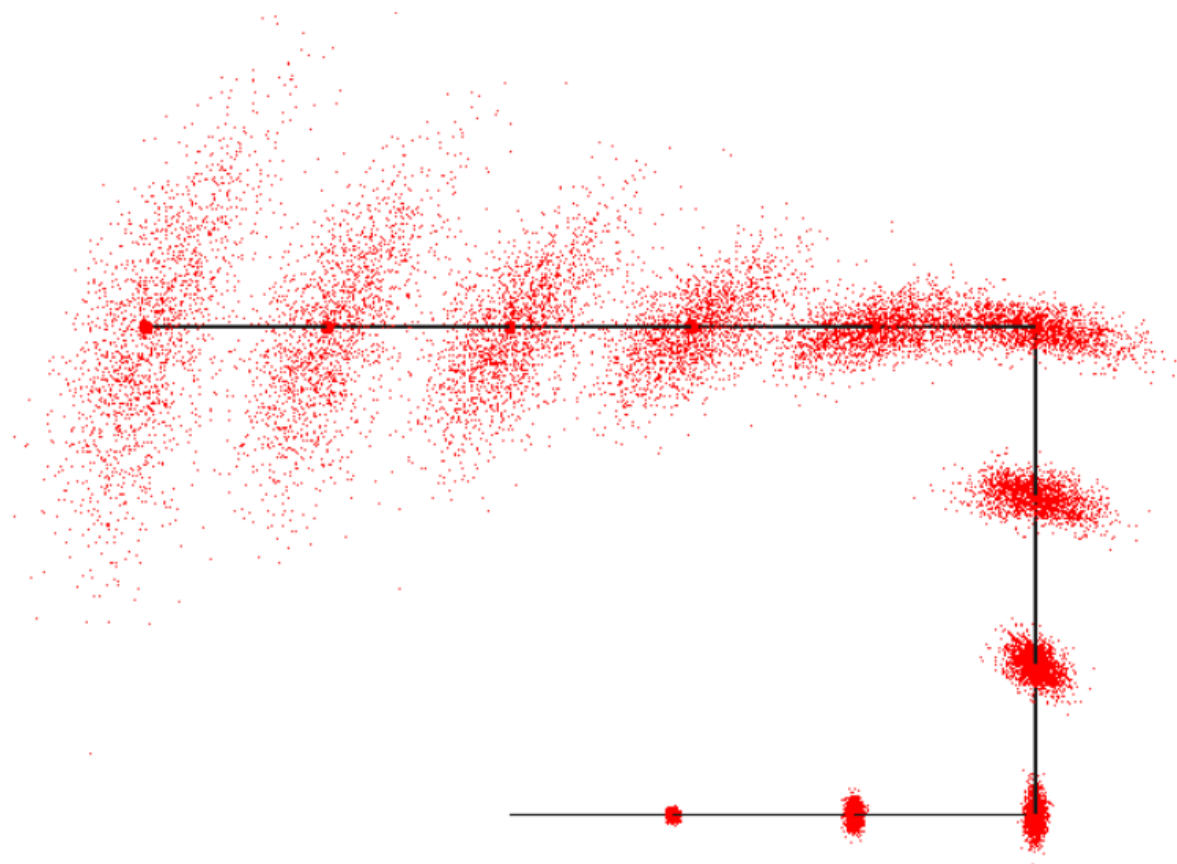
Модель на основе одометрии

Пример

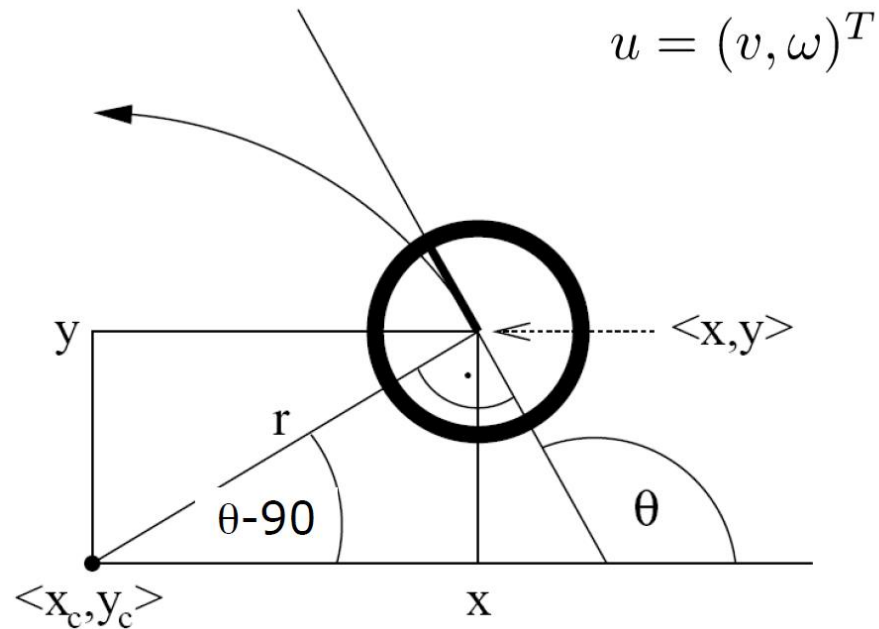


Модель на основе одометрии

Пример



Скоростная модель



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v}{\omega} \sin(\theta) + \frac{v}{\omega} \sin(\theta + \omega \Delta t) \\ \frac{v}{\omega} \cos(\theta) - \frac{v}{\omega} \cos(\theta + \omega \Delta t) \\ \omega \Delta t \end{pmatrix}$$

Скоростная модель

- Робот движется по кругу
- Круг ограничивает ориентацию в конечной точке
- Дополнительный параметр – вращение в конечной точке

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v}{\omega} \sin(\theta) + \frac{v}{\omega} \sin(\theta + \omega \Delta t) \\ \frac{v}{\omega} \cos(\theta) - \frac{v}{\omega} \cos(\theta + \omega \Delta t) \\ \omega \Delta t + \gamma \Delta t \end{pmatrix}$$

Модель шума

- Измеренное движение представляет собой реальное движение плюс шум

$$\hat{v} = v + \varepsilon_{\alpha_1|v|+\alpha_2|\omega|}$$

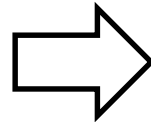
$$\hat{\omega} = \omega + \varepsilon_{\alpha_3|v|+\alpha_4|\omega|}$$

$$\hat{\gamma} = \varepsilon_{\alpha_5|v|+\alpha_6|\omega|}$$

Расчет параметров

- Необходимо найти параметры управления по координатам

$$x_{t-1} = (x, y, \theta)^T$$
$$x_t = (x', y', \theta')^T$$



$$v = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} r^*$$
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$
$$\gamma = \frac{\theta' - \theta}{\Delta t} - \hat{\omega}$$

Расчет параметров

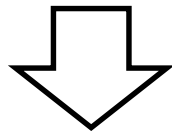
- Радиус вращения и изменение ориентации

$$r^* = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$$

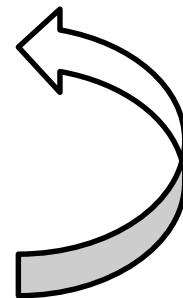
$$\Delta\theta = \text{atan2}(y' - y^*, x' - x^*) - \text{atan2}(y - y^*, x - x^*)$$

- Центр вращения

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\lambda \sin \theta \\ \lambda \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x + x'}{2} + \mu(y - y') \\ \frac{y + y'}{2} + \mu(x' - x) \end{pmatrix}$$



$$\mu = \frac{1}{2} \frac{(x - x') \cos \theta + (y - y') \sin \theta}{(y - y') \cos \theta - (x - x') \sin \theta}$$

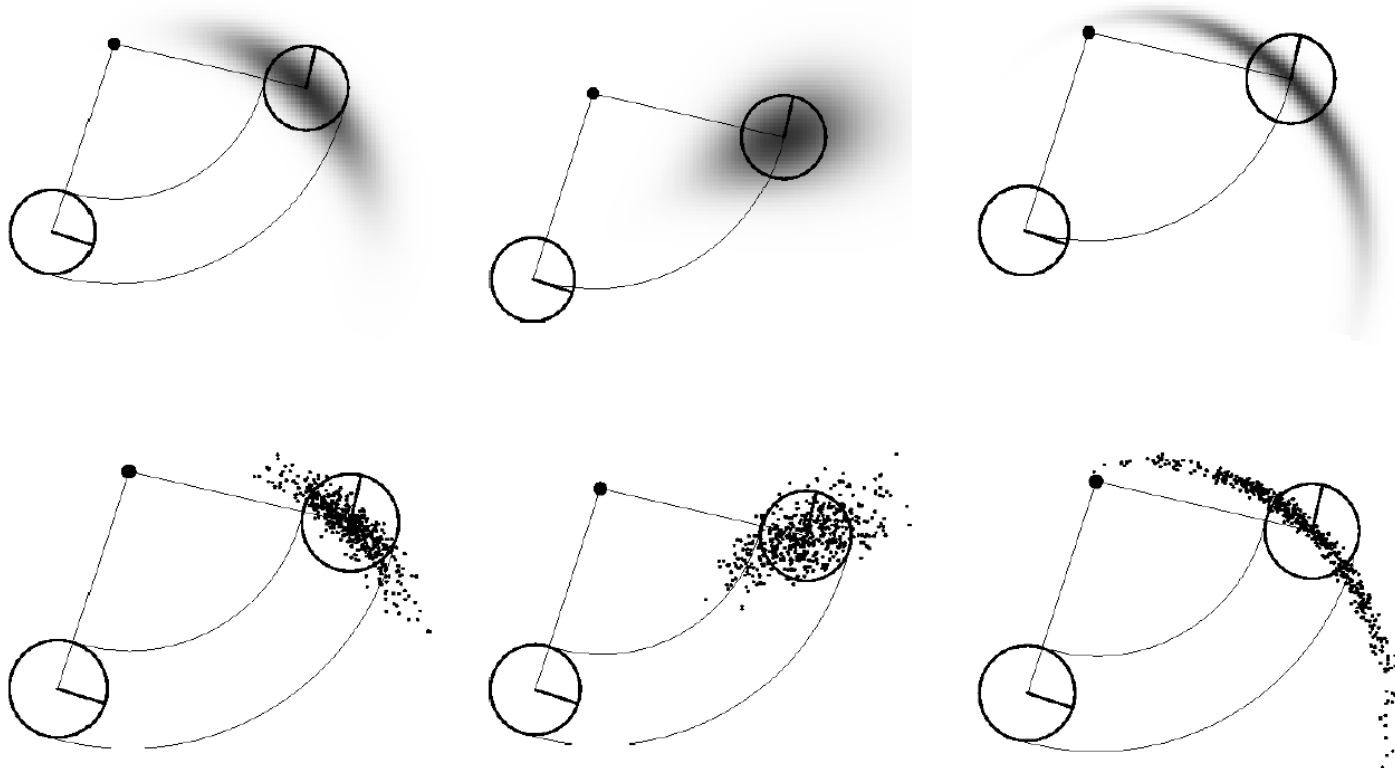


Алгоритм

1. **Алгоритм скоростной модели** (x_t, u_t, x_{t-1}) : $p(x_t | x_{t-1}, u_t)$
2. $\mu = \frac{1}{2} \frac{(x-x')\cos\theta + (y-y')\sin\theta}{(y-y')\cos\theta - (x-x')\sin\theta}$
3. $x^* = \frac{x+x'}{2} + \mu(y-y')$
4. $y^* = \frac{y+y'}{2} + \mu(x'-x)$
5. $r^* = \sqrt{(x-x^*)^2 + (y-y^*)^2}$
6. $\Delta\theta = \text{atan2}(y'-y^*, x'-x^*) - \text{atan2}(y-y^*, x-x^*)$
7. $v = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} r^*$
8. $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
9. $\gamma = \frac{\theta' - \theta}{\Delta t} - \hat{\omega}$
10. **return** $\text{prob}(v - \hat{v}, \alpha_1 v^2 + \alpha_2 \omega^2) * \text{prob}(\omega - \hat{\omega}, \alpha_3 v^2 + \alpha_4 \omega^2) * \text{prob}(\hat{\gamma}, \alpha_5 v^2 + \alpha_6 \omega^2)$

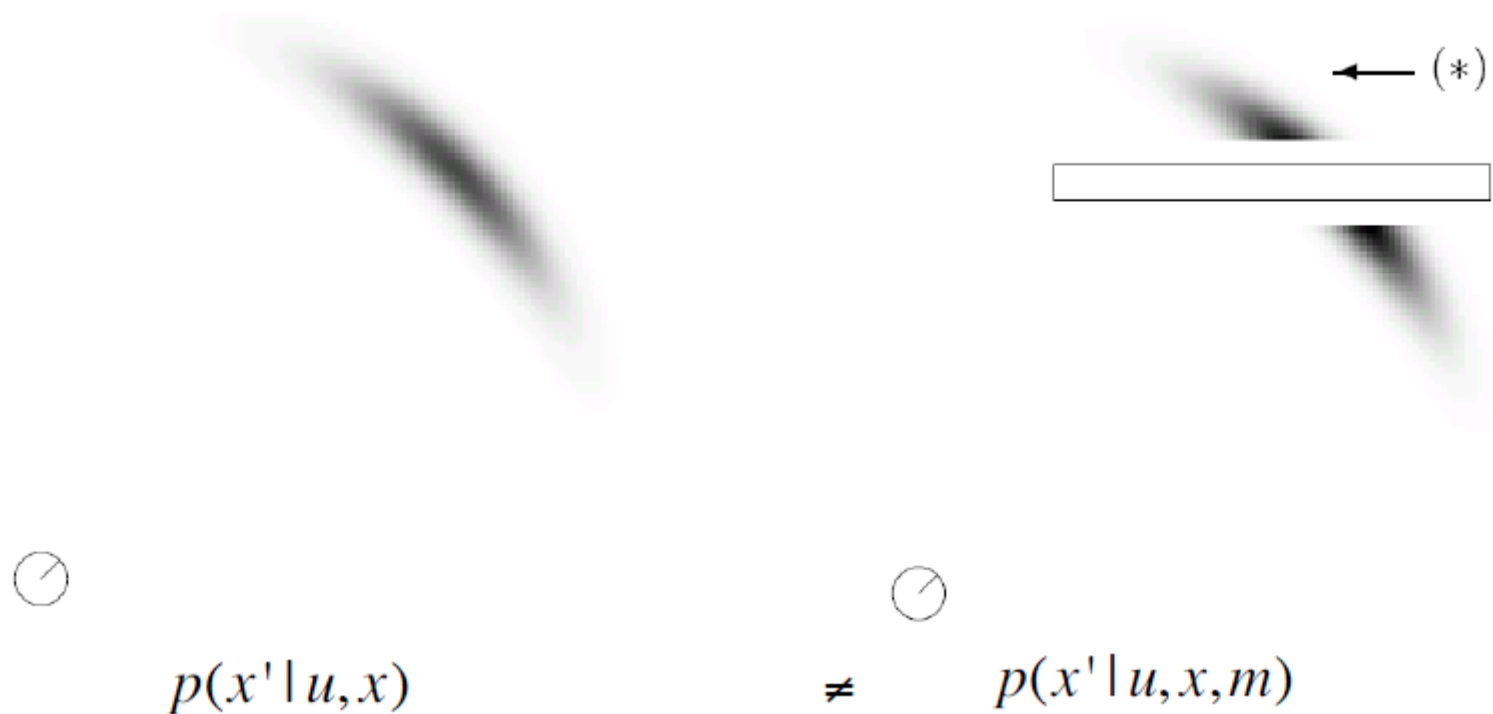
Скоростная модель

Пример



Модель движения с картой

Пример



- Как использовать

$$p(x'|u, x, m) = \eta p(x'|m)p(x'|u, x)$$

Резюме

- Рассмотрены две модели движения
- Рассмотрены пути вычисления

$$P(x_t | u_t, x_{t-1})$$

- Обычно вычисления происходят на фиксированных интервалах времени Δt
- На практике параметры моделей должны быть корректно заданы

Следующая лекция

- Вероятностные модели датчиков

Алгоритм

1. Алгоритм сэмплинга **скоростной модели** (u_t, x_{t-1}) :
2. $\hat{v} = v + \text{sample}(\alpha_1 v^2 + \alpha_2 \omega^2)$
3. $\hat{\omega} = \omega + \text{sample}(\alpha_3 v^2 + \alpha_4 \omega^2)$
4. $\hat{\gamma} = \text{sample}(\alpha_5 v^2 + \alpha_6 \omega^2)$
5. $x' = x - \frac{\hat{v}}{\hat{\omega}} \sin \theta + \frac{\hat{v}}{\hat{\omega}} \sin(\theta + \hat{\omega} \Delta t)$
6. $y' = y - \frac{\hat{v}}{\hat{\omega}} \cos \theta - \frac{\hat{v}}{\hat{\omega}} \cos(\theta + \hat{\omega} \Delta t)$
7. $\theta' = \theta + \hat{\omega} \Delta t + \hat{\gamma} \Delta t$
8. **return** $x_t = (x', y', \theta')^T$