



## **Теория автоматического управления**

Москва  
2018

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский государственный технологический университет  
«СТАНКИН»

Кафедра робототехники и мехатроники

## **Теория автоматического управления**

*Методические указания к выполнению  
лабораторных работ*

Москва  
2018

УДК 681.5.01(075)

**Теория автоматического управления:** метод. указ. к выполнению лаб. работ / сост. Буйнов М.А.. — М.: ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», 2018. — 82 с.

В данных указаниях изложены основные теоретические положения по компьютерному моделированию и исследованию линейных систем автоматического управления, приведен порядок выполнения лабораторных работ и даны контрольные вопросы.

Предназначены для студентов 3 курса направлений 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» и 15.03.04 «Автоматизация технологических процессов и производств»

УДК 681.5.01(075)

©Буйнов М.А., составление, 2018

© ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 .....	5
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 .....	34
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 .....	52
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 .....	69
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	80
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	81

# ВВЕДЕНИЕ

Лабораторный практикум по дисциплине «Теория автоматического управления» посвящен компьютерному моделированию и исследованию линейных систем автоматического управления (САУ). Для проведения компьютерного моделирования в рамках данного практикума используется программный пакет Simulink, входящий в систему компьютерных вычислений MATLAB. Все задания лабораторного практикума рассчитаны на выполнение в среде MATLAB, начиная с версии 7.11.0.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 Исследование типовых звеньев САУ

### Теоретическая часть

#### *Ознакомление с программным пакетом MATLAB/Simulink*

Для запуска **Simulink** необходимо предварительно запустить пакет MATLAB. Основное окно пакета MATLAB показано на рисунке 1.1. Там же показана подсказка, появляющаяся в окне при наведении указателя мыши на ярлык **Simulink** в панели инструментов.

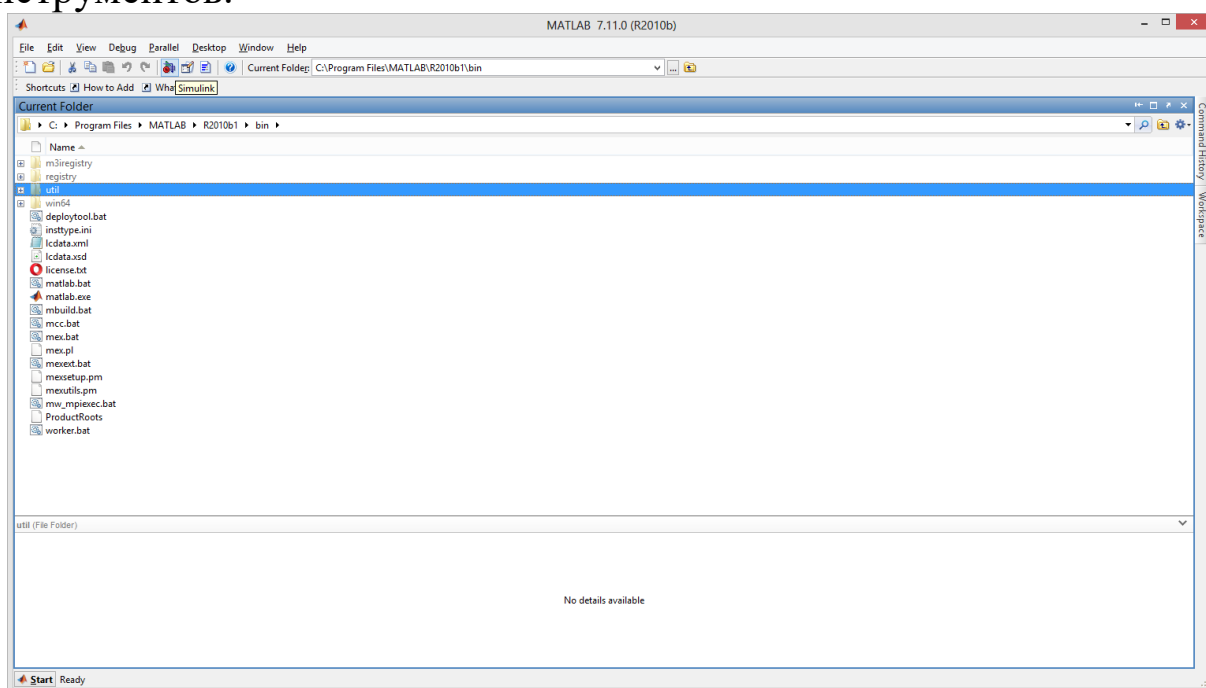



Рис. 1.1. Основное окно программы MATLAB

После открытия основного окна программы **MATLAB** нужно запустить среду **Simulink**. Это можно сделать одним из трех способов:

- Нажать кнопку  (**Simulink**) на панели инструментов командного окна **MATLAB**.
- В командной строке главного окна **MATLAB** напечатать **simulink** и нажать клавишу **Enter** на клавиатуре.
- Выполнить команду **Open...** в меню **File** и открыть файл модели (**mdl** - файл).

Последний вариант удобно использовать для запуска уже готовой и отлаженной модели, когда требуется лишь провести расчеты и не нужно добавлять новые блоки в модель. Использование первого и второго способов приводит к открытию окна обозревателя разделов библиотеки **Simulink** (рис. 1.2).

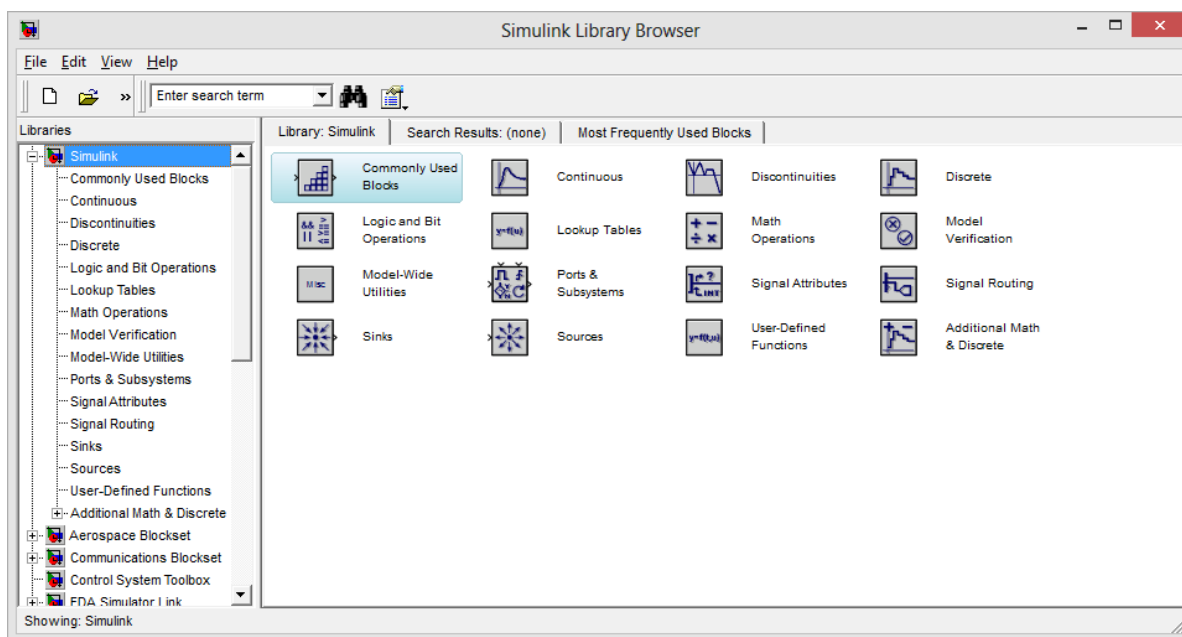


Рис. 1.2. Обозреватель библиотеки блоков

На рисунке 1.2 выделена основная библиотека **Simulink** (в левой части окна) и показаны ее разделы (в правой части окна).

Библиотека **Simulink** содержит следующие основные разделы:

- **Continuous** – блоки линейных элементов;
- **Discontinuities** – блоки нелинейных элементов;
- **Discrete** – блоки дискретных элементов;
- **Look-Up Tables** – блоки таблиц;

- **Math Operations** – блоки математических операций;
- **Model Verification** – блоки проверки свойств сигналов;
- **Model – Wide Utilities** – раздел дополнительных утилит;
- **Ports & Subsystems** – порты и подсистемы;
- **Signal Attributes** – блоки задания свойств сигналов;
- **Signal Routing** – блоки маршрутизации сигналов;
- **Sinks** – блоки приема и отображения сигналов;
- **Sources** – блоки источника сигнала;
- **User-Defined Function** – функции, определяемые пользователем.

Список разделов библиотеки **Simulink** представлен в виде дерева, и правила работы с ним являются общими для списков такого вида:

- Пиктограмма свернутого узла дерева содержит символ "+", а пиктограмма развернутого содержит символ "-".
- Для того чтобы развернуть или свернуть узел дерева, достаточно щелкнуть на его пиктограмме левой клавишей мыши (ЛКМ).

При выборе соответствующего раздела библиотеки в правой части окна отображается его содержимое (рис. 1.3).

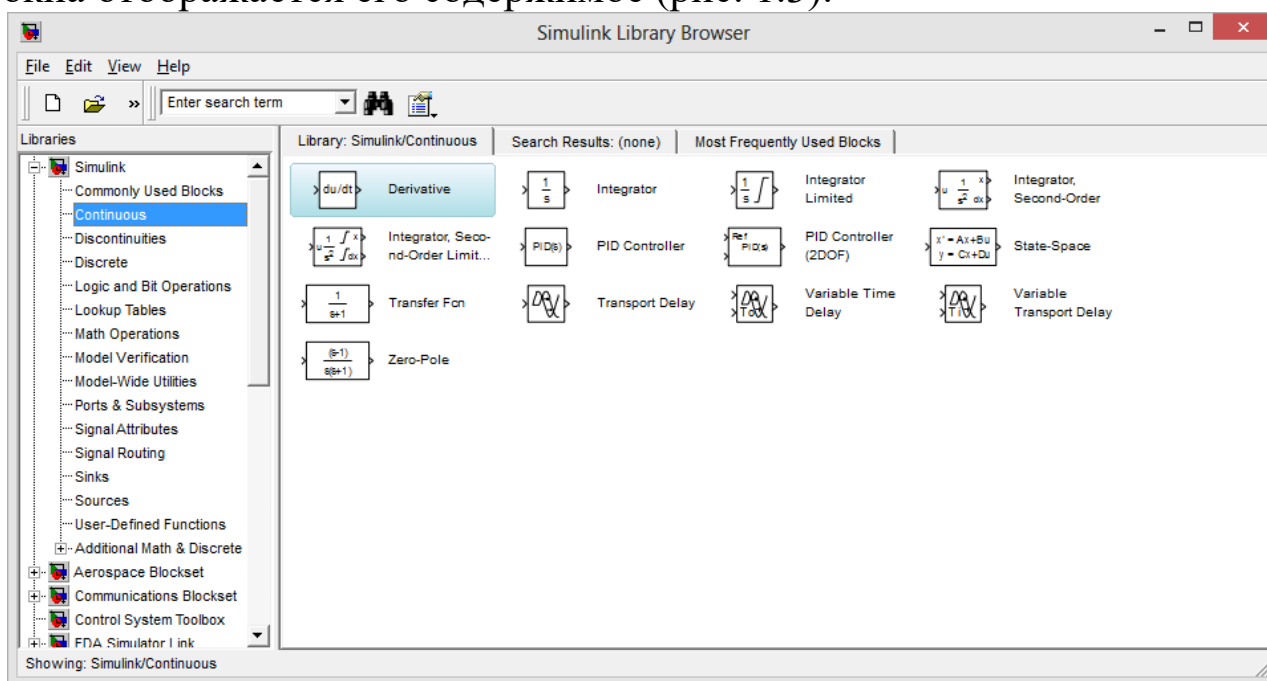



Рис. 1.3. Содержимое раздела библиотеки

### *Создание модели*

Создать новый файл модели можно с помощью команды **File>New>Model**, или используя кнопку  на панели (рис.1.3). Вновь созданное окно модели показано на рисунке 1.4.

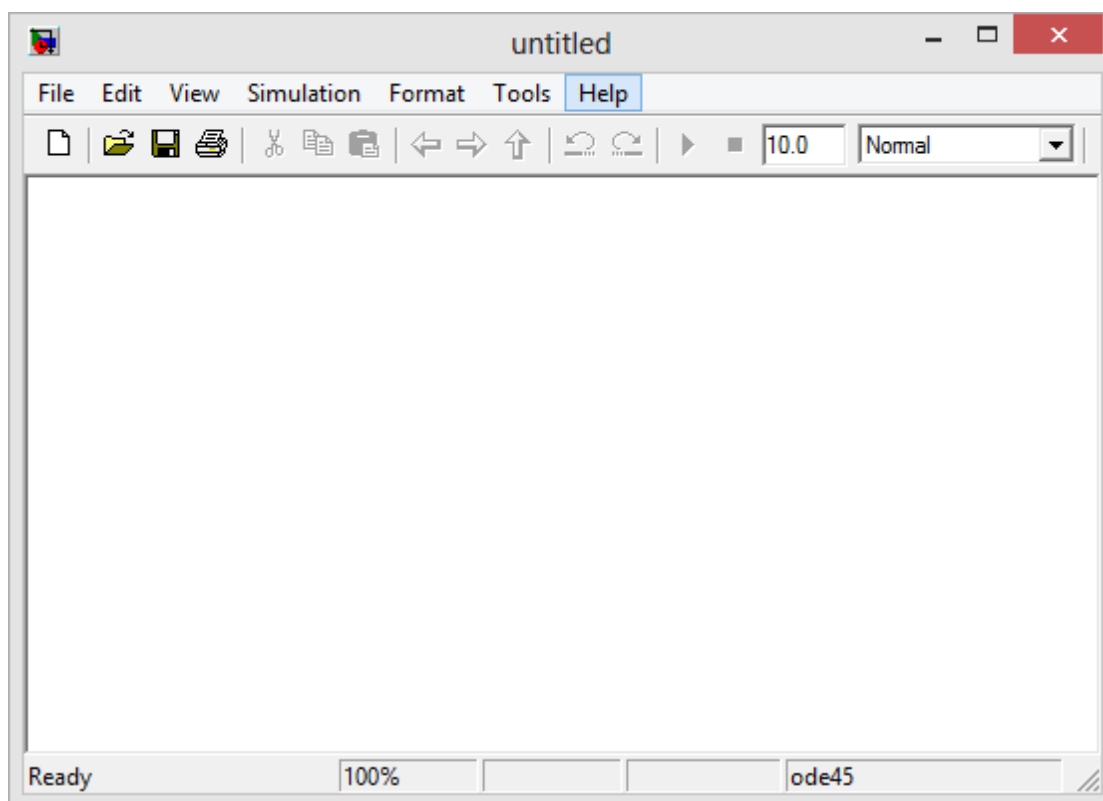


Рис. 1.4. Пустое окно модели

Процедура редактирования модели сводится к двум действиям:

1. Добавление блоков в модель. Для этого необходимо открыть соответствующий раздел библиотеки (Например, **Sources** – Источники). Далее, указав курсором на требуемый блок и нажав на левую клавишу “мыши” - “перетащить” блок в созданное окно. Клавишу мыши нужно держать нажатой.
2. Для удаления блока необходимо выбрать блок (указать курсором на его изображение и нажать левую клавишу мыши), а затем нажать клавишу Delete на клавиатуре.

### *Установка параметров расчета и его выполнение*

Перед выполнением расчетов необходимо предварительно задать параметры расчета. Задание параметров расчета выполняется в панели управления меню **Simulation> Configuration Parameters**. Вид панели управления приведен на рисунке 1.5.

Окно настройки параметров расчета имеет несколько вкладок. В курсе лабораторных работ будут использоваться всего две из них:

- **Solver** – установка параметров расчета модели;



- **Data Import/Export** – установка параметров обмена данными с рабочей областью.

Установка параметров расчета модели выполняется с помощью элементов управления, размещенных на вкладке **Solver**. Эти элементы разделены на несколько группы, (рис. 1.5) наиболее важными из них являются:

- **Simulation time** – Интервал моделирования или, иными словами, время расчета;
- **Solver options** – Параметры расчета.

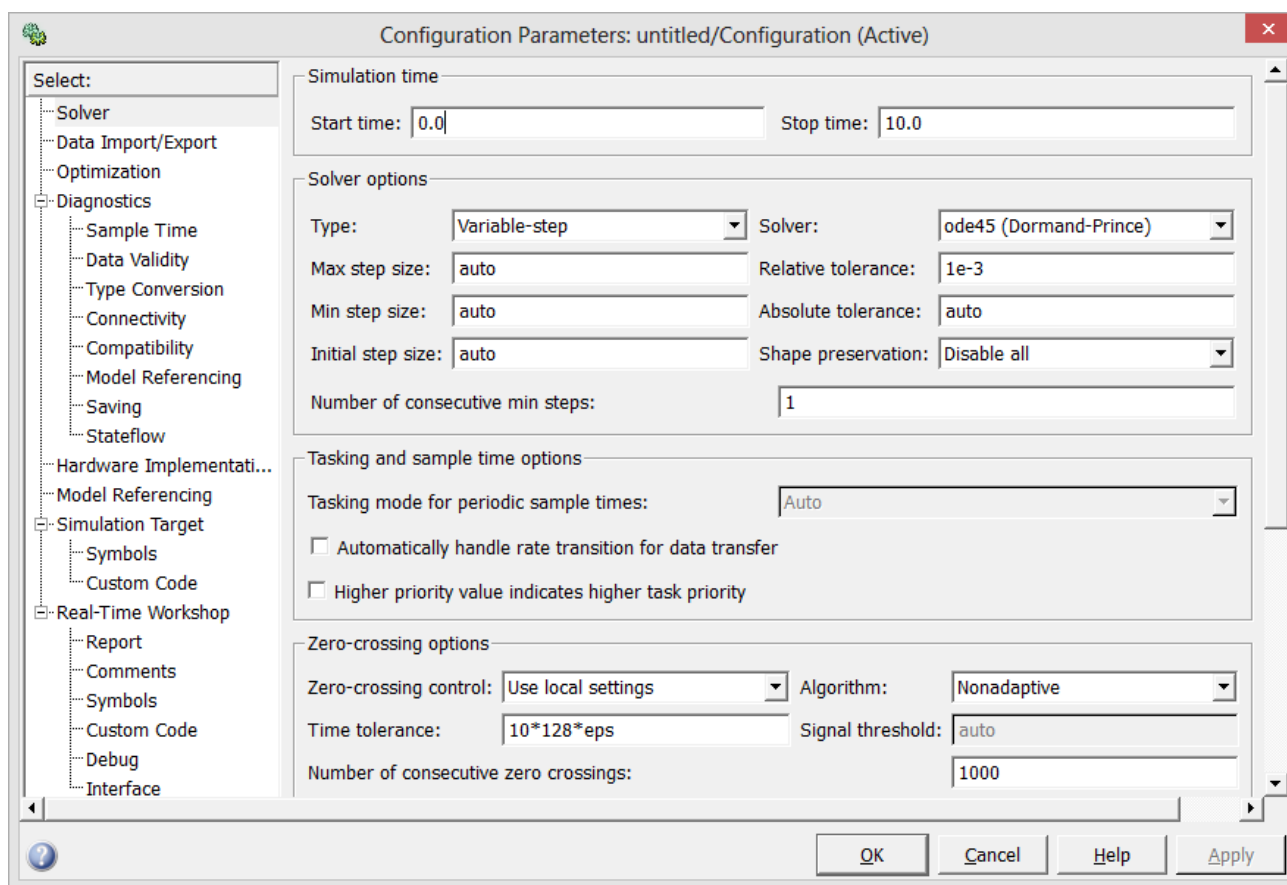


Рис. 1.5. Окно Configuration Parameters

Время расчета задается указанием начального (**Start time**) и конечного (**Stop time**) значений времени расчета. Начальное время, как правило, задается равным нулю. Величина конечного времени задается пользователем исходя из условий решаемой задачи.

При выборе параметров расчета необходимо указать способ моделирования (**Type**) и метод расчета нового состояния системы. Для параметра **Type** доступны два варианта – с фиксированным

(**Fixed-step**) или с переменным (**Variable-step**) шагом. Как правило, **Variable-step** используется для моделирования непрерывных систем, а **Fixed-step** – для дискретных.

Список методов расчета нового состояния системы содержит несколько вариантов. Первый вариант (**discrete**) используется для расчета дискретных систем. Остальные методы используются для расчета непрерывных систем. Эти методы различны для переменного (**Variable-step**) и для фиксированного (**Fixed-step**) шага времени, но, по сути, представляют собой процедуры решения систем дифференциальных уравнений. Подробное описание каждого из методов расчета состояний системы приведено во встроенной справочной системе MATLAB.

Ниже двух раскрывающихся списков **Type** находится область, содержимое которой меняется в зависимости от выбранного способа изменения модельного времени. При выборе **Fixed-step** в данной области появляется текстовое поле **Fixed-step size** (величина фиксированного шага) позволяющее указывать величину шага моделирования. Величина шага моделирования по умолчанию устанавливается системой автоматически (**auto**). Требуемая величина шага может быть введена вместо значения **auto** либо в форме числа, либо в виде вычисляемого выражения (то же самое относится и ко всем параметрам устанавливаемым системой автоматически).

При выборе **Fixed-step** необходимо также задать режим расчета (**Mode**). Для параметра **Mode** доступны три варианта:

- **MultiTasking** (Многозадачный) – необходимо использовать, если в модели присутствуют параллельно работающие подсистемы, и результат работы модели зависит от временных параметров этих подсистем. Режим позволяет выявить несоответствие скорости и дискретности сигналов, пересылаемых блоками друг другу.
- **SingleTasking** (Однозадачный) – используется для тех моделей, в которых недостаточно строгая синхронизация работы отдельных составляющих не влияет на конечный результат моделирования;
- **Auto** (Автоматический выбор режима) – позволяет **Simulink** автоматически устанавливать режим **MultiTasking** для тех моделей, в которых используются блоки с различными скоростями передачи сигналов и режим **SingleTasking** для моделей, в которых содержатся блоки, оперирующие одинаковыми скоростями.

При выборе **Variable-step** в области появляются поля для установки трех параметров:

- **Max step size** – максимальный шаг расчета. По умолчанию он устанавливается автоматически (**auto**) и его значение в этом случае равно  $(\text{SfopTime} - \text{StartTime})/50$ . Довольно часто это значение оказывается слишком большим, и наблюдаемые графики представляют собой ломаные (а не плавные) линии. В этом случае величину максимального шага расчета необходимо задавать явным образом.
- **Min step size** – минимальный шаг расчета;
- **Initial step size** – начальное значение шага моделирования.

При моделировании непрерывных систем с использованием переменного шага необходимо указать точность вычислений: относительную (**Relative tolerance**) и абсолютную (**Absolute tolerance**). По умолчанию они равны соответственно **0.1%** и **auto**.

На вкладке **Data Import/Export** задаются настройки параметров вывода выходных сигналов моделируемой системы (**Output options**). Для данного параметра возможен выбор одного из трех вариантов:

- **Refine output** (Скорректированный вывод) – позволяет изменять дискретность регистрации модельного времени и тех сигналов, которые сохраняются в рабочей области MATLAB с помощью блока **To Workspace**. Установка величины дискретности выполняется в строке редактирования **Refine factor**, расположенной справа. По умолчанию значение **Refine factor** равно 1, это означает, что регистрация производится с шагом равным 1. То есть для каждого значения модельного времени. Если задать **Refine factor** равным 2, это означает, что будет регистрироваться каждое второе значение сигналов, 3 – каждое третье т. д. Параметр **Refine factor** может принимать только целые положительные значения.

**В лабораторных работах для получения корректных графиков периодических сигналов необходимо задавать значение **Refine factor=10**.**

- **Produce additional output** (Дополнительный вывод) – обеспечивает дополнительную регистрацию параметров модели в заданные моменты времени; их значения вводятся в строке редактирования (в этом случае она называется **Output times**) в виде списка, заключенного в квадратные скобки. При использовании этого варианта базовый шаг регистрации равен 1. Значения времени в

списке **Output times** могут быть дробными числами и иметь любую точность;

- **Produce specified output only** (Формировать только заданный вывод) – устанавливает вывод параметров модели только в заданные моменты времени, которые указываются в поле **Output times** (Моменты времени вывода).

### *Основные приемы подготовки и редактирования модели*

1) Добавление текстовых надписей. Для создания надписи нужно указать мышью место надписи и дважды щелкнуть левой клавишей мыши. После этого появится прямоугольная рамка с курсором ввода. Аналогичным образом можно изменить и подписи к блокам моделей. На рисунке 1.6 показаны текстовая надпись и изменение надписи в блоке передаточной функции. Поддержка кодировки Windows-1251 в MATLAB версии 7.11.0 реализована лишь частично, поэтому сохранение и открытие моделей, содержащих текстовые надписи с использованием кириллицы в автоматическом режиме невозможно. Для сохранения и открытия таких моделей применяется специальная команда, которая принудительно задает нужную кодировку, при этом работоспособность данных моделей в среде версии ниже 7.11.0 не гарантируется. В качестве одного из вариантов решения данного вопроса можно предложить использование надписей транслитом.

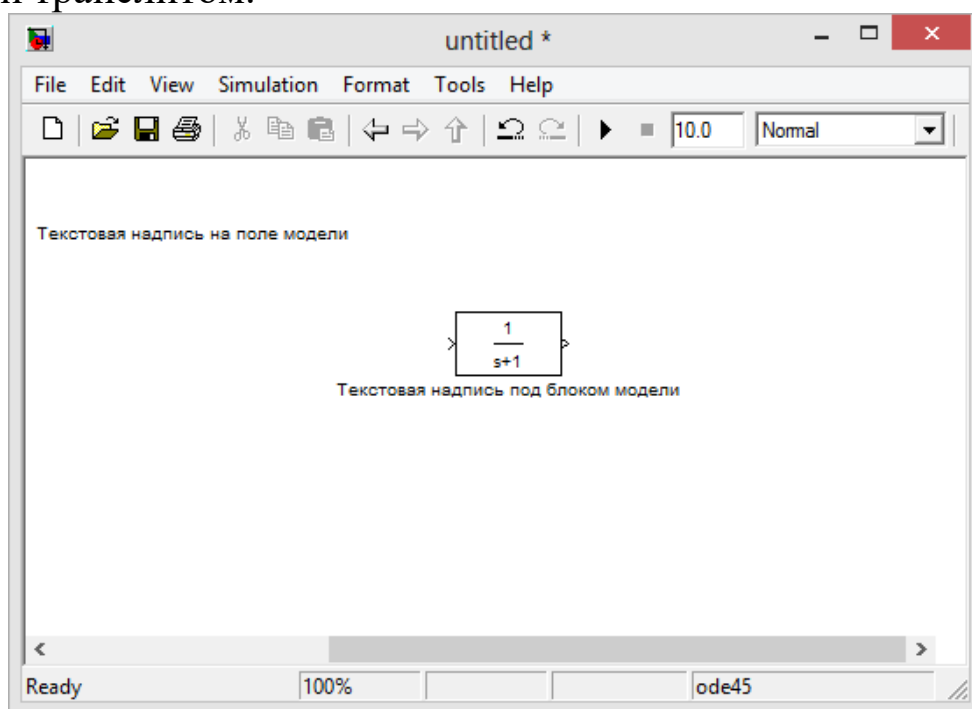


Рис. 1.6. Окно с текстовыми надписями


2) Выделение объектов. При создании и редактировании модели нужно выполнять такие операции, как копирование или удаление блоков и линий. Для этого предварительно необходимо выделить один или несколько блоков и линий (объектов).


Чтобы выделить отдельный объект, нужно щелкнуть на нем мышью один раз. В результате по углам выделенного блока или в начале и конце линии появятся маленькие квадратные черные метки. При этом все другие ранее выделенные объекты станут невыделенными.

Чтобы выделить несколько объектов, выбранных произвольно, необходимо нажать клавишу [Shift] и, удерживая её нажатой, выполнить щелчки на каждом выделяемом объекте. Затем клавишу [Shift] отпустить.

Группу объектов можно выделить также с помощью рамки. Для этого необходимо установить курсор мыши в точку, которая будет являться начальной точкой рамки, нажать левую кнопку мыши и, не отпуская её, переместить мышь в направлении диагонали прямоугольника. В результате на экране появится прямоугольная рамка и, когда кнопка мыши будет отпущена, все объекты и линии, охваченные рамкой, будут выделены.


Если требуется выделить всю модель, то есть все объекты в активном окне блок-схемы, следует воспользоваться командой **Select All** (выбрать всё) из меню **Edit** (правка) или комбинацией клавиш [Ctrl+A].

3) Копирование и перемещение блоков в буфер хранения. Для копирования объекта в буфер его необходимо предварительно выделить, а затем выполнить команду **Edit/Copy** или воспользоваться инструментом  на панели инструментов.

Для вырезания объекта в буфер его необходимо предварительно выделить, а затем выполнить команду **Edit/Cut** или воспользоваться инструментом  на панели инструментов. При выполнении данных операций следует иметь в виду, что объекты помещаются в собственный буфер **MATLAB** и недоступны из других приложений. Использование команды **Edit/Copy model to Clipboard** позволяет поместить графическое изображение модели в буфер Windows и, соответственно, делает его доступным для остальных программ.

Копирование можно выполнить и таким образом: нажать правую клавишу мыши, и не отпуская ее, переместить объект. При этом

будет создана копия объекта, которую можно переместить в необходимое место.

Для вставки объекта из буфера необходимо предварительно указать место вставки, щелкнув левой клавишей мыши в предполагаемом месте вставки, а затем выполнить команду **Edit/Paste** или воспользоваться инструментом  на панели инструментов.

4) Удаление блоков. Для удаления объекта его необходимо предварительно выделить, а затем выполнить команду **Edit>Clear** или воспользоваться клавишей **Delete** на клавиатуре. Следует учесть, что команда **Clear** удаляет блок без помещения его в буфер обмена. Однако эту операцию можно отменить командой меню **File>Undo**.

5) Соединение блоков. Для соединения блоков необходимо сначала установить курсор мыши на выходной порт одного из блоков. Курсор при этом превратится в большой крест из тонких линий (Рис. 1.7).

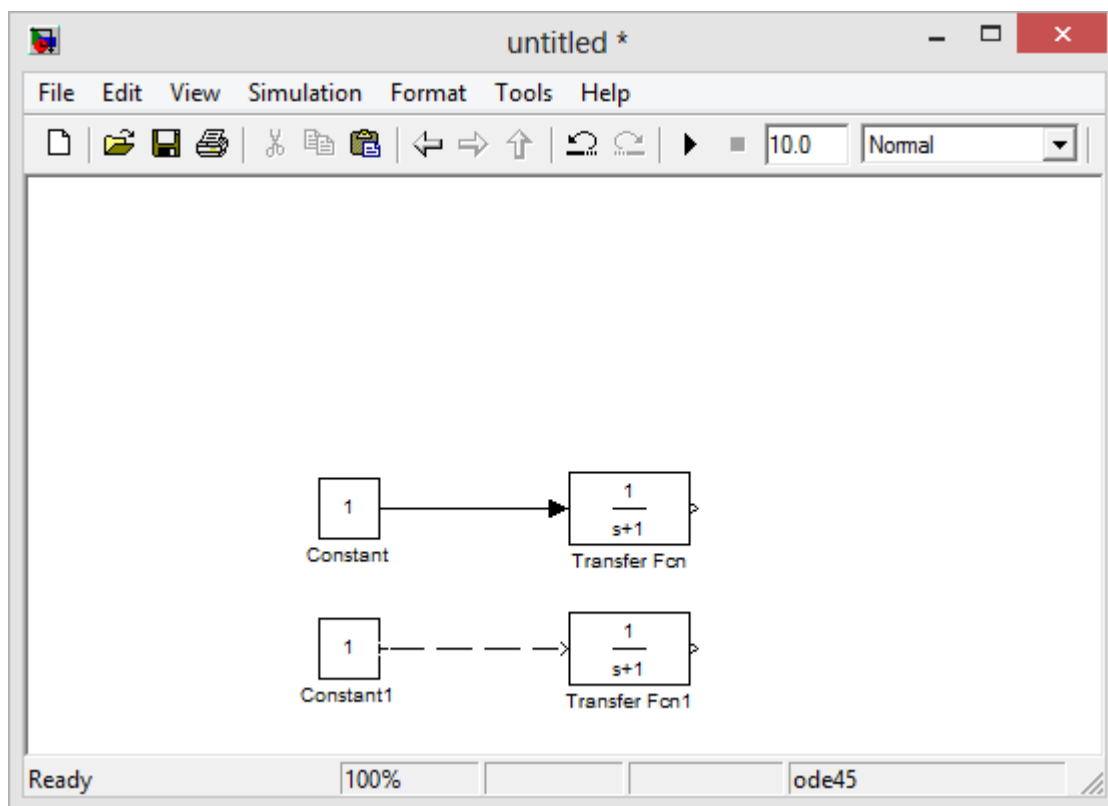


Рис. 1.7. Начало создания соединения

Держа нажатой левую кнопку мыши, нужно переместить курсор к входному порту нужного блока. Курсор мыши примет вид креста из

тонких сдвоенных линий. После создания линии необходимо отпустить левую клавишу мыши. Свидетельством того, что соединение создано, будет жирная стрелка у входного порта блока. Выделение линии производится точно также как и выделение блока – одинарным щелчком левой клавиши мыши. Черные маркеры, расположенные в узлах соединительной линии будут говорить о том, что линия выделена. Удаление соединений выполняется также как и любых других объектов.

6) Деление линии на сегменты. При необходимости линию можно разделить на два сегмента. Для этого следует выполнить следующие действия:

- выделить линию и установить курсор в точку излома линии;
- нажать клавишу [Shift] и левую кнопку мыши; курсор при этом примет форму окружности, а на линии образуется излом;
- переместить курсор (излом) в новое положение;
- отпустить клавишу [Shift] и кнопку мыши.

Результат этих действий представлен на рисунке 1.8, где линия, соединяющая блоки «Step» и «Scope», разделена на несколько сегментов

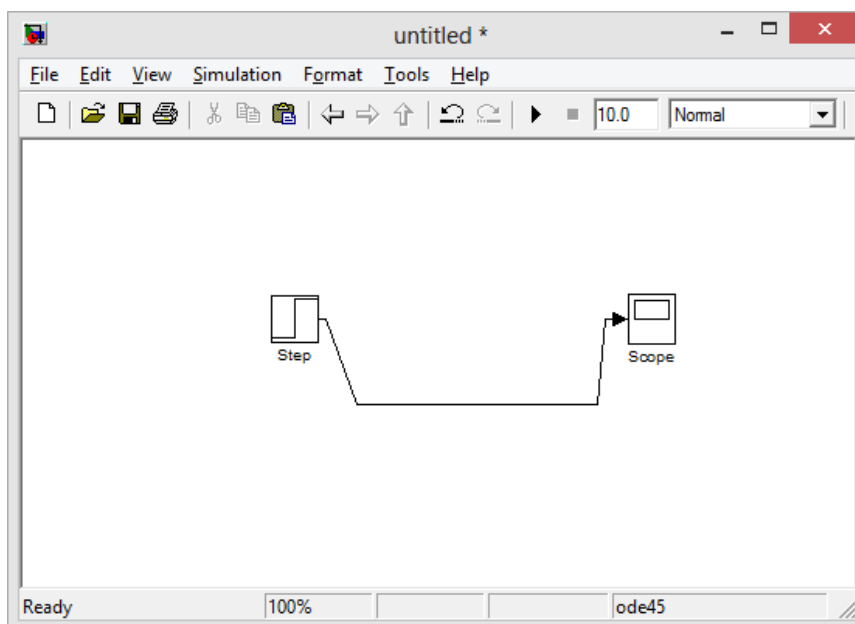


Рис. 1.8. Деление линии на сегменты

7) Изменение размеров блоков. Для изменения размера блока он выделяется, после чего курсор мыши надо установить на один из

маркеров по углам блока. После превращения курсора в двустороннюю стрелку, необходимо нажать левую клавишу мыши и растянуть (или сжать) изображения блока. На рисунке 1.9 показан этот процесс. Размеры надписей блока при этом не изменяются.

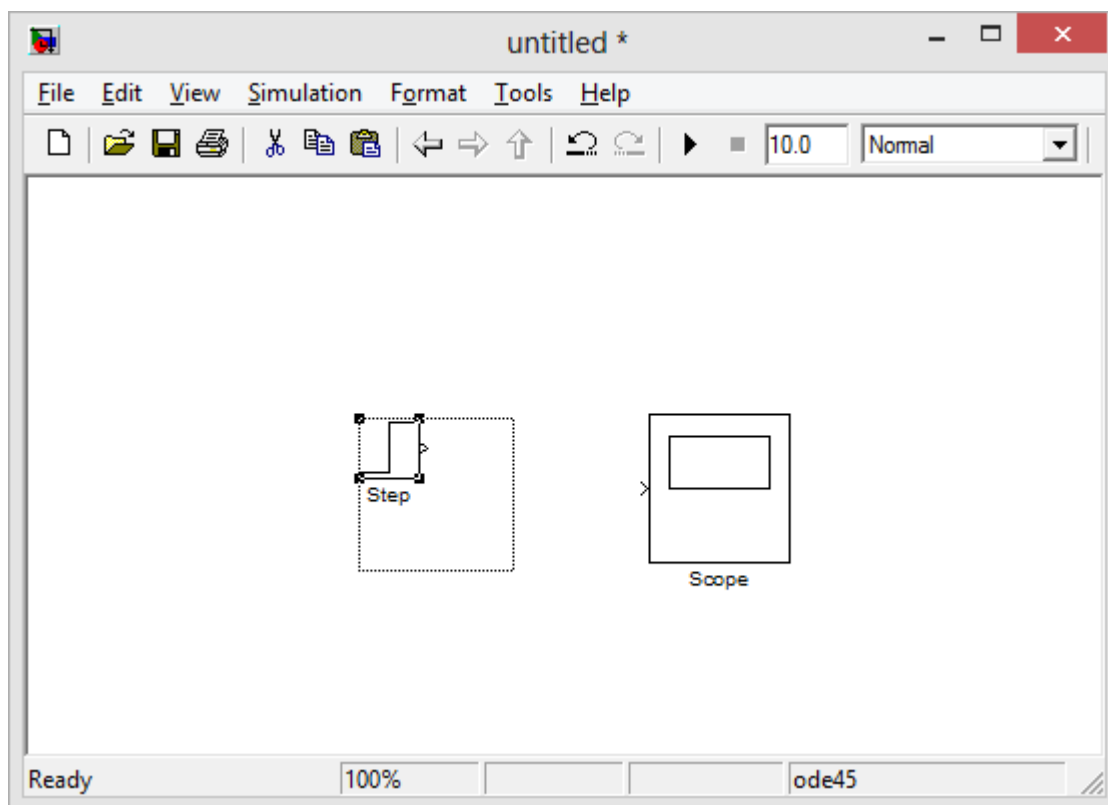


Рис. 1.9. Изменение размера блока

8) Перемещение блоков и вставка блоков в соединение. Любой блок модели можно переместить, выделив его, и передвинув, держа нажатой левую клавишу мыши. Если к входам и выходам блока подведены соединительные линии, то они не разрываются, а лишь сокращаются или увеличиваются в длине. В соединение можно также вставить блок, имеющий один вход и один выход. Для этого его нужно расположить в требуемом месте соединительной линии.

9) Форматирование объектов. В меню **Format** (также как и в контекстном меню, вызываемом нажатием правой клавиши мыши на объекте) находится набор команд форматирования блоков (рис. 1.10).

Команды форматирования разделяются на несколько групп:

а) Изменение отображения надписей:

**Font** – форматирование шрифта надписей и текстовых блоков;

**Text alignment** – выравнивание текста в текстовых надписях;



**Flip name** – перемещение подписи блока;

**Show/Hide name** – отображение или скрытие подписи блока.

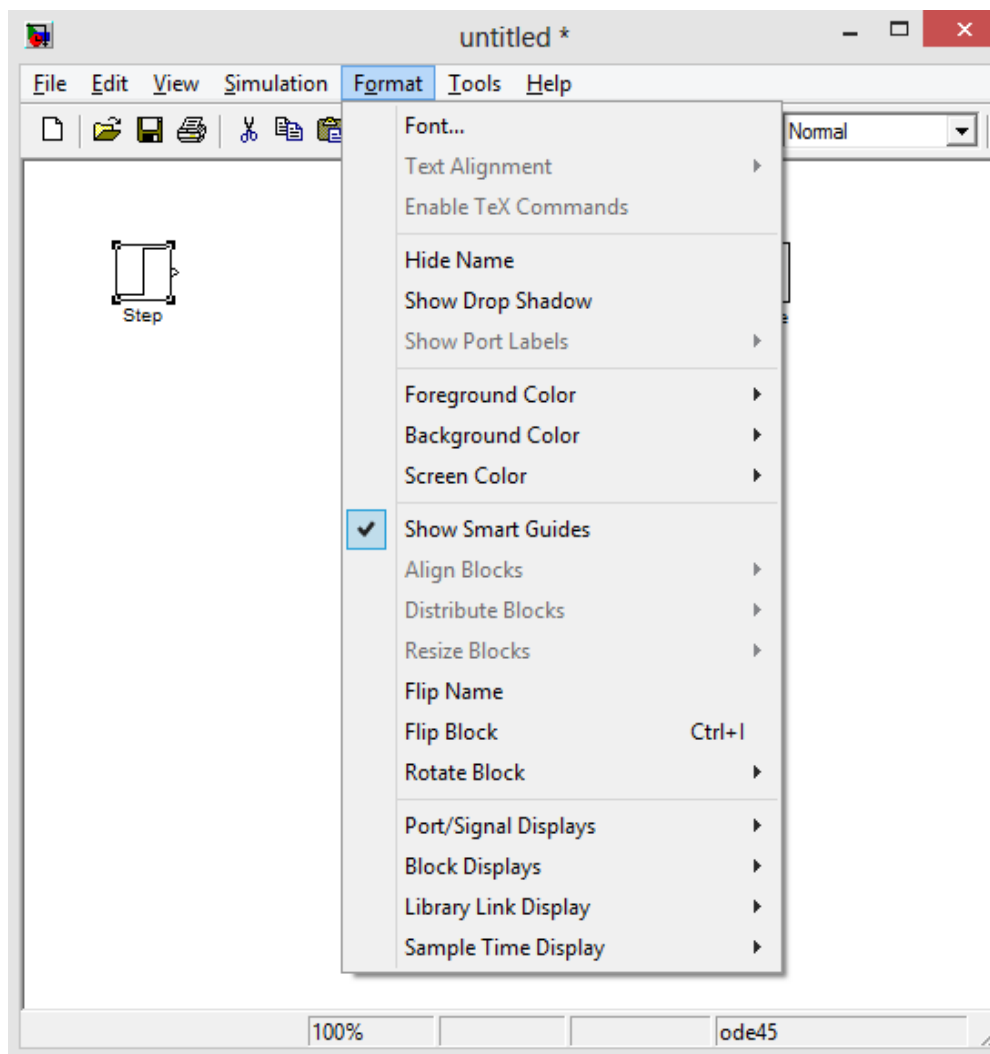


Рис. 1.10. Меню Format

б) Изменение цветов отображения блоков:

**Foreground color** – выбор цвета линий для выделенных блоков.

**Background color** – выбор цвета фона выделенных блоков.

**Screen color** – выбор цвета фона для всего окна модели.

в) Изменение положения блока и его вида:

**Flip block** – зеркальное отображение относительно вертикальной оси симметрии.

**Rotate block** – поворот блока на  $90^0$  по часовой стрелке.

**Show drop shadow** – показ тени от блока.

**Show port labels** – показ меток портов.

г) Форматирование надписей

Команда **Format>Font** выводит окно с установками шрифта для текстовых надписей, позволяющие изменять вид шрифта надписи, размер шрифта, начертание и т. п. параметры надписи.

д) Прочие установки:

**Library link display** – показ связей с библиотеками.

**Sample time colors** – выбор цвета блока индикации времени.

**Wide nonscalar lines** – увеличение/уменьшение ширины линий векторных сигналов.

**Signal dimensions** – показ размерности сигналов.

**Port data types** – показ данных о типе портов.

**Storage class** – класс памяти. Параметр, устанавливаемый при работе **Real-Time Workshop**.

**Execution order** – вывод порядкового номера блока в последовательности исполнения.

10) Сохранение и печать модели. Для записи модели (блок-схемы) на диск нужно вызвать команду **Save** (Сохранить) или **Save As** (Сохранить как) из меню **File** (Файл) окна модели. При этом **Simulink** записывает в указанную папку файл с заданным (введённым с клавиатуры) именем, присваивая ему расширение **.mdl**.

Чтобы распечатать модель, следует воспользоваться командой **Print** (Печать) из меню **File** (Файл) окна модели.

1) *Step* – генератор ступенчатого сигнала

Пиктограмма:



Назначение блока: формирует ступенчатый сигнал в заданный момент времени.

Окно задания параметров блока:

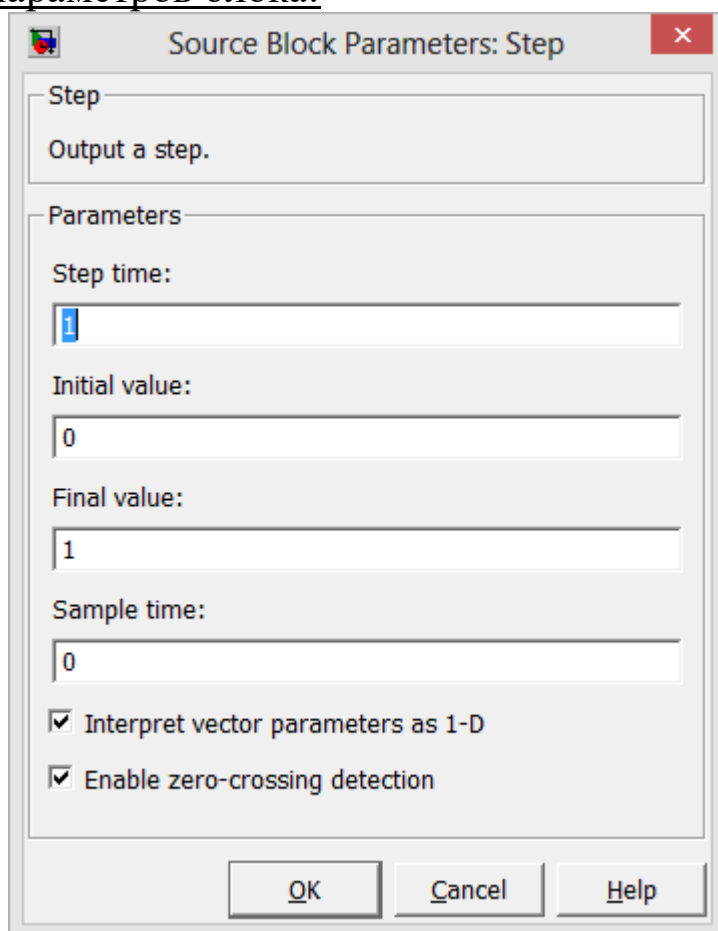




Рис. 1.11. Окно задания параметров Step

Параметры:

- **Step time** – время наступления перепада сигнала (сек).
- **Initial value** – начальное значение сигнала.
- **Final value** – конечное значение сигнала.

Перепад может быть как в большую сторону (конечное значение больше чем начальное), так и в меньшую (конечное значение меньше чем начальное). Значения начального и конечного уровней могут быть не только положительными, но и отрицательными.

## 2) *Sum* – сумматор

Пиктограмма:  или 

Назначение: выполняет вычисление суммы текущих значений сигналов.

Окно задания параметров:

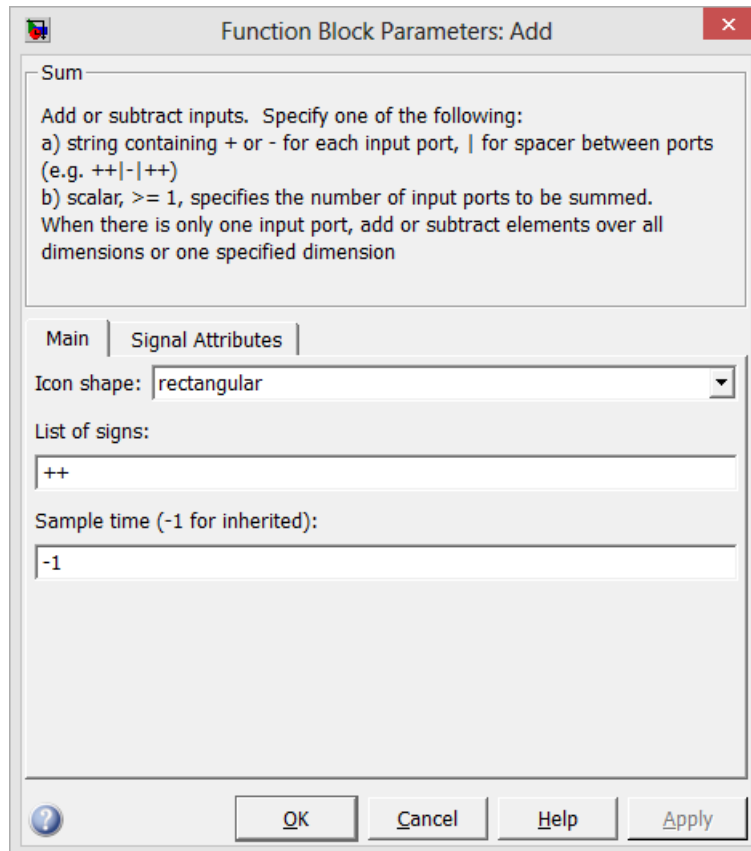


Рис. 1.12. Окно задания параметров Sum

Параметры:

- **Icon shape** – Форма блока. Выбирается из списка: *round* – окружность, *rectangular* – прямоугольник.
- **List of sign** – Список знаков. В списке можно использовать следующие знаки: + (плюс), - (минус) и | (разделитель знаков).

Количество входов и операция (сложение или вычитание) определяется списком знаков параметра **List of sign**, при этом метки входов обозначаются соответствующими знаками. В параметре **List of sign** можно также указать число входов блока. В этом случае все входы будут суммирующими.

### 3) Integrator – интегратор

Пиктограмма:



Назначение: интегрирование входного сигнала

Окно задания параметров:

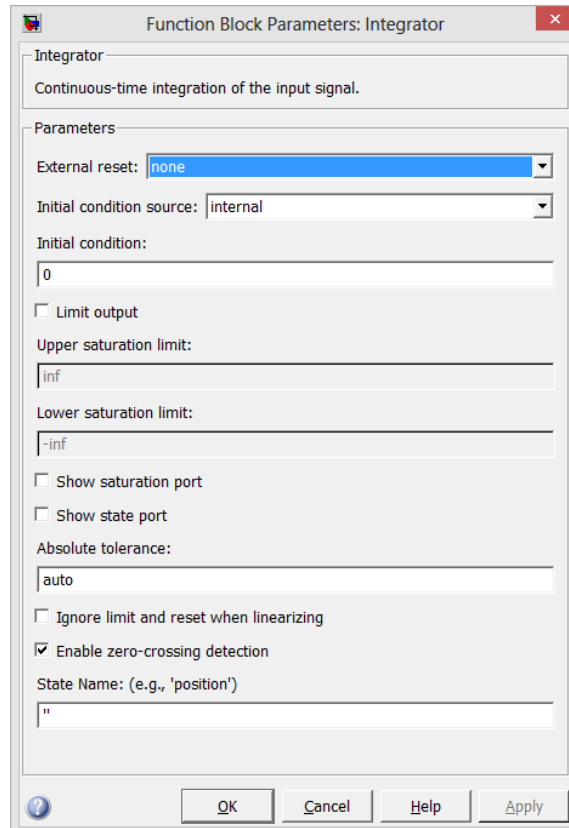


Рис. 1.13. Окно задания параметров Integrator

Параметры:

- **Initial condition source** – источник начального значения выходного сигнала. Выбирается из списка:


**internal** – внутренний;

**external** – внешний. В этом случае на изображении блока появляется дополнительный вход, обозначенный **x0**, на который необходимо подать сигнал, задающий начальное значение выходного сигнала интегратора.

- **Initial condition** – Начальное состояние. Установка начального значения выходного сигнала интегратора. Параметр доступен, если

выбран внутренний источник начального значения выходного сигнала.

#### 4) *Gain* – усилитель

Пиктограмма: 

Назначение: выполняет умножение входного сигнала на постоянный коэффициент.

Окно задания параметров:

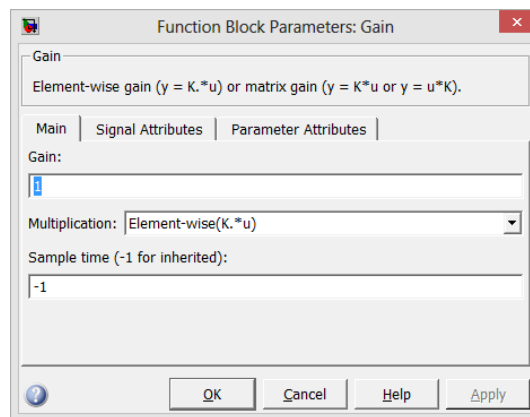


Рис. 1.14. Окно задания параметров Gain

#### Параметры:

- **Gain** – Коэффициент усиления;
- **Multiplication** – Способ выполнения операции. Может принимать значения: *Element-wise*  $K*u$  (Поэлементный), *Matrix*  $K*u$  (Матричный), *Matrix*  $u*K$  (Матричный.), *Matrix*  $K*u(u \text{ vector})$ .

Параметр блока **Gain** может быть положительным или отрицательным числом, как больше, так и меньше 1. Коэффициент усиления можно задавать в виде скаляра, матрицы или вектора, а также в виде вычисляемого выражения.

#### 5) *Scope* – осциллограф

Пиктограмма: 

Назначение: строит графики исследуемых сигналов в функции времени. Позволяет наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования.

Для того чтобы открыть окно просмотра сигналов необходимо выполнить двойной щелчок левой клавишей мыши на изображении блока. Это можно сделать на любом этапе расчета. Настройка окна осциллографа выполняется с помощью панелей инструментов (рис. 1.15).

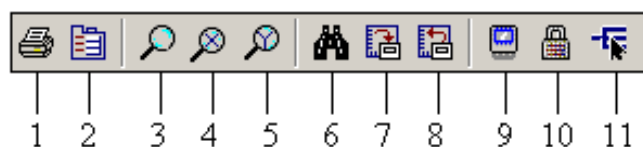


Рис. 1.15. Панель инструментов блока Score

Панель инструментов содержит 11 кнопок:

1. **Print** – печать содержимого окна осциллографа.
2. **Parameters** – доступ к окну настройки параметров.
3. **Zoom** – увеличение масштаба по обеим осям.
4. **Zoom X-axis** – увеличение масштаба по горизонтальной оси.
5. **Zoom Y-axis** – увеличение масштаба по вертикальной оси.
6. **Autoscale** – автоматическая установка масштабов по обеим осям.
7. **Save current axes settings** – сохранение текущих настроек окна.
8. **Restore saved axes settings** – установка ранее сохраненных настроек окна.
9. **Floating scope** – перевод осциллографа в «свободный» режим.
10. **Lock/Unlock axes selection** – закрепить/разорвать связь между текущей координатной системой окна и отображаемым сигналом. Инструмент доступен, если включен режим **Floating scope**.
11. **Signal selection** – выбор сигналов для отображения. Опция доступна, если включен режим **Floating scope**.

Изменение масштабов отображаемых графиков можно выполнять несколькими способами:

1. Нажать соответствующую кнопку (🔍, 🔍 или 🔍) и щелкнуть один раз левой клавишей “мыши” в нужном месте графика. Произойдет 2,5 кратное увеличение масштаба.
2. Нажать соответствующую кнопку (🔍, 🔍 или 🔍) и, нажав левую клавишу “мыши”, с помощью динамической рамки или отрезка указать область графика для увеличенного изображения.
3. Щелкнуть правой клавишей мыши в окне графиков и, выбрать команду **Axes properties...** в контекстном меню. Откроется окно свойств графика, в котором с помощью параметров **Y-min** и **Y-max**

можно указать предельные значения вертикальной оси. В этом же окне можно указать заголовок графика (**Title**), заменив выражение %<SignalLabel> в строке ввода. Окно свойств показано на рис. 1.16.

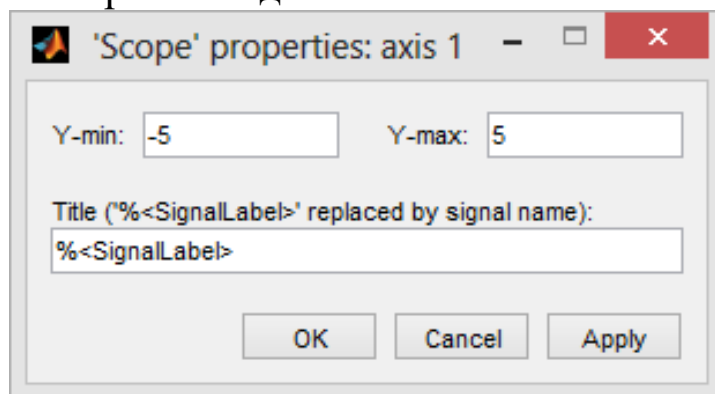



Рис. 1.16. Окно свойств графика

### Параметры:

Параметры блока устанавливаются в окне **Parameters**, которое открывается с помощью значка  на панели инструментов. Окно параметров имеет две вкладки:

**General** – общие параметры.

**Data history** – параметры сохранения сигналов в рабочей области MATLAB.

Вкладка общих параметров показана на рисунке 1.17.

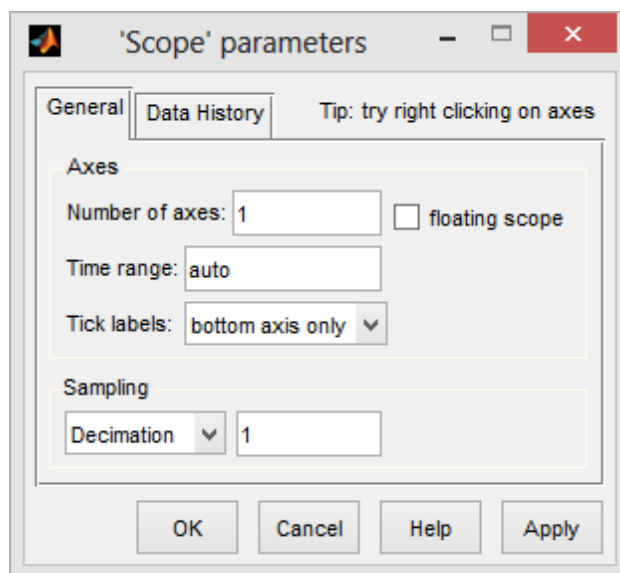


Рис. 1.17. Вкладка общих параметров General

На вкладке **General** задаются следующие параметры:

1. **Number of axes** – число входов (систем координат) осциллографа. При изменении этого параметра на изображении блока появляются дополнительные входные порты.



2. **Time range** – величина временного интервала, для которого отображаются графики. Если время расчета модели превышает заданное параметром **Time range**, то вывод графика производится порциями, при этом интервал отображения каждой порции графика равен заданному значению **Time range**.

3. **Tick labels** – вывод/скрытие осей и меток осей. Может принимать три значения (выбираются из списка):

- **all** – подписи для всех осей,
- **none** – отсутствие всех осей и подписей к ним,
- **bottom axis only** – подписи горизонтальной оси только для нижнего графика.

4. **Sampling** – установка параметров вывода графиков в окне. Задаёт режим вывода расчетных точек на экран.

5. **floating scope** – перевод осциллографа в «свободный» режим (при установленном флажке).

На вкладке **Data history** (рис. 1.18) задаются следующие параметры:

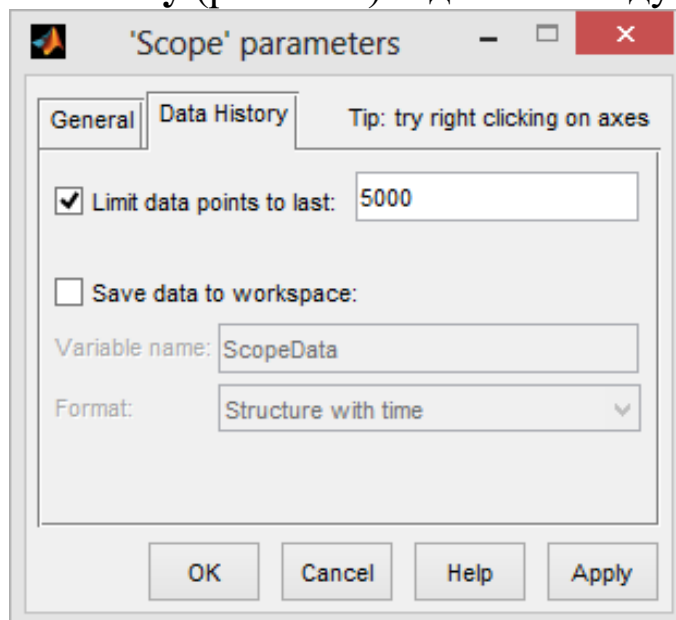


Рис. 1.18. Вкладка Data history

1. **Limit data points to last** – максимальное количество отображаемых расчетных точек графика. При превышении этого числа начальная часть графика обрезается. В том случае, если флажок параметра **Limit data points to last** не установлен, то **Simulink** автоматически увеличит значение этого параметра для отображения всех расчетных точек.

2. **Save data to workspace** – сохранение значений сигналов в рабочей области MATLAB.

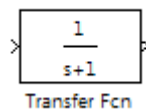
3. **Variable name** – имя переменной для сохранения сигналов в рабочей области MATLAB.

4. **Format** – формат данных при сохранении в рабочей области MATLAB. Может принимать значения:

- **Array** – массив;
- **Structure** – структура;
- **Structure with time** – структура с дополнительным полем «время».

6) *Transfer Fcn* – передаточная функция

Пиктограмма:



Назначение: блок задает передаточную функцию в виде

$$W(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}$$

Параметры:

- **Numerator** – вектор коэффициентов полинома числителя.
- **Denominator** – вектор коэффициентов полинома знаменателя.
- **Absolute tolerance** – абсолютная погрешность.

Порядок числителя не должен превышать порядка знаменателя.

Окно задания параметров:

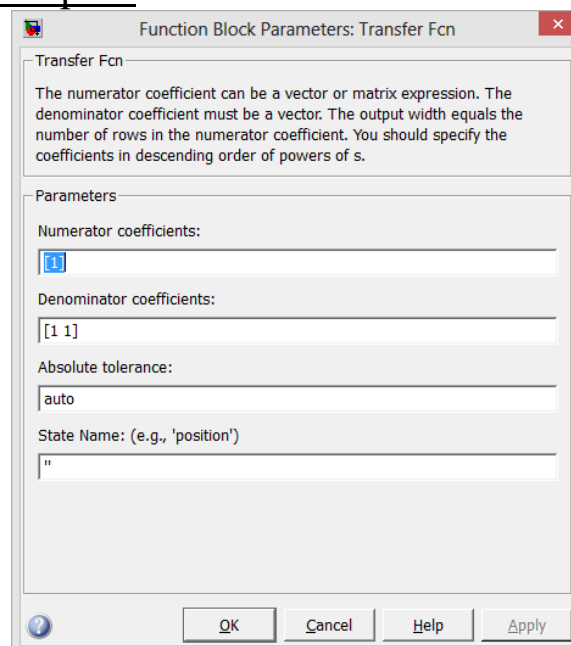
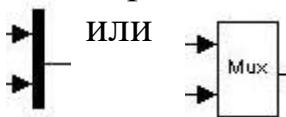
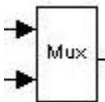


Рис. 1.19. Окно задания параметров Transfer Fcn

## 7) Mux– мультиплексор сигналов

Пиктограмма:  или 

Назначение: объединяет входные сигналы в вектор.

Окно задания параметров:

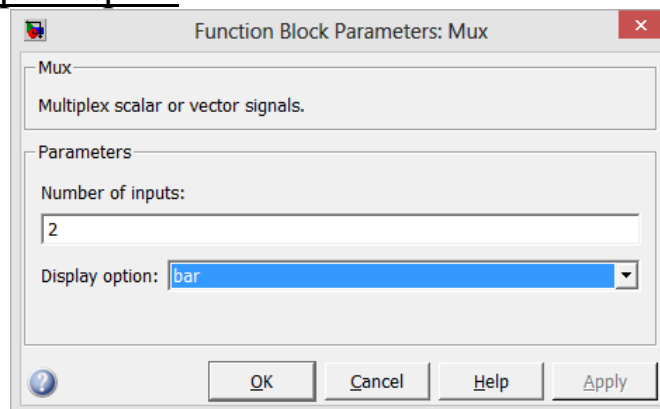


Рис. 1.20. Окно задания параметров Mux

Параметры:

1. **Number of Inputs** – количество входов.

2. **Display option** – способ отображения. Выбирается из списка:

- **bar** – вертикальный узкий прямоугольник черного цвета.
- **signals** – прямоугольник с белым фоном и отображением меток входных сигналов.
- **none** – прямоугольник с белым фоном без отображения меток входных сигналов.

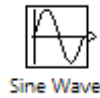
Входные сигналы блока могут быть скалярными или векторными. Если среди входных сигналов есть векторы, то количество входов можно задавать как вектор с указанием числа элементов каждого вектора. Чаще всего блок Mux используется для вывода нескольких сигналов на один осциллограф (Scope). При этом каждый порт блока Mux имеет определённый цвет при выводе сигнала на осциллограф:

- 1 порт – желтый;
- 2 порт – фиолетовый;
- 3 порт – бирюзовый;
- 4 порт – красный;
- 5 порт – зелёный;
- 6 порт – синий.

С 7-го порта цвета сигналов повторяются в той же последовательности. То есть если блок Mux с 21 входом подключить к осциллографу, то графики сигналов с 1, 7, 14 и 21 входов будут иметь жёлтый цвет; со 2, 8 и 15 – фиолетовый и т.д.

#### 8) *Sine Wave* – источник синусоидального сигнала

Пиктограмма:



Назначение: формирует синусоидальный сигнал с заданной частотой, амплитудой, фазой и смещением. Выходной сигнал блока формируется по выражению:

$$y(\text{time}) = \text{Amplitude} * \sin(\text{frequency} * \text{time} + \text{phase}) + \text{bias}.$$

Окно задания параметров:

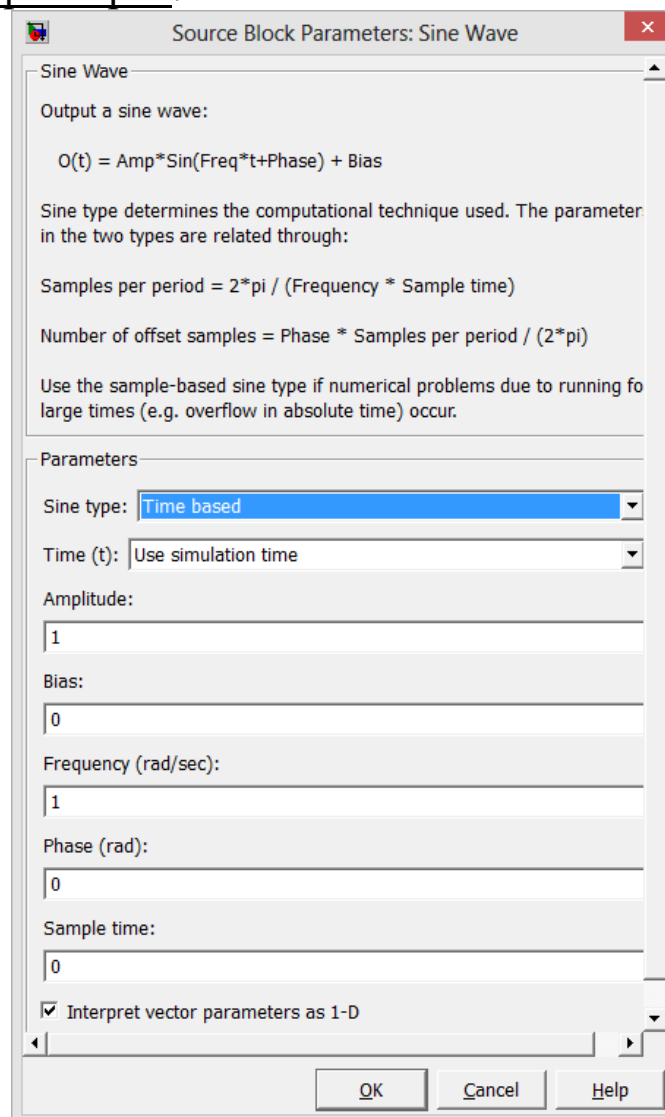


Рис. 1.21. Окно задания параметров Sine Wave

Параметры:

**Amplitude** – амплитуда.

**Bias** – постоянная составляющая сигнала.

**Frequency (rads/sec)** – частота (рад/с).

**Phase (rads)** – начальная фаза (рад).

**Sample time** – шаг модельного времени. Используется для согласования работы источника и других компонентов модели во времени. Параметр может принимать следующие значения:

- **0** (по умолчанию) – используется при моделировании непрерывных систем.
- **>0** (положительное значение) – задается при моделировании дискретных систем. В этом случае шаг модельного времени можно интерпретировать как шаг квантования по времени выходного сигнала.
- **-1** – шаг модельного времени устанавливается таким же, как и в предшествующем блоке, т.е. блоке, откуда приходит сигнал в данный блок.

### Экспериментальная часть

**Пункт 1.** Исследуйте модель интегратора с коэффициентом усиления  $K$  (рис.1.22). Значение коэффициента усиления  $K$  выбирается по варианту (табл.1.1). Подайте на вход импульс  $u(t)=h(t)-h(t-d)$ , при  $h(t)=0.5$ ,  $d=2$ . Получите на виртуальном осциллографе выходной сигнал. Повторите эти действия для  $h=1$ ,  $d=1$ ;  $h=10$ ,  $d=0,1$ ;  $h=100$ ,  $d=0.01$ . Для выполнения задания задайте параметры:

- для Step: Step time=0; Final value = $h$ ;
- для Step1: Step time= $d$ ; Final value = $h$ .

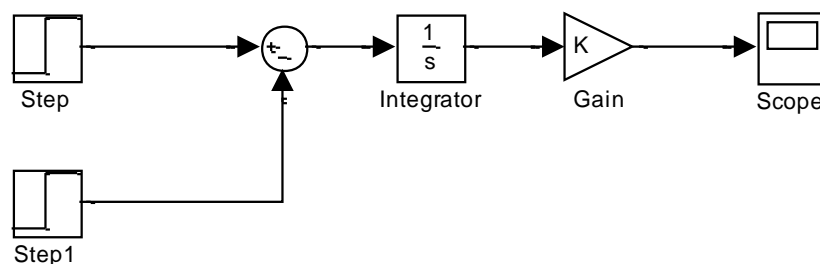


Рис. 1.22. Модель интегратора с усилителем

Таблица №1.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Значение $K$	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9

Ответьте на вопрос: к чему стремиться выходной сигнал с блока интегратора, если  $d$  неограниченно уменьшать, а  $h$  увеличивать?

**Пункт 2.** Исследуйте апериодическое звено (рис.1.23) с передаточной функцией:

$$W(s) = \frac{K}{Ts+1}.$$

Повторите действия пункта 1. Значения  $K$  и  $T$  по варианту из таблицы №1.2.

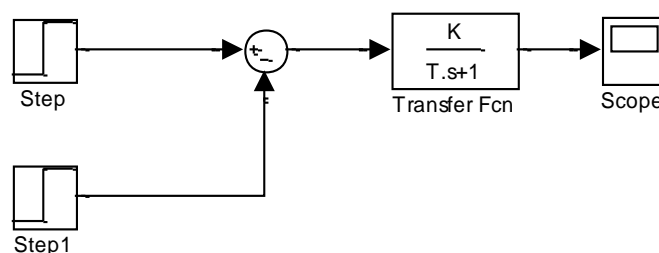


Рис. 1.23. Модель апериодического звена

Ответьте на вопрос: если обозначить выходной сигнал  $y(t)$ , чему равен предел  $\lim_{d \rightarrow 0} y(0)$  ?

Таблица №1.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение $K$	2	4	5	6	8	10	12	15
Значение $T[c]$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение $K$	16	17	19	20	25	28	30	29
Значение $T[c]$	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,9

**Пункт 3.** Проведите исследование модели (рис.1.24) при параметрах  $h=100$ ,  $d=0,01$ . Параметры апериодических звеньев такие же, как в пункте 2. Проанализируйте диаграмму, полученную на виртуальном осциллографе. Учтите, на экране присутствуют два графика.

Измените, параметры входного импульса, задав  $d=0.5$ ,  $h=2$  и повторите пункт 3. Зарисуйте осциллограммы выходных сигналов. Объясните разницу результатов моделирования.

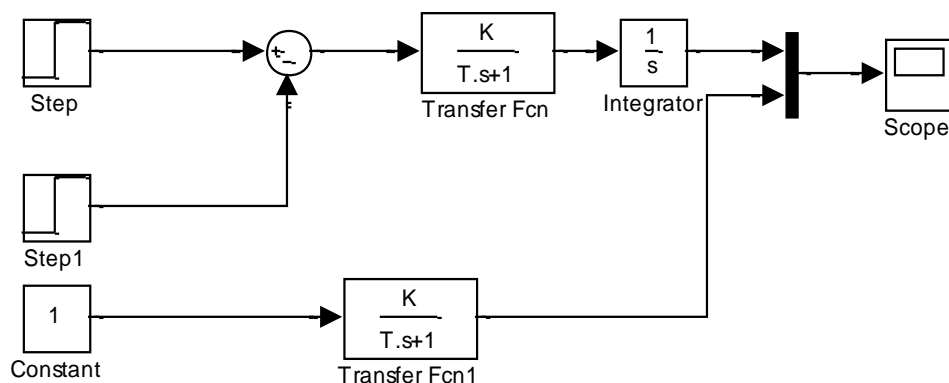


Рис. 1.24. Модель с двумя апериодическими звеньями

Ответьте на вопрос: как связаны между собой весовая и переходная функция звена САУ?

**Пункт 4.** Получите весовую и переходную функции колебательного звена (рис.1.25). Для этого задайте параметры для блока Step: Step time=0; Final value =1 ; для Step1: Step time=0,001; Final value =1. Дайте аналитическое описание переходной и весовой функции исследуемого звена. Параметры  $K$  и  $T$  из таблицы 1.2.

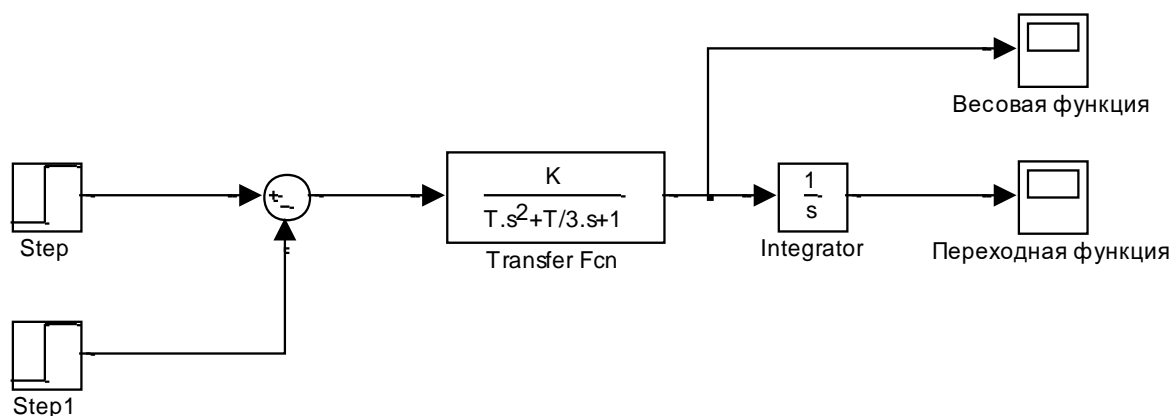


Рис. 1.25. Модель колебательного звена

**Пункт 5.** Получите переходные функции интегрирующего звена с замедлением с передаточной функцией  $W(s) = \frac{10}{0.1s^2 + s}$  и

изодромного звена с передаточной функцией  $W(s) = \frac{s+10}{s}$ . Дайте оценку разности выходных сигналов этих звеньев при ступенчатом входном воздействии. Для этого воспользуйтесь следующей моделью (рис.1.26).

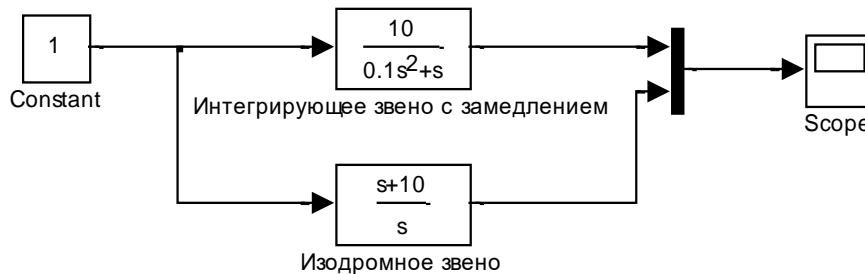


Рис. 1.26. Модели интегрирующего и изодромного звеньев

**Пункт 6.** Подготовьте экспериментально ответ на следующий вопрос: какое из звеньев пункта 5 более усиливает гармонический сигнал в диапазоне частот  $\omega = [5, 15]$  рад/с? Модель для исследования представлена на рис.1.27.

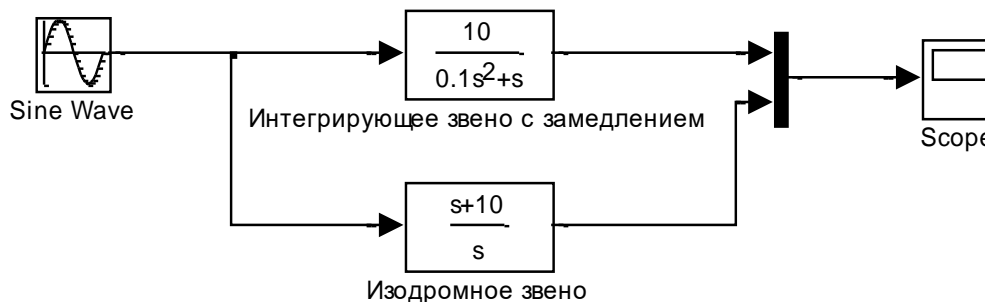


Рис. 1.27. Модели интегрирующего и изодромного звеньев

### Требования к содержанию отчета по работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие элементы:

1. Титульный лист по образцу (Приложение).
2. Все графики и модели, полученные студентами при выполнении работы. Под каждым графиком необходимо указать параметры модели, при которых он был получен. Если на графике содержится



более одного сигнала, необходимо сделать подписи, с какого блока получен каждый сигнал.

3. Письменные ответы на вопросы всех пунктов лабораторной работы, со ссылками на полученные в результате исследования графики, если они необходимы.

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение весовой функции звена САУ.
2. Назовите основные виды типовых воздействий, подаваемых на звенья.
3. Сформулируйте определение передаточной функции звена САУ.
4. Дайте определение переходной функции звена САУ.
5. Как связаны между собой весовая и переходная функция одного звена САУ?
6. Запишите изображение по Лапласу основных типовых воздействий.
7. Какими функциями описываются динамические характеристики звена САУ?
8. Представьте передаточные функции звеньев из пункта 5 в виде последовательного соединения типовых звеньев.
9. Чему равна частота выходного сигнала звена САУ в установившемся режиме, если на его вход подаётся синусоидальное воздействие?
10. Чему равно следующее выражение  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt$ ?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### Исследование частотных характеристик типовых звеньев САУ

#### Теоретическая часть

Частотные характеристики описывают установившиеся вынужденные колебания на выходе звена, вызванные гармоническим воздействием на входе. Пусть на вход линейного звена системы автоматического управления подано гармоническое воздействие

$$x = x_{\max} \sin \omega t,$$

где  $x_{\max}$  – амплитуда, а  $\omega$  – угловая частота этого воздействия.

По окончании переходного процесса на выходе звена будут существовать гармонические колебания с той же частотой, что и входные колебания, но отличающиеся в общем случае по амплитуде и фазе. То есть в установившемся режиме выходной сигнал равен

$$y = y_{\max} \sin(\omega t + \varphi),$$

где  $y_{\max}$  – амплитуда выходных установившихся колебаний,  $\varphi$  – фаза колебаний.

При фиксированной амплитуде входных колебаний амплитуда и фаза установившихся колебаний на выходе звена зависят от частоты колебаний. Если постепенно увеличивать частоту колебаний и определять установившиеся значения амплитуды и фазы выходных колебаний для разных частот, можно получить зависимость от частоты отношения амплитуд  $A = y_{\max} / x_{\max}$  и сдвига фаз  $\varphi$  выходных и входных установившихся колебаний.

Эти зависимости называются соответственно  $A(\omega)$  – *амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)* и  $\varphi(\omega)$  – *фазово-частотной характеристикой (ФЧХ)*. Примерный вид этих характеристик у обычных инерционных звеньев изображен на рис.2.1, и рис.2.2.

АЧХ таких звеньев по мере увеличения частоты, в конце концов, спадает до нуля. При этом, чем менее инерционно звено, тем длиннее его амплитудная частотная характеристика, т.е. тем больше полоса пропускаемых звеном частот, или, просто, его *полоса пропускания*.

Теоретически частотная характеристика продолжается до бесконечности, но практически полоса пропускания оценивается значением частоты, при котором отношение амплитуд  $A = 0,707$ , и при дальнейшем повышении частоты не увеличивается (считается,

что в диапазоне частот от 0 до  $+\omega_{\Pi}$  элемент системы управления пропускает гармонический сигнал без заметного ослабления).

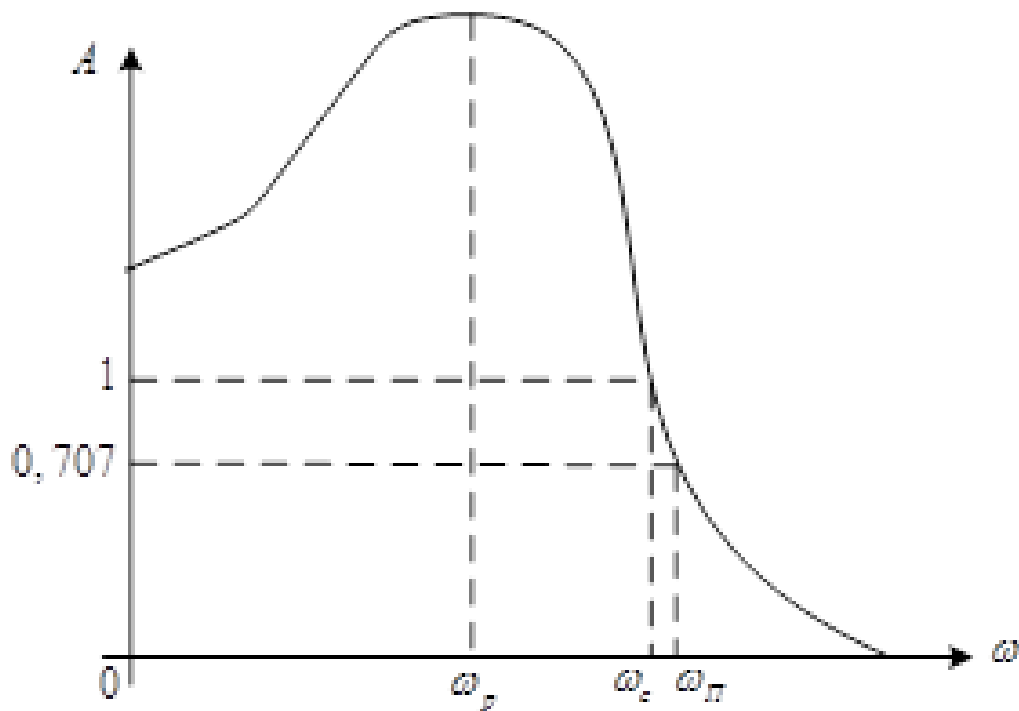


Рис. 2.1. Амплитудно-частотная характеристика

Наличие максимума у АЧХ говорит о резонансных свойствах звена. Частота, соответствующая максимуму амплитудной характеристики, называется *резонансной* ( $\omega_p$ ). Частота, на которой коэффициент усиления входного сигнала равен единице, называется *частотой среза*  $\omega_c$ .

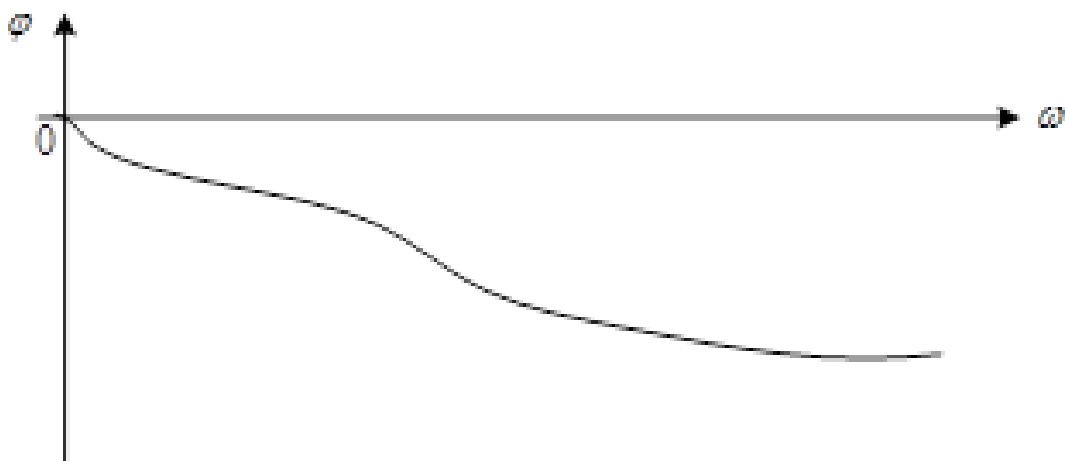


Рис. 2.2. Фазово-частотная характеристика

Фазовая частотная характеристика показывает фазовые сдвиги, вносимые элементом системы управления на различных частотах. У инерционных звеньев, как показано на рис.2.2, ФЧХ всегда отрицательна ( $\varphi < 0$ ), т.е. выходные колебания отстают по фазе от входных, и это отставание растет с частотой.

Амплитудную и фазово-частотные характеристики можно объединить в одну характеристику – амплитудно-фазово-частотную характеристику (АФЧХ), используя  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  в качестве полярных координат (рис.2.3).

Строится такая характеристика на комплексной плоскости. Каждая точка АФЧХ соответствует определенному значению частоты  $\omega$ . Совокупность всех точек при изменении частоты от нуля до бесконечности представляет собой непрерывную линию (которая называется годографом), соответствующую частотной передаточной функции  $W(j\omega)$ .

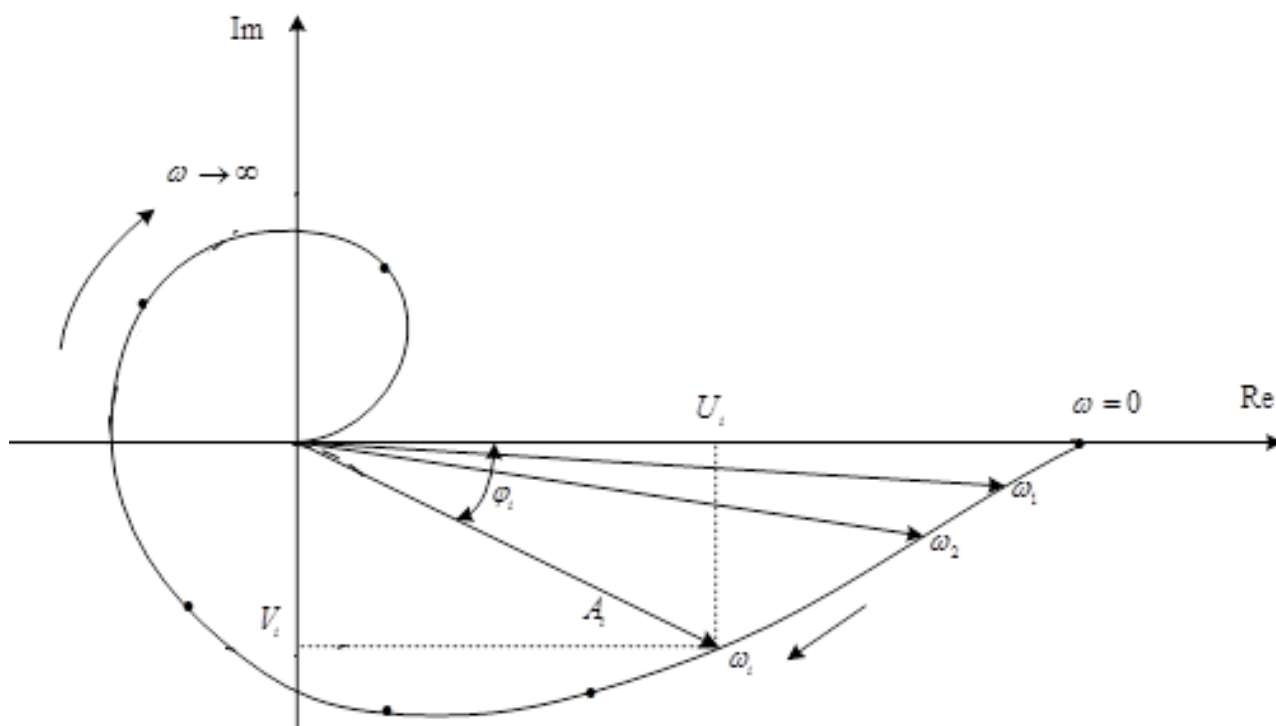
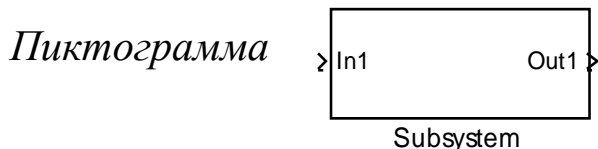


Рис. 2.3. АФЧХ инерционного звена

*Блоки библиотеки Simulink, используемые лабораторной работе*

Помимо блоков, рассмотренных в работе №1, в данной работе используются следующие блоки из стандартной библиотеки *Simulink*.

## 1) Subsystem– подсистема



Подсистема это фрагмент *Simulink*-модели, оформленный в виде отдельного блока. Использование подсистем при составлении модели имеет следующие преимущества:

- 1.уменьшает количество одновременно отображаемых блоков на экране, что облегчает восприятие модели (в идеале модель полностью должна отображаться на экране монитора).
- 2.позволяет создавать и отлаживать фрагменты модели по отдельности, что повышает технологичность создания модели.
- 3.позволяет создавать собственные библиотеки.
- 4.дает возможность синхронизации параллельно работающих подсистем.
- 5.позволяет включать в модель собственные справочные средства.

Использование подсистем позволяет создавать блоки, не уступающие стандартным по своему оформлению (собственное окно параметров блока, пиктограмма, справка и т.п.).

Количество подсистем в модели не ограничено, кроме того подсистемы могут включать в себя другие подсистемы. Уровень вложенности подсистем друг в друга также не ограничен.

Связь подсистемы с моделью (или подсистемой верхнего уровня иерархии) выполняется с помощью входных (блок **Inport** библиотеки **Sources**) и выходных (блок **Outport** библиотеки **Sinks**) портов. Добавление в подсистему входного или выходного порта приводит к появлению на изображении подсистемы метки порта, с помощью которой внешние сигналы передаются внутрь подсистемы или выводятся в основную модель. Переименование блоков **Inport** или **Outport** позволяет изменить метки портов, отображаемые на пиктограмме подсистемы со стандартных (**In** и **Out**) на те, которые нужны пользователю.

Подсистемы могут быть виртуальными (**Subsystem**) и монолитными (**Atomic Subsystem**). Отличие этих видов подсистем заключается в порядке выполнения блоков во время расчета. Если подсистема является виртуальной, то **Simulink** игнорирует наличие границ отделяющих такую подсистему от модели при определении

порядка расчета блоков. Иными словами в виртуальной системе сначала могут быть рассчитаны выходные сигналы нескольких блоков, затем выполнен расчет блоков в основной модели, а затем вновь выполнен расчет блоков входящих в подсистему. Монолитная подсистема считается единым (неделимым) блоком и **Simulink** выполняет расчет всех блоков в такой подсистеме, не переключаясь на расчеты других блоков в основной модели. Изображение монолитной подсистемы имеет более толстую рамку по сравнению с виртуальной подсистемой. Для создания в модели подсистемы можно воспользоваться двумя способами:

1. скопировать пустой блок подсистемы из библиотеки **Port&Subsystem**, а затем добавить в него необходимые связи и входы/выходы.

2. выделить с помощью мыши нужный фрагмент модели, нажать правую клавишу мыши и выполнить команду **Create Subsystem** из меню **Edit** окна модели (рис.2.4).

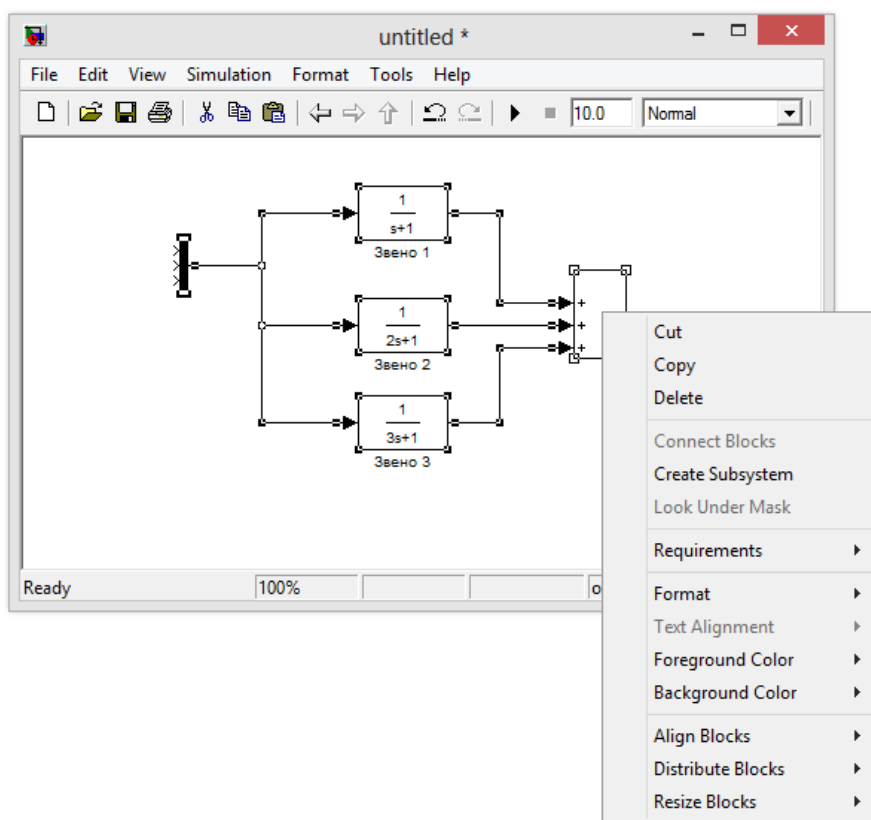


Рис. 2.4. Создание подсистемы из готовой модели

Выделенный фрагмент будет помещен в подсистему, а входы и выходы подсистемы будут снабжены соответствующими портами.

Результатом команды **Create Subsystem** на рис. 2.4 будет подсистема, имеющая 3 входа и 1 выход. По умолчанию входы имеют имена In1, In2 и т.д., а выходы – Out1, Out2 и т.д.

Изменение имен входов и выходов подсистемы производится при её раскрытии путем изменения имени соответствующего блока **Inport** или **Outport**. Раскрытие любой подсистемы производится по двойному нажатию левой кнопки мыши по выделенному блоку.

## 2) Inport– входной порт

Пиктограмма: 

Назначение: используется в качестве входа при создании подсистемы.  
Окно задания параметров:

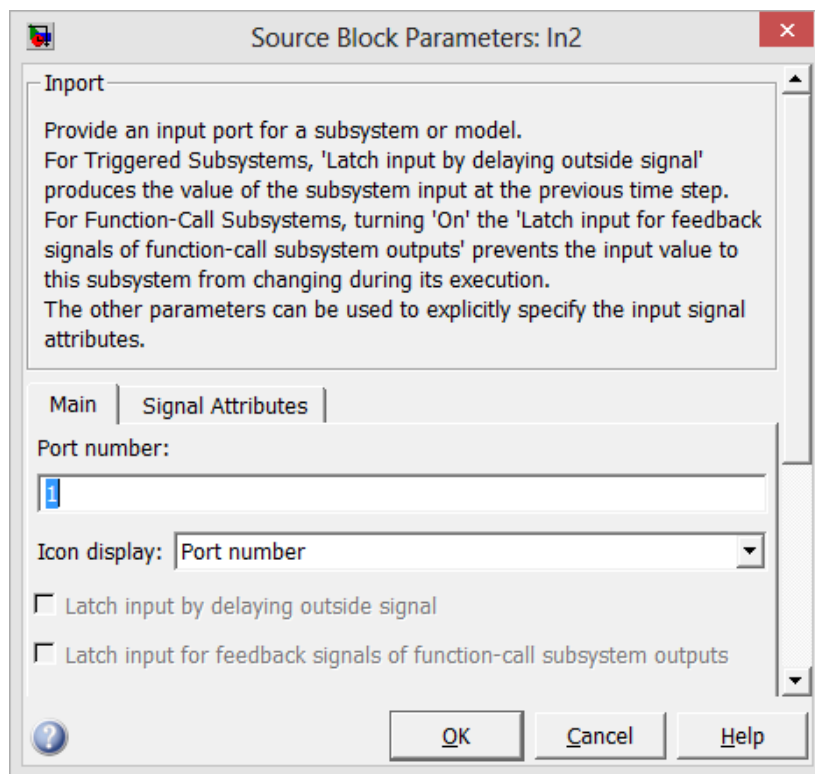


Рис. 2.5. Окно задания параметров Inport

Параметры:

- **Port number** – номер порта. Целое неотрицательное число, отображаемое на пиктограмме блока.
- **Icon display** – стиль представления блока. Параметр может принимать следующие значения:

**Port number** – в пиктограмме отображается только номер порта;

**Signal name** – в пиктограмме отображается только имя сигнала, приходящего в порт;

**Port number and Signal name** – в пиктограмме отображается номер и имя сигнала приходящего в порт.

### 3) *Outport* – входной порт

Пиктограмма: 

Назначение: используется в качестве выхода при создании подсистемы.

Окно задания параметров:

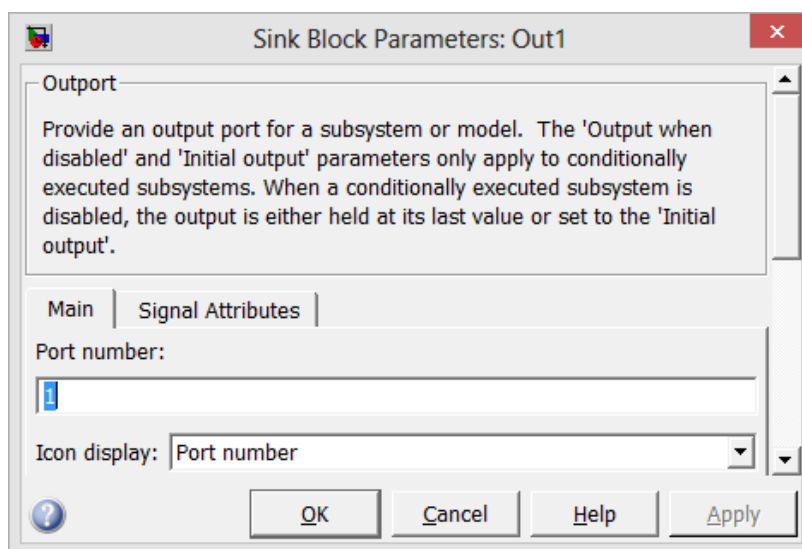


Рис. 2.6. Окно задания параметров Outport

Параметры:

- **Port number** – номер порта. Целое неотрицательное число, отображаемое на пиктограмме блока.
- **Icon display** – стиль представления блока. Параметр может принимать следующие значения:

**Port number** – в пиктограмме отображается только номер порта;

**Signal name** – в пиктограмме отображается только имя сигнала, исходящего из порта;

**Port number and Signal name** – в пиктограмме отображается номер и имя сигнала исходящего из порта.



#### 4) *Derivative* – блок вычисления производной

Пиктограмма:



Назначение: выполняет численное дифференцирование входного сигнала.

Для вычисления производной в блоке используется приближенная формула Эйлера:

$$\frac{du}{dt} \approx \frac{\Delta u}{\Delta t},$$

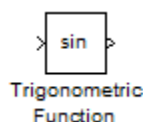
где  $\Delta u$  – величина изменения входного сигнала за время  $\Delta t$ ,  $\Delta t$  – текущее значение шага модельного времени.

Значение входного сигнала блока до начала расчета считается равным нулю. Начальное значение выходного сигнала также полагается равным нулю.

Точность вычисления производной существенно зависит от величины установленного шага расчета. Выбор меньшего шага расчета улучшает точность вычисления производной.

#### 5) *Trigonometric Function* – тригонометрическая функция

Пиктограмма:



Назначение: выполняет вычисление тригонометрических функций.

Параметры:

- **Function** – Вид вычисляемой функции (выбирается из списка):
  - sin** – вычисление синуса;
  - cos** – вычисление косинуса;
  - tan** – вычисление тангенса;
  - asin** – вычисление арксинуса;
  - acos** – вычисление арккосинуса;
  - atan** – вычисление арктангенса;
  - atan2** – вычисление арктангенса отношения двух аргументов;
  - sinh** – вычисление гиперболического синуса;
  - cosh** – вычисление гиперболического косинуса;
  - tanh** – вычисление гиперболического тангенса;
  - asinh** – вычисление ареасинуса;

**acosh** –вычисление аркокосинуса;

**atanh**– вычисление аретангенса;

**sincos**– блок с двумя выходами для вычисления синуса и косинуса входного сигнала.

• **Output signal type** – Тип выходного сигнала (выбирается из списка):

**auto** – автоматическое определение типа;

**real** –действительный сигнал;

**complex**– комплексный сигнал.

Окно задания параметров:

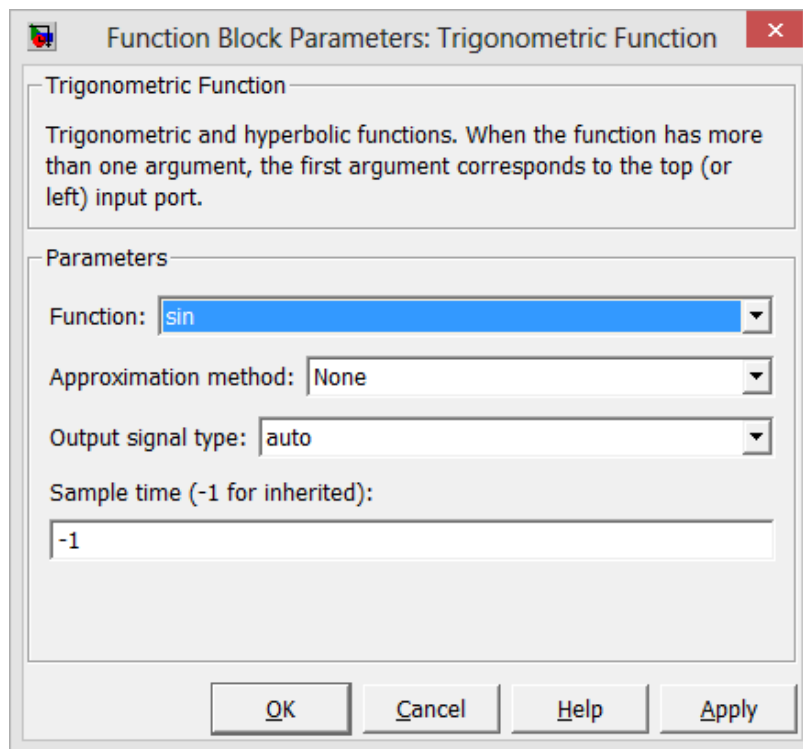
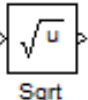


Рис. 2.7. Окно задания параметров Trigonometric Function

6) *Sqrt*– квадратный корень

Пиктограмма: 

Назначение: выполняет вычисление квадратного корня входного сигнала.

Параметры:

• **Function** – вид вычисляемой функции (выбирается из списка):

**sqrt** – вычисление квадратного корня входного сигнала;

**signedSqrt** – вычисление квадратного корня от модуля входного сигнала знак выходного сигнала определяется знаком входного;

**rSqrt**– вычисление величины обратной квадратному корню входного сигнала.

• **Output signal type** – тип выходного сигнала (выбирается из списка):

**auto** – автоматическое определение типа;

**real** – действительный сигнал;

**complex**– комплексный сигнал.

Окно задания параметров:

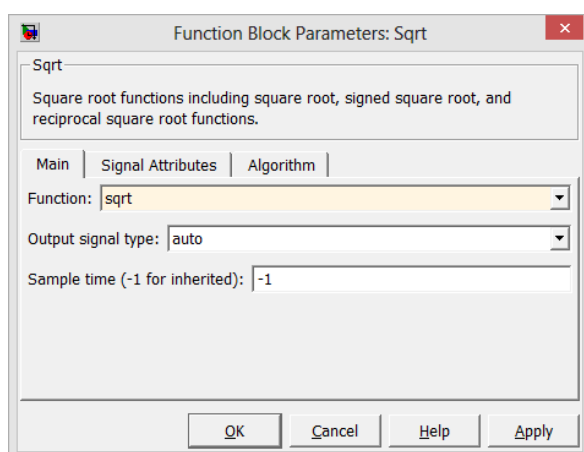
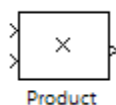


Рис. 2.8. Окно задания параметров Sqrt

7) *Product* – блок умножения и деления

Пиктограмма:



Назначение: Выполняет вычисление произведения текущих значений сигналов.

Параметры:

• **Number of inputs** – количество входов. Может задаваться как число или как список знаков. В списке знаков можно использовать знаки \* (умножить) и / (разделить);

• **Multiplication** – способ выполнения операции. Может принимать значения: *Element-wise* (Поэлементный), **Matrix** (Матричный).

Если параметр **Number of inputs** задан списком, включающим кроме знаков умножения также знаки деления, то метки входов будут обозначены символами соответствующих операций.

Блок может использоваться для операций умножения или деления скалярных, векторных или матричных сигналов. Типы входных сигналов блока должны совпадать. Если в качестве количества входов указать цифру **1** (один вход), то блок можно использовать для определения произведения элементов вектора.

Окно задания параметров:

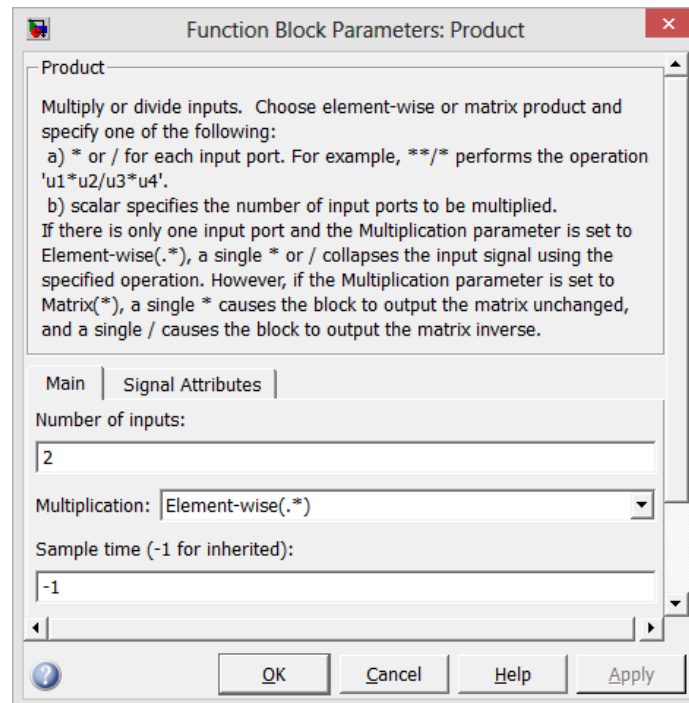


Рис. 2.9. Окно задания параметров Product

#### 8) *Clock* – Источник времени

Пиктограмма:



Назначение: Формирует сигнал, величина которого на каждом шаге равна текущему значению времени моделирования.

Параметры:

- **Decimation** – шаг, с которым обновляются показания времени на изображении источника (в том случае, если установлен флажок параметра **Display time**). Параметр задается как количество шагов расчета. Например, если шаг расчета модели в окне диалога **Simulation parameters** установлен равным 0.01 с, а параметр **Decimation** блока **Clock** задан равным 1000, то обновление показаний времени будет производиться каждые 10 с модельного времени.

### Окно задания параметров:

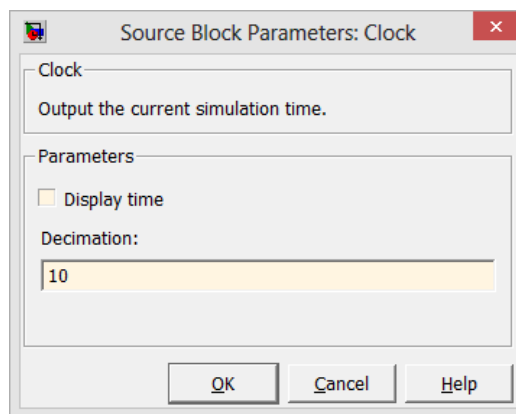
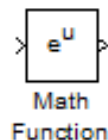


Рис. 2.10. Окно задания параметров Clock

### 9) *Math Function*—Блок вычисления математических функций

Пиктограмма:



Назначение: Выполняет вычисление математической функции.

Параметры:

• **Function** – вид вычисляемой функции (выбирается из списка):

**exp** – экспоненциальная функция;

**log** – функция натурального логарифма;

**10^u** – вычисление степени 10;

**log10** – десятичный логарифм;

**magnitude^2** – вычисление квадрата модуля входного сигнала;

**square** – вычисление квадрата входного сигнала;

**sqrt** – квадратный корень;

**pow** – возведение в степень;

**conj** – вычисление комплексно–сопряженного числа;

**reciprocal** – вычисление величины обратной входному сигналу

**hypot** – вычисление корня квадратного из суммы квадратов входных сигналов (гипотенузы прямоугольного треугольника по значениям катетов);

**rem** – функция, вычисляющая остаток от деления первого входного сигнала на второй;

**mod** – функция, вычисляющая остаток от деления с учетом знака

**transpose** – транспонирование матрицы;  
**hermitian** – вычисление эрмитовой матрицы.

• **Output signal type** – Тип выходного сигнала (выбирается из списка):

**auto** – автоматическое определение типа;

**real** – действительный сигнал;

**complex** – комплексный сигнал.

Окно задания параметров:

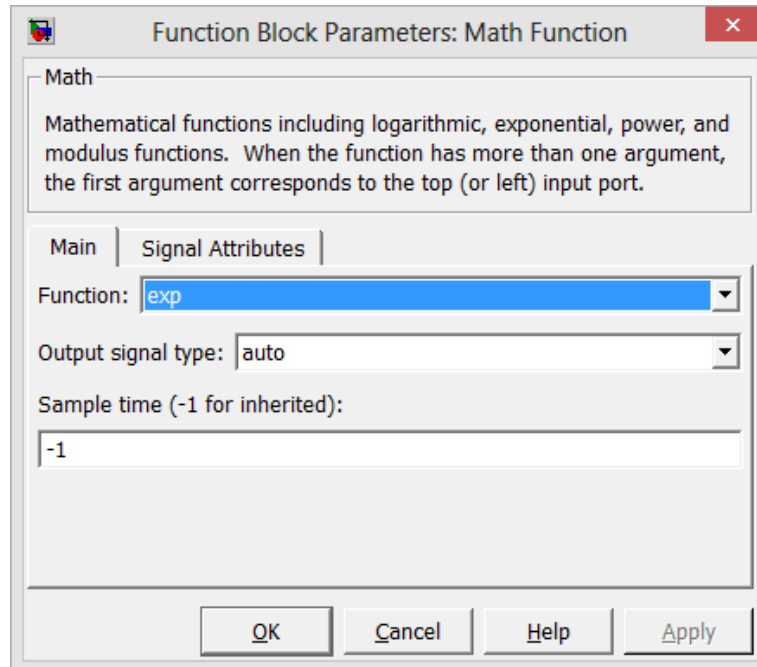


Рис. 2.11. Окно задания параметров Math Function

### *Пользовательские подсистемы, используемые лабораторной работе*

В данной работе для структурирования модели используются две подсистемы, одна из которых формирует гармонический сигнал с заданной частотой и единичной амплитудой, а другая вычисляет амплитуду и фазу синусоидального сигнала с исследуемого звена.

Подсистема формирования гармонического сигнала представлена на рис.2.12. На вход подсистемы поступает частота  $w$  формируемого гармонического сигнала (блок Inport 1). В блоке Product вычисляется произведение входной частоты  $w$  на текущее значение времени, взятое с блока Clock.

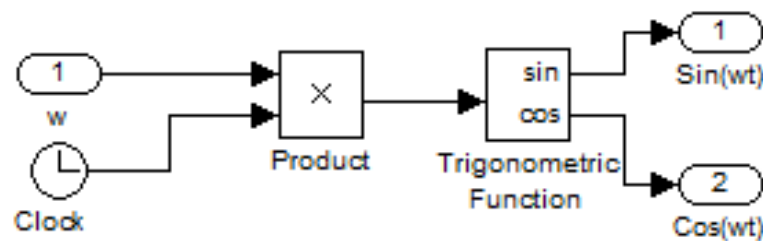


Рис. 2.12. Подсистема формирования гармонического сигнала

Выходной сигнал с блока Product подается в качестве аргумента на блок Trigonometric Function, у которого в параметре **Function** выбрано **sincos**. Блок Trigonometric Function при такой настройке имеет два выхода, на которых формируются сигналы синуса и косинуса входного аргумента. Сигналы с выходов Trigonometric Function подаются на блоки Outport 1 и Outport 2.

Подсистема вычисления амплитуды и фазы выходного гармонического сигнала представлена на рис.2.13. Подсистема имеет 3 входа, на которые подаются:

- значение синуса исследуемого сигнала  $A\sin(\omega t + \varphi)$ ;
- значение косинуса исследуемого сигнала  $A\cos(\omega t + \varphi)$ ;
- значение синусоидального сигнала единичной амплитуды, частота которого совпадает с исследуемым сигналом  $\sin(\omega t)$ .

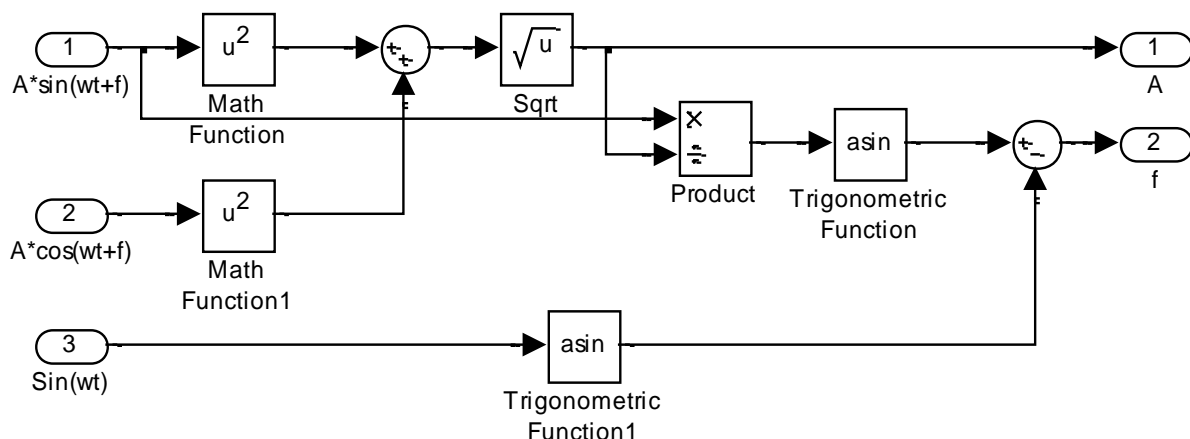


Рис. 2.13. Подсистема вычисления амплитуды и фазы выходного сигнала

Амплитуда исследуемого сигнала вычисляется с использованием основного тригонометрического тождества. Для этого сигналы с

блоков Inport 1 и Inport 2 возводятся в квадрат с помощью блока Math Function(в настройке блока в параметре **Function** выбрано **square**).

Затем сигналы суммируются при помощи блока Sum. Выходной сигнал с учетом основного тригонометрического тождества равен:

$$A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = A^2 [\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)] = A^2.$$

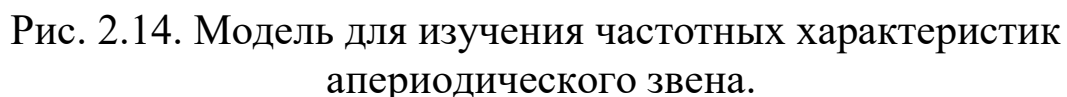
Для получения амплитуды сигнал с блока Sum подается на блок Sqrt, где происходит вычисление квадратного корня. Выходной сигнал с блока Sqrt равен амплитуде исследуемого гармонического сигнала. Его значение передается на блок Outport 1.

Для вычисления фазы исследуемого сигнала значение с блока Inport 1 делится при помощи блока Product (в параметре блока **Number of inputs** задано **\*/**) на величину амплитуды входного сигнала в результате получается сигнал  $\sin(\omega t + \varphi)$ . Выходной сигнал с блока Product подается на блок Trigonometric Function, у которого в параметре **Function** выбрано **asin**. Таким образом на выходе блока формируется сигнал  $\omega t + \varphi$ . Для получения фазы  $\varphi$  из него вычитается сигнал  $\omega t$ , который формируется при помощи подачи сигнала с блока Inport 1 на блок Trigonometric Function 1. Значение фазы исследуемого гармонического сигнала подается на блок Outport 2.

### Экспериментальная часть

**Пункт 1.** Изучите частотные свойства апериодического звена. Для этого соберите схему моделирования, представленную на рис.2.14. Она состоит из блока Constant, задающего частоту гармонического сигнала  $\omega$ , который подается на подсистему формирования гармонического сигнала. Сигналы с данного блока поступают на два апериодических звена с одинаковыми параметрами, которые заданы блоками Transfer Fcn. Выходные сигналы с апериодических звеньев подаются на подсистему вычисления амплитуды и фазы выходного сигнала. Амплитуда и фаза выходного сигнала выводится на два блока Display. Выходной сигнал выводится на блок Scope. Подайте на вход апериодических звеньев с параметрами (табл.2.1) синусоидальный сигнал. В диапазоне частот  $[3, 60] \text{ c}^{-1}$  получите АЧХ и ФЧХ звена и постройте их графики.





<b>Вариант</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
Значение К	2	4	5	6	8	10	12	15
Значение Т[с]	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
<b>Вариант</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>
Значение К	16	17	19	20	25	28	30	31
Значение Т[с]	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,9

$\omega$ [рад/с]	A	$\varphi$ [рад]
<b>3</b>		
5		
<b>10</b>		
20		
<b>30</b>		
40		
50		
<b>60</b>		

**Пункт 2.** Изучите влияние постоянной времени апериодического звена на его частотные свойства. Для этого установите в модели на рис.2.14 постоянную времени равную 0,3 от исходной и повторите испытания аналогично п.1 работы. Сформулируйте и запишите вывод о влиянии постоянной времени апериодического звена на его частотные характеристики.

**Пункт 3.** Выясните влияние коэффициента усиления на частотные характеристики апериодического звена. Для этого установите коэффициент усиления звена в модели на рис. 2.14, равный 2К и повторите исследование по п.1

**Пункт 4.** Постройте АЧХ и ФЧХ колебательного звена по методике, изложенной в п.1 лабораторной работы. Значения параметров (табл.2.2). Время моделирования установите равным  $150/\omega$ .

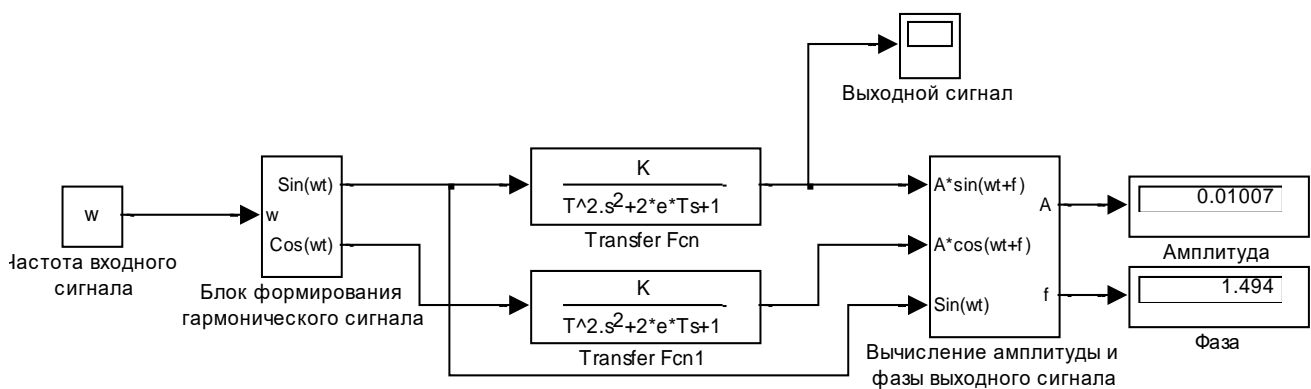


Рис.2.15. Модель для изучения частотных характеристик колебательного звена

Таблица №2.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение К	2	4	5	6	8	10	12	15
Значение Т[с]	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
Значение e	0,45	0,5	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение К	16	17	19	20	25	28	30	31
Значение Т[с]	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,9
Значение e	1	1,2	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,5

**Пункт 5.** Уменьшите параметр колебательности звена  $e$  на модели (рис. 2.15) в 2 раза и повторите исследование п.1. Сформулируйте и запишите вывод о влиянии параметра колебательности звена на его частотные свойства.

### Требования к содержанию отчета по работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие элементы:

1. Титульный лист по образцу (Приложение).
2. Все графики и модели, полученные студентами при выполнении работы. Под каждым графиком необходимо указать параметры модели, при которых он был получен. Если на графике содержится более одного сигнала, необходимо сделать подписи, с какого блока получен каждый сигнал.
3. Письменные ответы на вопросы всех пунктов лабораторной работы, со ссылками на полученные в результате исследования графики, если они необходимы.

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение АЧХ и ФЧХ звена системы автоматического управления.
2. Что такое полоса пропускания звена?
3. Как влияют параметры апериодического звена на его частотные характеристики.
4. Как влияют параметры колебательного звена на его частотные характеристики.
5. Запишите аналитическое выражение для АЧХ апериодического звена.
6. Запишите аналитическое выражение для АЧХ колебательного звена.
7. Запишите аналитическое выражение для ФЧХ апериодического звена.
8. Запишите аналитическое выражение для ФЧХ колебательного звена.
9. Что такое частотная передаточная функция?
10. Что такое частота среза звена?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

### Анализ устойчивости линейных САУ

#### Теоретическая часть

*Устойчивость* – это свойство системы возвращаться в исходный или близкий к нему установившийся режим после всякого выхода из него в результате какого-либо воздействия.

На рис. 3.1 показаны типичные кривые переходных процессов в неустойчивой (рис. 3.1, а) и устойчивой (рис. 3.1, б) системах. Если система *неустойчива*, то достаточно любого толчка, чтобы в ней начался расходящийся процесс ухода из исходного установившегося состояния. Этот процесс может быть апериодическим (кривая 1 на рис. 3.1, а) или колебательным (кривая 2 на рис. 3.1, а).

Апериодический расходящийся процесс может, например, возникнуть в САУ, если в ее управляющем устройстве ошибочно введена положительная обратная связь.

Колебательный расходящийся процесс может наступить, например, при чрезмерном увеличении коэффициента передачи системы.

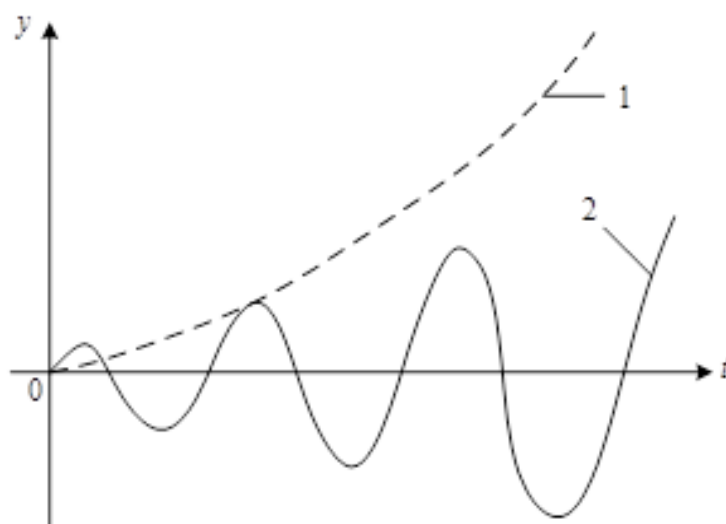
В случае устойчивой системы (рис. 3.1, б) переходный процесс, вызванный каким-либо воздействием, со временем затухает апериодически (кривая 1) или колебательно (кривая 2), и система вновь возвращается в установившееся состояние.

Таким образом, устойчивую систему можно определить также как систему, переходные процессы в которой являются затухающими.

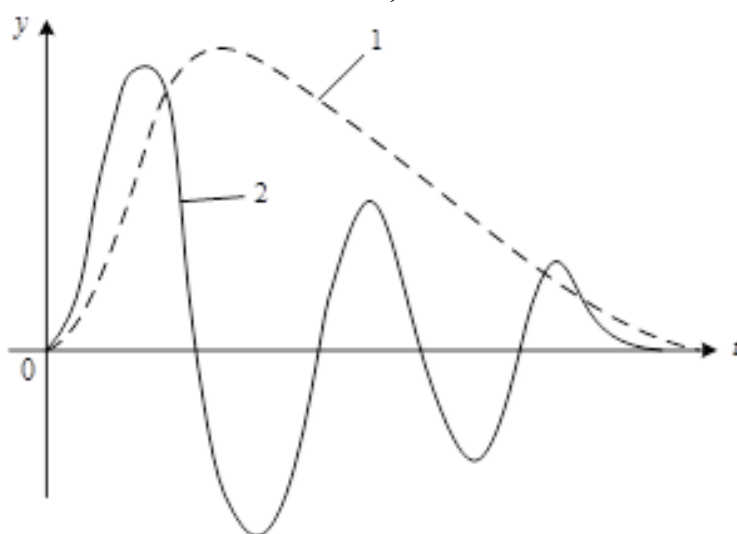
Приведенное понятие устойчивости определяет *устойчивость установившегося режима* системы. Однако система может работать в условиях непрерывно изменяющихся воздействий, когда установившийся режим вообще отсутствует. С учетом таких условий работы можно дать следующее, более общее определение устойчивости: *линейная система автоматического управления называется устойчивой, если ее выходная координата  $y(t)$  остается ограниченной при любых ограниченных по абсолютной величине входных  $x(t)$  и возмущающих  $f(t)$  воздействиях.* Устойчивость линейной системы определяется ее параметрами и не зависит от величины действующих воздействий.

С точки зрения дифференциального уравнения системы, для устойчивости необходимо и достаточно, чтобы все корни

характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части.



а)



б)

Рис. 3.1. Переходные процессы в устойчивых и неустойчивых САУ

Наличие корня с нулевой вещественной частью означает, что система находится на границе устойчивости. При этом возможны два случая:

- корень расположен в начале координат комплексной плоскости;
- есть пара чисто мнимых корней.

Нулевой корень появляется, когда свободный член характеристического уравнения равен нулю. В этом случае границу устойчивости называют *апериодической*; система устойчива не относительно выходного сигнала, а относительно его производной:

выходной сигнал в установившемся режиме имеет произвольное значение. Такие системы называют *нейтрально устойчивыми*.

В том случае, когда характеристическое уравнение имеет пару мнимых корней, границу устойчивости называют *колебательной*, при этом в переходном процессе будут незатухающие гармонические колебания.

Если хотя бы один из корней имеет положительную вещественную часть, т.е. лежит в правой полуплоскости комплексной плоскости корней характеристического уравнения, то система неустойчивая.

Для суждения об устойчивости системы разработаны косвенные признаки, по которым можно судить о знаках действительных частей корней характеристического уравнения системы и тем самым об её устойчивости. Эти косвенные признаки называются критериями устойчивости.

Существуют три основных критерия устойчивости: критерий Рауса-Гурвица, критерий Михайлова и критерий Найквиста.

### *Критерий устойчивости Рауса-Гурвица*

Это алгебраический критерий, по которому условия устойчивости сводятся к выполнению ряда неравенств, связывающих коэффициенты характеристического уравнения системы. В разной форме этот критерий был предложен английским математиком Е. Раусом и затем швейцарским математиком А. Гурвицем в конце XIX века. Пусть имеется характеристический полином системы

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n,$$

где полагаем, что  $a_0 > 0$ . Данное условие всегда можно обеспечить умножением полинома на -1. Составим из коэффициентов этого полинома определитель

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

Этот определитель называется определителем Гурвица. Он имеет  $n$  строк и  $n$  столбцов. Первая строка содержит все нечетные коэффициенты до последнего, после чего строка заполняется до положительного числа  $n$  элементов нулями. Вторая строка включает все четные коэффициенты и тоже заканчивается нулями. Третья строка получается из первой, а четвертая – из второй сдвигом вправо на один элемент. На освободившееся при этом слева место ставится нуль. Аналогично сдвигом вправо на элемент получают все последующие нечетные и четные строки из предыдущих одноименных строк.

В результате в главной диагонали определителя оказываются последовательно все коэффициенты, кроме  $a_0$ .

Условие устойчивости заключается в требовании *положительности определителя Гурвица и всех его диагональных миноров*.

Если определитель  $\Delta_n=0$ , то система находится на границе устойчивости. Возможны два случая:

- апериодическая граница устойчивости, если свободный член характеристического уравнения равен нулю, что соответствует нейтрально устойчивой системе;
- колебательная граница устойчивости, если определитель  $\Delta_{n-1}=0$ .

### *Частотные методы исследования устойчивости*

Частотные методы исследования устойчивости основаны на связи расположения корней характеристического полинома  $D(s)$  с годографом этого полинома на комплексной плоскости, т.е. графиком функции  $D(j\omega)$  при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$ . К частотным методам анализа устойчивости относятся критерий Михайлова и критерий Найквиста.

#### 1) Критерий устойчивости Михайлова

Критерий был предложен в 1938 г. советским ученым А.В. Михайловым и основан на рассмотрении полинома  $D(s)$ . Подставим в этот полином вместо  $s$  мнимую переменную  $j\omega$ . В результате получим комплексную функцию

$$D(j\omega) = a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} j\omega + a_n = U_D(\omega) + jV_D(\omega),$$

где  $U_D(\omega)$  – действительная часть, полученная из членов  $D(s)$ , содержащих четные степени  $s$ , а  $V_D(\omega)$  – мнимая часть, полученная из членов  $D(s)$  с нечетными степенями  $s$ .

Изобразим  $D(j\omega)$  в виде годографа в комплексной плоскости (кривые 1-5 на рис. 3.2). Эти годографы называются годографами Михайлова.

**Формулировка критерия:** Для устойчивости линейной системы  $n$ -го порядка необходимо и достаточно, чтобы изменение аргумента полинома  $D(j\omega)$  при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  равнялось бы  $n\pi/2$

На рис. 3.2 годограф 1 относится к устойчивой, а годографы 3, 4 и 5 – к неустойчивым системам.

Условием нахождения системы на границе устойчивости является прохождение годографа Михайлова через начало координат (штриховая кривая 2 на рис. 3.2).

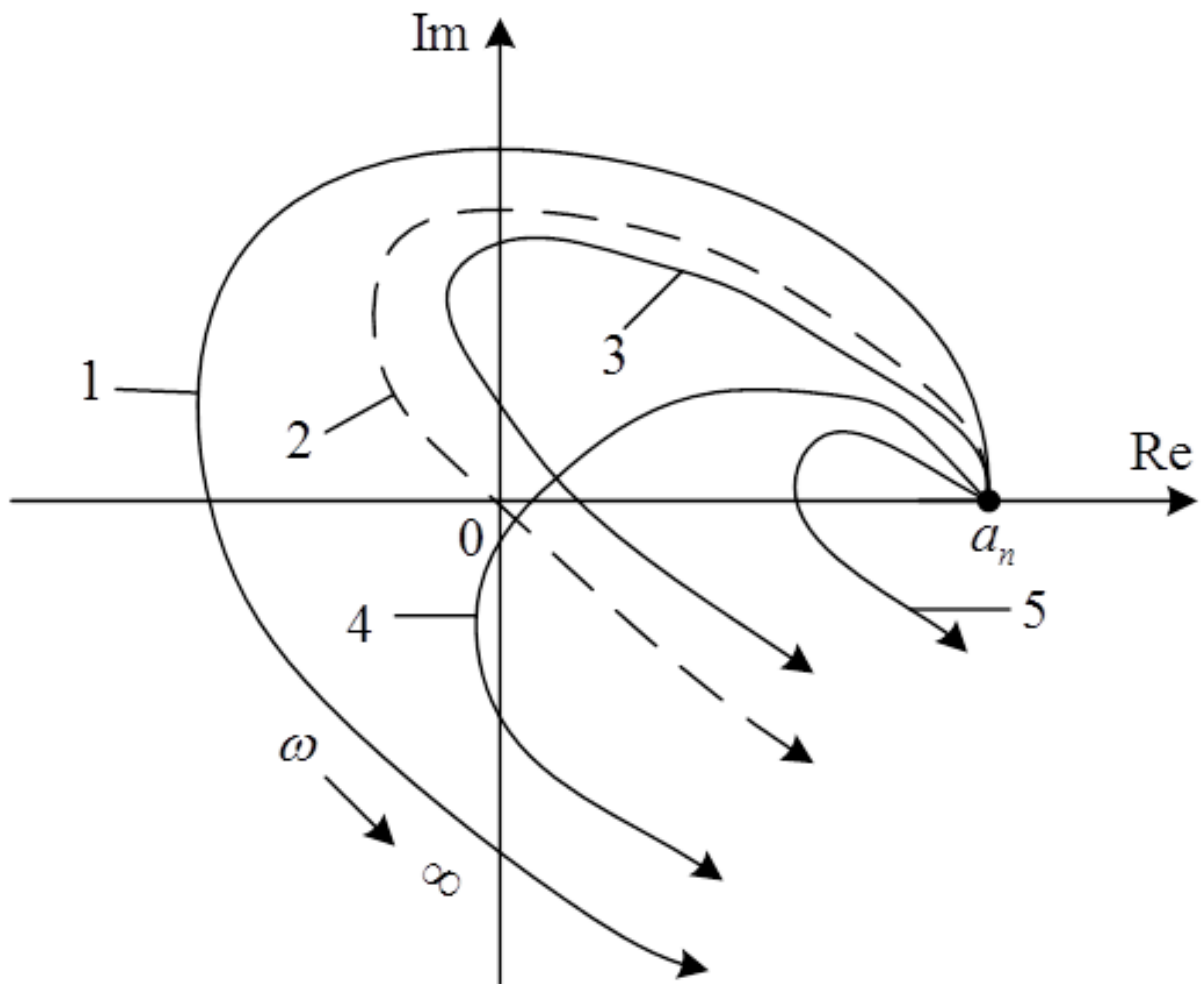


Рис. 3.2. Годограф Михайлова



## 2) Критерий устойчивости Найквиста.

Этот критерий, предложенный в 1932 г. американским ученым Г. Найквистом, позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по амплитудно-фазовой частотной характеристике (АФЧХ)  $W(j\omega)$  разомкнутой системы.

Рассмотрим сначала случай, когда известно, что система в разомкнутом состоянии устойчива (рис. 3.3). Условие устойчивости замкнутой системы тогда сводится к требованию, чтобы АФЧХ разомкнутой системы не охватывала точку  $(-1, 0)$  на комплексной плоскости. На рис. 3.3 характеристики 1 и 4 соответствуют устойчивым системам, характеристика 3 – неустойчивой, а характеристика 2 – нахождению системы на границе устойчивости.

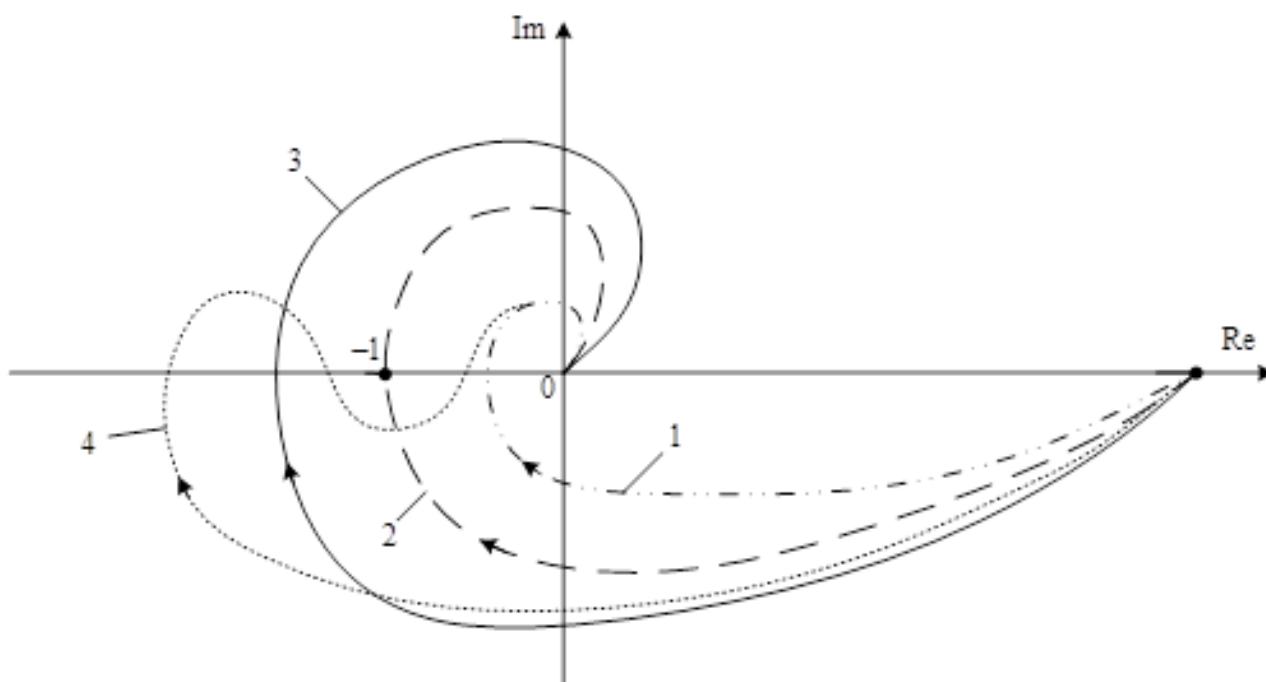


Рис. 3.3. АФЧХ систем устойчивых в разомкнутом состоянии

Для случая систем, неустойчивых в разомкнутом состоянии, критерий Найквиста имеет такую формулировку: для устойчивости системы в замкнутом состоянии АФЧХ разомкнутой системы должна охватывать точку  $(-1, 0)$  на комплексной плоскости. При этом число пересечений ею отрицательной действительной полуоси левее точки  $(-1, 0)$  сверху вниз должно быть на  $k/2$  больше числа пересечений в обратном направлении, где  $k$  – число правых полюсов передаточной функции  $W(s)$  разомкнутой системы, т.е. число

корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительной действительной частью.

На рис. 3.4 в качестве примера показаны две АФЧХ разомкнутой системы, неустойчивой в разомкнутом состоянии вследствие наличия правых корней, но устойчивой в замкнутом состоянии. Характеристика 1 соответствует  $k = 1$ , а характеристика 2 – значению  $k = 2$ .

Применительно к логарифмическим характеристикам критерий устойчивости Найквиста для систем, устойчивых в разомкнутом состоянии, сводится к тому, что ЛАХ должна пересечь ось абсцисс раньше, чем фаза, спадая, окончательно перейдет за значение  $-\pi$ . Или иными словами: на частоте среза  $\omega_c$  величина фазы по абсолютному значению должна быть меньше  $\pi$ .

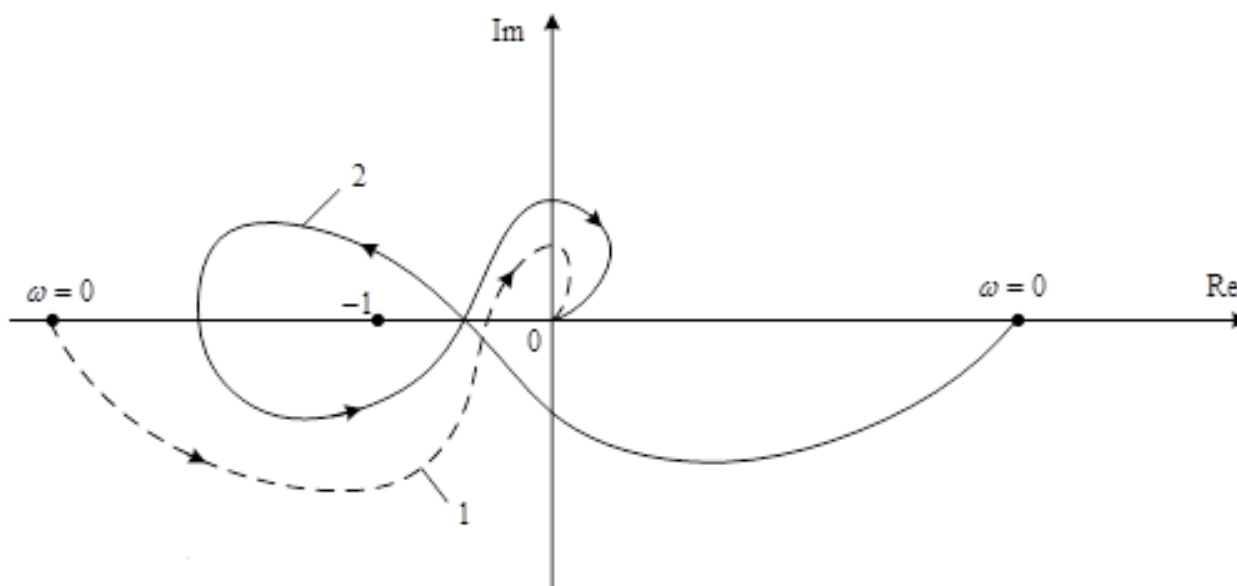


Рис. 3.4. АФЧХ систем неустойчивых в разомкнутом состоянии

Пример использования данного критерия приведён на рис. 3.5

На рисунке 3.5 изображены ЛАЧХ  $L(\omega)$  и четыре варианта ЛФХ  $\varphi(\omega)$ . В случае ЛФХ 1 и 4 замкнутая система устойчива, ЛФХ 2 соответствует нахождению замкнутой системы на границе устойчивости, ЛФХ 3 – неустойчивой замкнутой системе.

Для систем, неустойчивых в разомкнутом состоянии, требования к ЛАХ и ЛФХ в отношении устойчивости можно сформулировать, следующим образом *при положительной ЛАХ*

число пересечений ЛФХ уровня  $-\pi$  снизу вверх должно быть на  $k/2$  раз больше числа пересечений в обратном направлении.

При оценке устойчивости систем одного факта устойчивости недостаточно. Необходимо еще оценить величину *запаса устойчивости*, т.е. степени удаленности системы от границы устойчивости. Система, которая теоретически является устойчивой, но находится очень близко к границе устойчивости, практически при ее реализации может оказаться неустойчивой как вследствие неточности математического описания системы, использованного при оценке устойчивости, так и из-за изменения во времени параметров системы.

Основное распространение в качестве меры запаса устойчивости получили вытекающие из критерия Найквиста две величины – запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi$  и запас устойчивости по амплитуде  $\Delta L$ . Эти величины показаны на рис. 3.5 для системы с ЛФХ, представленной кривой 1.

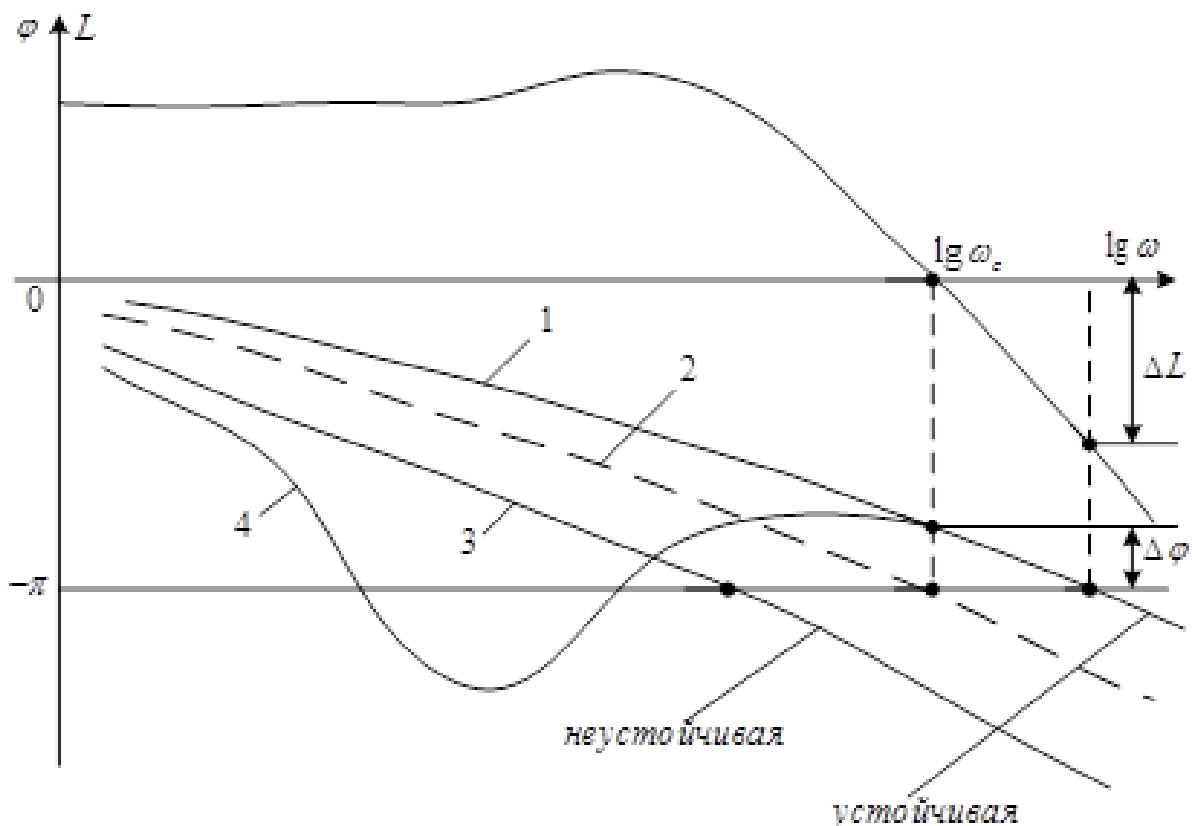


Рис. 3.5. ЛАЧХ разомкнутой системы

*Запас устойчивости по фазе* определяется величиной  $\Delta\varphi$ , на которую должно возрасти запаздывание по фазе в системе на частоте среза  $\omega_c$ , чтобы система оказалась на границе устойчивости.

Запас устойчивости по амплитуде определяется величиной  $\Delta L$  допустимого подъема ЛАХ, при котором система окажется на границе устойчивости. Таким образом, запас по амплитуде представляет собой запас по коэффициенту передачи  $k$  разомкнутой системы по отношению к его критическому по устойчивости значению.

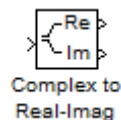
При проектировании САУ рекомендуется выбирать  $\Delta\varphi \geq 30^\circ$ , а  $\Delta L \geq 6$  дБ. Последнее соответствует примерно двойному запасу коэффициента передачи по устойчивости.

### *Блоки библиотеки Simulink, используемые лабораторной работе*

Помимо блоков, рассмотренных в работе №1 и №2, в данной работе используются следующие блоки из стандартной библиотеки:

1) *Complex to Real-Imag* – действительная и мнимая части комплексного числа

Пиктограмма:



Назначение: вычисляет действительную и (или) мнимую часть комплексного числа.

Окно задания параметров:

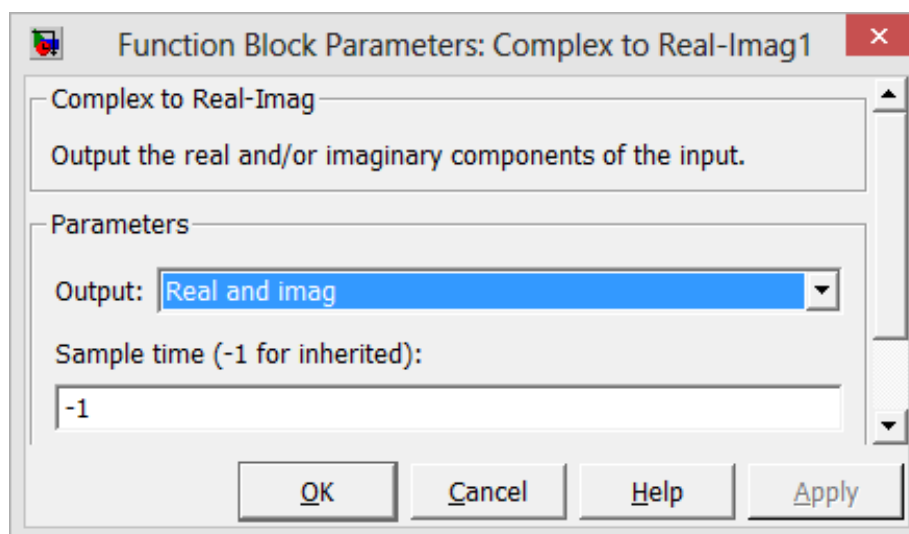



Рис. 3.6. Окно задания параметров Complex to Real-Imag

### Параметры:

- **Output** – Выходной сигнал (выбирается из списка):
  - Real** – Действительная часть
  - Image** – Мнимая часть
  - RealAndImage** – Действительная и мнимая часть.

### 2) *XY Graph* – графопостроитель

Пиктограмма: 

Назначение: строит график одного сигнала в функции другого (график вида  $Y(X)$ ).

### Окно задания параметров:

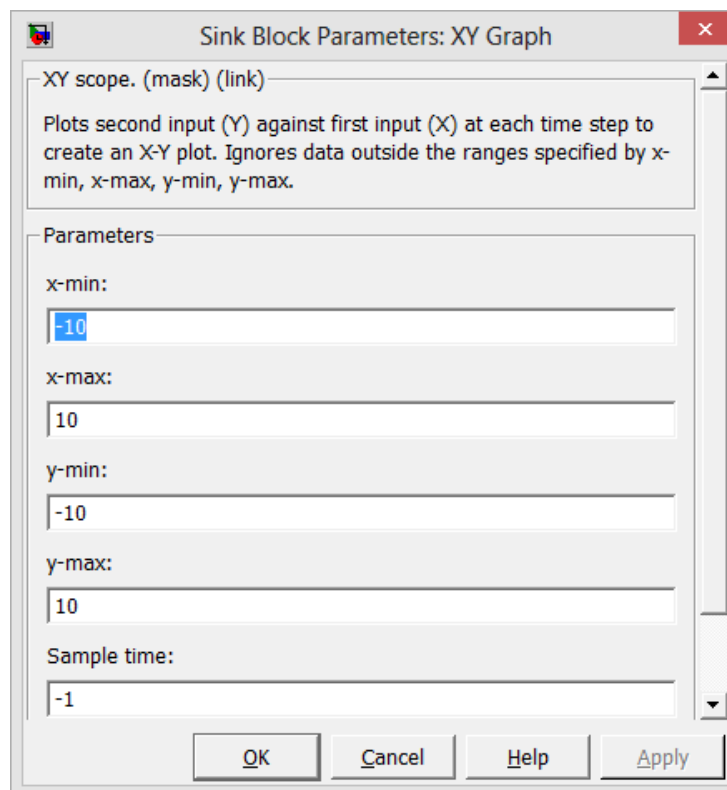


Рис. 3.7. Окно задания параметров XY Graph

### Параметры:

- **x-min** – минимальное значение сигнала по оси **X**.
- **x-max** – максимальное значение сигнала по оси **X**
- **y-min** – минимальное значение сигнала по оси **Y**.
- **y-max** – максимальное значение сигнала по оси **Y**
- **Sample time** – шаг модельного времени.

Блок имеет два входа. Верхний вход предназначен для подачи сигнала, который является аргументом ( $X$ ), нижний – для подачи значений функции ( $Y$ ).

### Экспериментальная часть

**Пункт 1.** Определите, как влияет на переходные процессы в замкнутой системе (рис .3.6) коэффициент усиления колебательного звена  $K$ . Для этого проведите эксперименты при значениях  $K$  равных 1,2 и 3. Постоянную времени колебательного звена задайте равной 0,2. Параметр колебательности  $e$  согласно варианту по таблице 3.1

Таблица №3.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение $e$	0,45	0,5	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение $e$	1	1,2	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,6

С помощью критерия Гурвица определите значение коэффициента усиления  $K^*$ , при котором замкнутая система, находится на границе устойчивости. Приведите в отчете график переходного процесса с коэффициентами усиления равными  $0,99K^*$ ,  $K^*$  и  $1,01K^*$ .

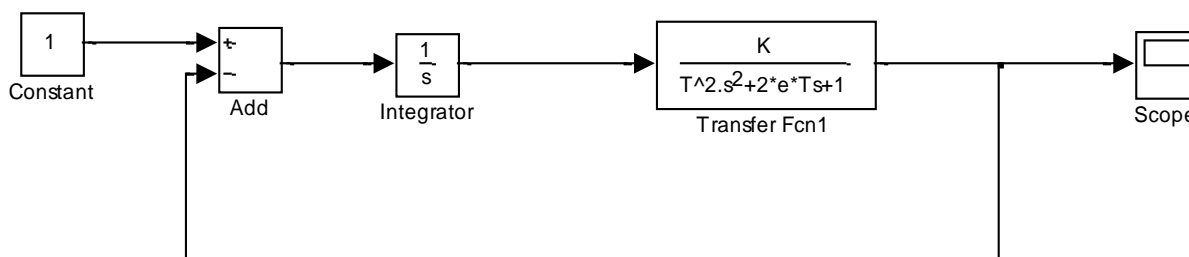


Рис. 3.6. Модель замкнутой системы с отрицательной обратной связью

**Пункт 2.** Определите как влияет постоянная времени колебательного звена  $T$  на переходные процессы в системе. Для этого проведите эксперименты при значениях  $T$  равных 0.3, 0.5 и 0.8. Коэффициент усиления  $K$  равен 1, параметр колебательности  $e$  (табл. 3.1). При необходимости увеличивайте время моделирования, чтобы график с осциллографа Scope содержал весь переходный процесс в системе.

С помощью критерия Гурвица определите значение постоянной времени  $T^*$ , при котором замкнутая система, находится на границе устойчивости. Приведите в отчете график переходного процесса с постоянными времени равными  $0,99T^*$ ,  $T^*$  и  $1,01T^*$ .

**Пункт 3.** Определите, как влияет на устойчивость системы наличие внешнего возмущающего воздействия. Для этого модифицируйте модель из предыдущего эксперимента, добавив к ней блок Constant, включенный через сумматор Add1 во внутренний контур управления (рис.3.7).

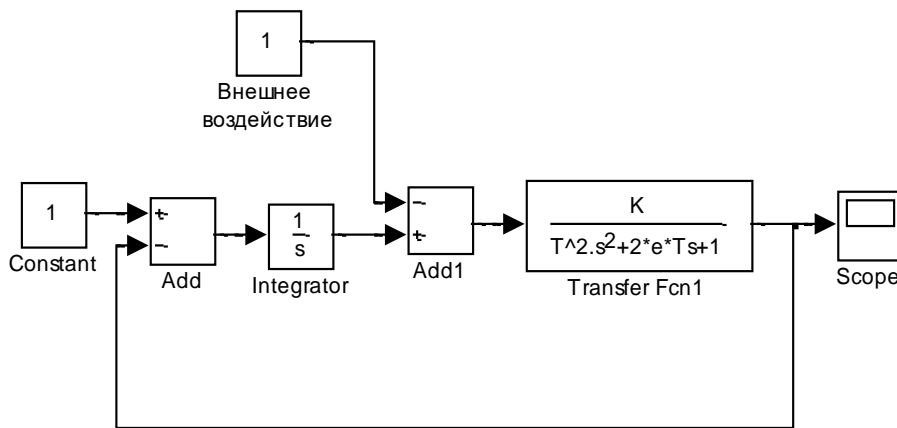


Рис. 3.6 Модель замкнутой системы с отрицательной обратной связью и внешним возмущающим воздействием

Проведите эксперименты, последовательно задавая величину внешнего возмущения равную 1, 2, 5 и 10. Параметры колебательного звена при этом  $K=1$ ,  $T=0.2$  и по таблице 3.1.

Ответ на вопрос: как влияет внешнее возмущение на устойчивость системы автоматического управления?

**Пункт 4.** С помощью критерия Найквиста определите запас устойчивости по амплитуде и фазе для замкнутой системы на рисунке 3.8

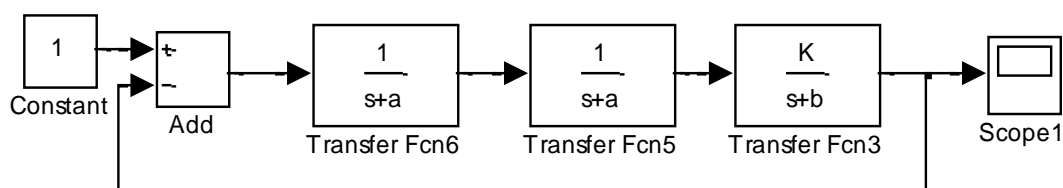


Рис. 3.8. Модель замкнутой системы с отрицательной обратной связью

Параметры схемы  $a$ ,  $b$  и  $K$  по варианту согласно таблице 3.2

Таблица №3.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение $K$	20	25	18	15	24	22	21	19
Значение $a$	1.5	2	1.5	2	2	2	3	2.5
Значение $b$	6	6	5	5	7	6	7	5
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение $K$	23	25	26	27	20	17	23	24
Значение $a$	3	4	3	5	9	7	4	5
Значение $b$	12	12	10	8	10	3.5	5	7

Для исследования запасов устойчивости указанной системы воспользуйтесь моделью, представленной на рисунке 3.9

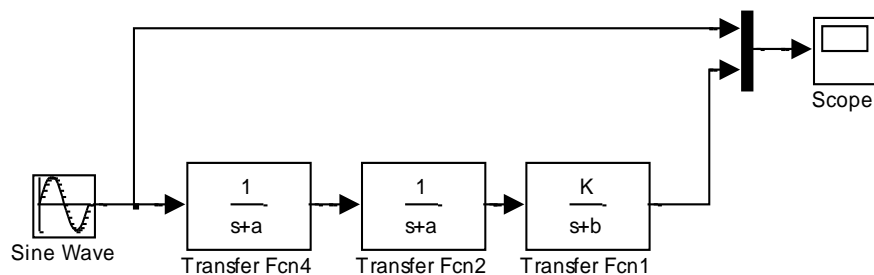


Рис. 3.9. Модель для исследования запасов устойчивости

Для измерения запаса устойчивости по фазе подайте на вход системы с помощью блока Sine Wave сигнал  $x(t) = \sin \omega t$ . Изменяя частоту входного воздействия, добейтесь того, чтобы на осциллографе Scope оба сигнала в установившемся режиме имели одинаковую амплитуду (рис. 3.10).

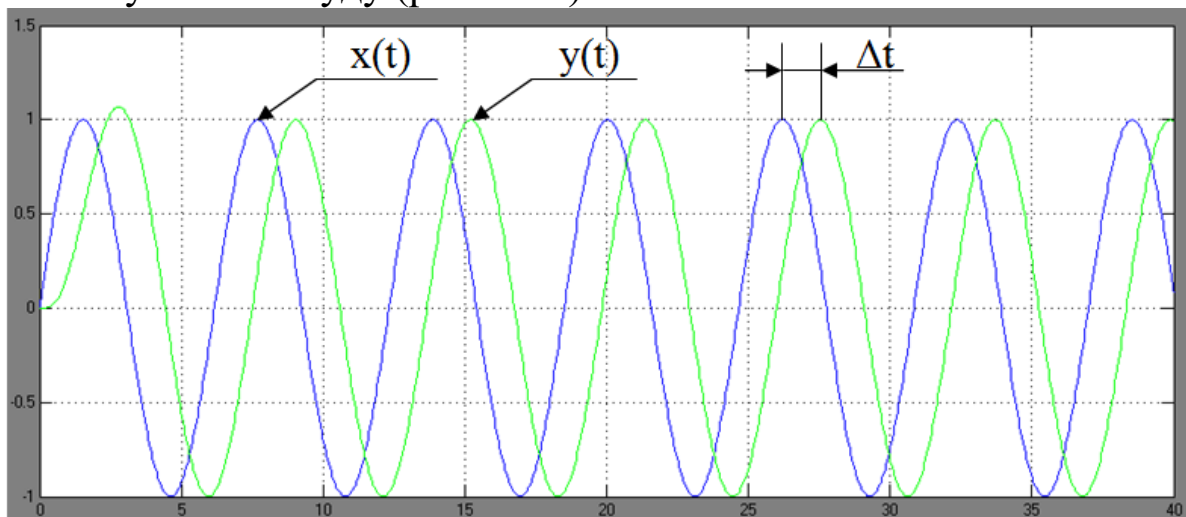


Рис. 3.10. Определение запаса устойчивости по фазе



Частота входного воздействия показанного на рис.3.10 соответствует частоте среза разомкнутой системы  $\omega_{cp}$ . Для определения запаса по фазе замкнутой системы в градусах воспользуйтесь формулой:

$$\varphi_{уст} = 180 \left( 1 - \frac{\omega_{cp} \Delta t}{\pi} \right).$$

Для измерения запаса устойчивости по амплитуде подберите такую частоту входного воздействия, чтобы сдвиг фазы входного и выходного сигнала в установившемся режиме составлял 180 градусов. При этом графики входного и выходного сигналов будут пересекать ось абсцисс в одной точке (рис.3.11).

Для определения запаса по амплитуде замкнутой системы в децибелах воспользуйтесь формулой:

$$A_{уст} = -20 \lg \left( \frac{A_{вых}}{A_{вх}} \right).$$

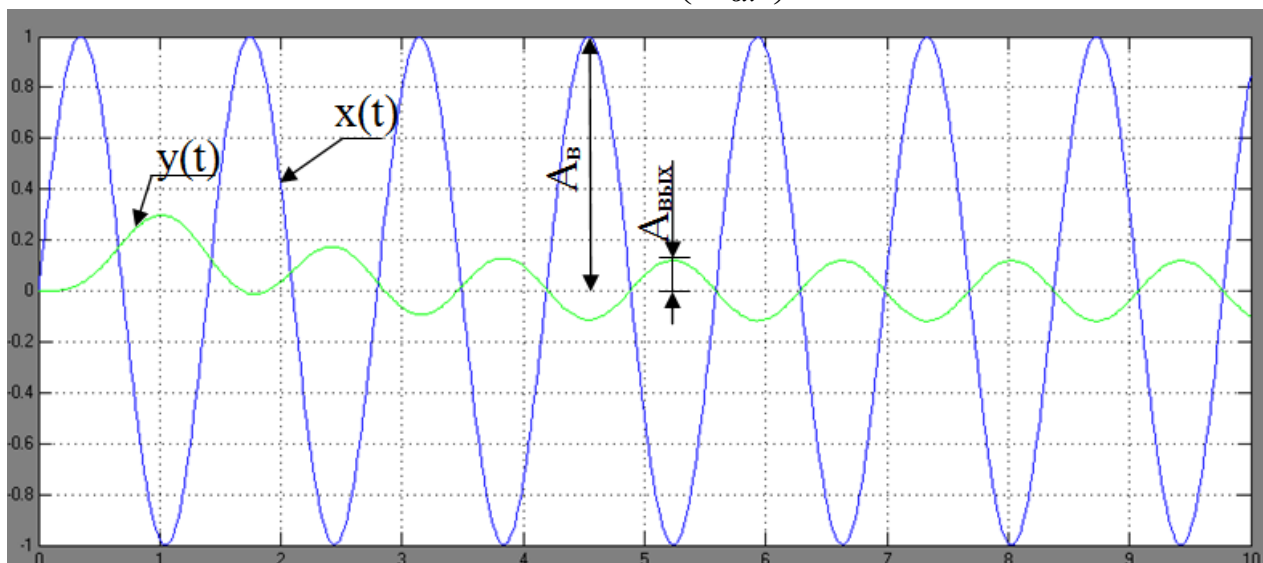


Рис. 3.11. Определение запаса устойчивости по амплитуде

Графики для определения запаса по амплитуде и фазе, исследуемой вами системы приведите в отчете. Также постройте асимптотическую ЛАЧХ разомкнутой системы с Вашими параметрами по варианту (рис.3.9).

**Пункт 5.** Постройте годограф Михайлова для системы передаточная функция, которой имеет вид

$$W(s) = \frac{K}{as^4 + bs^3 + cs^2 + ds + 1}$$

Параметры  $a, b, c, d$  и  $K$  по варианту согласно таблице 3.3

Для получения годографа Михайлова воспользуйтесь схемой моделирования на рисунке 3.12. Годограф Михайлова получается подстановкой  $j\omega$  в знаменатель передаточной функции. Роль частоты  $\omega$  в схеме на рис.3.12 играет время моделирования, получаемое с блока Clock, после умножения на мнимую единицу с помощью блока Gain получаем выражение  $j\omega$ .

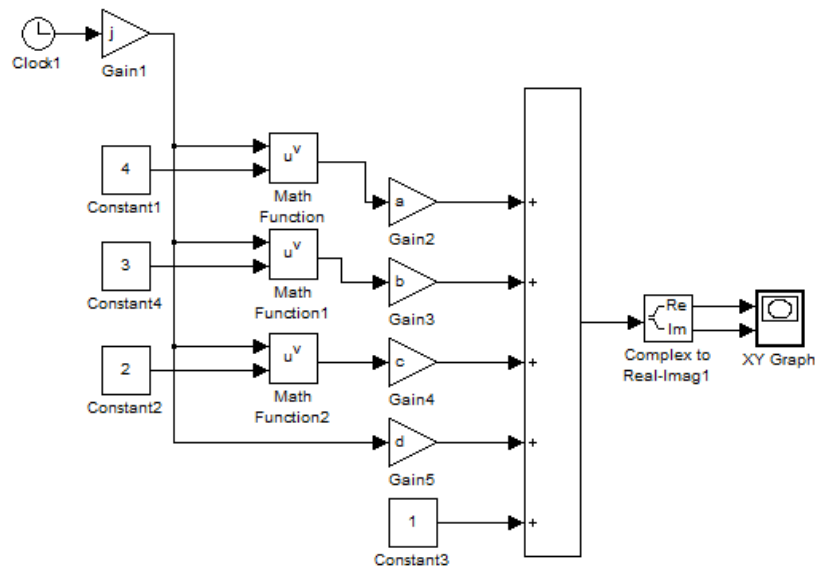


Рис. 3.12. Модель для получения годографа Михайлова

Таблица №3.3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение $K$	20	25	18	15	24	22	21	19
Значение $a$	1.5	2	1.5	2	2	2	3	2.5
Значение $b$	6	6	5	5	7	6	7	5
Значение $c$	2	1	3	4	5	8	7	9
Значение $d$	9	8	7	6	5	4	3	2
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение $K$	23	25	26	27	20	17	23	24
Значение $a$	3	4	3	5	9	7	4	5
Значение $b$	12	12	10	8	10	3.5	5	2
Значение $c$	10	1	5	6	3	4	9	10
Значение $d$	1	10	2	8	5	9	7	8

Далее это значение подставляется в характеристический полином системы. Блоки Math Function возводят  $j\omega$  в соответствующую степень, задаваемую при помощи блоков Constant. В настройках блока Math Function выбрано: Function > pow; Output signal type > complex. Коэффициенты характеристического полинома  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  задаются при помощи блоков Gain. Объединение слагаемых характеристического полинома производится при помощи блока Sum с пятью входами. Блок Complex to Real-Imag выделяет действительную и мнимую часть получившегося комплексного выражения, которые подаются на графопостроитель XY Graph.

Задайте время моделирования равное 100с. В этом случае получится годограф, соответствующий изменению частоты от 0 до 100 рад/с. При необходимости измените стандартные настройки блока XY Graph для того чтобы увеличить размер отображаемой плоскости построения.

Получив годограф Михайлова, сделайте по нему заключение об устойчивости системы. Проверьте свои выводы на модели.

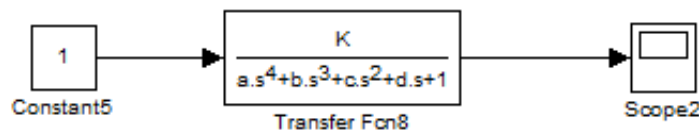
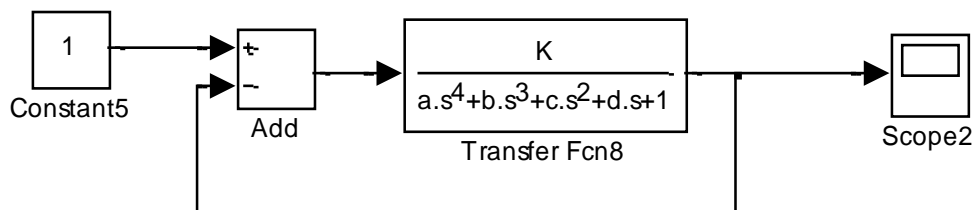


График переходного процесса приведите в отчете.

Модифицируйте схему на рис.3.13 для того, чтобы с её помощью можно было получить годограф Михайлова для следующей замкнутой системы



Получите годограф Михайлова для замкнутой системы по методике описанной выше. Сделайте по нему заключение об устойчивости системы. Свои выводы проверьте по графику переходного процесса в замкнутой системе.

## Требования к содержанию отчета по работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие элементы:

1. Титульный лист по образцу (Приложение).
2. Все графики и модели, полученные студентами при выполнении работы. Под каждым графиком необходимо указать параметры модели, при которых он был получен. Если на графике содержится более одного сигнала, необходимо сделать подписи, с какого блока получен каждый сигнал.
3. Письменные ответы на вопросы всех пунктов лабораторной работы, со ссылками на полученные в результате исследования графики, если они необходимы.

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение устойчивости для линейной системы автоматического управления.
2. Как должны располагаться корни характеристического уравнения системы на комплексной плоскости, чтобы она была устойчивой?
3. Какие системы называют нейтрально устойчивыми?
4. В каком случае система находится на границе устойчивости?
5. Сформулируйте условие, при котором система находится на границе колебательной устойчивости.
6. Сформулируйте критерии устойчивости Рауса-Гурвица.
7. Сформулируйте критерии устойчивости Михайлова
8. Сформулируйте критерии устойчивости Найквиста для систем устойчивых в разомкнутом состоянии.
9. Сформулируйте критерии устойчивости Найквиста для систем неустойчивых в разомкнутом состоянии.
10. Как определяются запасы устойчивости по амплитуде и фазе?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

### Анализ качества линейных САУ

#### Теоретическая часть

*Качество САУ* – совокупность свойств, обеспечивающих эффективное функционирование системы в целом. В свою очередь, свойства, из этой совокупности, выраженные в количественной форме, называют показателями качества САУ.

В теории автоматического управления в качестве показателей качества рассматривают только статические и динамические свойства системы, характеризующие точность поддержания управляемой величины  $y(t)$  на заданном уровне  $x_3(t)$  соответственно в установившихся и переходных режимах, т. е. характеризующие эффективность процесса управления.

Рассмотрим понятие точности системы автоматического управления. Назначение САУ заключается в поддержании равенства

$$y(t) = x_3(t)$$

при любых изменениях задающего и возмущающих воздействий. То есть САУ должна воспроизводить задающее воздействие  $x_3(t)$  и компенсировать действие возмущающих воздействий. Однако из-за инерционности объекта управления и регулятора обе эти функции выполняются САУ с погрешностью (ошибкой)

$$\varepsilon(t) = x_3(t) - x(t),$$

которая и характеризует точность САУ. Чем меньше мгновенные значения ошибки  $\varepsilon(t)$ , тем выше точность САУ.

Для одноконтурной САУ с единичной отрицательно обратной связью при отсутствии внешних возмущающих воздействий уравнение динамики в операторной форме для сигнала ошибки имеет вид

$$\varepsilon(p) = X_3(p) - X(p) = \frac{X_3(p)}{1 + W_O(p)} = \Phi_\varepsilon(p) X_3(p),$$

где  $W_O(p)$  – передаточная функция прямой цепи САУ;  $\Phi_\varepsilon(p)$  – передаточная функция ошибки.

Из полученного выражения следует, что чем больше коэффициент усиления прямой цепи САУ  $W_O(p)$ , тем меньше ошибка  $\varepsilon(p)$ , а значит и  $\varepsilon(t)$  будет меньше и в статике и в динамике.

Так как вычисление мгновенных значений ошибки  $\varepsilon(t)$  при произвольном законе изменения внешних воздействий представляет собой сложную задачу, то точность САУ принято оценивать по ошибкам в установившемся и переходном режимах работы САУ.

*Показатели качества управления САУ в установившемся режиме*

*Статическая САУ* – система, передаточная функция прямой цепи которой не содержит полюсов в точке 0. Установившееся значение ошибки в таких системах согласно теореме о предельных значениях равно

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} \varepsilon(p)p = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{X_3(p)}{1+W_o(p)} p.$$

Если задающее воздействие постоянное и равно  $x_3$ , то установившееся значение ошибки равно

$$\varepsilon_{уст} = \frac{x_3}{1+k}.$$

Если задающее воздействие в статической системе отлично от постоянного, то ошибка с течением времени неограниченно возрастает.

*Астатическая САУ* – система, передаточная функция прямой цепи которой содержит полюс в точке 0 кратности  $\nu$ . Величина  $\nu$  характеризует порядок астатизма системы. В зависимости от порядка астатизма и вида задающего воздействия ошибка в данных САУ в установившемся режиме может принимать следующие значения:

- ошибка равна нулю – если порядок астатизма системы  $\nu$  больше порядка наибольшей ненулевой производной задающего воздействия;
- ошибка равна постоянной величине – если порядок астатизма системы  $\nu$  равен порядку наибольшей ненулевой производной задающего воздействия;
- ошибка неограниченно возрастает – если порядок астатизма системы  $\nu$  меньше порядка наибольшей ненулевой производной задающего воздействия.

## Показатели качества управления САУ в переходном режиме

Точность САУ в переходном режиме оценивают при помощи прямых и косвенных показателей качества.

*Прямые показатели качества* определяют по графику переходного процесса, возникающего в системе при ступенчатом внешнем воздействии.

*Косвенные показатели качества* определяют по распределению корней характеристического уравнения или по частотным характеристикам системы.

В рамках курса лабораторных работ рассмотрим только прямые показатели качества. В САУ различают колебательный (1), апериодический (2) и монотонный (3) типовые переходные процессы (рис. 4.1).

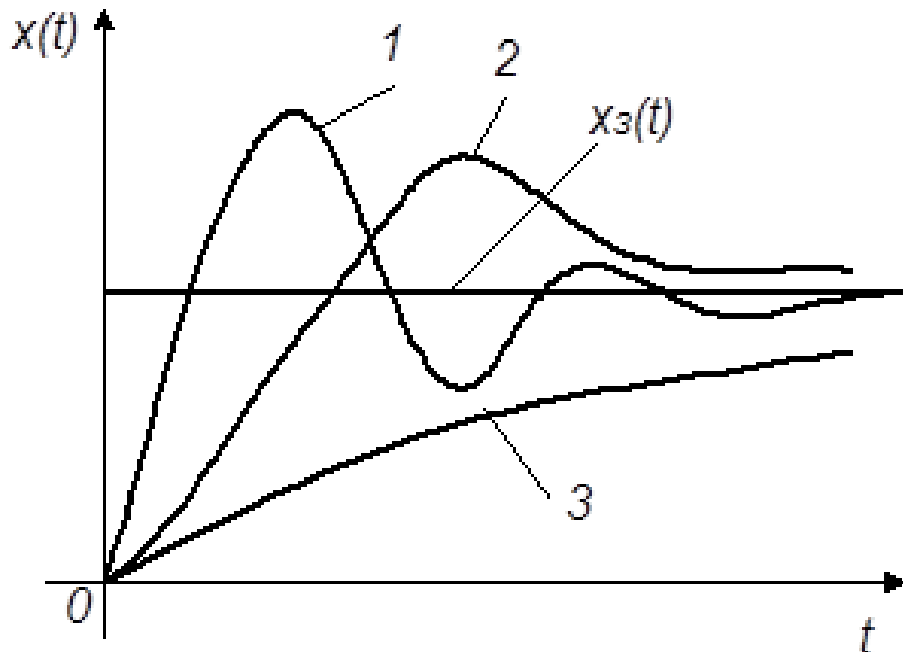


Рис. 4.1. Типовые переходные процессы в САУ

Каждый из трех типовых переходных процессов имеет свои преимущества и недостатки, и предпочтение той или иной форме процесса отдают с учетом особенностей объекта управления. Так, например, в электромеханических системах, нежелательны резкие знакопеременные усилия, и поэтому при выборе настроек САУ такими объектами стремятся к достижению апериодических и монотонных процессов.

Рассмотрим основные прямые показатели качества управления САУ применительно к одноконтурной системе регулирования с отрицательной обратной связью (рис. 4.2).

На графике переходного процесса, вызванного ступенчатым изменением задающего воздействия  $x_3(t)$  за начало отсчета для управляемой величины  $x(t)$  принято значение  $x(0)$ , которое было до подачи ступенчатого воздействия.

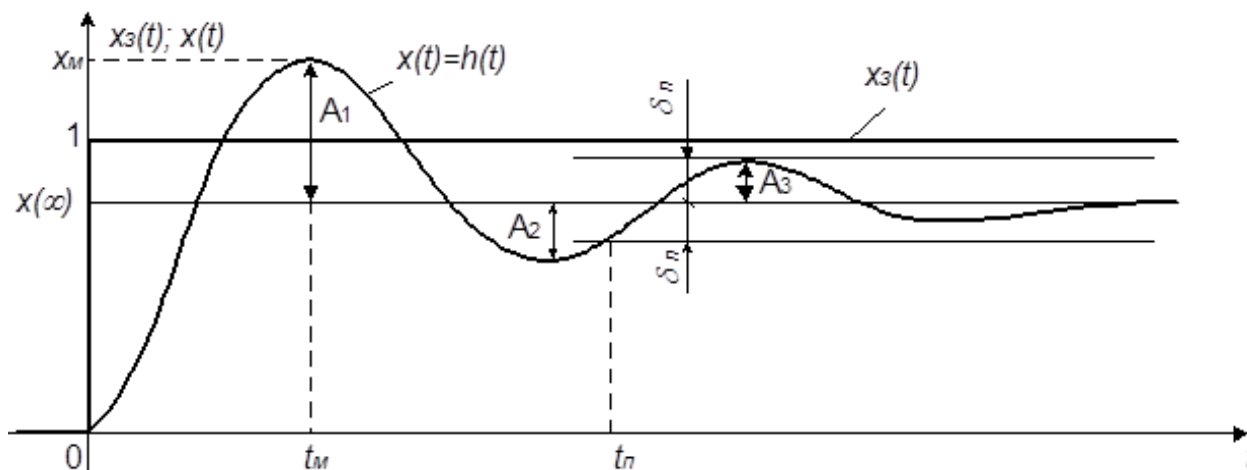


Рис. 4.2. Основные прямые показатели качества переходного процесса

На графике переходного процесса, вызванного ступенчатым изменением задающего воздействия  $x_3(t)$  за начало отсчета для управляемой величины  $x(t)$  принято значение  $x(0)$ , которое было до подачи ступенчатого воздействия.

Ознакомимся с показателями качества переходного процесса, вызванного ступенчатым изменением задающего воздействия  $x_3(t)$ .

1) Перерегулирование  $\sigma$  — величина, равная отношению первого максимального отклонения  $x_m$  управляемой величины  $x(t)$  от ее установившегося значения  $x(\infty)$  к этому установившемуся значению:

$$\sigma = \frac{x_m - x(\infty)}{x(\infty)} \cdot 100\%.$$

Качество управления считается удовлетворительным, если перерегулирование не превышает 30...40%.

2) Степень затухания

$$\psi = \frac{A_1 - A_3}{A_1} = 1 - \frac{A_3}{A_1}.$$



Интенсивность затухания колебаний в системе считается удовлетворительной, если  $\psi = 0,75 \dots 0,95$ .

3) Длительность переходного процесса (время регулирования)  $t_{\pi}$  – интервал времени от момента приложения ступенчатого воздействия до момента, после которого отклонения управляемой величины  $x(t)$  от ее нового установившегося значения  $x(\infty)$  становятся меньше некоторого заданного числа  $\delta_{\pi}$ , т. е. до момента, после которого выполняется условие  $|x(t) - x(\infty)| \leq \delta_{\pi}$ . Обычно, если величина  $\delta_{\pi}$  не оговорена отдельно её значение равно 5% от установившегося значения.

4) Колебательность  $N$  – число переходов управляемой величины  $x(t)$  через ее установившееся значение  $x(\infty)$  за время переходного процесса  $t_n$ .

### *Блоки библиотеки Simulink, используемые лабораторной работе*

Помимо блоков, рассмотренных в работе №1, №2 и №3 в данной работе используются следующие блоки из стандартной библиотеки:

1) *Ramp* – генератор линейно нарастающего сигнала

Пиктограмма:



Назначение: формирует линейный сигнал вида:

$$y(t) = \text{Slope} * t + \text{Initial value}.$$

Окно задания параметров:

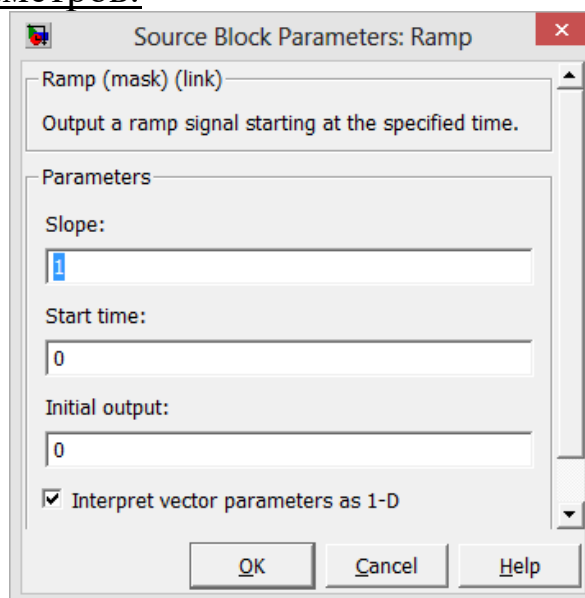


Рис. 4.3. Окно задания параметров Ramp

### Параметры:

- **Slope** – скорость изменения выходного сигнала;
- **Start time** – время начала формирования сигнала;
- **Initial value** – начальный уровень сигнала на выходе блока.

### Экспериментальная часть

**Пункт 1.** Определите, как влияет на величину установившейся ошибки  $\varepsilon_{уст}$  коэффициент усиления апериодического звена САУ (рис. 4.4), охваченного отрицательной обратной связью. Для этого проведите эксперименты при значениях  $K$  1, 2, 5 и 10. Значение постоянной времени апериодического звена по варианту таблица 4.1

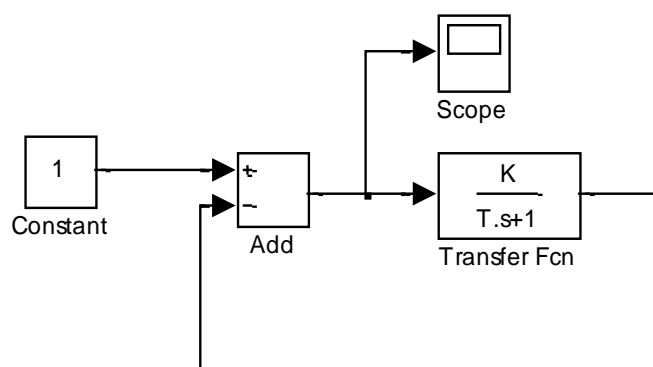


Рис. 4.4. Апериодическое звено с отрицательной обратной связью

Результаты своих экспериментов занесите в следующую таблицу

K	1	2	5	10
$\varepsilon_{уст}$				

Сделайте вывод о влиянии коэффициента усиления звена на установившиеся значение ошибки и дайте количественную оценку этого влияния.

Таблица №4.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение $T[c]$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение $T[c]$	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,9

Определите, как влияет на величину установившейся ошибки коэффициент передачи цепи обратной связи  $R$ , для этого воспользуетесь моделью приведённой на рис. 4.5.

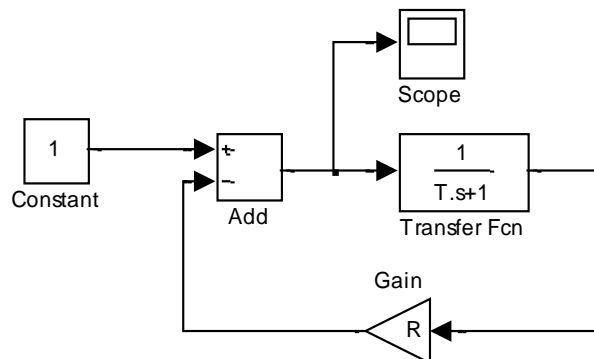


Рис. 4.5. Аperiодическое звено с неединичной отрицательной обратной связью

Проведите эксперименты при значениях коэффициента обратной связи  $K = 1; 2; 5$  и  $10$ .

Результаты наблюдения сведите в таблицу следующего вида:

$R$	1	2	5	10
$\varepsilon_{уст}$				

Сделайте вывод о влиянии коэффициента обратной связи на установившиеся значение ошибки.

**Пункт 2.** Определите, влияет ли на величину установившейся ошибки постоянная времени звена. Для этого проведите эксперимент, используя следующую модель (рис. 4.6). Зарисуйте график и запишите вывод о влиянии постоянной времени звена на установившееся значение ошибки. Постоянная времени звена  $T$  из таблицы 4.1.

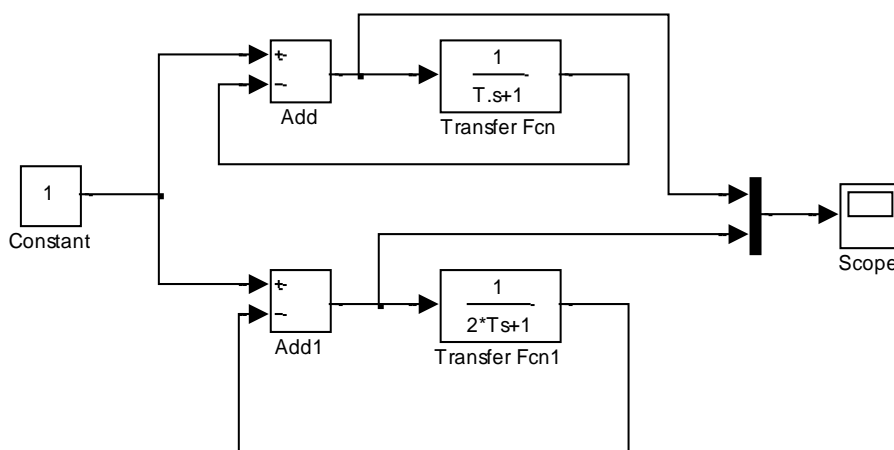


Рис. 4.6. Исследование влияния постоянной времени на установившуюся ошибку звена

**Пункт 3.** На следующей модели (рис. 4.7) добейтесь совпадения графиков на экране виртуального осциллографа. Это можно достичь, если правильно изменить свободный коэффициент  $a$  в знаменателе передаточной функции. Значение параметров схемы из таблицы 4.2. Приведите аналитическую зависимость для определения значения коэффициента  $a$ , при котором графики на выходе схемы совпадают.

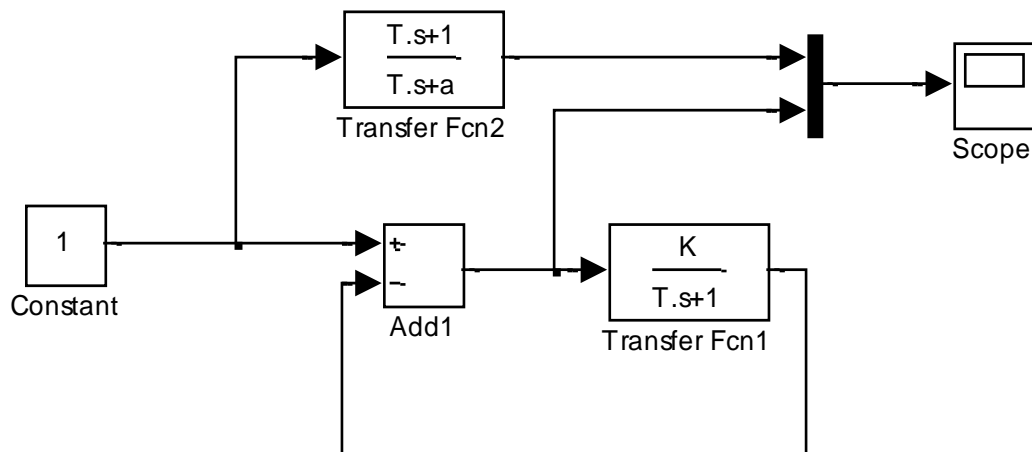


Рис. 4.7. Схема моделирования

Таблица №4.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
Значение $K$	2	4	5	6	8	10	12	15
Значение $T[с]$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
Вариант	9	10	11	12	13	14	15	16
Значение $K$	16	17	19	20	25	28	30	32
Значение $T[с]$	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,9

**Пункт 4.** Сравните изменение ошибки в статической и астатической системе при изменении коэффициента усиления колебательного звена  $K = 1; 3; 5$  и  $8$  и постоянном входном воздействии (рис. 4.8). Зарисуйте графики и объясните полученные результаты.

Смените входное воздействие в схеме на рис. 4.8 на линейно нарастающее  $x(t) = mt$  (параметр  $m$  равен номеру вашего варианта). Для этого добавьте к исходной схеме блок Ramp вместо блока Constant (рис. 4.9).

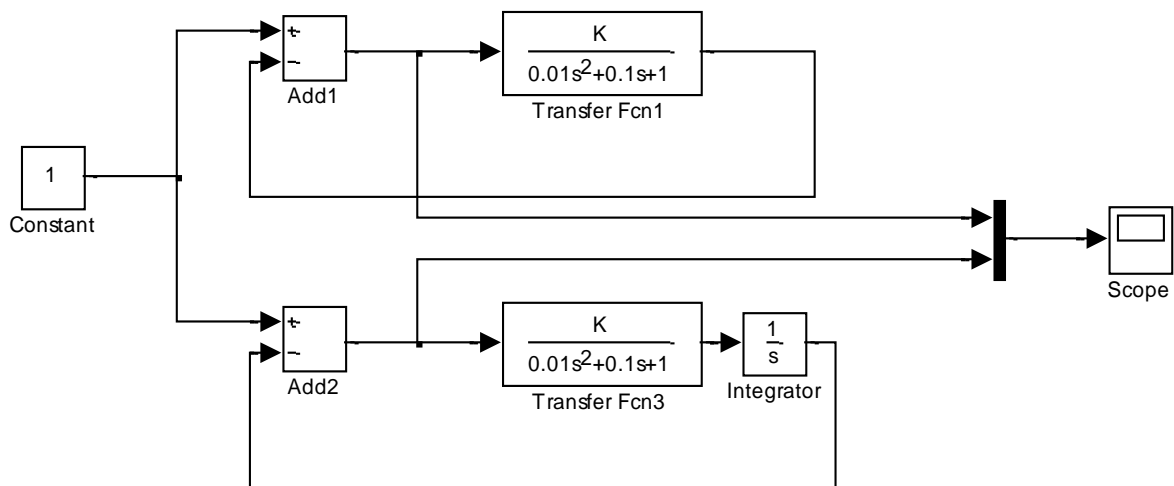


Рис. 4.8. Схема моделирования

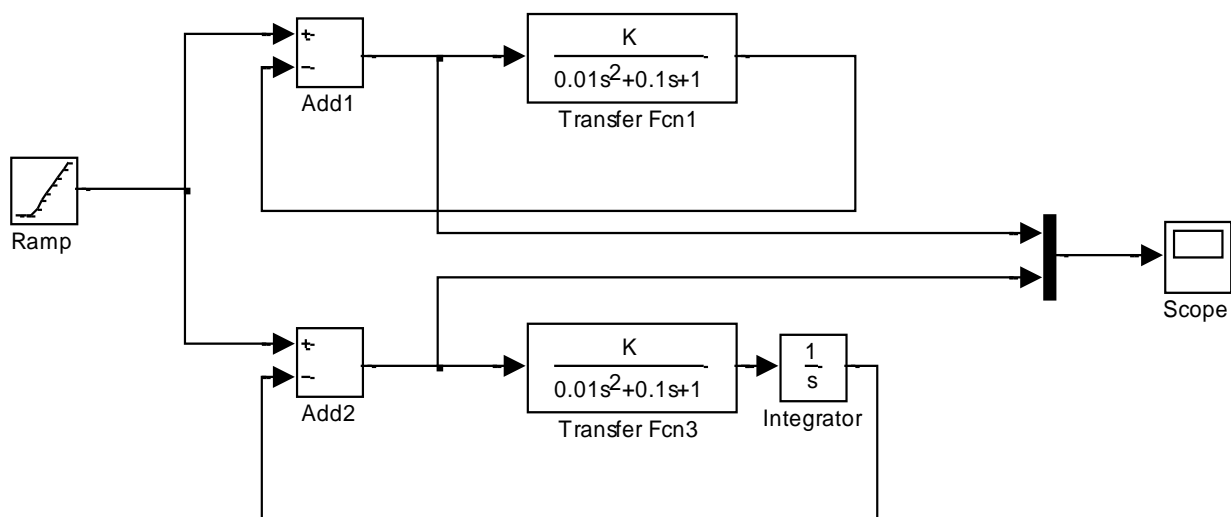


Рис. 4.9. Схема моделирования

**Пункт 5.** Определите, как влияет на величину установившейся ошибки в следующей САУ (рис. 4.10) при действии внешнего возмущения коэффициент усиления прямого тракта  $K$ , а также коэффициент обратной связи  $R$ . Для этого сначала при  $R=1$  проведите последовательно эксперименты для  $K = 1; 5; 10; 20; 30$ ; полученные графики зарисуйте. Затем при фиксированном  $K$  проведите эксперименты для  $R = 1; 5; 10$ . Сделайте выводы.

Результаты наблюдения сведите в таблицы следующего вида:

$R=1$

$K$	1	5	10	20	30
$\varepsilon_{уст}$					

R=5

K	1	5	10	20	30
$\varepsilon_{уст}$					

R=10

K	1	5	10	20	30
$\varepsilon_{уст}$					

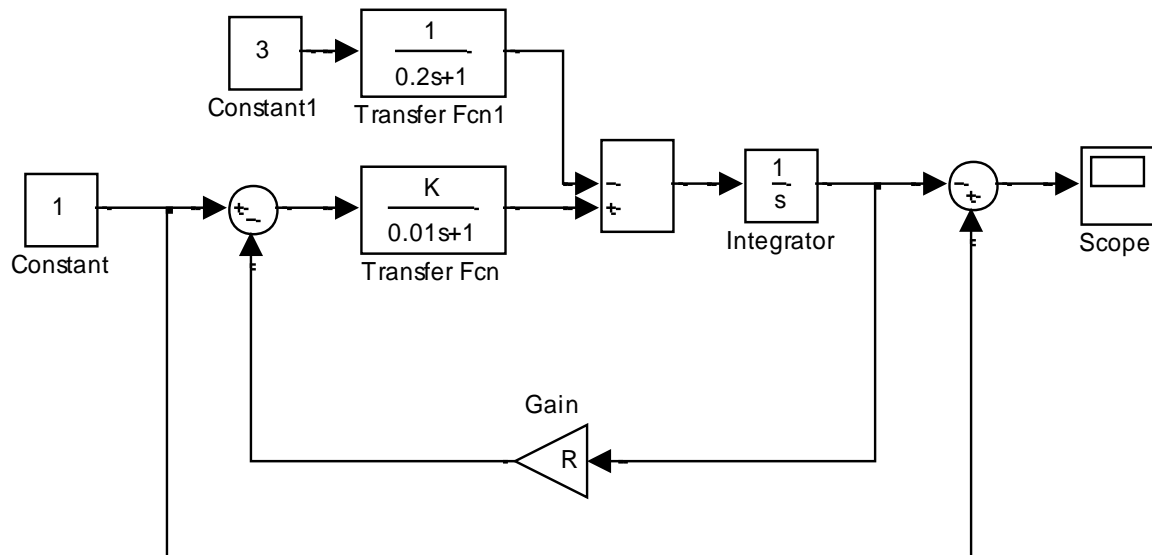


Рис.4.10. Модель для исследования

### Требования к содержанию отчета по работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие элементы:

1. Титульный лист по образцу (Приложение).
2. Все графики и модели, полученные студентами при выполнении работы. Под каждым графиком необходимо указать параметры модели, при которых он был получен. Если на графике содержится более одного сигнала, необходимо сделать подписи, с какого блока получен каждый сигнал.
3. Письменные ответы на вопросы всех пунктов лабораторной работы, со ссылками на полученные в результате исследования графики, если они необходимы.

### Контрольные вопросы

1. Какие критерии рассматриваются в качестве показателей качества САУ в теории автоматического управления?
2. Запишите передаточную функцию ошибки для одноконтурной САУ с единичной отрицательной обратной связью.
3. Сформулируйте определение статической САУ.
4. Как определяется порядок астатизма САУ?
5. Чем прямые показатели качества отличаются от косвенных?
6. Какие виды типовых переходных процессов вы знаете?
7. Как определяется перерегулирование?
8. Как определяется степень затухания переходного процесса?
9. Как определяется время регулирования?
10. Как определяется колебательность переходного процесса?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

*Для изучения теоретических основ лабораторного курса:*

1. Теория автоматического управления. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления/ Под ред. А.А.Воронова. – М.: Высшая школа, 1986. —367с.
2. Душин С.Е., Зотов Н.С., Имаев Д.Х. и др. Теория автоматического управления. Учеб. для вузов под ред. В. Б. Яковлева. – М.: Высшая школа, 2012. — 567 с.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учеб. в 3-х т. Т.1 /Под. ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. — 742с.

*Для углубленного изучения особенностей программного пакета  
MATLAB:*

1. Черных И.В., SIMULINK среда инженерных приложений: Диалог – Мифи, 2004. — 248с.
2. Герман-Галкин С.Г. Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК СПб.: КОРОНА-Век, 2008. — 368 с.
3. И. Ануфриев MATLAB 7.0. Наиболее полное руководство СПб.: БХВ-Петербург, 2005.—1104 с.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

Образец оформления титульного листа отчёта по лабораторной работе

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Московский государственный технологический университет**  
**«СТАНКИН»**

Кафедра робототехники и мехатроники

Дисциплина: «Теория автоматического управления»

### **ОТЧЁТ** **по лабораторной работе на тему:**

« \_\_\_\_\_ »

Выполнил

студент группы \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(дата)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(ФИО)

Проверил

преподаватель \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(дата)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(ФИО)

Москва 20\_\_ г.

Учебное издание

Составитель:  
**Буйнов Максим Александрович**

Теория автоматического управления

Методические указания к выполнению лабораторных работ