

Списки содержания доступны на [ScienceDirect](#)

Робототехника и автономные системы

Домашняя страница журнала: www.elsevier.com/locate/robot

Кинематическое моделирование и управление роботизированной рукой с использованием блока двойных кватернионов

Эрол Озгюр ^{а, *}, Юсеф Мезуар ^б^а Университет Оверни, Франция^б Университет Блеза Паскаля, Франция

Основные моменты

- Кинематическое моделирование и управление позой роботизированного оружия с несколькими степенями свободы.
- Компактная и простая формулировка.
- Использование единичных двойных кватернионов и его алгебры.

articleinfo

История статьи:

Получено 15 сентября 2015 г. Принято 9 декабря 2015 г. Доступно в сети 17 декабря 2015 г.

Ключевые слова:

Двойной кватернионный манипулятор Kinematics Control

Абстрактные

Эта статья использует теорию винтов, выраженную через единичное двойное кватернионное представление и ее алгебру, чтобы сформулировать как **прямое (положение + скорость) кинематика и позы управления n -DOF рука робота эффективным способом**. Эффективность заключается в меньшем использовании компьютерной памяти, в быстром вычислении уравнений, в представлении пространства задач без особенностей, в устойчивости к числовым ошибкам и в компактности представлений. Формулировка проста, интуитивно понятна и проста в реализации. Мы подтвердили эту формулировку экспериментально на руке робота с 7 степенями свободы.

© 2015 Elsevier BV Все права защищены.

1. Введение

Единичный двойной кватернионный (UDQ) представление позы (позиция + ориентация) получила большое внимание сообщества робототехники как для кинематического моделирования, так и для целей управления [1–8] недавно, хотя его эффективность хранения и вычислений над матрицей однородного преобразования (НТМ) была известна уже более двух десятилетий [9 , 10]. Исследование в [11] показывает превосходную производительность UDQ по сравнению с НТМ при кинематическом моделировании n -DOF рука робота, а недавно в [12] для пропорционального управления. Другими привлекательными преимуществами UDQ являются беспрепятственное представление евклидова пространства, устойчивость к числовым ошибкам и компактность представления. UDQ также эффективно используется в компьютерной графике [13], в автоматизированном проектировании [14], в компьютерном зрении [15], в навигации [16] и так далее.

Наиболее известный метод кинематики роботов основан на нотациях Денавита и Хартенберга (DH) [17] и однородное преобразование точек через НТМ [18]. Так

далеко все существующие работы [4–6 , 11] Моделирование кинематики роботов с помощью UDQ продолжает следовать подходу DH. Мы думаем, что DH тратит некоторую часть UDQ, так как первый дизайн DH основан на точечных преобразованиях с НТМ.

В этой статье для кинематического моделирования мы использовали подход теории винтов, основанный на преобразованиях линий, представленных в [19], и мы адаптировали его к единичному двойному кватернионному представлению и его алгебре, поскольку UDQ был найден как наиболее компактный и эффективный способ выражения смещения винта [9 , 10]. Для целей кинематического управления мы использовали логарифм единицы измерения двойного кватерниона в качестве обобщенного закона пропорционального управления, впервые введенного в [1] и мы также проанализировали его глобальную стабильность с точки зрения диапазонов значений винтовых параметров. Определение ошибки позы между двумя единичными позными двойными кватернионами должно выполняться с помощью оператора умножения алгебры двойных кватернионов, а не с помощью оператора вычитания, как это делается в [5 , 6], что не правильно (хотя стабильность закона о контроле доказана). Некоторые недавние работы [7 , 8] использовали UDQ для разработки устойчивых законов управления и для гибкого моделирования кооперативных пространств задач, передавая \mathbb{R}^6 многообразие для получения недостающего коммутативного свойства обратно через операторы Гамильтона (8×8 матриц), однако оставляя вычислительные преимущества алгебры UDQ. Можно также подумать, чтобы использовать Родригес

* Корреспондент автора.

Адрес электронной почты: erol.ozgur@udamail.fr (Э. Озгюр).

Таблица 1

Требования к стоимости для различных представлений о преобразовании твердого тела. Представление

	Место хранения	Умножения и дополнения	
HTM	12	64 ×	48+
UDQwH	8	64 ×	56+
TAA	7	43 ×	26+
UDQ	8	48 ×	40+

эффективная формула вращения через позу твердого тела, представленную трехмерным вектором перемещения и четырехмерным вектором вращения с параметрами оси-угла Родрига. Мы здесь называем это представление как TAA. Отметим, что TAA имеет особенность. Всякий раз, когда результирующий угол в TAA равен нулю, осевая часть представления вращения не определена [20]. Таблица 1 перечислены требования к хранению и вычислительным затратам для преобразования твердого тела в 4 различных представлениях: матрицы однородного преобразования (HTM), единичные двойные кватернионы с операторами Гамильтона (UDQwH), поза с параметрами Родригеса (TAA) и единичные двойные кватернионы (UDQ). Хотя TAA требуется меньше места для хранения, отметим, что для него требуется 7 тригонометрических функций и 1 вычисление функции с квадратным корнем. Более того, перечисленные в Таблица 1, TAA также не хватает эффективной алгебры.

Эта статья эффективно объединяет все преимущества теории винтов, основанной на UDQ и ее алгебре для кинематического моделирования, и позволяет управлять роботом-манипулятором и экспериментально проверяет его. Каждая соответствующая работа в рецензируемой литературе каким-то образом упускает один момент, объединяя все это вместе, как это обсуждалось выше. Затем мы перечислим вклад этой статьи следующим образом:

- Все преимущества (т.е. компактность, хранение, вычислительная эффективность и т.д.) единичного двойного кватернионного представления и его алгебры.
- Кинематика прямого положения (FPK), впервые, записывается в двойном пространстве с формулой экспоненты (РОЕ) формулы винтовой теории, заменяя матричные экспоненты единичными двойными кватернионами. Все выражено в единой системе отсчета (т.е. робот дома кадр). Это делает FPK более простым и интуитивно понятным. Следствием этой формулировки является то, что вычисление робота Якобиана является простым и быстрым.
- Проблемы кинематического моделирования и управления позой манипулятора робота решаются компактно с меньшим количеством арифметических операций и требований к хранению, чем у многих существующих подходов, предложенных в литературе по робототехнике.
- Корректность предложенных подходов кинематического моделирования и управления подтверждена экспериментально на манипуляторе с 7 степенями свободы.
- Все переменные и уравнения объясняются четко и без какой-либо двусмысленности. То есть, например, переменная позы точно указывается, в каком кадре она определена и в каком кадре она выражена. Документ также самодостаточен, так что можно реализовать все, что представлено здесь, без поиска какой-либо другой соответствующей справки или книги.

Остальная часть статьи идет следующим образом: Раздел 2 объясняет позу (позиция + ориентация) представление конечного эффектора, прямого положения и кинематики скорости робота; Раздел 3

сначала определяется ошибка позы, затем предлагается закон управления для регулирования этой ошибки позы и, наконец, анализируется стабильность предлагаемого закона управления; Раздел 4 экспериментально проверяет предложенную теорию кинематического моделирования и управления на руке робота Кука 7 степеней свободы; наконец раздел 5 завершает работу

Также отметим, что для лучшего понимания статьи читатель может [аппендикс](#) для получения дополнительной информации о кватернионах, двойных числах и двойных кватернионах.

2. Кинематическое моделирование

2.1. Представление представления

Мы представляем положение и ориентацию конечного эффектора руки робота с единичным двойным кватернионом [13, 15, 21]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \exp \left(\frac{\hat{\theta}}{2} \mathbf{s} \right) \text{ знак равно } \cos \frac{\hat{\theta}}{2} + \hat{\mathbf{s}} \sin \frac{\hat{\theta}}{2} \quad (1)$$

где $\hat{\theta} \in \mathbb{D}$ а также $\hat{\mathbf{s}} \in \mathbb{D}^{3 \times 1}$ соответственно двойной угол и единичный двоенный вектор направленной трехмерной линии:

$$\hat{\theta} = \theta + \varepsilon d, \quad \hat{\mathbf{s}} = \ell + \varepsilon \mathbf{m}, \quad \varepsilon^2 = 0, \quad \varepsilon \text{ знак равно } 0. \quad (2)$$

Выше, $\{\theta, d, \ell, \mathbf{m}\}$ параметры смещения винта. θ угол поворота вокруг оси винта, d это перевод по той же винтовой оси, ℓ является вектором направления единицы этой винтовой оси, и

\mathbf{m} является вектором момента этой винтовой оси, вычисленным относительно начала домашнего каркаса манипулятора робота. Eq. (1) можно переписать в терминах кватернионной пары следующим образом:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{d} \mathbf{q} \cdot \varepsilon \mathbf{Q} \tau \quad (3)$$

где \mathbf{Q} единичный кватернион для вращения и \mathbf{Q} является кватернионом для перевода. Эти кватернионы вращения и перемещения могут быть записаны с известными параметрами смещения винта [15] как показано ниже:

$$\mathbf{Q}_p = \cos \frac{\theta}{2}, \quad \ell \sin \frac{\theta}{2} \quad (4)$$

$$\mathbf{Q}_t = -d \frac{\theta}{2 \sin \theta} \cos \frac{\theta}{2}, \quad \ell d \frac{\theta}{2 \cos \theta} + \mathbf{m} \sin \frac{\theta}{2} \quad (5)$$

Это представление компактно, быстро, устойчиво и не имеет особенностей [9, 10].

2.2. Кинематика прямого положения

Мы отмечаем здесь текущие совместные ценности робота с

$$\underline{\hat{\theta}} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \dots, \hat{\theta}_n] \tau \in \mathbb{D}^{n \times 1}$$

и его домашняя конфигурация с $\hat{\theta}_0 \in \mathbb{D}^{n \times 1}$. Тогда для простоты

вычислений, сначала мы перемещаем руку к $\hat{\theta}_0$ а затем мы размещаем руку дома кадр a_0 на конец рукоятки a . Таким образом, относительная поза между рукой дома кадр a_0 и рамка рукоятки endeffector является единичным двойным кватернионом, $\hat{\theta}$

$$1, \text{ пока } \hat{\theta} = \hat{\theta}_0$$

Позволяет быть единым двойным кватернионом, который либо вращается, либо переводит (или оба) кадр-эффектор о я ось винтового соединения, а остальные соединения заблокированы.

Другими словами, каждый из этих единиц двойных кватернионов $\hat{\delta}_i$ представляет собой относительное смещение концевой эффекторной рамы из совместная конфигурация дома $\hat{\theta}_{a_0}$. Тогда для любого отклонения от В исходной конфигурации позу конечного эффектора руки робота можно рассчитать, умножив все эти единицы на двойные кватернионы последовательных смещений составов:

$$a_0 \hat{\theta}_{a_0} \hat{\delta}_{a_0} \hat{\delta}_{1,a_0} \hat{\delta}_{2,a_0} \hat{\delta}_{3,a_0} \dots \hat{\delta}_n \quad (6)$$

Результирующая единица двойного кватерниона, $a_0 \hat{\theta}$ Икс a_0 представляет собой новое предложение рамы торцевое эффектора руки в отношении a_0 выражено в a_0 .

Порядок умножения единичных двойных кватернионов важен. Должно быть написано последовательно справа налево

1 Два сустава имеют одинаковую ось для вращения и перемещения.

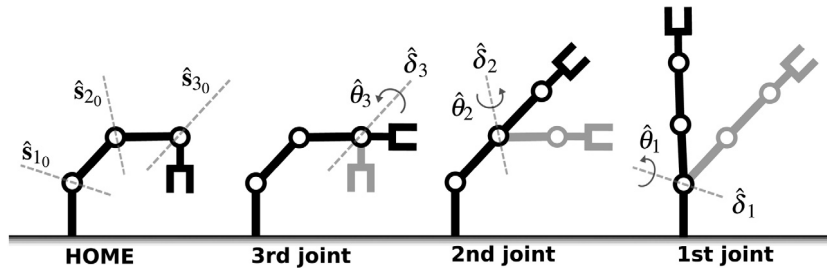


Рисунок 1. Простая иллюстрация того, как кинематика переднего положения применяется к манипулятору робота с 3 степенями свободы.

начиная с последнего сустава (т.е. ближайший к конечному эффектору,

например, Вот $\hat{\delta}_n$ к первому суставу (т.е. ближайший к базе роботов, например, Вот $\hat{\delta}_1$).

Отныне в этом разделе, если не указано иное, все переменные выражены в домашней рамке робота. a_0 .

Для того, чтобы вычислить (6) Выражаем единицу двойного кватерниона $\hat{\delta}_n$ как следующим образом:

$$\hat{\delta}_n = \exp \left(\frac{\hat{\theta}_n}{2} \mathbf{s}_{n0} \right) \quad (7)$$

где двойной угол $\hat{\theta}_n$ родственный Совместное перемещение по отношению к домашнему совместному положению:

$$\hat{\theta}_n = \mathbf{1} \theta_n \mathbf{1} \quad (8)$$

Если сустав является революционным, то $\hat{\theta}_n = \mathbf{1} \theta_n \mathbf{1}$. Если сустав призматический, то

$\hat{\theta}_n = \mathbf{1} d_n \mathbf{1}$. Блок двойной вектор $\hat{\theta}_n$ представляет собой совместный винт ось, рассчитанная в исходной конфигурации по координатам линии Плюккера:

$$\hat{\mathbf{s}}_{n0} = \mathbf{L}_{n0} \mathbf{E} \mathbf{M}_{n0} \quad (9)$$

с участием \mathbf{L}_{n0} единичный вектор, показывающий направление оси соединения, и с \mathbf{M}_{n0} вектор момента этой совместной оси относительно начала домашнего кадра:

$$\mathbf{M}_{n0} = \mathbf{P}_{n0} \times \mathbf{L}_{n0} \quad (10)$$

Вот, \mathbf{P}_{n0} является вектором положения от начала домашнего кадра до любой точки, лежащей на оси соединения (например, вычисляемая совместная центральная позиция в домашней конфигурации). Таким образом, $\hat{\delta}_n$ является функцией

измеримая относительная стоимость суставов $\hat{\theta}_n$ и известный $\{\mathbf{P}_{n0}, \mathbf{L}_{n0}\}$ дома

конфигурации. Конфигурация дома $\hat{\theta}_0$ можно выбрать так, чтобы

\mathbf{P}_{n0} а также \mathbf{L}_{n0} просто писать. рисунок 1 иллюстрирует, как переднее положение кинематики наносится постепенно на 3 степенями свободы руки робота. В

рисунок 1. Форма самого левого робота выбран в качестве домашней конфигурации, и мы хотим, чтобы найти самый правый конец робота-эффектор позе относительно робота конечных эффекторных создают дома конфигурации. Для этого мы сначала вычисляем совместные перемещения, а затем применить единичные двоянные кватернионные преобразования этих смещений последовательно, начиная с последним соединением к первому суставу.

Анализ цен. n -степенями свободы руки робота, который использует (6) вычислить его вперед кинематику позиции, необходимо:

$$\text{Стоимость } (n) = [(n-1), (N-1), n] \quad (11)$$

операций умножения и сложения и память с плавающей точкой единицы. Например, 6-степени свободы рука робота нуждается 240 × и 200 + ор- ражений и 48 в блоки памяти, чтобы вычислить ее вперед кинематику позиции.

Если бы мы использовали Denavit-Хартенберг подход для вычисления позиции вперед кинематики n -степенями свободы руки робота с помощью блока двойного кватернионов, то мы должны были бы по крайней мере 3 n [48 ×, 40+, 8 в] more multiplication и аддитивных операций и памяти с плавающей точкой единиц, чем (11),

2.3. Вперед кинематика скорости

Рука робота якобиан относится скорости совместных движений к скорости конечного эффектора Поза:

$${}^{a_0} \hat{\xi}_{a_0 a} = {}^{a_0} \hat{\mathbf{J}} \cdot \underline{\underline{\theta}} \quad (12)$$

где ${}^{a_0} \hat{\xi}_{a_0 a} = \omega + \varepsilon v \in \mathbb{D}^{3 \times 1}$ является двойной объемная скорость поворот концевой эффектора-кадра по отношению к домашней раме a_0 выраженное в роботе домашней раме a_0 . Выше v скорости поступательных и ω это вектор скорости вращения. Матрица ${}^{a_0} \hat{\mathbf{J}} \in \mathbb{D}^{3 \times n}$

является сопряженным пространством якобиан руки робота выражается в домашней раме a_0 . Двойственное пространство якобиан ${}^{a_0} \hat{\mathbf{J}}$ не что иное, как единичные двойные векторов совместных винтовых осей:

$${}^{a_0} \hat{\mathbf{J}} = {}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_1 \quad {}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_2 \quad {}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_3 \quad \dots \quad {}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_n \quad (13)$$

где блок двойной вектор ${}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_j$ \mathbf{s}_j выраженное в роботе домашней раме a_0 canbe вычисляется fromits известных значений ${}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_j$ \mathbf{s}_j дома конфигурации приведены в (9) как:

$${}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_j = {}^{a_0} \hat{\delta}_{a_0(j-1)} {}^{a_0} \hat{\mathbf{s}}_{j0} {}^{a_0} \hat{\delta}_{a_0(j-1)}^+ \quad (14)$$

где ${}^{a_0} \hat{\delta}_{a_0(j-1)}$ представляет собой суммарный эффект смещения предыдущего $j-1$ на суставы j и ось сустава винта:

$${}^{a_0} \hat{\delta}_{a_0(j-1)} = {}^{a_0} \hat{\delta}_1 {}^{a_0} \hat{\delta}_2 \dots {}^{a_0} \hat{\delta}_{(j-1)} \quad (15)$$

В (14) Оператор $(\cdot)^+$ представляет собой классические кватернионы конъюгата связанного двойного кватерниона. Он используется либо для преобразования строки [15] Или вычислить обратные единичную позу двойного кватерниона. Следует также отметить, что в (14), если $j=1$, то ${}^{a_0} \hat{\delta}_{a_0(j-1)} = {}^{a_0} \hat{\delta}_1$.

Анализ цен. n -степенями свободы руки робота, который использует (13) вычислить его якобиан через (14), Необходимо:

$$\text{Стоимость } (n) = 2(n-1) \quad (16)$$

операций умножения и сложения. Например, 6-степенями свободы манипулятора нуждается 480 × и 400+ операции для вычисления его якобиан.

Матрица-вектор форма представления. Для вычисления кинематики обратной скорости, можно переписать (12) в терминах действительных чисел, а не двойственных чисел, и положить его в матрично-векторной форме, как показано ниже:

$${}^{a_0} \hat{\xi}_{a_0 a} = \omega + \varepsilon v \quad \text{знак равно} \quad \frac{\underline{\underline{\theta}}}{\underline{\underline{d}}} \quad (17)$$

где $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, $\underline{\underline{\theta}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ а также $\underline{\underline{d}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ следующие:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_3 \quad \dots \quad \mathbf{L}_n \quad (18)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_3 \quad \dots \quad \mathbf{M}_n$$

$$\underline{\underline{\theta}} = \theta_1 \theta_2 \theta_3 \quad \dots \quad \theta_n \quad (19)$$

$$\underline{\underline{d}} = d_1 d_2 d_3 \quad \dots \quad d_n$$

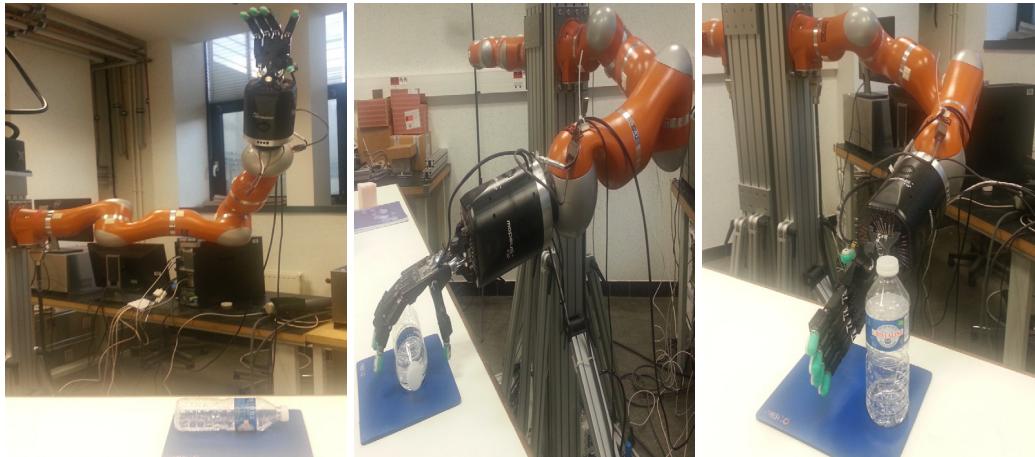


Рис. 2. Первоначальная конфигурация робота Armand бутылки (слева). Желаемая достигаемая поза руки робота, чтобы схватить бутылку (средний). Желательно исправить положение бутылки после захвата и оставляя его на стол (справа).

Обратите внимание, что для 6-степеней свободы руки робота, который состоит только из кнizu суставов, уравнения (17) дает хорошо известную структуру робота якобиану:

$$\dot{\xi}_{\text{до}} = \omega \cdot U \cdot \text{знак равно} \cdot \begin{matrix} \ell_1 & \dots & \ell_6 \\ M_1 & M_2 & \dots & M_6 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_6 \end{matrix} \quad (20)$$

Теперь можно использовать линейные алгоритмы алгебры на (17) решить для совместных движений.

3. Контроль Кинематического

3.1. End-эффектор создает ошибку

Определим блок ошибки двойного кватернионов, \hat{e} , как разница между текущим рабочим органом в позе и желаемая КОНЕЦ эффектор поза на $\mathcal{A}0$ домашнем кадре $\mathcal{A}0$:

$$\hat{e} = \mathcal{A}0 \cdot \text{ИКС}_{\mathcal{A}0 \mathcal{A}0} \cdot \text{ИКС}_{\mathcal{A}0 \mathcal{A}0} \quad (21)$$

где $\mathcal{A}0 \cdot \text{ИКС}_{\mathcal{A}0 \mathcal{A}0}$ это текущий конец эффектор позу и $\mathcal{A}0 \cdot \text{ИКС}_{\mathcal{A}0 \mathcal{A}0}$ это обратная желаемого конечного эффектора позу $\mathcal{A}0 \cdot \text{ИКС}_{\mathcal{A}0 \mathcal{A}0}$ который получен через классические кватернионы конъюгат двойного кватерниона.

3.2. закон управления

Определим декартово закон управления $\dot{\xi}_{\mathcal{A}0}$ в сопряженном пространстве в условия логарифма блока ошибки двойных кватернионы:

$$\dot{\xi}_{\mathcal{A}0} = -\lambda \cdot 2 \cdot (\text{пер} \cdot \hat{e}) \quad (22)$$

где λ положительный прирост скалярного управления. Закон управления (22) имеет глобальное экспоненциальное поведение сходимости. Доказательство этого поведения можно проследить через анализ раздела 3.3. Кроме того, можно найти другое доказательство в [1] Для того же закон управления для случая свободных жестких тел.

В оставшейся части этого раздела, для простоты уравнений, We will падения супер и нижних индексов переменных (например, $\mathcal{A}0 \cdot \hat{e} \equiv \hat{\xi}$).

Эксплуатируя (1), Мы можем переписать (22) как:

$$\dot{\hat{\xi}} = -\lambda \cdot \theta \cdot s = -\lambda \cdot \theta \cdot \ell - \varepsilon \cdot \lambda \cdot (\theta \cdot m + d \cdot \ell) \quad (23)$$

где $\{\theta, d, \ell, m\}$ Теперь параметры смещения винтов, полученные из блока ошибки двойного кватерниона \hat{e} . В следующий

Подраздел, проанализирует устойчивость предлагаемого закона управления.

3.3. анализ устойчивости

Для анализа устойчивости предложенного закона управления, мы пишем следующую положительно определенную функцию Ляпунова кандидата:

$$V = \hat{e} \cdot \hat{e} > 0 \quad (24)$$

где $\hat{e} \cdot \hat{e}$ Является би-оператор продукта вектора точки между элементами соответствующим левым и правыми двойными кватернионами. После этого мы различаем эту функцию кандидата Ляпунову V по времени, чтобы мы могли проверить его отрицательную определенность. Это дает:

$$\dot{V} = 2 \cdot \hat{e} \cdot \dot{\hat{e}} \quad (25)$$

где производная блока ошибки двойных кватернионов, $\dot{\hat{e}}$, может быть переписана в терминах скорости закручивания (т.е. Декартов закон управления) выражается в работе дома кадра (так называемом пространственным каркасом) следующим образом:

$$\dot{\hat{e}} = 1 - \frac{\xi \wedge \hat{e}}{2} \quad (26)$$

Подставляя (26) в (25) выходы:

$$\dot{V} = \hat{e} \cdot (\xi \wedge \hat{e}) \quad (27)$$

где $\xi \wedge (0, \omega) + \varepsilon (0, u)$ декартова управления law written в сопряженном пространстве кватернионов пути увеличения его реальную и двойную часть с нулевыми скалярами. расширяющийся (27) с точки зрения screw parameters, а затем упростить ее, мы получим следующее выражение:

$$\dot{V} = -\lambda \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot d \cdot 2 \cdot \|m\| \cdot 2 \cdot \theta \cdot \text{грех}(\theta) \cdot \quad (28)$$

Позже, анализируя (28), Мы приходим к выводу, что если $-\pi \leq \theta \leq \pi$ тогда

$$\dot{V} < 0. \quad (29)$$

Следовательно, если (29) является действительным, и робот arm Jacobian (13) неособо, то закон управления глобально экспоненциально устойчивый.

4. Эксперименты

Представлена композиция подтверждена на Куку ЛВР И.В. семь степеней свободы руки робота, который оснащен с тенью ловкой рукой [22]. В ходе эксперимента мы сначала достигли схватить бутылку, лежащую на столе с известной позы, то после захвата мы исправляем осанку бутылки и положить его обратно. В Рис. 2 Левое изображение показывает начальную конфигурацию манипулятора KUKA плюс Тень

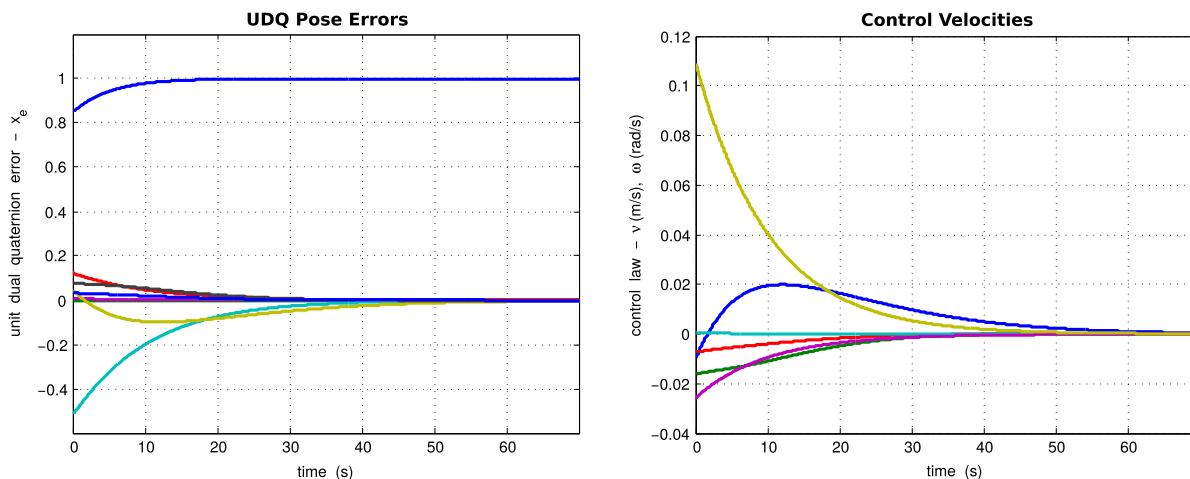


Рис. 3. Эволюции ошибки блока двойных кватернионов (слева) и закон управления (справа) в зависимости от времени при достижении схватить бутылку.

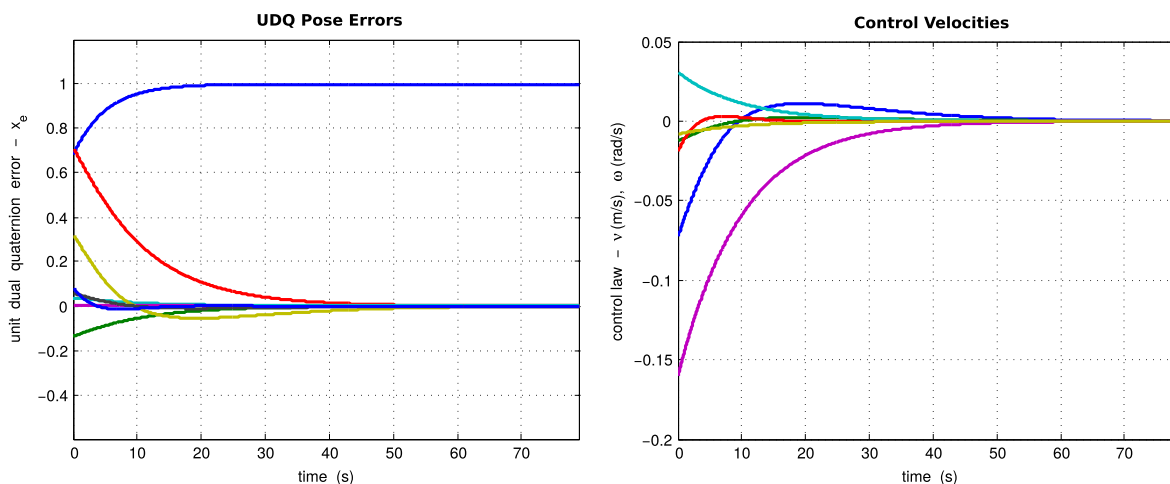


Рис. 4. Эволюции ошибки двойных кватернионов единицы (слева) и закон управления (справа) в зависимости от времени при коррекции осанки бутылки, чтобы положить его обратно.

ловкие руки и бутылка лежит на столе. В Рис. 2 среднее изображение показывает требуемую позу достигаемости руки робота, а правое изображение показывает желаемое положение скорректированного бутылки.

Рис. 3 изображает эволюции единичной двойной ошибки кватернионов и закон управления в зависимости от времени во время движения к желаемой достигаемости позы показаны в середине изображения Fig. 2, Рис. 4 изображает эволюции единичной двойной ошибки кватернионов и закон управления в зависимости от времени при коррекции осанки бутылки в направлении желаемой позы, показанной в правильном образе Рис. 2, В заключение,

Рис. 5 показывает следы декартовых поз конечного эффектора, зарегистрированный во всей задаче манипулирования. Можно заметить из Рис. 3 а также 4 что оба идущие к бутылке и коррекция его осанка задачи успешно реализуется.

5. Выводы

В данной работе использованы двойные единицы кватернионов для моделирования кинематики и затем контролировать позу руки робота. Моделирование компактно и быстро. Таким образом, вычисление закона управления быстро. Кроме того, задача пространство особенность бесплатно. Эта формула обеспечивает важное преимущество, если использовать его для моделирования и управления роботизированной системы, которая имеет много степеней свободы, например, человекоподобный робот.

Эта работа может служить основой для дальнейших исследований динамического моделирования и управления робота оружия в Алгебре компактный и эффективный способ, чем существующие методы с использованием модульных двоянные кватернионов.

аппендикс

A.1. Кватернионы

Ирландский математик сэр Уильям Гамильтон представил кватернион в 1843 г. [23] В качестве геометрического оператора для отображения два вектора друг с другом в 3D-пространстве. Вытapping, hemeans отражение, вращение и масштабирование. Большинство приложений используют чистые ротацию. Это ограничивает кватернионы тем, с единичной величиной и что используют только операцию умножения комбинировать различные повороты. Множество кватернионов ЧАС можно рассматривать как четырехмерное псевдо векторное пространство над вещественными числами \mathbb{R} кватернион $Q \in \text{ЧАС}$

может быть представлено с реальным скалярной части $s \in \mathbb{R}$ и мнимая часть вектора $v \in \mathbb{R}^3$:

$$Q = (s, v), v = [v_x, v_y, v_z]^T. \quad (A.1)$$

Два кватернионы могут быть умножены друг с другом следующим образом:

$$Q_1 Q_2 = (s_1 s_2 - v_1 \cdot v_2, s_1 v_2 + s_2 v_1 + v_1 \times v_2) \quad (A.2)$$

где \cdot « \times » Представляет собой произведение вектора точки и « \times » Это векторное произведение. Кватернионы умножение ассоциативно, но не коммутативное.

Сопряженные и норма. сопряженный Q^* и норма $\|Q\|$ кватерниона приведены ниже:

$$Q^* = (s, -v) \quad (A.3)$$

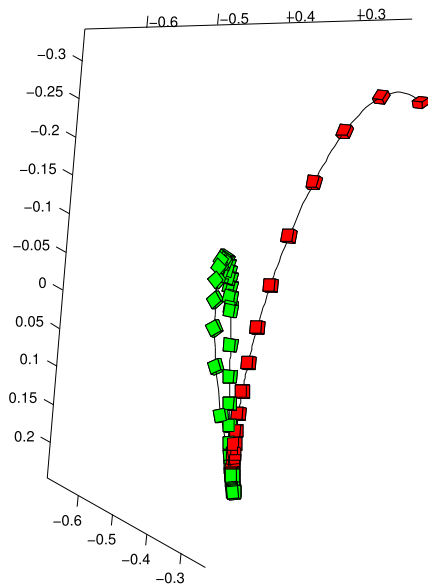


Рис. 5. Декартова поза траектория конечного эффектора при достижении понятия (красный), а затем исправляя осанку (зеленый) бутылки, чтобы положить его обратно. (Для интерпретации ссылок на цвет в этой фигуре легенде, читатель отсылается к веб-версии этой статьи.)

$$|Q| = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2} = \sqrt{s^2 + v^2} \text{ против} \quad (A.4)$$

Если $|Q| = 1$, то Q является единицей кватерниона и, а также ее обратное $Q^{-1} = Q^*$.

Вращение. Можно написать 3D вращение, выраженное углом θ вокруг единичного вектора ℓ с точки зрения единицы кватернион следующим образом:

$$Q_p = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2) \ell. \quad (A.5)$$

Для того, чтобы повернуть воображаемый кватернион (т.е. кватернион с нулевой скалярной частью) p $= (0, v)$ представляющие собой вектор в 3D-пространстве, нужно только предварительно и после умножения p с единичным кватернионом Q_p и сопряженное, соответственно:

$$p' = Q_p p Q_p^* \quad (A.6)$$

где p' это поворачивается воображаемая Кватернионный p .

A.2. Двойные номера

Английский математик сэр Уильям Клиффорд ввел множество двойных чисел D и ее алгебра в 1873 г. [24]. Он определил двойное число следующим образом:

$$\hat{r} = a + \epsilon b, \quad \epsilon^2 = 0, \quad \epsilon \text{ знак равно} 0 \quad (A.7)$$

где a является действительной частью и b двойственная часть. Геометрический двойное число может представлять собой 2D вектор позиции в двойственной плоскости. Приведенное выше выражение можно переписать следующим образом:

$$\hat{r} = r(1 + \epsilon t) \quad (A.8)$$

где модуль $r = a$ и аргумент $t = b/a$ за знак равно 0 . операция умножения для двух чисел, еще раз, дает вкус геометрического отображения:

$$\hat{z}_1 \hat{z}_2 = r(1 + \epsilon t)(a + \epsilon b) = r(a + \epsilon(b + at)) \quad (A.9)$$

который масштабирует и ножицы. Если умножая двойное число \hat{z}_1 это блок (т.е. $r = 1$), то отображение чисто сдвига на позиции вектора 2D, выраженного \hat{z}_2 .

Двойные номера можно также выразить 2D плоские

линии и их произвольные движения с помощью полярных координат параметров [25].

A.3. Плюккеры линия как единичные векторы двойственных

Немецкий математик Исследование определил двойной угол обозначения,

$\hat{\theta} = \theta + \epsilon d$, которая связывает произвольную линию 3D spatial s к пространственной линии $given3D s$ путем поворота θ об уникальной оси (общей нормали двух пространственных линий) и с переводом d вдоль той же оси [26]. Видеть Рис. A.6 (оставил). Таким образом, 3-кортеж двойных углов однозначно выражает 3D пространственной линии по отношению к осям опорной декартовой системы. Этот 3-кортеж двойных углов дает единичное двойное векторное представление с помощью координат плюккеровых [27]:

$$\hat{s} = \ell + \epsilon m \quad (A.10)$$

где действительная часть ℓ это направление единичного вектор линии s , и двойная часть $t = (p \times \ell)$ является момент линии о происхождении O и она ортогональна ℓ . p произвольная точка, лежащая на линии. Видеть Рис. A.6 (правильно).

Скалярное произведение двух единичных двойных векторы, представляющих два косых линий (например, \hat{s} and \hat{s}) дает косинус

двойной угол (например, $\cos(\hat{\theta})$) которая связывает одну линию к другой.

A.4. Двойные кватернионы

Устройство двойные кватернионы можно выразить либо позу (как ориентацию и положение) или перемещение твердого тела в 3D пространстве декартова. Твердое тело может быть смещено путем умножения его блок позы двойного кватерниона с единичным смещением двойного кватернионом. Двойные кватернионы отмечаются как двойственное число с компонентами кватернионов:

$$\hat{x} = p + \epsilon Q \quad (A.11)$$

где p , $(s_n v_n)$ а также kv , $(s_n v_n)$ являются кватернионы.

Умножение. Умножение двух двойных кватернионов дает следующее уравнение:

$$\hat{y} \text{ Икс} = p_1 p_2 + \epsilon (p_1 Q_2 + Q_1 p_2). \quad (A.12)$$

Конъюгаты. Есть три различных конъюгатов двойной quater- Nion:

1. **Классические кватернионы сопряженные.** Это используется для 3D линии трансформационного мация.

$$\text{Икс}^* = p^* + \epsilon Q^*. \quad (A.13)$$

2. **двойной конъюгат**

$$\bar{x} = p - \epsilon kv. \quad (A.14)$$

3. **Комбинированный сопряженный.** Это используется для точечного преобразования 3D.

$$\bar{\text{Икс}}^* = p^* - \epsilon Q^*. \quad (A.15)$$

Норма. Норма двойного кватернион определяется как:

$$\|\text{Икс}\| = \sqrt{\text{Икс} \text{Икс}^*} = \sqrt{\text{Икс} \bar{\text{Икс}}} \quad (A.16)$$

$$\|\text{Икс}\| = \sqrt{(s_2 p + v_n \cdot v_n 0) + \epsilon 2 (s_n s_d + v_n \cdot v_n 0)}. \quad (A.17)$$

Если

$$s_2 p + v_n \cdot v_n = 1, \quad 2(s_n s_d + v_n \cdot v_n) = 0 \quad (A.18)$$

тогда $\|\text{Икс}\| = 1$. То есть \hat{x} Икс является единицей двойных кватернионов и ее обратное $\hat{x}^{-1} = \hat{\text{Икс}}$.

Смещение. Можно построить блок двойной кватернион, чтобы выразить смещение следующим образом:

$$\hat{x} = d_p + \frac{1 + \epsilon T \Lambda}{2} \quad \text{или же } \hat{x} = \frac{1 + \epsilon T \Lambda}{2} Q_p \quad (A.19)$$

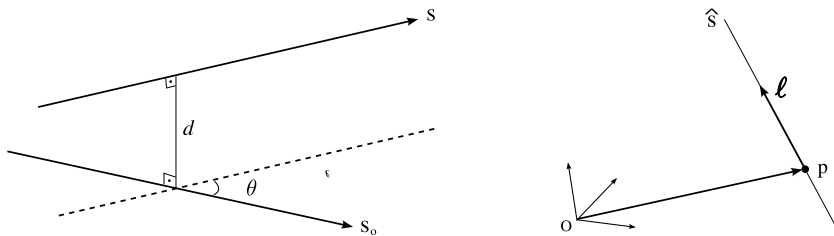


Рис. А.6. Линии- (слева): Двойной угол выражает относительную позу линии по отношению к другой линии. (Справа): Геометрия линии плюккеровом.

где Q_0 является единицей кватернион, представляющий вращение, как показано на

(A.5), 1 обозначает кватернион тождество: $(1, 0)$, а также $T_A = (0, \tau)$

это кватернион, описывающий перевод с вектором τ . Оставшись уравнение (A.19) (соответственно Уравнение правое) первое переводит затем вращается (соответственно вращается затем переводит)

3D-геометрическую функцию (например, точка, линия). Устройство двойные кватернионы, что только

вращается (Икс τ), или что только

переводит (Икс τ) то можно записать из (A.19) следующее:

$$\text{Икс}_R = Q_R \cdot \varepsilon(0, 0), \quad \text{Икс}_{\tau} = (1, 0) + \varepsilon T_A \quad (A.20)$$

и, следовательно, модуль идентичности двойного кватернион $1 = (1, 0) + \varepsilon(0, 0)$. Относительное смещение

Икс между двумя твердыми телами может

рассчитываются путем умножения единицы позы двойного кватерниона первого твердого тела с обратным (или конъюгатом) блок позы двойного кватерниона второго твердого тела:

$$\text{Икс}_e = \text{Икс} \cdot \text{Икс}^{-1} \quad (A.21)$$

или наоборот.

A.5. От конечной поворот к единице двойному кватерниону

Позволяя ζ конечный поворот в $se(3)$, то он может быть явно написано

с конечным вращением и конечным переводом о геометрической винтовой линии следующим образом [28]:

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u & \text{М} & \ell & \\ \omega & \text{знак равно} & \theta & + d \end{matrix} \quad (A.22)$$

После этого мы можем извлечь параметры винта $\{\theta, \ell, d, m\}$ of a displacement from this finite twist as below:

$$\theta = \|\omega\|, \quad \ell = \frac{\omega}{\theta}, \quad d = \ell \tau u, \quad m = 1 - \theta(u - d\ell). \quad (A.23)$$

Afterward, it is straightforward to write the corresponding unit dual quaternion representation, see (3) and (4).

A.6. From a unit dual quaternion to screw parameters

Let $\hat{x} = q_R + \varepsilon q_{\tau}$ be a unit dual quaternion with $q_R \in S_R$, $q_{\tau} \in S_{\tau}$

and $q_{\tau} \in S_{\tau}$, v_{τ} . We can then compute the rotation angle θ as follows:

$$\theta = 2 \arccos(s_R). \quad (A.24)$$

Afterward, we have the following two cases to compute the rest of the screw parameters:

Case when $0 < \theta < 2\pi$ and $\theta \neq 0$.

$$d = -2 \frac{s_{\tau}}{\sin(\theta/2)} \quad (A.25)$$

$$\ell = \frac{v_{\tau}}{\sin(\theta/2)} \quad (A.26)$$

$$m = \frac{v_{\tau} - s_{\tau}}{2\ell} \cdot \frac{1 \sin(\theta/2)}{2\ell} \quad (A.27)$$

Case when $\theta = 0$.

$$d = 2 \|v_{\tau}\|, \quad \ell = 2 v_{\tau} / d, \quad m = [0, 0, 0] \tau. \quad (A.28)$$

References

- [1] D. Han, Q. Wei, Z. Li, Kinematic control of free rigid bodies using dual quaternions, *Int. J. Autom. Comput.* (2008).
- [2] X. Wang, C. Yu, Unit-dual-quaternion-based PID control scheme for rigid-body transformation, in: 18th IFAC World Congress, Italy, 2011. [3] X. Wang, D. Han, C. Yu, Z. Zheng, The geometric structure of unit dual quaternion with application in kinematic control, *J. Math. Anal. Appl.* (2012).
- [4] M. Gouassim, M. Ouali, F. Brahim, Robot kinematics using dual quaternions, *Int. J. Robot. Autom.* (2012).
- [5] H. Pham, V. Perdureau, B.V. Adorno, P. Fraise, Position and orientation control of robot manipulators using dual quaternion feedback, in: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010. [6] B.V. Adorno, A.P.L. Bó, P. Fraise, P. Poignet, Towards a cooperative framework for interactive manipulation involving a human and a humanoid, in: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2011. [7] L.F.C. Figueredo, B.V. Adorno, J.Y. Ishihara, G.A. Borges, Robust kinematic control of manipulator robots using dual quaternion representation, in: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2013. [8] L.F.C. Figueredo, B.V. Adorno, J.Y. Ishihara, G.A. Borges, Switching strategy for flexible task execution using the cooperative dual task-space framework, in: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2014. [9] J. Funda, R.H. Taylor, R.P. Paul, On homogeneous transformations, quaternions, and computational efficiency, *IEEE Trans. Robot. Autom.* 6 (3) (1990) 382–388.
- [10] J. Funda, R.P. Paul, A computational analysis of screw transformations in robotics, *IEEE Trans. Robot. Autom.* (1990) 348–356.
- [11] N.A. Asparagethos, J.K. Dimitros, A comparative study of three methods for robot kinematics, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. B* 28 (2) (1998).
- [12] X. Wang, H. Zhu, On the comparisons of unit dual quaternion and homogeneous transformation matrix, *Adv. Appl. Clifford Algebr.* 24 (2014) 213–229.
- [13] L. Kavan, S. Collins, C. O'Sullivan, J. Zara, Dual quaternions for rigid body transformation blending, 2006. [14] Q.J. Ge, B. Ravani, Computer aided geometric design of motion interpolants, *ASME J. Mech. Des.* 116 (3) (1994) 756–762.
- [15] K. Daniilidis, Hand-eye calibration using dual quaternions, *Int. J. Robot. Res.* (1999).
- [16] Y.X. Wu, X.P. Hu, D.W. Hu, J.X. Lian, Strapdown inertial navigation system algorithms based on dual quaternions, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 41 (1) (2005) 110–132.
- [17] J. Denavit, R.S. Hartenberg, A kinematic notation for the lower pair mechanism based on matrices, *ASME J. Appl. Mech.* (1955) 215–221.
- [18] E.A. Maxwell, General Homogeneous Coordinates in Space of Three Dimensions, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1951.
- [19] R.M. Murray, Z. Li, S.S. Sastry, A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, CRC Press, 1994.
- [20] O.A. Bauchau, L. Trainelli, The vectorial parameterization of rotation, *Nonlinear Dynam.* 32 (1) (2003) 71–92.
- [21] J.M. McCarthy, Introduction to Theoretical Kinematics, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1990.
- [22] Shadow Company, Shadow Dexterous Hand C6M, Technical Specs., 2009. [23] W.R. Hamilton, On Quaternions, or a new system of imaginaries in algebra, *Phil. Mag.* (1844).
- [24] W.K. Clifford, Mathematical Papers, London, 1882. [25] I.M. Yaglom, Complex Numbers in Geometry, Academic Press, 1968.
- [26] E. Study, Geometrie der Dynamen, Teubner, Leipzig, 1901.
- [27] J. Rooney, On the principle of transference, in: 4th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1975. [28] S. Stramigioli, H. Bruyninckx, Geometry and screw theory for robotics, in: Tutorial in ICRA'01, 2001.



Erol Özgür received the Ph.D. degree in Robotics and Vision from the University of Blaise Pascal, France, in 2012. Between 2012 and 2014, he was a postdoctoral fellow in Pascal Institute—UBP/CNRS/IFMA, France. Since 2015, he is an assistant professor in Université d'Auvergne. His research interests are vision-based robot control and computer vision.



Youcef Mezouar received the Ph.D. degree in Computer Science from the University of Rennes 1, France, in 2001. He was a Postdoctoral Associate in the Robotics Laboratory of the Computer Science Department, Columbia University, New York, NY. Since 2002, he has been with the Pascal Institute—UBP/CNRS/IFMA, France. His research interests are vision-based robot control and computer vision.