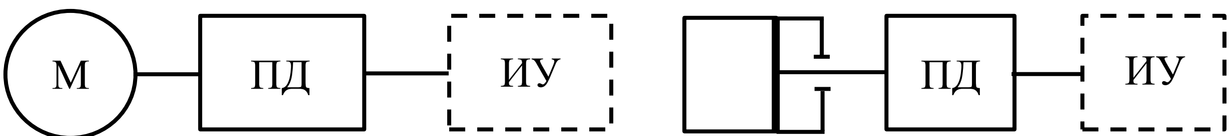
Практическое занятие №1
ПРИВОДНЫЕ МОДУЛИ

Приводной модуль (ПМ) включает в себя двигатель и систему управления ими, а также преобразователи движения, тормозные устройства, датчики обратной связи и коммуникации, необходимые для передачи энергии к приводам и передачи сигналов для управления и связи.

В зависимости от используемого вида энергии приводы подразделяют на электромеханические, пневматические, гидравлические и комбинированные.

В электромеханическом приводе используют электродвигатели, (рис. 1, а), в пневмо- и гидроприводе – пневмо- и гидродвигатели (рис. 1, б).



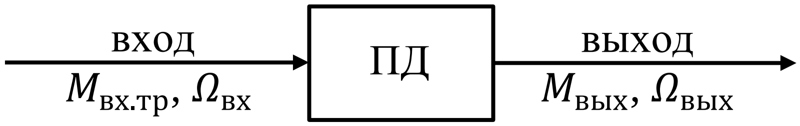
а) б)

Рис. 1

Будем рассматривать только электромеханический привод, состоящий из электродвигателя и преобразователя движения.

Преобразователи движения

Преобразователь движения – механизм, преобразующий управляемое движение двигателя в требуемое управляемое движение рабочего органа исполнительного устройства.



Передаточное отношение преобразователя движения

$$u = \frac{\Omega_{вх}}{\Omega_{вых}} = \frac{M_{вых}}{M_{вх.тр} \cdot \eta},$$

где:

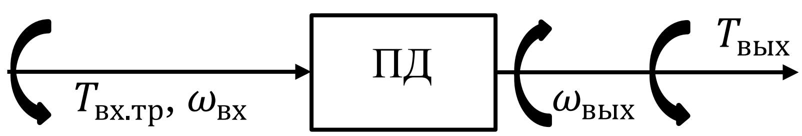
$$\Omega = \begin{cases} \omega - \text{угловая скорость при вращательном движении;} \\ v - \text{линейная скорость при поступательном движении;} \end{cases}$$

$$M = \begin{cases} T - \text{вращающий момент при вращательном движении;} \\ F - \text{сила при поступательном движении;} \end{cases}$$

$\Omega_{вх}$ и $\Omega_{вых}$ – скорость на входе и выходе преобразователя движения; $M_{вх.тр}$ и $M_{вых}$ – силовой фактор на входе требуемый (движущий) и на выходе (усилие сопротивления) преобразователя движения соответственно.

Рассмотрим возможные варианты получения передаточного отношения:

- преобразование вращательного движения во вращательное

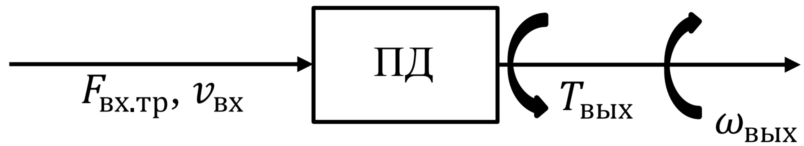


$$u = \frac{\omega_{вх}}{\omega_{вых}} = \frac{T_{вых}}{T_{вх.тр}\eta};$$

- преобразование вращательного движения в поступательное

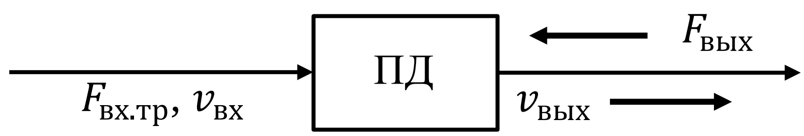
$$u = \frac{\omega_{вх}}{v_{вых}} = \frac{F_{вых}}{T_{вх.тр}\eta} \cdot (\text{м}^{-1});$$

- преобразование поступательного движения во вращательное



$$u = \frac{v_{\text{вх}}}{\omega_{\text{вых}}} = \frac{T_{\text{вых}}}{F_{\text{вх.тр}}\eta} \cdot (\text{м});$$

- преобразование поступательного движения в поступательное



$$u = \frac{v_{\text{вх}}}{v_{\text{вых}}} = \frac{F_{\text{вых}}}{F_{\text{вх.тр}}\eta},$$

где η – коэффициент полезного действия (КПД) преобразователя движения

$$\eta = \eta_1\eta_2 \dots \eta_n = \prod_{i=1}^{n} \eta_i,$$

η_i – КПД i-й передачи; n – число передач.

Мощность на выходе преобразователя движения

$$P_{\text{вых}} = M_{\text{вых}}\Omega_{\text{вых}} = \begin{cases} T_{\text{вых}}\,\omega_{\text{вых}}; \\ F_{\text{вых}}\,v_{\text{вых}}. \end{cases}$$

Мощность требуемая на входе преобразователя движения

$$P_{\text{вх.тр}} = \frac{P_{\text{вых}}}{\eta}.$$

Преобразователь движения может состоять из нескольких отдельных передач.

Общее передаточное отношение преобразователя движения

$$u = \prod_{i=1}^{n} u_i = u_1 u_2 \ldots u_n = \frac{\Omega_{\text{вх}}}{\Omega_{\text{вых}}},$$

где u_i – передаточное отношение i-й передачи; n – число передач.

При $u_i > 1$ – передача понижающая – редуктор;

при $u_i < 1$ – передача повышающая – мультипликатор.

Рассмотрим преобразователь движения, состоящий из конической, цилиндрической зубчатых передач и винтовой передачи.

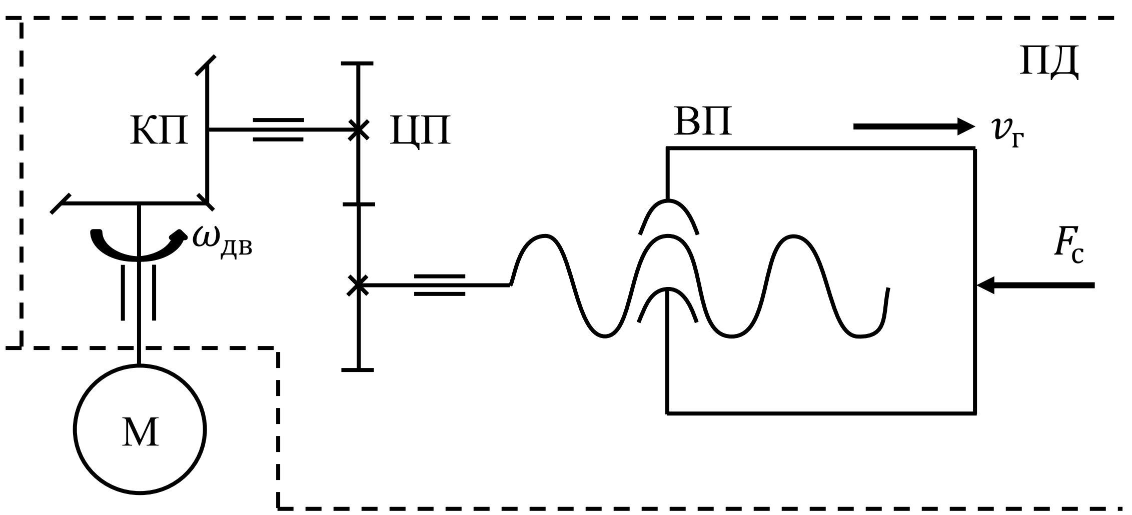


Рис. 2

Передаточное отношение

$$u = u_{\text{КП}} u_{\text{ЦП}} u_{\text{ВП}} = \frac{\omega_{\text{дв}}}{v_{\text{Г}}},$$

где $u_{\text{КП}}, u_{\text{ЦП}}, u_{\text{ВП}}$ – передаточное отношение конической, цилиндрической и винтовой передачи; $v_{\text{Г}}$ – линейная скорость гайки; $\omega_{\text{дв}}$ – угловая скорость вала двигателя.

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \eta_{\text{ОП}_1}\eta_{\text{ОП}_2}\eta_{\text{ОП}_3}\eta_{\text{КП}}\eta_{\text{ЦП}}\eta_{\text{ВП}}$$

где $\eta_{\text{ОП}_j}$ – КПД j-й опоры; $\eta_{\text{КП}}, \eta_{\text{ЦП}}, \eta_{\text{ВП}}$ – КПД конической, цилиндрической и винтовой передачи соответственно.

Мощность двигателя

$$P_{\text{дв.тр}} = \frac{F_{\text{с}} v_{\text{г}}}{\eta},$$

где $F_{\text{с}}$ – сила сопротивления на выходе преобразователя движения.

Практическое занятие № 2
Расчёт цилиндрической косозубой передачи

Провести расчёт цилиндрической косозубой не реверсивной зубчатой передачи, если известен вращающий момент на шестерне 1 $T_1 = 10\ \text{Н}\cdot\text{м}$, частота вращения шестерни n_1=100 об/мин и передаточное отношение передачи $U = 3$.

Выбираем материал шестерни 1 и колеса 2 Сталь 40Х улучшенную и нормализованную. Для колеса выбираем Сталь 40Х с твёрдостью $HB_2 = 235...262$; $\sigma_T = 750$ МПа. При $HB \le 350$ твердость шестерни выбираем на 20…30 единиц больше твёрдости колеса. Поэтому выбираем Сталь 40Х с твёрдостью HB_1=269...302МПа. Принимаем средние значения $HB_{\text{ср}1}$=285 МПа; $HB_{\text{ср}2}$=248,5 Мпа.

Допускаемые контактные напряжения:

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H\lim b}}{S_H} K_{HL}.$$

Предел контактной выносливости:

- для шестерни $\sigma_{H\lim b1} = 2HB_{\text{ср}1} + 70 = 2\cdot 285 + 70 = 640$ МПа;
- для колеса $\sigma_{H\lim b2} = 2HB_{\text{ср}2} + 70 = 2\cdot 248{,}5 + 70 = 567$ МПа.

Коэффициент долговечности принимаем $K_{HL} = 1$. S_H=1,1...1,2 – коэффициент безопасности.

Допускаемые контактные напряжения:

- для шестерни

$$[\sigma]_{H1} = \frac{\sigma_{H\lim b1}}{S_H} K_{HL} = \frac{640}{1{,}1}\cdot 1 = 582\ \text{МПа};$$

- для колеса

$$[\sigma]_{H2} = \frac{\sigma_{H\lim b2}}{S_H} K_{HL} = \frac{567}{1{,}1}\cdot 1 = 515\ \text{МПа}.$$

Для прямозубых, косозубых и шевронных колёс для дальнейших расчётов принимают меньшее из двух полученных значений допускаемых напряжений

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H2} = 515 \text{ МПа.}$$

Для косозубых колёс при $HB_1 - HB_2 > 70$, $[\sigma]_H$ находят по формулам:

$$[\sigma]_H = 0{,}45\left([\sigma]_{H1} + [\sigma]_{H2}\right);$$

$$[\sigma]_H = 1{,}23[\sigma]_{H2}$$

и выбирают меньшее значение.

Предельное допускаемое изгибное напряжение

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{F\,\lim b}}{S_F} K_{FL} K_{FC},$$

где предел изгибной выносливости:

- для шестерни

$$\sigma_{F\,\lim b1} = 1{,}8 HB_{\text{ср}1} = 1{,}8 \cdot 285 = 513 \text{ МПа};$$

- для колеса

$$\sigma_{F\,\lim b2} = 1{,}8 HB_{\text{ср}2} = 1{,}8 \cdot 248{,}5 = 447 \text{ МПа}.$$

S_F=1,55...1,7 – коэффициент безопасности.

Допускаемые изгибные напряжения:

- для шестерни

$$[\sigma]_{F1} = \frac{513}{1{,}6} = 320{,}6 \text{ МПа};$$

- для колеса

$$[\sigma]_{F2} = \frac{447}{1{,}6} = 279{,}4 \text{ МПа.}$$

Для дальнейших расчётов принимаем меньшее значение

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F2} = 279{,}4 \text{ МПа.}$$

Проектный расчёт передачи

Делительный диаметр шестерни

$$d_1 \ge K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}(U+1)}{\psi_{bd}[\sigma]_H^2 U}} = 675\sqrt[3]{\frac{10 \cdot 1{,}05(3+1)}{0{,}4 \cdot 515^2 \cdot 3}} = 34{,}3 \text{ мм.}$$

где $K_{H\beta}$ – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по ширине зубчатого венца. Его определяют в зависимости от степени точности передачи по таблицам в зависимости от окружной скорости шестерни

$$V_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 10^3} = \frac{3{,}14 \cdot 34{,}3 \cdot 100}{60 \cdot 10^3} = 0{,}18 \text{ м/с.}$$

Выбираем степень точности передачи СТ=7. Тогда $K_{H\beta}$=1,05.

Принимаем минимальное значение делительного диаметра d_1=34,3 мм.

Делительный диаметр колеса

$$d_2 = d_1 U = 34{,}3 \cdot 3 = 102{,}9 \text{ мм.}$$

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{d_1(U+1)}{2} = \frac{34{,}3(3+1)}{2} = 68{,}6 \text{ мм.}$$

Модуль зубьев из условия контактной выносливости:

$$m \ge (0{,}01...0{,}02)a_w = (0{,}01...0{,}02)68{,}6 = (0{,}69...1{,}37) \text{ мм.}$$

Модуль зубьев из условия изгибной выносливости:

$$m \ge \frac{2K_m T_2}{d_2 b_w [\sigma]_F} = \frac{2 \cdot 5{,}8 \cdot 28{,}8 \cdot 10^3}{102{,}9 \cdot 14 \cdot 279{,}4} = 0{,}83 \text{ мм.}$$

Здесь T_2 - вращающий момент на колесе 2

$$T_2 = T_1 U \eta = 10 \cdot 3 \cdot 0{,}96 = 28{,}8 \text{ Н} \cdot \text{м} = 28{,}8 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм.}$$

η - коэффициент полезного действия зубчатой передачи

$$\eta = \eta_з \eta_п^2 = 0{,}98 \cdot 0{,}99^2 = 0{,}96;$$

$$K_m = \begin{cases} 6{,}8 \text{ - для прямозубых колёс;} \\ 5{,}8\text{- для косозубых колёс;} \\ 5{,}2\text{- для шевронных колёс} \end{cases}$$

b_w - ширина зубчатого венца

$$b_w = \psi_{bd} d_1 = 0{,}4 \cdot 34{,}3 = 13{,}7 \text{ мм.}$$

Принимаем $b_w = 14$ мм; $\psi_{bd} = 0{,}2...0{,}6$ - коэффициент ширины зубчатого венца. Принимаем $\psi_{bd} = 0{,}4$. Окончательно выбираем модуль по стандарту $m = 1$ мм.

Для прямозубых колёс:

Вычисляем число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{d_1}{m}.$$

Округляем полученное значение до целого числа и уточняем значение делительного диаметра

$$d_1 = mz_1.$$

Находим число зубьев колеса

$$z_2 = z_1 U \ .$$

Округляем до целого значения и уточняем величину его делительного диаметра

$$d_2 = mz_2.$$

Вычисляем новое значение межосевого расстояния

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

и действительное значение передаточного отношения

$$U_Д = \frac{z_2}{z_1}.$$

Определяем погрешность передаточного отношения и сравниваем с допускаемыми его значениями

$$\Delta U = \frac{U_Д - U}{U} \cdot 100\% \le [\Delta U] = 4\%.$$

Для косозубой передачи находим угол β наклона зубьев. Для этого вычисляем

$$\frac{\pi m}{b_w} = \frac{3,14 \cdot 1}{14} = 0,22.$$

При $\frac{\pi m}{b_w} \le 0,14$ принимают $\beta = 8^\circ 6' \ 34'' = 8,10944^\circ$.

Так как $\frac{\pi m}{b_w} = 0,22 > 0,14,$ то угол наклона зубьев будет равен

$$\beta_1 = \arcsin\frac{\pi m}{b_w} = \arcsin\frac{3{,}14 \cdot 1}{14} = 12{,}96^\circ.$$

Можно угол β не вычислять, а задать его в пределах 8...15°.

Находим суммарное число зубьев шестерни и колеса

$$z_{\Sigma 1} = \frac{2a_w \cos\beta_1}{m} = \frac{2 \cdot 68{,}6 \cdot \cos 12{,}96^\circ}{1} = 133{,}7.$$

Округляем $z_{\Sigma 1}$ до меньшего целого $z_\Sigma = 133$.

Окончательно угол наклона зубьев

$$\beta = \arccos\left(\frac{z_\Sigma}{z_{\Sigma 1}}\cos\beta_1\right) = \arccos\left(\frac{133}{133{,}7}\cos 12{,}96^\circ\right) = 14{,}20484^\circ.$$

Число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{z_\Sigma}{u+1} = \frac{133}{3+1} = 33{,}25.$$

Округляем z_1 до целого ближайшего числа

$$z_1 = 33.$$

При этом должно быть

$$z_1 > z_{1\min} = 17\cos\beta = 17\cos 14{,}20484 = 16{,}48.$$

Условие выполняется.

Для прямозубых колёс $z_1 > z_{\min} = 17$.

Вычисляем число зубьев колеса

$$z_2 = z_\Sigma - z_1 = 133 - 33 = 100.$$

Реальное передаточное отношение

$$U_{Д} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{100}{33} = 3{,}03.$$

Погрешность передаточного отношения

$$\Delta U = \frac{U_{Д} - U}{U} \cdot 100\% = \frac{3{,}03 - 3}{3} \cdot 100 = 1\% < 4\%.$$

Коэффициент торцевого перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \left[1{,}88 - 3{,}2\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)\right]\cos\beta =$$

$$=\left[1{,}88-3{,}2\left(\frac{1}{33}+\frac{1}{100}\right)\right]\cos 14{,}20484^{\circ}=1{,}697;$$

$\varepsilon_{\alpha}=1{,}697>1{,}2-$ условие выполняется.

Коэффициент осевого перекрытия

$$\varepsilon_{\beta}=\frac{b_w \sin\beta}{\pi m}=\frac{\psi_{bd} z_1 \sin\beta}{\pi}=\frac{14\cdot\sin 14{,}20484}{3{,}14\cdot 1}=1{,}094<1{,}2.$$

Условие не выполняется. Необходимо b_w увеличить, но неизвестно на сколько. Поэтому b_w увеличить можно в конце расчета передачи, когда будет известно контактное напряжение σ_H.

Геометрические размеры зубчатых колёс.

Начальные диаметры шестерни и колёса:

$$d_1=\frac{mz_1}{\cos\beta}=\frac{1\cdot 33}{\cos 14{,}20484^{\circ}}=34{,}04 \text{ мм};$$

$$d_2=\frac{mz_2}{\cos\beta}=\frac{1\cdot 100}{\cos 14{,}20484^{\circ}}=103{,}15 \text{ мм}.$$

Диаметры окружностей вершин зубьев:

$$d_{a1}=d_1+2m=34{,}04+2\cdot 1=36{,}04 \text{ мм};$$

$$d_{a2}=d_2+2m=103{,}15+2\cdot 1=105{,}15 \text{ мм}.$$

Диаметры окружностей впадин зубьев:

$$d_{f1}=d_1-2{,}5m=34{,}04-2{,}5\cdot 1=31{,}54 \text{ мм};$$

$$d_{f2}=d_2-2{,}5m=103{,}15-2{,}5\cdot 1=100{,}65 \text{ мм}.$$

Проверочный расчёт зубьев на контактную выносливость

Условие контактной выносливости

$$\sigma_H=Z_H Z_M Z_{\varepsilon}\sqrt{\frac{W_{Ht}(U+1)}{d_1 U}}\leq[\sigma]_H,$$

где Z_H - коэффициент, учитывающий форму сопряженых поверхностей зубьев

$$z_H = 1{,}76\cos\beta = 1{,}76\cdot\cos 14{,}20484^\circ = 1{,}7;$$

Z_M - коэффициент, учитывающий механические свойства материалов колёс

$$Z_M = 275\ \text{МПа}^{1/2};$$

Z_ε – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha K_\varepsilon}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}95\cdot 1{,}697}} = 0{,}7876;$$

$K_\varepsilon = 0{,}9...1{,}0$ – коэффициент изменения длины контактных линий. Для прямозубых колёс

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}}$$

Удельная расчетная окружная сила

$$W_{Ht} = \frac{F_t}{b_W} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\upsilon} = \frac{2\cdot 10^3 T_1}{b_W d_1} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\upsilon} =$$

$$= \frac{2\cdot 10^3\cdot 10}{14\cdot 34{,}04}\cdot 1{,}03\cdot 1{,}05\cdot 1{,}04 = 47{,}2\ \frac{\text{Н}}{\text{мм}};$$

$K_{H\alpha}$, $K_{H\beta}$, $K_{H\nu}$ – находим по таблицам для 7 степени точности;
$[\sigma]_H$ - допускаемое контактное напряжение.
Вычисляем контактное напряжение

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}(U+1)}{d_1 U}} = 1{,}7\cdot 275\cdot 0{,}7876\sqrt{\frac{47{,}2(3+1)}{34{,}04\cdot 3}} = 500{,}6\ \text{МПа}.$$

$$\sigma_H = 500{,}6\ \text{МПа} < [\sigma]_H = 515\ \text{МПа}.$$

Условие контактной выносливости выполняется.
В случае не выполнения условия контактной выносливости необходимо ширину зубчатого венца увеличить

$$b'_w = b_w\left(\frac{\sigma_H}{[\sigma]_H}\right)^2,$$

пересчитать удельную расчётную окружную силу W_{Ht} и снова найти контактное напряжение σ_H.

Ширина колеса

$$b_2 = b_w = 14 \text{ мм.}$$

Ширина шестерни

$$b_1 = b_2 + 0,6\sqrt{b_2} = 14 + 0,6\sqrt{14} = 16,24 \text{ мм.}$$

Принимаем

$$b_1 = 16 \text{ мм.}$$

Проверочный расчёт зубьев на выносливость при изгибе

Условие изгибной выносливости

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{W_{Ft}}{m} \le [\sigma]_F .$$

Число зубьев:

- эквивалентной шестерни

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3\beta} = \frac{33}{\cos^3 14,20484^\circ} = 36,26;$$

- эквивалентного колеса

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3\beta} = \frac{100}{\cos^3 14,20484^\circ} = 109,89.$$

По таблице выбираем значение коэффициентов форма зуба $Y_{F1} = 3,75;\ Y_{F2} = 3,60$.

Y_ε – коэффициент, учитывающий перекрытие зубьев

$$Y_\varepsilon = \frac{1}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha} = \frac{1}{0,95 \cdot 1,697} = 0,62.$$

Y_β – коэффициент, учитывающий наклон зубьев

$$Y_\beta = 1 - \frac{\beta^0}{140} = 1 - \frac{14,20484}{140} = 0,9$$

Вычисляем удельную расчётную окружную силу

$$W_{Ft}=\frac{F_{t1}}{b_W}\cdot K_{F\alpha}K_{F\beta}K_{F\upsilon}=\frac{2\cdot 10^3 T_1}{b_W^{`} d_1}\cdot K_{F\alpha}K_{F\beta}K_{F\upsilon}=$$

$$=\frac{2\cdot 10^3\cdot 10}{14\cdot 34,04}\cdot 0,79\cdot 1,07\cdot 1,01=35,83\ \frac{\text{Н}}{\text{мм}},$$

где F_t - окружная сила; $K_{F\alpha}$ – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями;

$$K_{F\alpha}=\frac{4+(\varepsilon_\alpha-1)(n-5)}{4\varepsilon_\alpha}=\frac{4+(1,697-1)(7-5)}{4\cdot 1,697}=0,79.$$

$K_{F\beta}=1,07$-коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине зуба; $K_{F\upsilon}=1,01$ - коэффициент динамической нагрузки. Коэффициенты $K_{F\beta}$ и $K_{F\upsilon}$ находим по таблице.

Вычисляем изгибное напряжение

$$\sigma_{F1}=Y_{F1}Y_\varepsilon Y_\beta\frac{W_{Ft}}{m}=3,75\cdot 0,62\cdot 0,9\frac{35,83}{1}=74,97\ \text{МПа};$$

$$\sigma_{F2}=Y_{F2}Y_\varepsilon Y_\beta\frac{W_{Ft}}{m}=3,60\cdot 0,62\cdot 0,9\frac{35,83}{1}=71,98\ \text{МПа};$$

$$\sigma_{F1}=74,97\ \text{МПа}<\ [\sigma]_{F1}=320,6\text{МПа};$$

$$\sigma_{F2}=71,98\ \text{МПа}<\ [G]_{F2}=278,75\text{МПа};$$

Условия выполняются.

Силы в зацеплении

Силы на шестерне:

- окружная

$$F_{t1}=\frac{2T_1}{d_1}=\frac{2\cdot 10^3\cdot 10}{34,04}=587,5\ \text{Н};$$

- радиальная

$$F_{r1}=F_{t1}\frac{\text{tg}\alpha_w}{\cos\beta}=587,5\frac{\text{tg}20^\circ}{\cos 14,20484^\circ}=220,6\ \text{Н};$$

- нормальная

$$F_{n1} = \frac{F_t}{\cos\alpha_W \cos\beta} = \frac{587{,}5}{\cos 20^\circ \cos 14{,}20484^\circ} = 645{,}7 \text{ Н};$$

- осевая

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \mathrm{tg}\beta = 587{,}5 \cdot \mathrm{tg}14{,}20484^\circ = 148{,}7 \text{ Н};$$

$$F'_{t1} = \frac{F_t}{\cos\beta} = \frac{587{,}5}{\cos 14{,}20484^\circ} = 606{,}04 \text{ Н}.$$

Силы на колесе:

- окружная

$$F_{t2} = -F_{t1} = 587{,}5 \text{ Н};$$

- радиальная

$$F_{r2} = -F_{r1} = 220{,}6 \text{ Н};$$

- осевая

$$F_{a2} = -F_{a1} = 148{,}7 \text{ Н};$$

- нормальная к зубу

$$F_{n2} = -F_{n1} = 645{,}7 \text{ Н};$$

$$F'_{t2} = -F'_{t1} = 606{,}04 \text{ Н}.$$

Практические занятия №3 и №4

РАСЧЕТ КОНИЧЕСКОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ПЕРЕДАЧИ

Провести расчет конической прямозубой реверсивной зубчатой передачи, если известен вращающий момент на шестерне T_1 = 20 Н·м, частота вращения шестерни n_1=100 об/мин и передаточное отношение передачи U = 2,5.

Выбираем материал шестерни и колеса Сталь 45 с твердостью HRC=42...50.

Допускаемое контактное напряжение для шестерни и колеса

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{Hlimb}}{S_H} K_{HL} = \frac{982}{1{,}1} \cdot 1 = 892{,}7 \text{ МПа},$$

где σ_{Hlimb} – предел контактной выносливости

$$\sigma_{Hlimb} = 17\text{HRC}+200 = 17 \cdot 46+200 = 982 \text{ МПа}.$$

Коэффициент долговечности принимаем K_{HL}=1; коэффициент безопасности S_H = 1,1...1,2.

Допускаемое изгибное напряжение

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{Flimb}}{S_F} K_{FL} K_{FC} = \frac{550}{1{,}55} \cdot 1 \cdot 0{,}8 = 283{,}87 \text{ МПа},$$

где $\sigma_{Flimb} = 550$ МПа – предел изгибной выносливости;
S_F = 1,55…1,7 – коэффициент безопасности. Принимаем S_F = 1,55; K_{FL} = 1 – коэффициент долговечности; K_{FC} = 0,7…0,8 – коэффициент реверсивности. Принимаем K_{FC} = 0,8.

Проектный расчет передачи

Внешний делительный диаметр шестерни

$$d_{e1} \ge K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta}}{0{,}85 U_1 [\sigma]_H^2}} = 1620 \sqrt[3]{\frac{20 \cdot 1{,}2}{0{,}85 \cdot 2{,}5 \cdot 892{,}7^2}} = 39{,}2 \text{ мм},$$

где K_d=1620 МПа$^{1/3}$; $K_{H\beta}$ – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактной линии. Выбираем из таблицы в зависимости от относительной ширины эквивалентного конического колеса

$$B = \frac{K_{be}U}{2 - K_{be}} = \frac{0,275 \cdot 2,5}{2 - 0,275} = 0,399.$$

$$K_{H\beta} = 1,20.$$

Средний делительный диаметр шестерни

$$d_1 = d_{e1}(1 - 0,5K_{be}) = 39,2(1 - 0,5 \cdot 0,275) = 33,81 \text{ мм}.$$

Внешнее конусное расстояние

$$R_e = 0,5d_{e1}\sqrt{1 + U^2} = 0,5 \cdot 39,2\sqrt{1 + 2,5^2} = 52,77 \text{ мм}.$$

Ширина зубчатого венца

$$b \le K_{be}R_e = 0,275 \cdot 52,77 = 14,51 \text{ мм}.$$

Принимаем b =14 мм.

Внешний окружной (торцевой) модуль из условия контактной выносливости

$$m_{te} = 0,1b = 0,1 \cdot 14 = 1,4 \text{ мм}.$$

Средний окружной модуль из условия изгибной выносливости при максимальном коэффициенте формы зуба Y_{F1} = 4,26, соответствующим Z_1 = 17 и роликовых опорах

$$m_t \ge Y_{F1}\frac{2 \cdot 10^3 T_1 K_{F\beta}}{0,85 d_1 b[\sigma]_{F1}} = 4,26\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 1,3}{0,85 \cdot 33,81 \cdot 14 \cdot 283,87} = 1,94 \text{ мм},$$

где $K_{F\beta}$=1,3 – выбираем по таблице.

Внешний окружной модуль из условия изгибной выносливости

$$m_{te} \ge \frac{m_t}{1 - 0,5K_{be}} = \frac{1,94}{1 - 0,5 \cdot 0,275} = 2,25 \text{ мм}.$$

Принимаем по стандарту m_{te}=2,5мм.

Число зубьев шестерни

$$Z_1 = \frac{d_{e1}}{m_{te}} = \frac{39,2}{2,5} = 15,68.$$

Минимальное число зубьев шестерни

$$Z_{1\min} = \frac{17U}{\sqrt{U^2+1}} = \frac{17 \cdot 2,5}{\sqrt{2,5^2+1}} = 15,8.$$

Z_1 = 15,68 < $Z_{1\min}$ = 15,8 - условие не выполняется. Принимаем внешний окружной модуль m_{te} = 2 мм. Уменьшение модуля потребует в дальнейшем увеличения ширины b зубчатого венца.

Находим новое значение среднего окружного модуля

$$m_t = m_{te}(1 - 0,5K_{be}) = 2(1 - 0,5 \cdot 0,275) = 1,725 \text{ мм.}$$

Уточненное число зубьев шестерни

$$Z_1 = \frac{d_{e1}}{m_{te}} = \frac{39,2}{2} = 19,6.$$

Окончательно принимаем Z_1 = 20.

Число зубьев колеса

$$Z_2 = Z_1 U = 20 \cdot 2,5 = 50.$$

Находим действительное передаточное отношение

$$U_{\text{Д}} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{50}{20} = 2,5.$$

Погрешность передаточного отношения

$$\Delta U = \frac{U_{\text{Д}} - U}{U} 100\% = \frac{2,5 - 2,5}{2,5} 100 = 0\% < 4\%.$$

Условие выполняется.

Геометрические параметры зубчатых колес

Углы делительных конусов:

- колеса

$$\delta_2 = \text{arctg}\, U_{Д} = \text{arctg}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) = \text{arctg}\, 2{,}5 = 68{,}1986°;$$

- шестерни

$$\delta_1 = 90 - \delta_2 = 90 - 68{,}1986 = 21{,}8014°.$$

Внешние делительные диаметры:

- шестерни

$$d_{e1} = m_{te} Z_1 = 2 \cdot 20 = 40 \text{ мм};$$

- колеса

$$d_{e2} = m_{te} Z_2 = 2 \cdot 50 = 100 \text{ мм}.$$

Внешние диаметры вершин зубьев:

- шестерни

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2m_{te} \cos\delta_1 = 40 + 2 \cdot 2 \cdot \cos(21{,}8014) = 43{,}7 \text{ мм};$$

- колеса

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2m_{te} \cos\delta_2 = 100 + 2 \cdot 2 \cdot \cos(68{,}1986) = 101{,}49 \text{ мм}.$$

Диаметры окружностей впадин:

- шестерни

$$d_{fe1} = d_{e1} - 2{,}4m_{te} \cos\delta_1 = 40 - 2{,}4 \cdot 2 \cdot \cos(21{,}8014) = 35{,}5 \text{ мм};$$

- колеса

$$d_{fe2} = d_{e2} - 2{,}4m_{te} \cos\delta_2 = 100 - 2{,}4 \cdot 2 \cdot \cos(68{,}1986) = 98{,}2 \text{ мм}.$$

Средние делительные диаметры:

- шестерни

$$d_1 = d_{e1} - b\sin\delta_1 = 40 - 14 \cdot \sin(21{,}8014) = 34{,}8 \text{ мм};$$

- колеса

$$d_2 = d_{e2} - b\sin\delta_2 = 100 - 14\cdot\sin(68{,}1986) = 87 \text{ мм.}$$

Внешнее конусное расстояние

$$R_e = 0{,}5\sqrt{d_{e1}^2 + d_{e2}^2} = 0{,}5\sqrt{40^2 + 100^2} = 53{,}85 \text{ мм.}$$

Высота головки зуба

$$h_{ae} = m_{te} = 2 \text{ мм.}$$

Высота ножки зуба

$$h_{fe} = 1{,}2m_{te} = 1{,}2\cdot 2 = 2{,}4 \text{ мм.}$$

Проверочный расчет зубьев на выносливость по контактным напряжениям

Условие контактной выносливости

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}\sqrt{U^2+1}}{\theta_H d_1 U}} \le [\sigma]_H,$$

где Z_H=1,76 – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев; Z_M = 275 МПа$^{1/2}$ – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов колес; Z_ε = 0,9 – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий; $\theta_H = 0{,}85$; W_{Ht} − удельная расчётная окружная сила

$$W_{Ht} = K_{H\alpha}K_{H\beta}K_{H\upsilon}\frac{2\cdot 10^3 T_1}{d_1 b} = 1\cdot 1{,}2\cdot 1\frac{2\cdot 10^3\cdot 20}{34{,}8\cdot 14} = 98{,}5 \text{ Н/мм,}$$

где $K_{H\alpha}$=1 – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями; $K_{H\beta}$ =1,2 – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий (таблица); K_{Hv} =1 – коэффициент динамической нагрузки; Θ_H = 0,85; $[\sigma]_H = 892{,}7$МПа – допускаемое контактное напряжение.

Тогда

$$\sigma_H = 1{,}76 \cdot 275 \cdot 0{,}9\sqrt{\frac{98{,}5\sqrt{2{,}5^2+1}}{0{,}85 \cdot 34{,}8 \cdot 2{,}5}} = 824{,}9 \text{ МПа};$$

$\sigma_H = 824{,}9$ МПа$<[\sigma]_H$ =892,7 МПа – условие выполняется.

Проверочный расчет зубьев колес на выносливость по напряжениям изгиба

Условие изгибной прочности

$$\sigma_{F1,2} = Y_{F1,2}\frac{W_{Ft}}{m_t \theta_F} \le [\sigma]_F ,$$

где $\theta_F = 0{,}85$; W_{Ft} – удельная расчетная окружная сила

$$W_{Ft} = K_{F\alpha}K_{F\beta}K_{F\upsilon}\frac{2 \cdot 10^3 T_1}{d_1 b} = 1 \cdot 1{,}3 \cdot 1\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 20}{34{,}8 \cdot 14} = 106{,}73 \text{ Н/мм}.$$

Для роликовых подшипников:
$K_{F\alpha}$=1 – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между зубьями; $K_{F\beta}$=1,3 – коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий (таблица); K_{Fv}=1 – коэффициент динамической нагрузки; $Y_{F1,2}$ – коэффициенты формы зуба шестерни и колеса. Их находят по таблице в зависимости от числа зубьев эквивалентных колес:

- для шестерни

$$Z_{v1} = \frac{Z_1}{\cos\delta_1} = \frac{20}{\cos(21{,}8014)} = 21{,}54;$$

- для колеса

$$Z_{v2} = \frac{Z_2}{\cos\delta_2} = \frac{50}{\cos(68{,}1986)} = 134{,}62.$$

Тогда Y_{F1}= 4,04; Y_{F2}=3,60.

После подстановки в условие изгибной выносливости получим

$$\sigma_{F1} = 4{,}04 \frac{106{,}73}{0{,}85 \cdot 1{,}725} = 294 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_{F2} = 3{,}6 \frac{106{,}73}{0{,}85 \cdot 1{,}725} = 262 \text{ МПа.}$$

Таким образом

$$\sigma_{F1} = 294 \text{ МПа} > [\sigma]_F = 283{,}8 \text{ МПа.}$$

Условие изгибной выносливости не выполняется.

Вводим поправку на ширину колеса

$$b' = b\left(\frac{\sigma_F}{[\sigma]_F}\right)^2 = 14\left(\frac{294}{283{,}8}\right)^2 = 15{,}02 \text{ мм.}$$

Принимаем *b*=16мм.

Вычисляем новое значение удельной окружной силы

$$W_{Ft} = 1 \cdot 1{,}3 \cdot 1 \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 20}{34{,}8 \cdot 16} = 93{,}39 \text{ Н/мм.}$$

Определяем изгибные напряжения:

$$\sigma_{F1} = 4{,}04 \frac{93{,}39}{0{,}85 \cdot 1{,}725} = 257{,}3 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_{F2} = 3{,}6 \frac{93{,}39}{0{,}85 \cdot 1{,}725} = 229{,}3 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_{F1} = 257{,}3 \text{ МПа} < [\sigma]_F = 283{,}8 \text{ МПа.}$$

Условие выполняется.

Силы в зацеплении

Силы на шестерне:

- окружная

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot 10^3 T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 20}{34{,}8} = 1149 \text{ Н};$$

- нормальная к зубу

$$F'_{r1} = F_{t1} tg\alpha_w = 1149 \cdot tg20 = 418{,}2 \text{ Н};$$

- радиальная

$$F_{r1} = F'_{r1}\cos\delta_1 = 418{,}2 \cdot \cos\left(21{,}8014\right) = 388{,}3 \text{ Н};$$

- осевая

$$F_{a1} = F'_{r1}\sin\delta_1 = 418{,}2 \cdot \sin\left(21{,}8014\right) = 155{,}3 \text{ Н}.$$

Силы на колесе:

- окружная

$$F_{t2} = -F_{t1} = 1149 \text{ Н};$$

- нормальная к зубу

$$F'_{r2} = -F'_{r1} = 418{,}2 \text{ Н};$$

- радиальная

$$F_{r2} = -F_{a1} = 155{,}3 \text{ Н};$$

- осевая

$$F_{a2} = -F_{r1} = 388{,}3 \text{ Н}.$$