Мобильная робототехника

Фильтр частиц

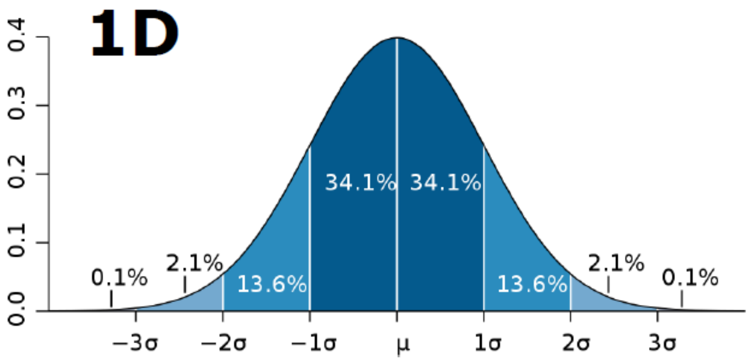
СТАНКИН
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

РиМ
КАФЕДРА РОБОТОТЕХНИКИ И МЕХАТРОНИКИ

Фильтры Калмана

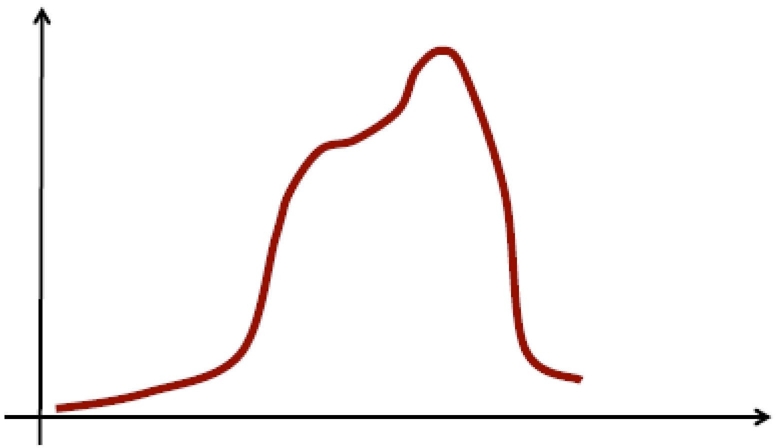
- Фильтры Калмана используют нормальное распределение

$$p(x) = \det(2\pi\Sigma)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right)$$



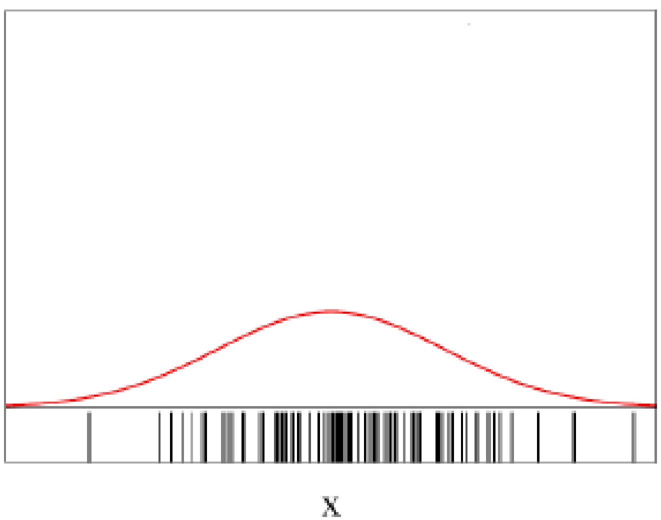
Произвольные распределения

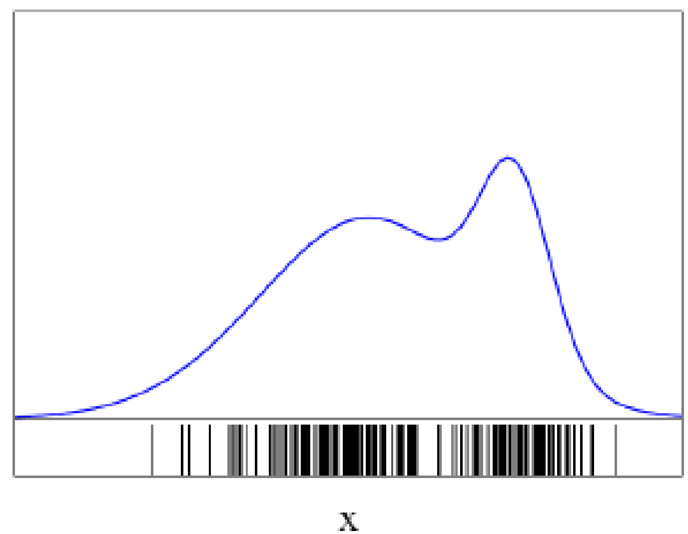
- Что если необходимо использовать произвольно распределенные величины



Выборка (Сэмплинг)

- Аппроксимация распределения сэмплами
- Чем больше сэмплов в отрезке, тем больше вероятность у этого отрезка





Частицы

- Частицы – множество взвешенных сэмплов

$$\mathcal{X} = \left\{ \left\langle x^{[j]}, w^{[j]} \right\rangle \right\}_{j=1,\dots,J}$$

гипотеза состояния

вес частицы

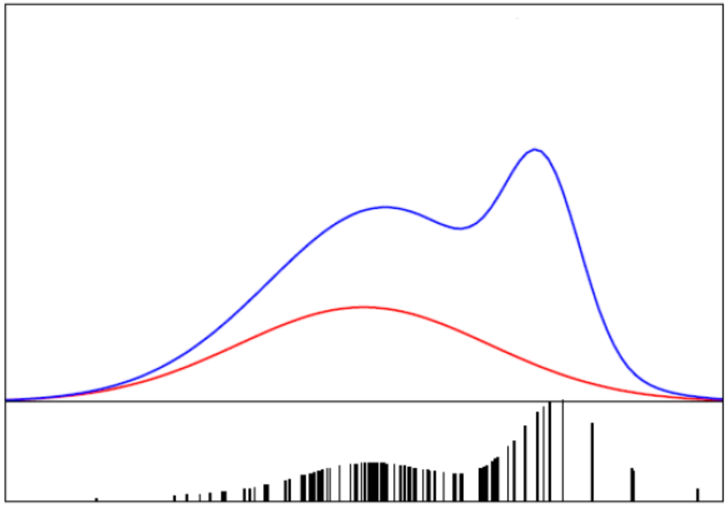
$$p(x) = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot \delta_{s[i]}(x)$$

Взвешенная выборка

- Получение взвешенной выборки из функции *f* при использовании распределения *g*
- Вес частицы определяется отношением *f* и *g*

$$w = f / g$$

$$f(x) > 0 \rightarrow g(x) > 0$$



Фильтр частиц

- Рекурсивный Фильтр Байеса
- Не параметрический подход
- Распределения представлены частицами
- Чем больше частиц, тем лучше оценка

Алгоритм фильтрации частиц

- Получение выборки из предыдущего распределения

$$x_t^{[j]} \sim \pi(x_t \mid \ldots)$$

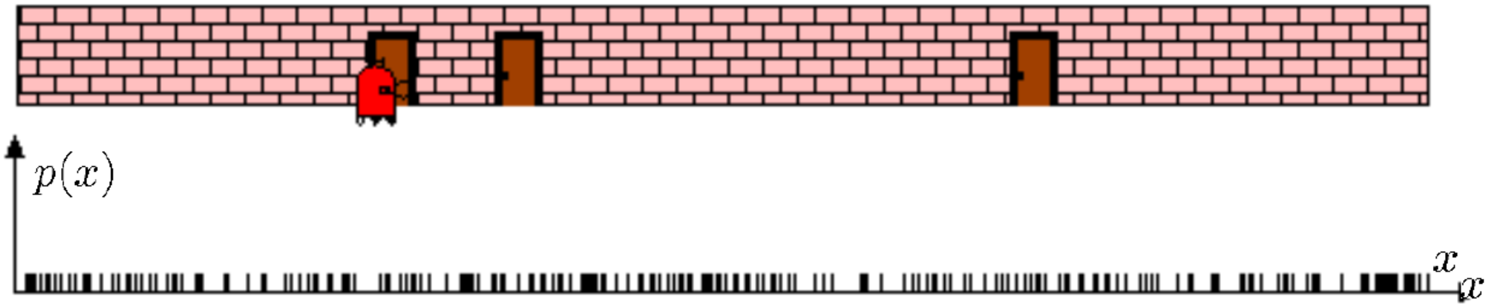
- Вычисление весов частиц

$$w_t^{[j]} = \frac{f\left(x_t^{[j]}\right)}{g\left(x_t^{[j]}\right)}$$

- Обновление выборки

Алгоритм фильтрации частиц для локализации. Пример

Выборка

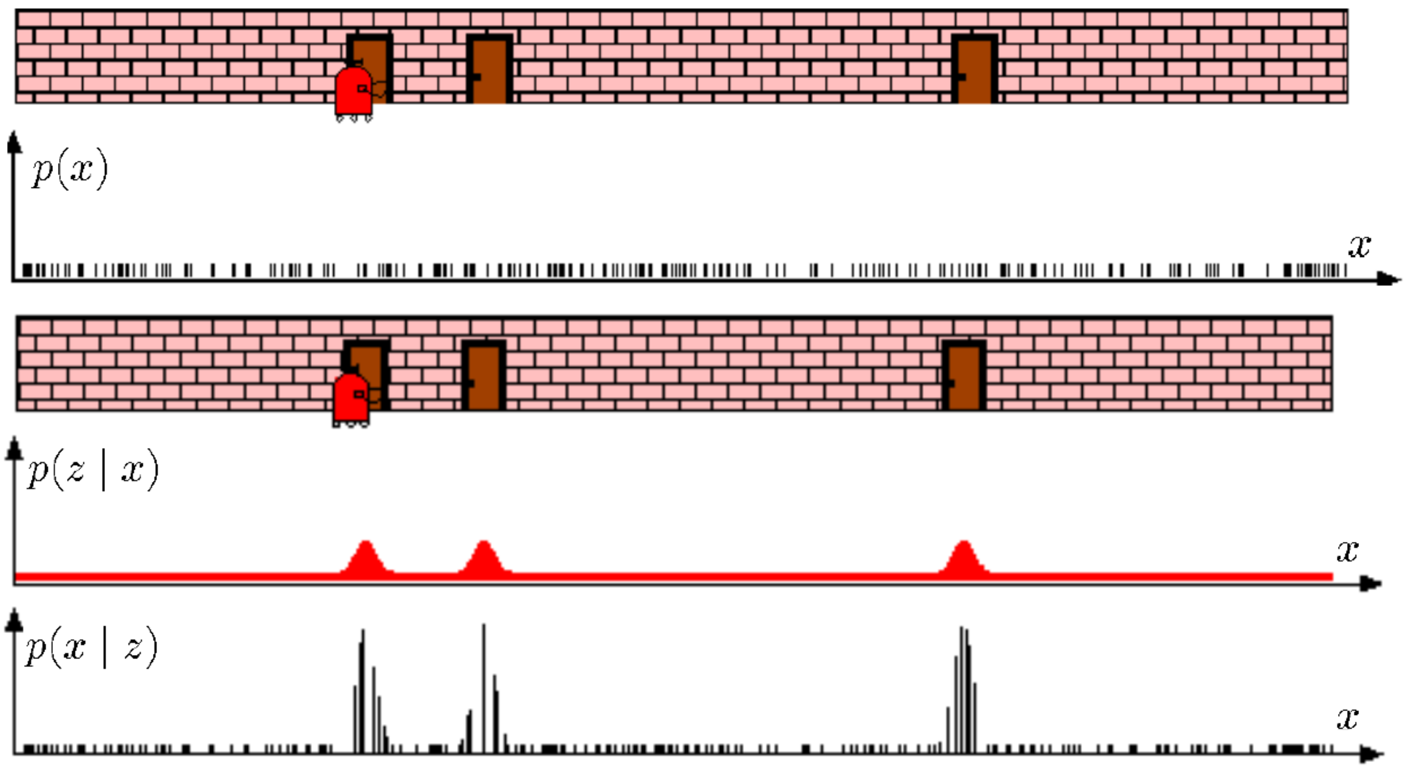


Алгоритм фильтрации частиц для локализации. Пример

Определение весов

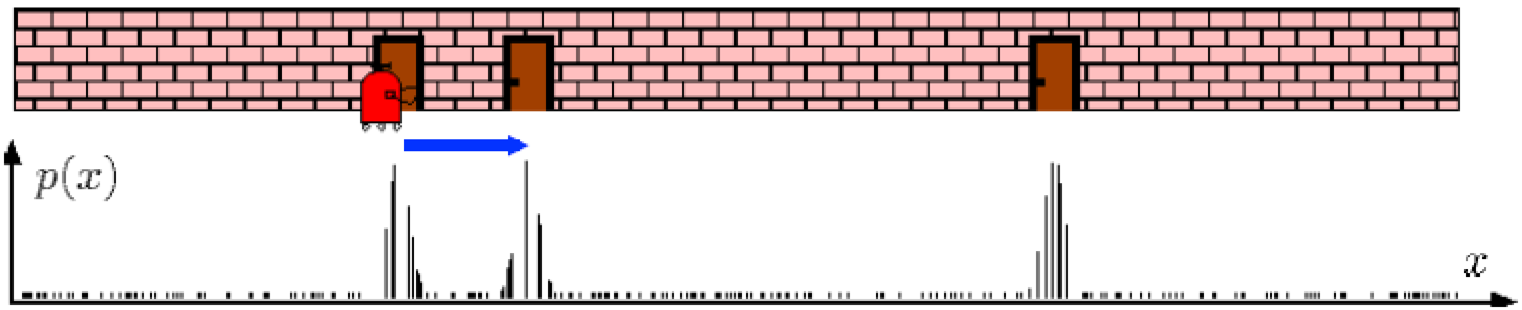
$$Bel(x) \leftarrow \alpha\, p(z \mid x)\, Bel^{-}(x)$$

$$w \leftarrow \frac{\alpha\, p(z \mid x)\, Bel^{-}(x)}{Bel^{-}(x)} = \alpha\, p(z \mid x)$$

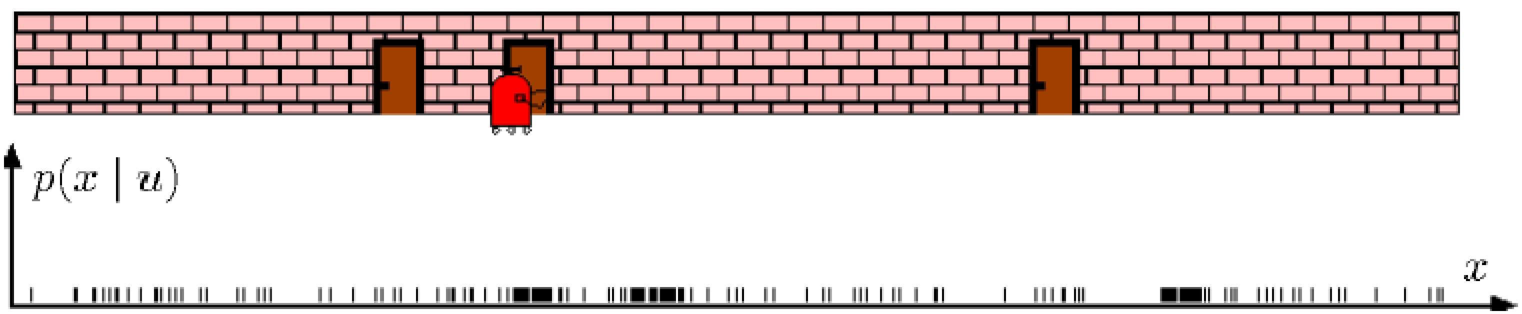


Алгоритм фильтрации частиц для локализации. Пример

$$\boxed{Bel^{-}(x) \leftarrow \int p(x \mid u, x')\, Bel(x')\, \mathrm{d}x'}$$



Перемещение и Обновление выборки

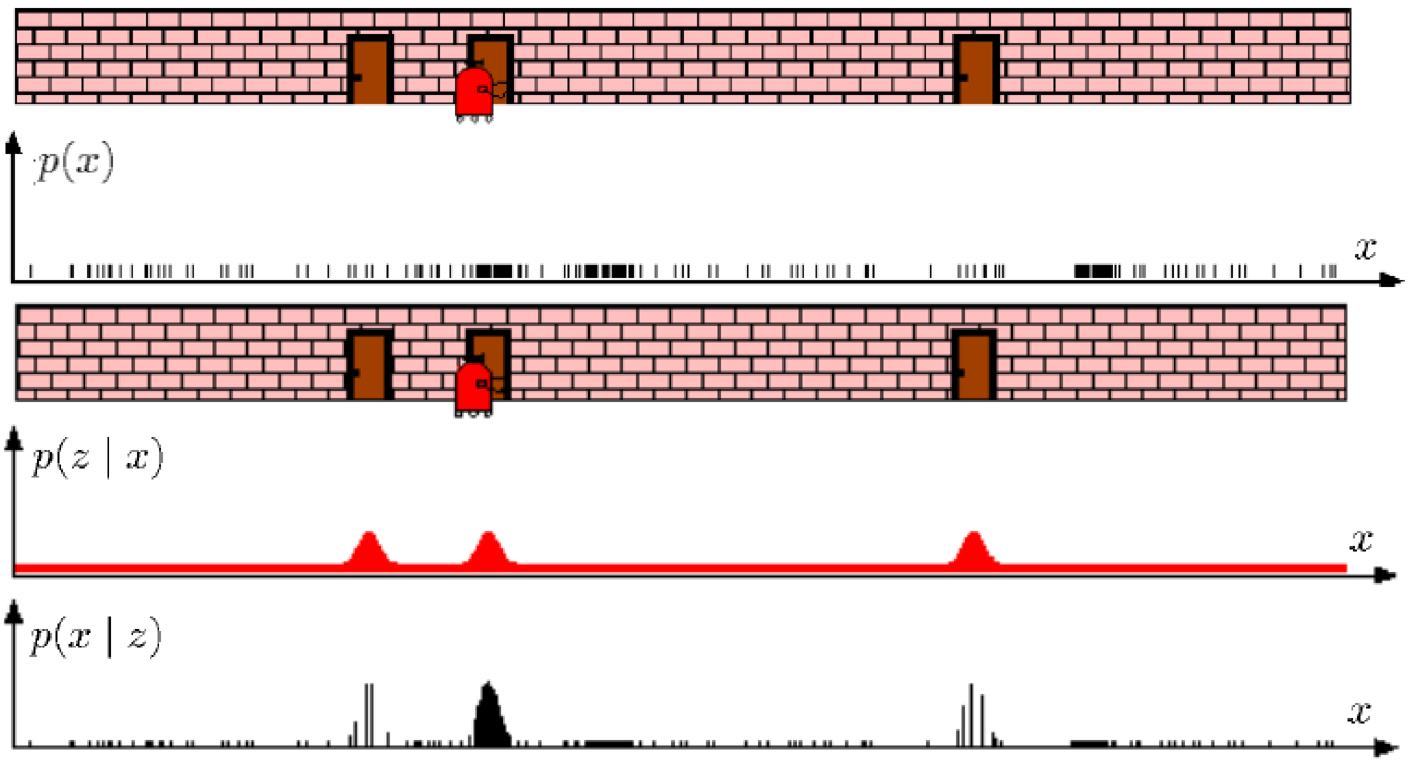


Алгоритм фильтрации частиц для локализации. Пример

Определение весов

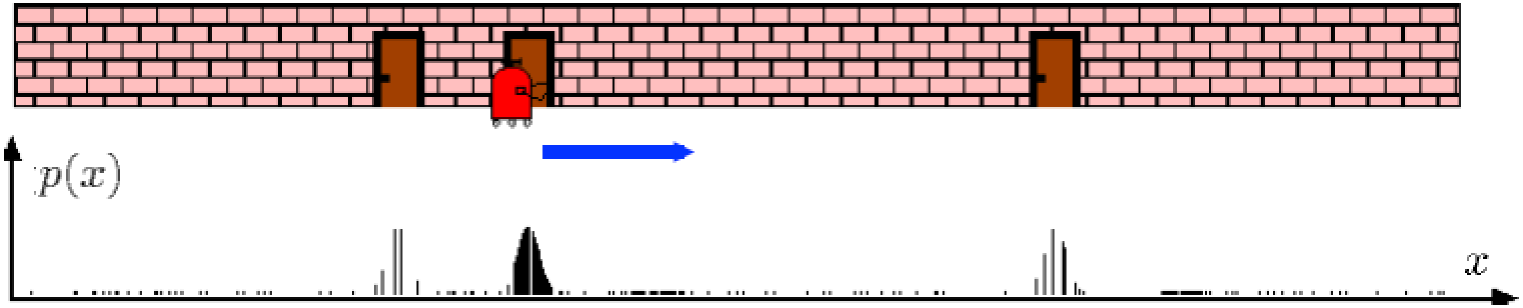
$$Bel(x) \leftarrow \alpha\, p(z \mid x)\, Bel^{-}(x)$$

$$w \leftarrow \frac{\alpha\, p(z \mid x)\, Bel^{-}(x)}{Bel^{-}(x)} = \alpha\, p(z \mid x)$$

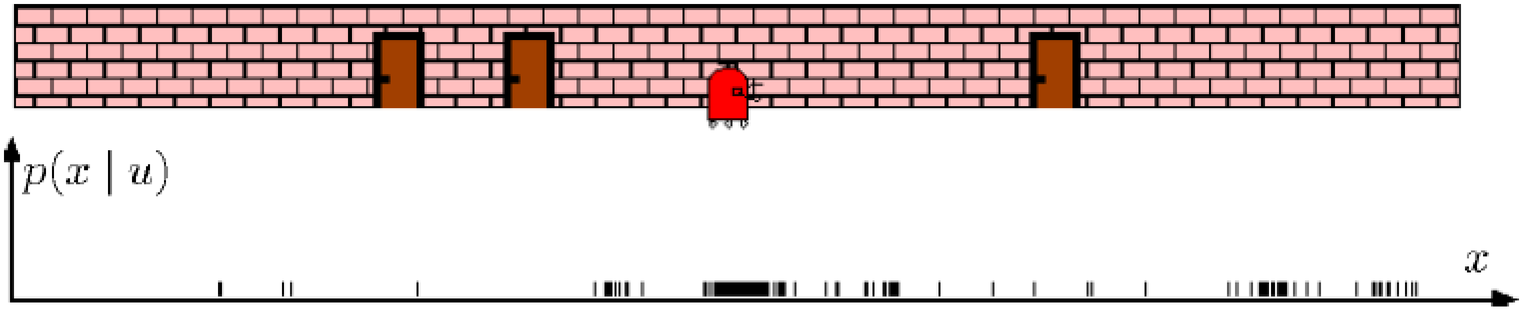


Алгоритм фильтрации частиц для локализации. Пример

$$\boxed{Bel^{-}(x) \leftarrow \int p(x \mid u, x')\, Bel(x')\, \mathrm{d}x'}$$



Перемещение и Обновление выборки



Алгоритм фильтрации частиц для локализации

$$\boxed{Bel(x_t) = \eta\, p(z_t \mid x_t) \int p(x_t \mid x_{t-1}, u_t)\, Bel(x_{t-1})\, dx_{t-1}}$$

$$x^i_{t-1} \sim Bel(x_{t-1})$$

$$x^i_t \sim p(x_t \mid x^i_{t-1}, u_t)$$

$$w^i_t = \frac{\eta\, p(z_t \mid x_t)\, p(x_t \mid x_{t-1}, u_t)\, Bel\,(x_{t-1})}{p(x_t \mid x_{t-1}, u_t)\, Bel\,(x_{t-1})}$$

$$\propto p(z_t \mid x_t)$$

- Каждая частица – гипотеза о положении робота
- Следующая гипотеза определяется согласно модели движения
- Вес частицы определяется моделью измерения

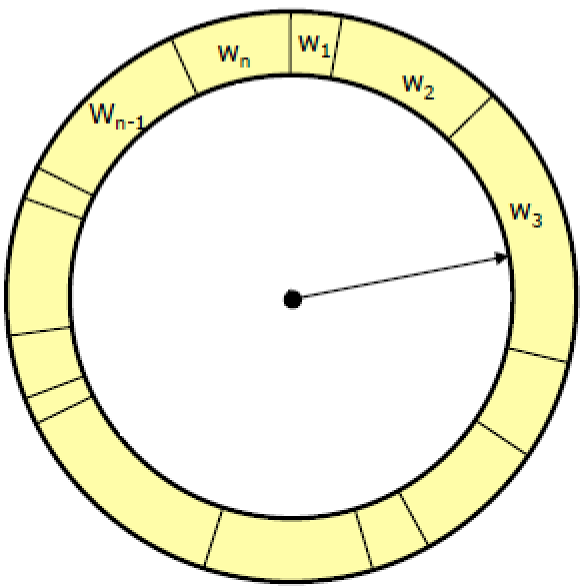
Алгоритм фильтрации частиц для локализации

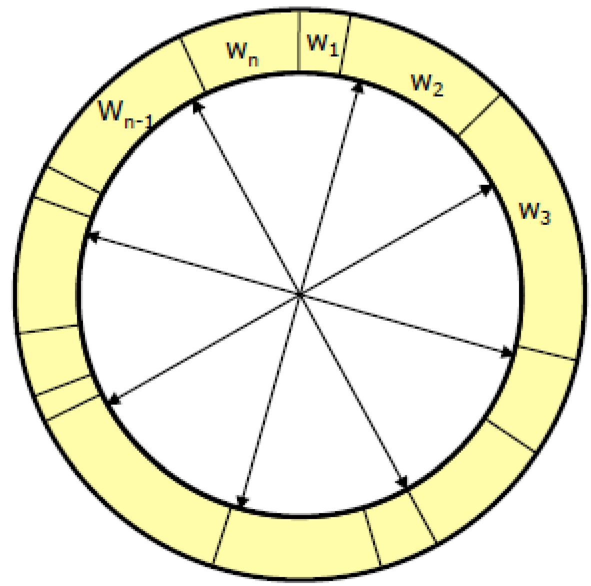
$$
\begin{array}{ll}
\multicolumn{2}{l}{\textbf{Particle\_filter}(\mathcal{X}_{t-1}, u_t, z_t)\textbf{:}} \\
1: & \bar{\mathcal{X}}_t = \mathcal{X}_t = \emptyset \\
2: & \quad \textit{for } j = 1 \textit{ to } J \textit{ do} \\
3: & \qquad \text{sample } \underline{x_t^{[j]} \sim p(x_t \mid u_t, x_{t-1}^{[j]})} \\
4: & \qquad w_t^{[j]} = p(\underline{z_t \mid x_t^{[j]}}) \\
5: & \qquad \bar{\mathcal{X}}_t = \bar{\mathcal{X}}_t + \langle x_t^{[j]}, w_t^{[j]} \rangle \\
6: & \quad \textit{endfor} \\
7: & \quad \textit{for } j = 1 \textit{ to } J \textit{ do} \\
8: & \qquad \text{draw } i \in 1, \ldots, J \text{ with probability} \propto w_t^{[i]} \\
9: & \qquad \text{add } x_t^{[i]} \text{ to } \mathcal{X}_t \\
10: & \quad \textit{endfor} \\
11: & \quad \textit{return } \mathcal{X}_t
\end{array}
$$

Обновление выборки

- Замена маловероятных частиц на более вероятные
- Остаются только наиболее подходящие сэмплы
- Удаляются сэмплы в местах, где положение робота маловероятно
- Повышает эффективность
- Необходимо использовать, когда количество сэмплов ограничено

Обновление выборки

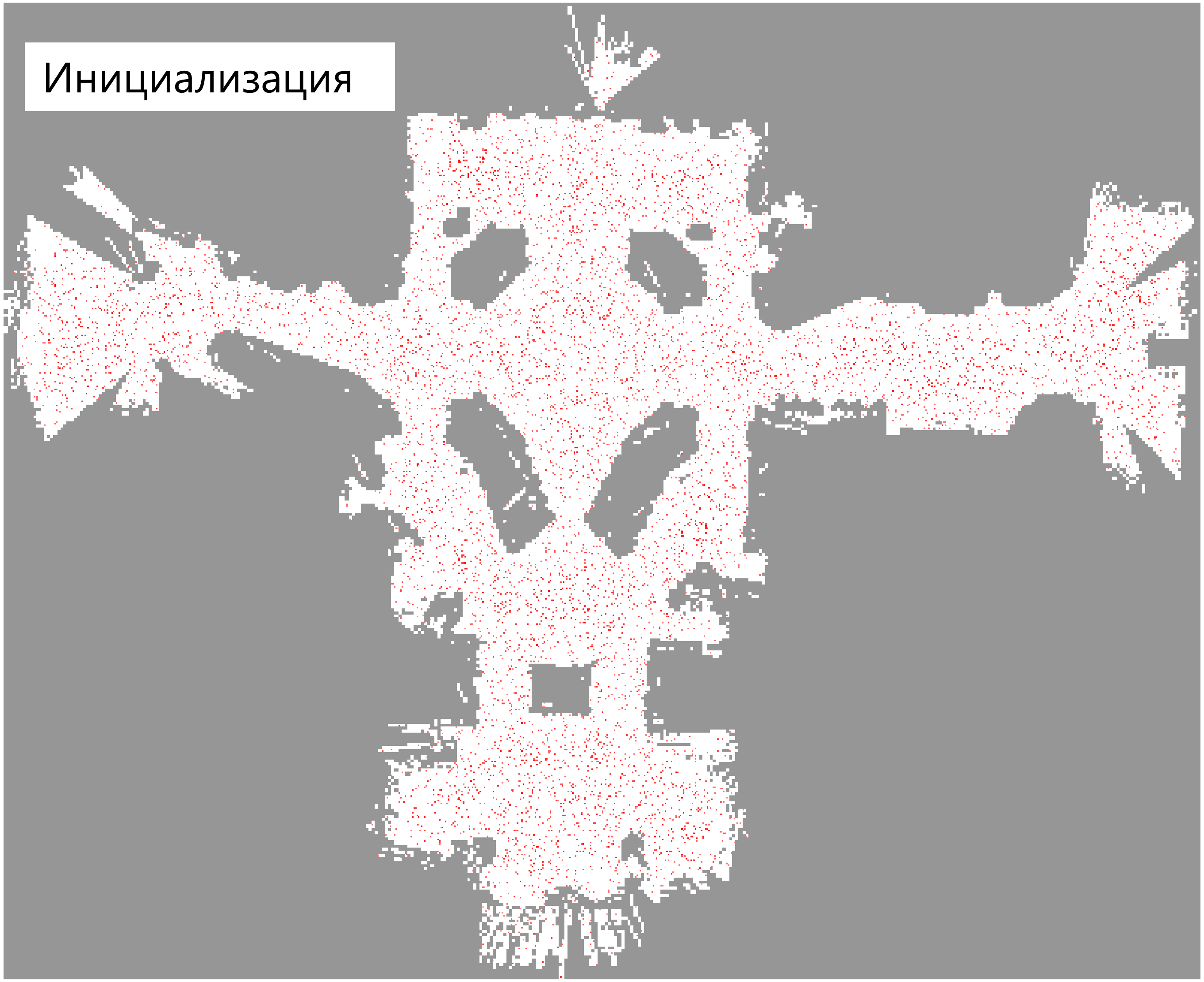




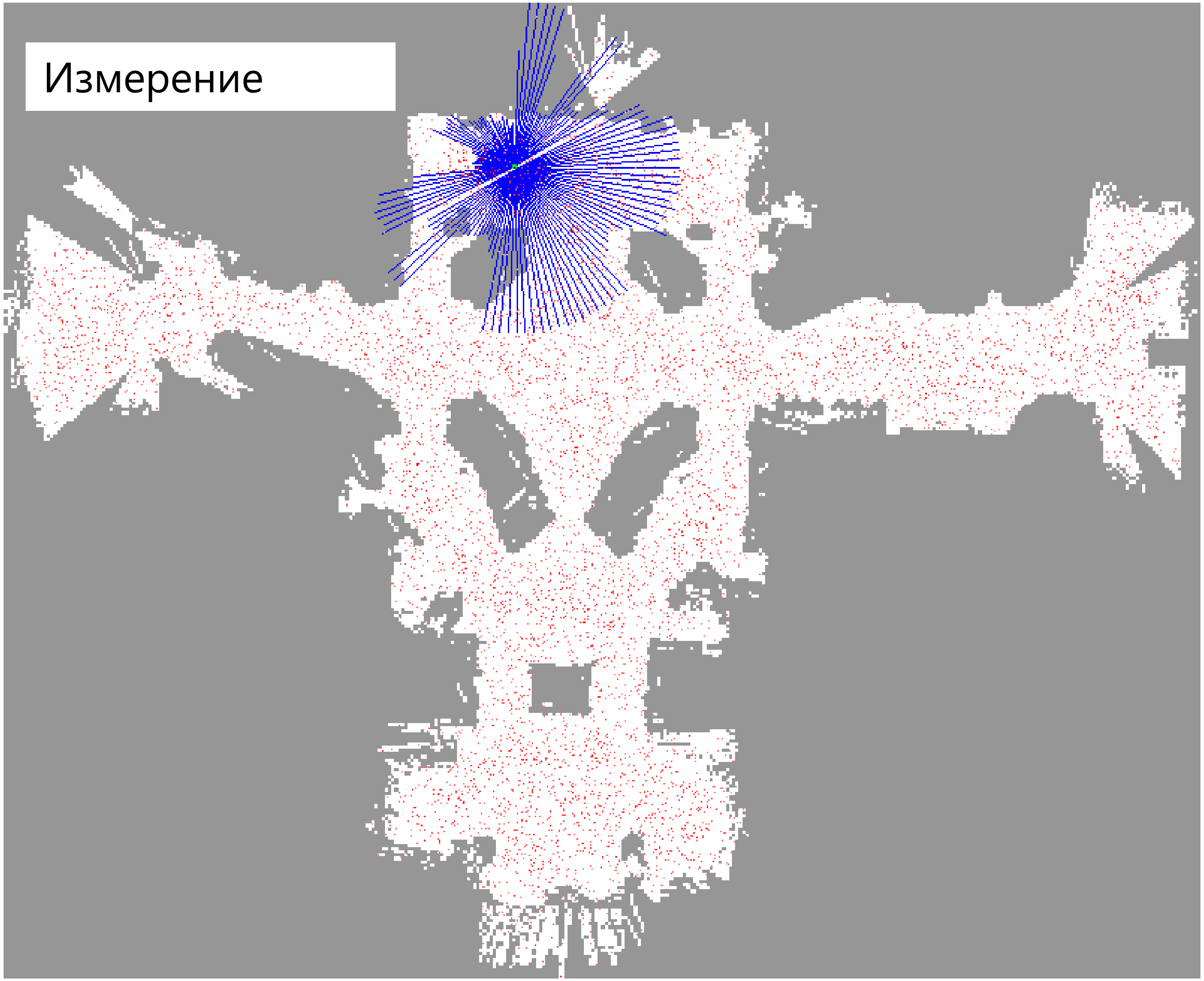
- Рулетка
- Сложность O(n log(n))

- Легко реализовать
- Сложность O(n)

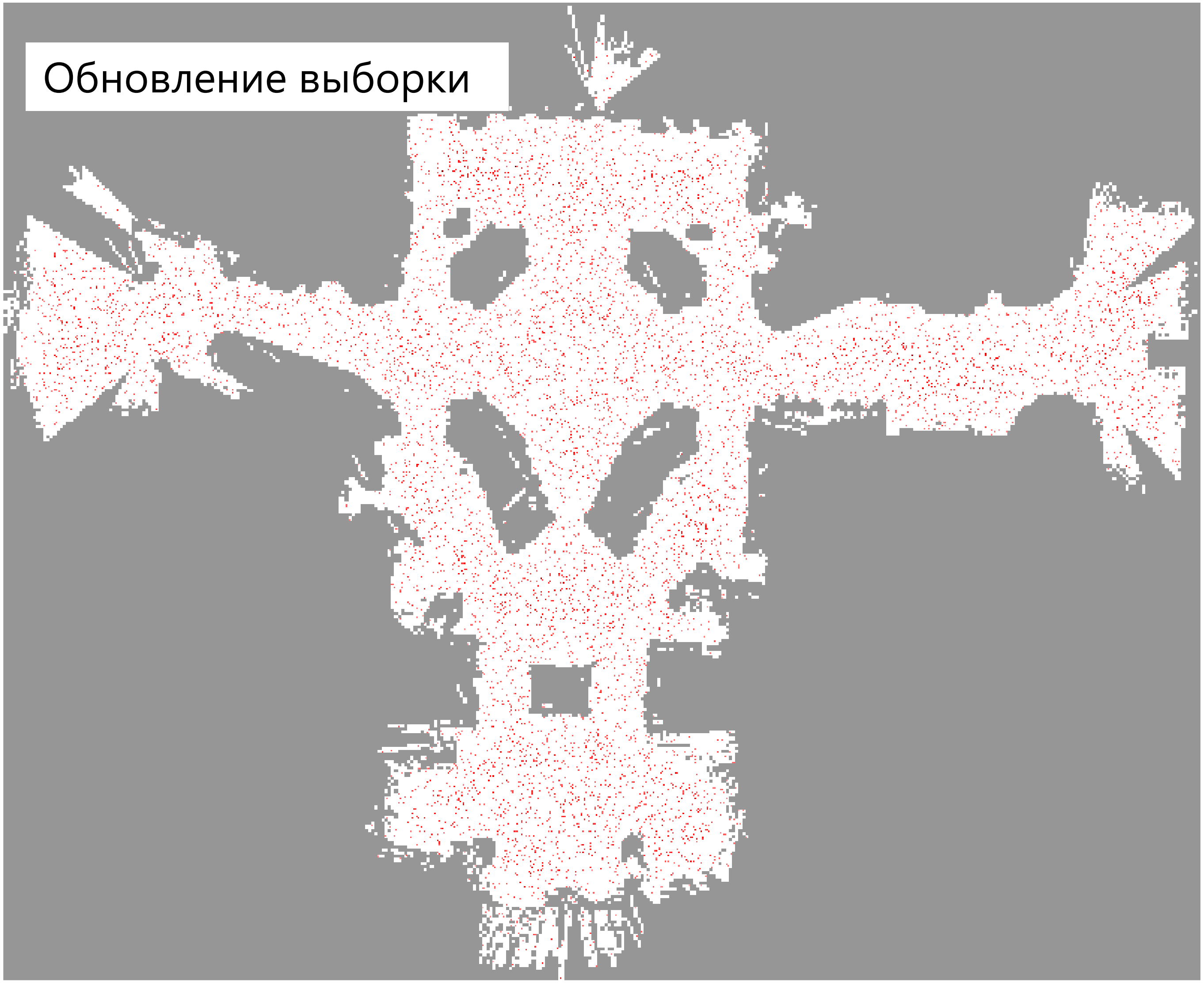
Пример



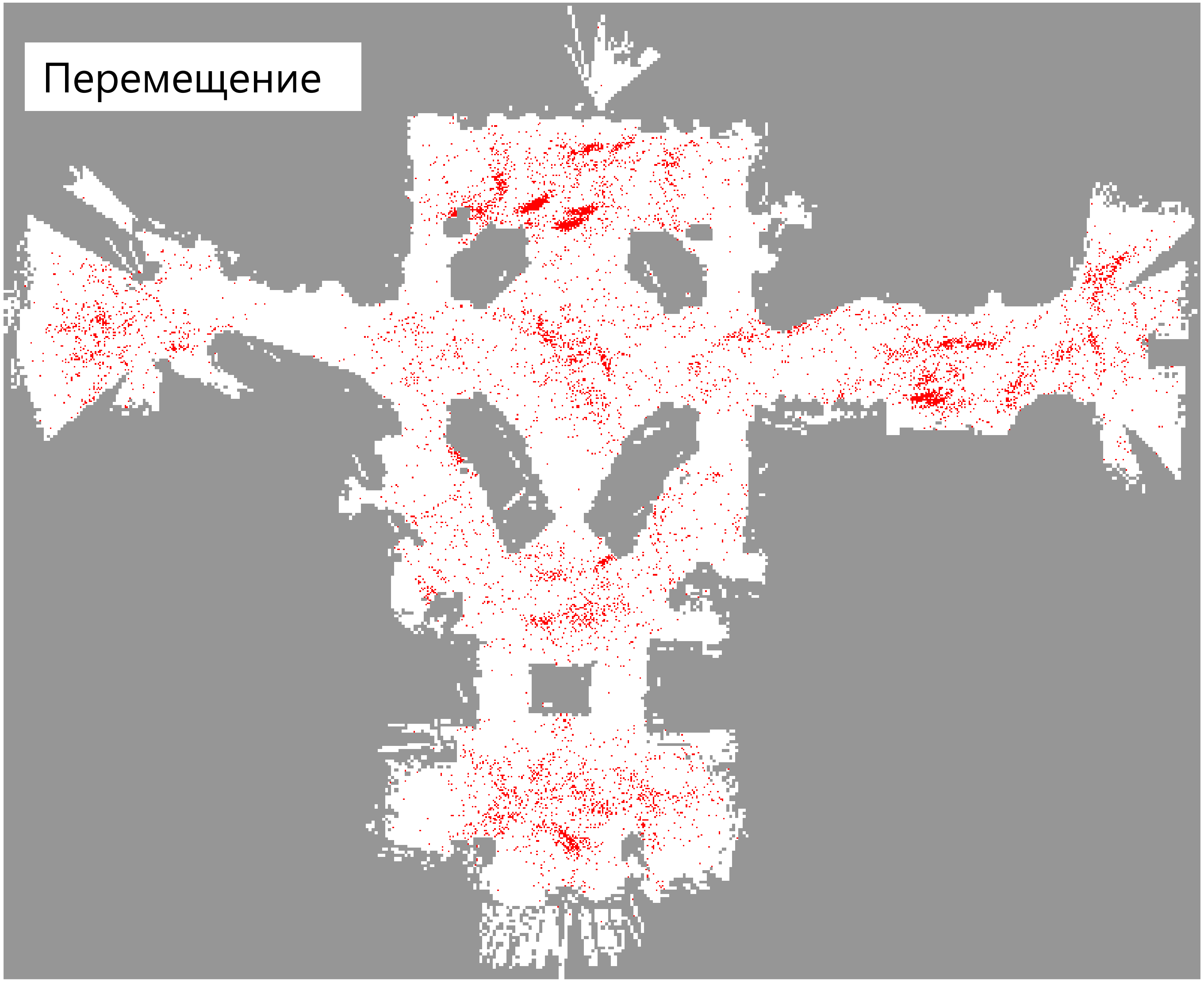
Пример



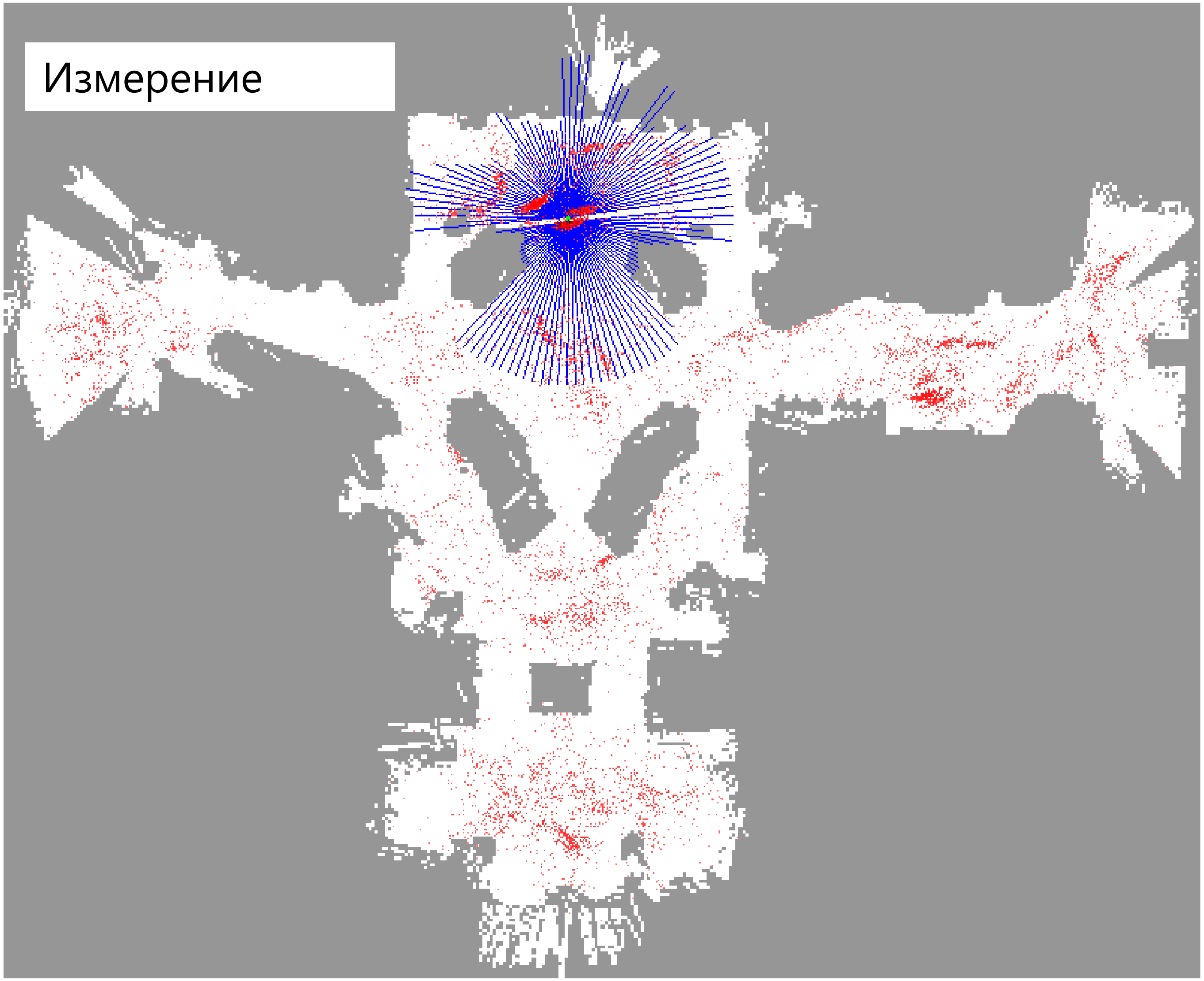
Пример



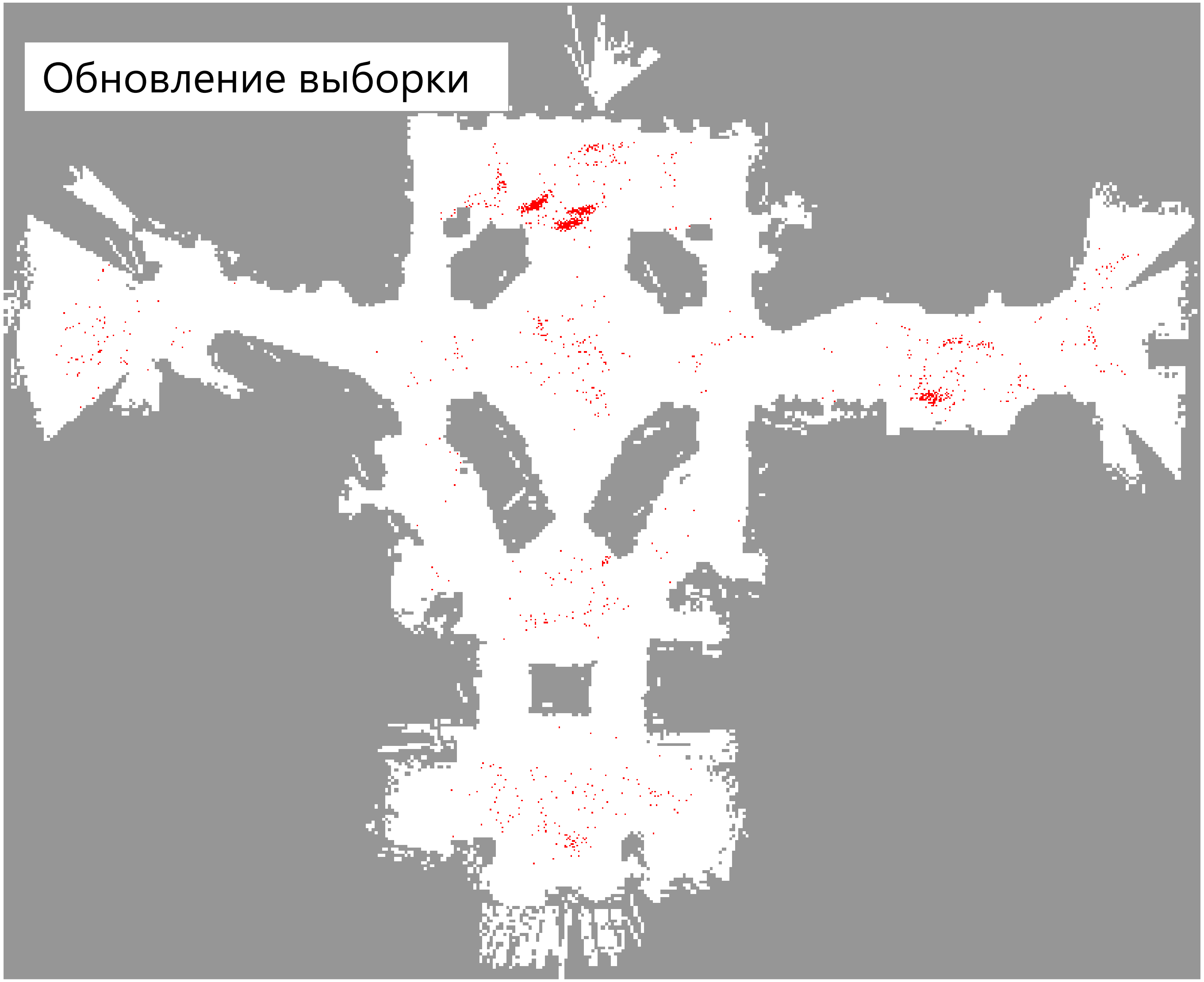
Пример



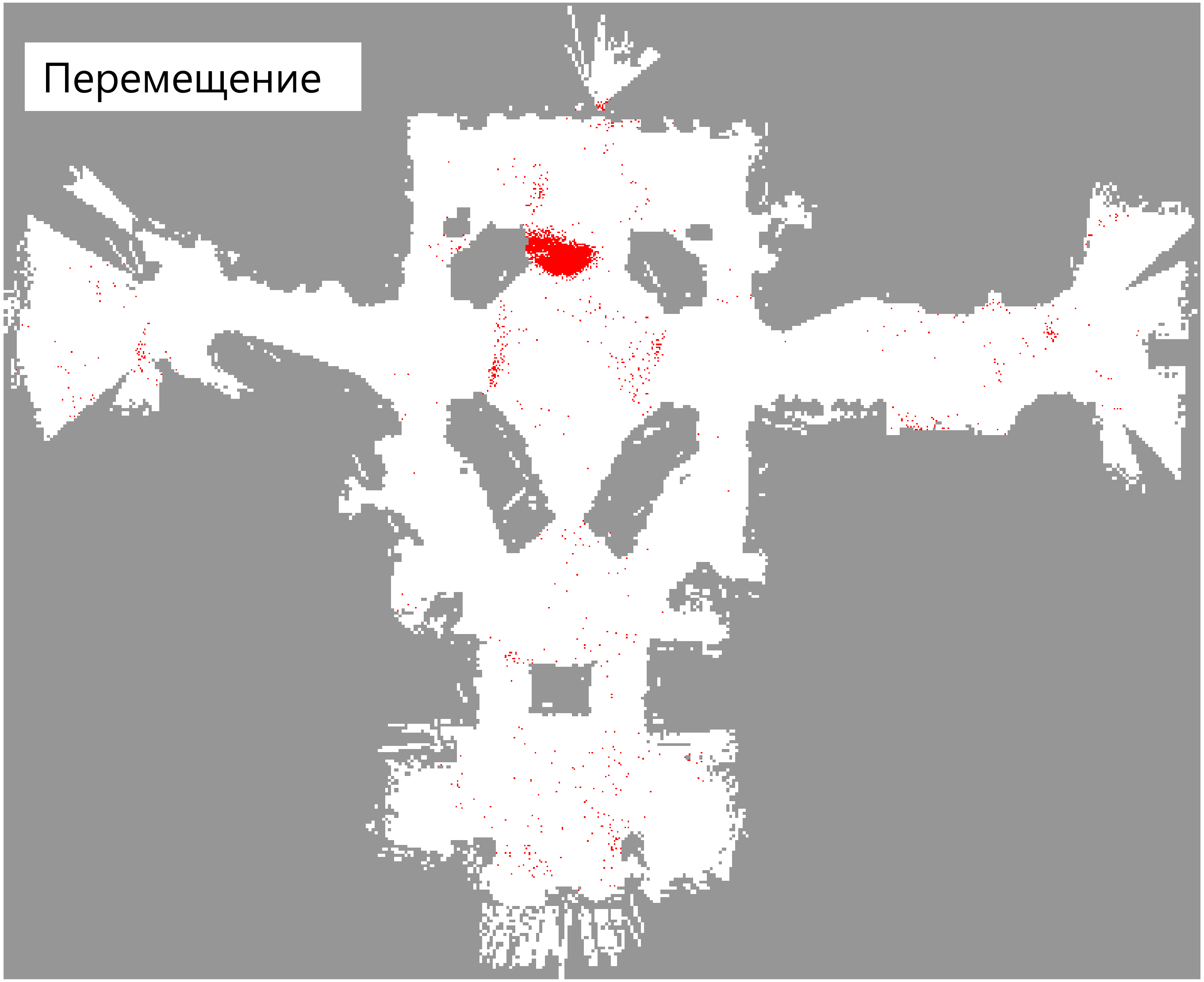
Пример



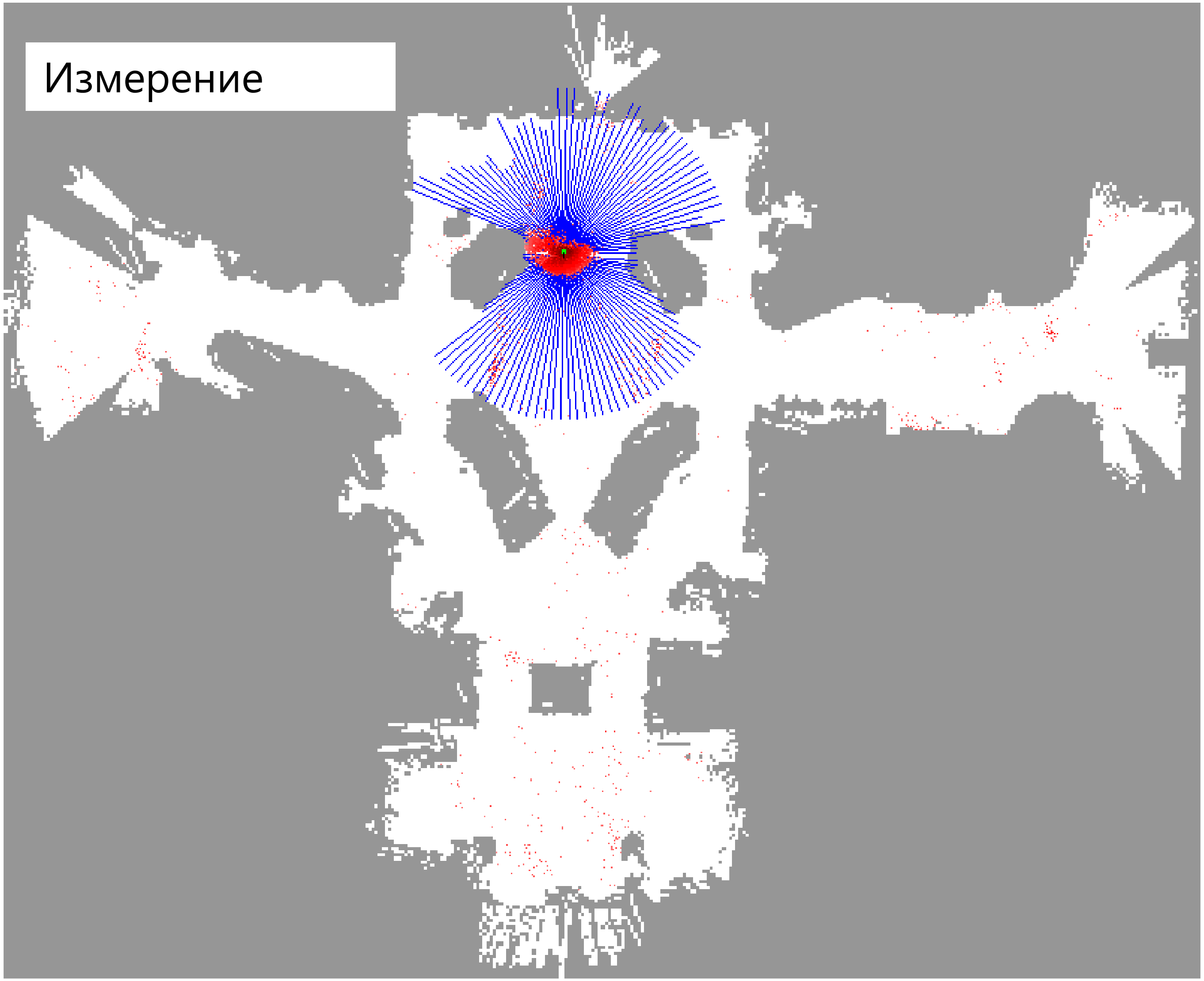
Пример



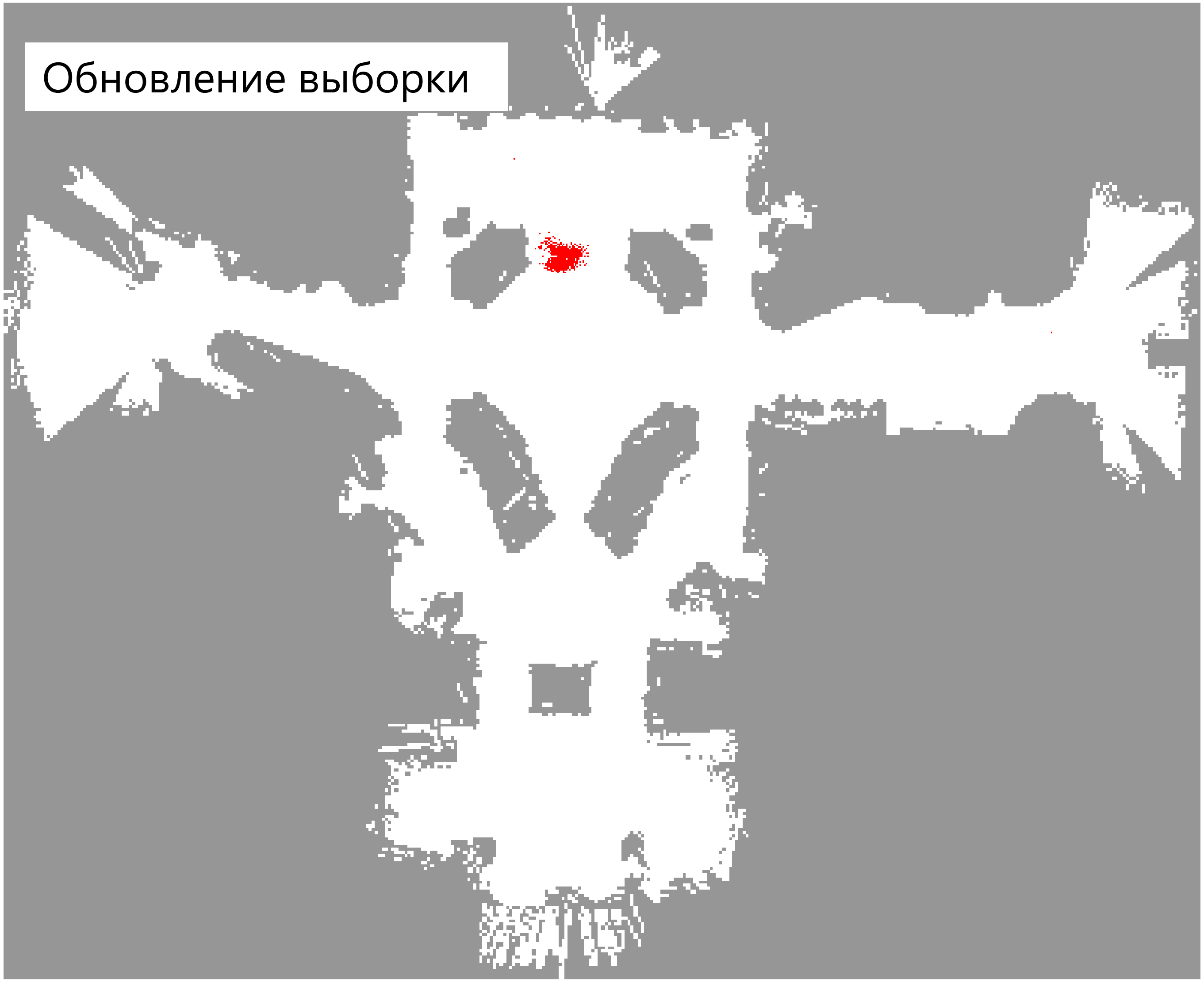
Пример



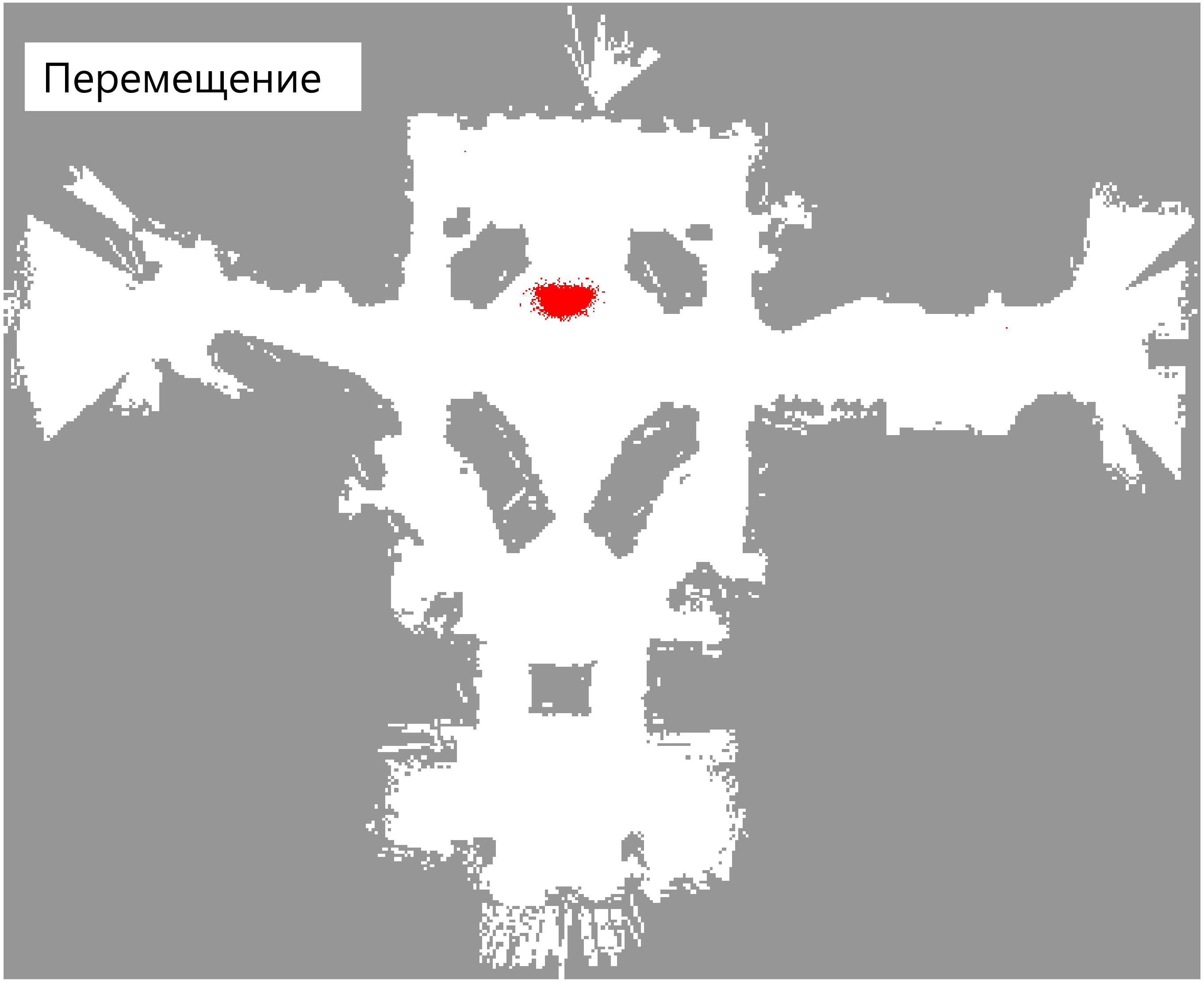
Пример



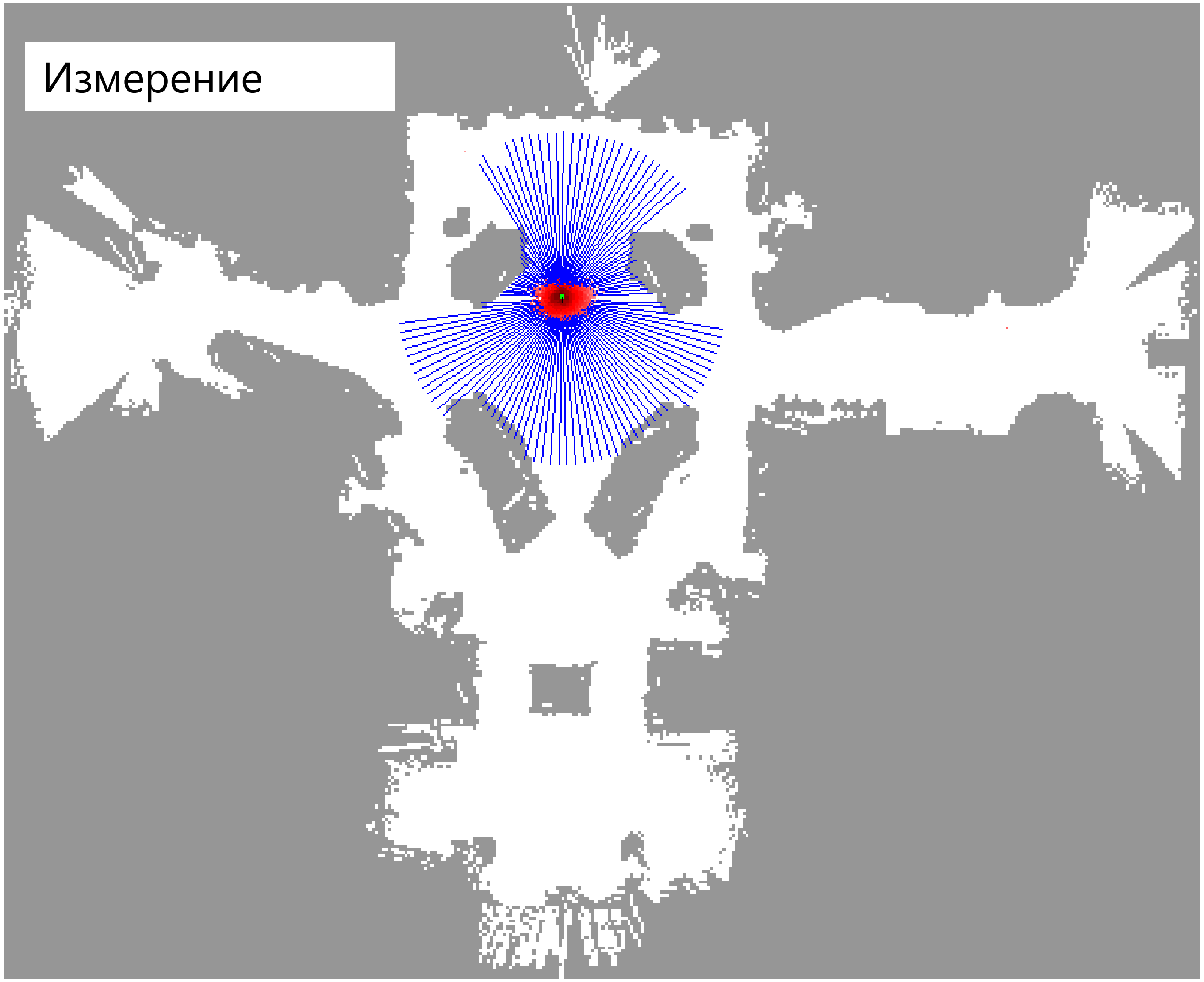
Пример



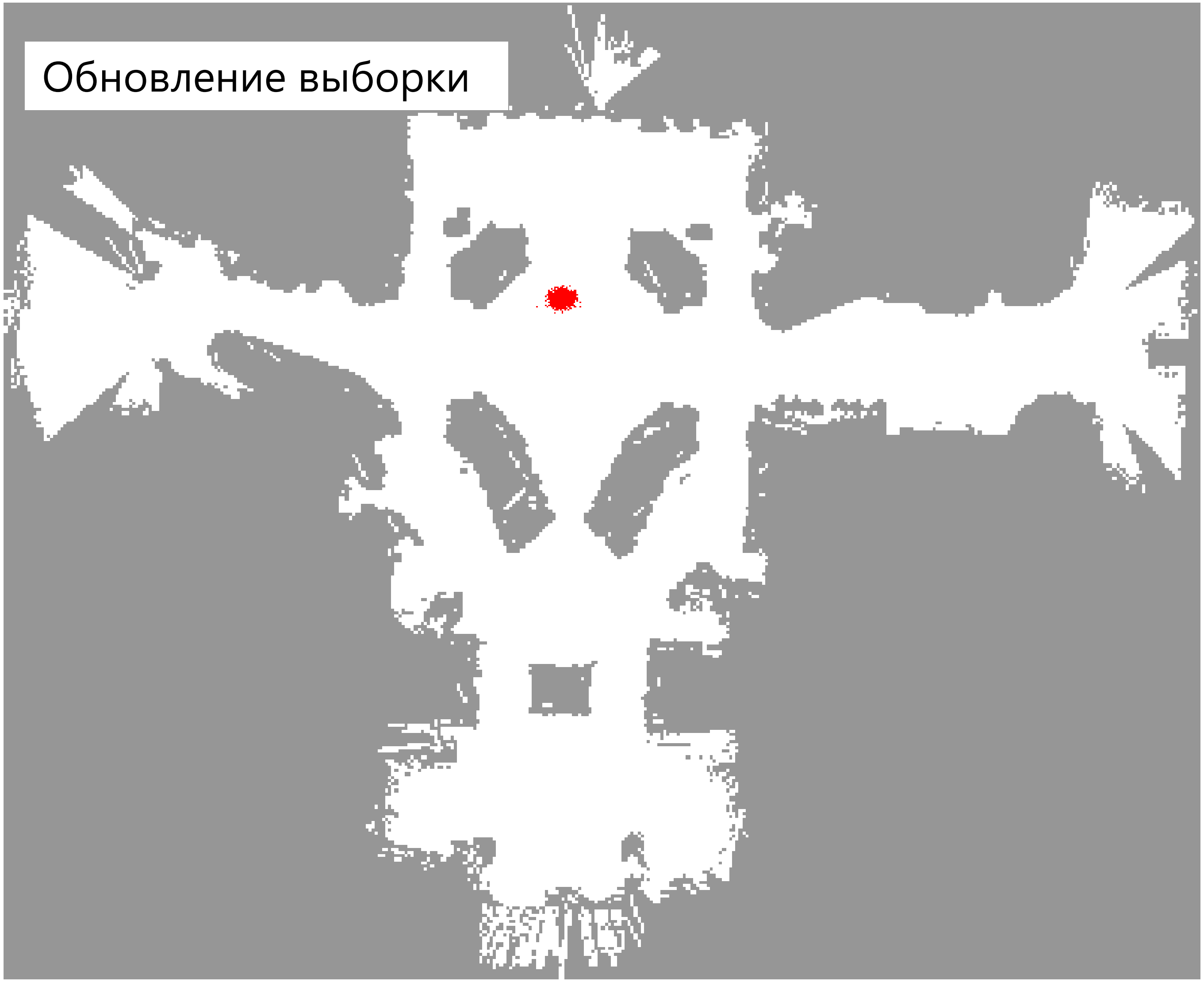
Пример



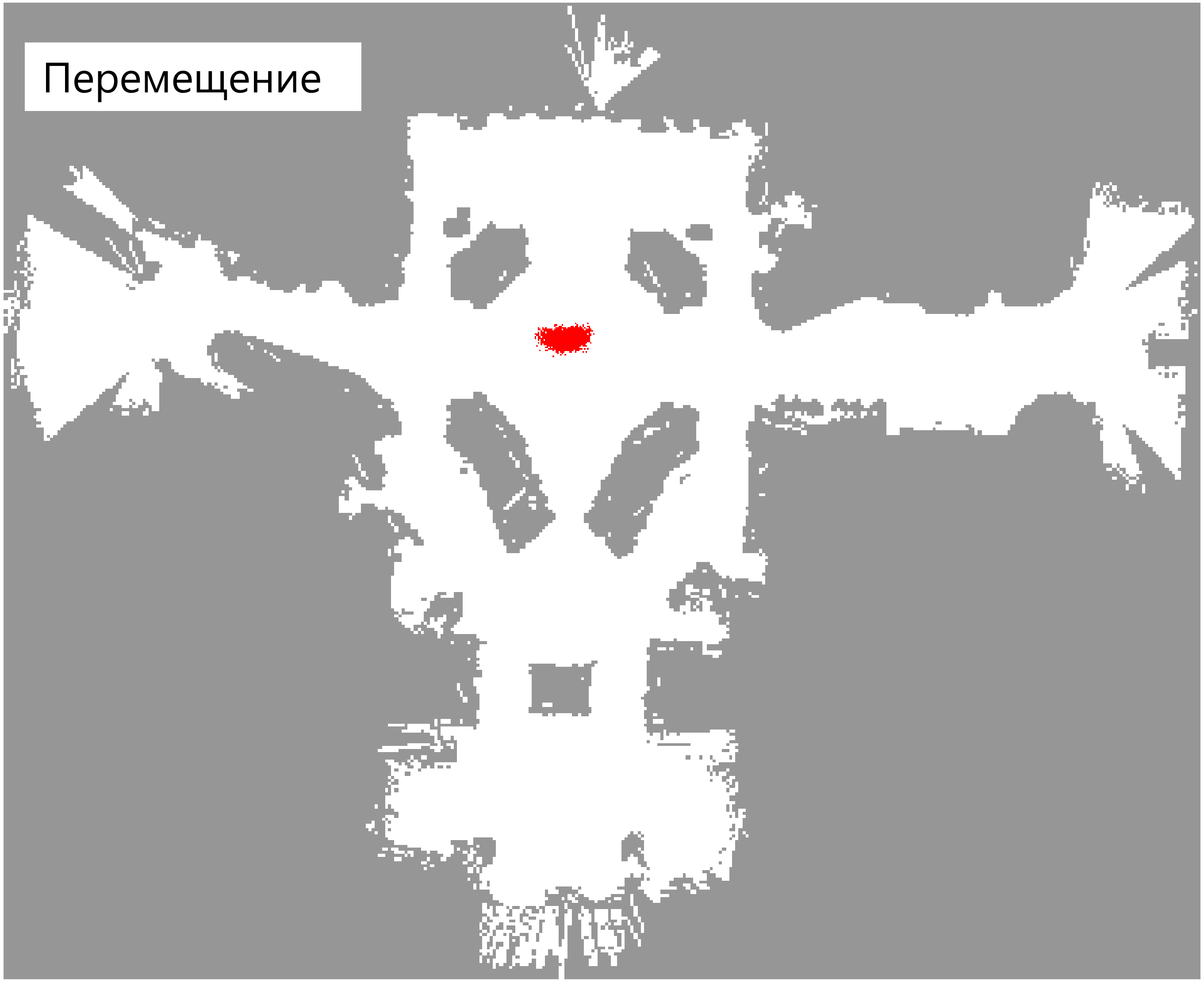
Пример



Пример



Пример



Резюме

- Фильтр частиц - рекурсивный Фильтр Байеса
- Оценки представлены множеством взвешенных частицами
- Возможность моделирования не только нормальных распределений

Для локализации:

- Гипотеза положения определяется согласно модели движения
- Веса частицам назначаются согласно модели измерения
- Обновление выборки повышает эффективность

Следующая лекция

- Планирование движения