# 1.Основные свойства рациональных чисел

Множество рациональных чисел удовлетворяют шестнадцати основным [свойствам](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B2%D0%BE%D0%B9%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_(%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0)), которые легко могут быть получены из свойств [целых чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE).[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE#cite_note-ilyin-1)

1. [**Упорядоченность**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%BF%D0%BE%D1%80%D1%8F%D0%B4%D0%BA%D0%B0)**.** Для любых рациональных чисел {\displaystyle a} и {\displaystyle b} существует правило, позволяющее однозначно идентифицировать между ними одно и только одно из трёх [отношений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_(%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2)): «{\displaystyle <}», «{\displaystyle >}» или «{\displaystyle =}». Это правило называется *правилом упорядочения* и формулируется следующим образом:
   * два неотрицательных числа {\displaystyle a={\frac {m\_{a}}{n\_{a}}}} и {\displaystyle b={\frac {m\_{b}}{n\_{b}}}} связаны тем же отношением, что и два целых числа {\displaystyle m\_{a}\cdot n\_{b}} и {\displaystyle m\_{b}\cdot n\_{a}};
   * два отрицательных числа {\displaystyle a} и {\displaystyle b} связаны тем же отношением, что и два неотрицательных числа {\displaystyle \left|b\right|} и {\displaystyle \left|a\right|};
   * если же {\displaystyle a} неотрицательно, а {\displaystyle b} — отрицательно, то {\displaystyle a>b}.

{\displaystyle \forall a,b\in \mathbb {Q} ~\left(a<b\lor a>b\lor a=b\right)}

Суммирование дробей

1. [**Операция сложения**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5)**.** Для любых рациональных чисел {\displaystyle a} и {\displaystyle b} существует так называемое *правило суммирования*, которое ставит им в соответствие некоторое рациональное число {\displaystyle c}. При этом само число {\displaystyle c} называется [*суммой*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%83%D0%BC%D0%BC%D0%B0_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) чисел {\displaystyle a} и {\displaystyle b} и обозначается {\displaystyle \left(a+b\right)}, а процесс отыскания такого числа называется *суммированием*. Правило суммирования имеет следующий вид: {\displaystyle {\frac {m\_{a}}{n\_{a}}}+{\frac {m\_{b}}{n\_{b}}}={\frac {m\_{a}\cdot n\_{b}+m\_{b}\cdot n\_{a}}{n\_{a}\cdot n\_{b}}}}.

{\displaystyle \forall a,b\in \mathbb {Q} ~\exists !\left(a+b\right)\in \mathbb {Q} }

1. [**Операция умножения**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5)**.** Для любых рациональных чисел {\displaystyle a} и {\displaystyle b} существует так называемое *правило умножения*, которое ставит им в соответствие некоторое рациональное число {\displaystyle c}. При этом само число {\displaystyle c} называется [*произведением*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) чисел {\displaystyle a} и {\displaystyle b} и обозначается {\displaystyle \left(a\cdot b\right)}, а процесс отыскания такого числа также называется *умножением*. Правило умножения имеет следующий вид: {\displaystyle {\frac {m\_{a}}{n\_{a}}}\cdot {\frac {m\_{b}}{n\_{b}}}={\frac {m\_{a}\cdot m\_{b}}{n\_{a}\cdot n\_{b}}}}.

{\displaystyle \forall a,b\in \mathbb {Q} ~\exists \left(a\cdot b\right)\in \mathbb {Q} }

1. [**Транзитивность**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%B7%D0%B8%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C)**отношения порядка.** Для любой тройки рациональных чисел {\displaystyle a}, {\displaystyle b} и {\displaystyle c} если {\displaystyle a} меньше {\displaystyle b} и {\displaystyle b} меньше {\displaystyle c}, то {\displaystyle a} меньше {\displaystyle c}, а если {\displaystyle a} равно {\displaystyle b} и {\displaystyle b} равно {\displaystyle c}, то {\displaystyle a} равно {\displaystyle c}.

{\displaystyle \forall a,b,c\in \mathbb {Q} ~\left(a<b\land b<c\Rightarrow a<c\right)\land \left(a=b\land b=c\Rightarrow a=c\right)}

1. [**Коммутативность**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BC%D1%83%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F)**сложения.** От перемены мест рациональных слагаемых сумма не меняется.

{\displaystyle \forall a,b\in \mathbb {Q} ~~a+b=b+a}

1. [**Ассоциативность**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%81%D1%81%D0%BE%D1%86%D0%B8%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0))**сложения.** Порядок сложения трёх рациональных чисел не влияет на результат.

{\displaystyle \forall a,b,c\in \mathbb {Q} ~~\left(a+b\right)+c=a+\left(b+c\right)}

1. **Наличие**[**нуля**](https://ru.wikipedia.org/wiki/0_(%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE))**.** Существует рациональное число 0, которое сохраняет любое другое рациональное число при суммировании.

{\displaystyle \exists 0\in \mathbb {Q} ~\forall a\in \mathbb {Q} ~~a+0=a}

1. **Наличие противоположных чисел.** Любое рациональное число имеет противоположное рациональное число, при суммировании с которым даёт 0.

{\displaystyle \forall a\in \mathbb {Q} ~\exists \left(-a\right)\in \mathbb {Q} ~~a+\left(-a\right)=0}

1. **Коммутативность умножения.** От перемены мест рациональных множителей произведение не меняется.

{\displaystyle \forall a,b\in \mathbb {Q} ~~a\cdot b=b\cdot a}

1. **Ассоциативность умножения.** Порядок перемножения трёх рациональных чисел не влияет на результат.

{\displaystyle \forall a,b,c\in \mathbb {Q} ~~\left(a\cdot b\right)\cdot c=a\cdot \left(b\cdot c\right)}

1. **Наличие**[**единицы**](https://ru.wikipedia.org/wiki/1_(%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE))**.** Существует рациональное число 1, которое сохраняет любое другое рациональное число при умножении.

{\displaystyle \exists 1\in \mathbb {Q} ~\forall a\in \mathbb {Q} ~~a\cdot 1=a}

1. **Наличие**[**обратных чисел**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE)**.** Любое ненулевое рациональное число имеет обратное рациональное число, умножение на которое даёт 1.

{\displaystyle \forall a\in \mathbb {Q} ~\exists a^{-1}\in \mathbb {Q} ~~a\cdot a^{-1}=1}

1. [**Дистрибутивность**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B1%D1%83%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C)**умножения относительно сложения.** Операция умножения согласована с операцией сложения посредством распределительного закона:

{\displaystyle \forall a,b,c\in \mathbb {Q} ~~\left(a+b\right)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c}

1. **Связь отношения порядка с операцией сложения.** К левой и правой частям рационального неравенства можно прибавлять одно и то же рациональное число.

{\displaystyle \forall a,b,c\in \mathbb {Q} ~~a<b\Rightarrow a+c<b+c}

1. **Связь отношения порядка с операцией умножения.** Левую и правую части рационального неравенства можно умножать на одно и то же положительное рациональное число.

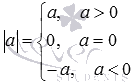
{\displaystyle \forall a,b,c\in \mathbb {Q} ~~c>0\land a<b\Rightarrow a\cdot c<b\cdot c}

1. [**Аксиома Архимеда**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BE%D0%BC%D0%B0_%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%B4%D0%B0)**.** Каково бы ни было рациональное число {\displaystyle a}, можно взять столько единиц, что их сумма превзойдёт {\displaystyle a}.

{\displaystyle \forall a\in \mathbb {Q} ~\exists n\in \mathbb {N} ~~\sum \_{k=1}^{n}1>a}

# 2. абсолютная величина (модуль) действительного числа

Модуль числа a – это либо само число a, если a – положительное число, либо число −a, противоположное числу a, если a – отрицательное число, либо 0, если a=0.

, эта запись означает, что http://www.cleverstudents.ru/modulus/images/modulus_of_number/005.png, если *a>0*, http://www.cleverstudents.ru/modulus/images/modulus_of_number/006.png, если *a=0*, и http://www.cleverstudents.ru/modulus/images/modulus_of_number/007.png, если *a<0*.

# 3.геометрический смысл модуля числа и модуль разности двух чисел.

Модуль числа a – это расстояние от начала отсчета на координатной прямой до точки, соответствующей числу a.

# 4. множество действительных чисел.

# Действительные числа

**Множество действительных чисел** - это вместе взятые множества рациональных и иррациональных чисел.

**Действительное число** или как его еще называют **вещественное число** - это любое положительное число, отрицательное число или нуль.

Действительные числа разделяются на [рациональные](http://mirurokov.ru/dopolnitelnoe-obrazovanie/43-mnojestvo-racionalnyh-chisel.html) и [иррациональные](http://mirurokov.ru/dopolnitelnoe-obrazovanie/44-irracionalnye-chisla.html).

Вещественные (действительные) числа - это своего рода математическая абстракция, служащая для представления физических величин. Такие числа могут быть интуитивно представлены как отношение двух величин одной размерности, или описывающие положение точек на прямой. Множество вещественных чисел обозначается и часто называется вещественной или [числовой прямой](http://mirurokov.ru/videouroki-po-matematike-algebra-10-11-klass/17-trigonometricheskie-funkcii-chislovaya-okrujnost.html). Формально вещественные числа состоят из более простых объектов таких, как [целые](http://mirurokov.ru/dopolnitelnoe-obrazovanie/42-mnojestvo-celyh-chisel.html) и рациональные числа.  
  
Множество действительных чисел обозначается - **R**

# 5.числовые промежутки.

<http://www.cleverstudents.ru/inequations/numerical_intervals.html>

Среди числовых множеств, то есть множеств, объектами которых являются числа, выделяют так называемые числовые промежутки. Их ценность в том, что очень легко вообразить множество, соответствующее указанному числовому промежутку, и наоборот. Поэтому с их помощью удобно записывать множество решений неравенства.

# 6.числовая функция.