

Kelompok 9



Materi Matrix

- Ringkasan Materi
- Rumus Praktis
- Contoh Soal & Pembahasan



Prakata

Dengan mengucapkan puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunia-Nya yang telah memungkinkan kami menyelesaikan eBook MTK XI Materi Matriks ini. eBook ini merupakan hasil dari pengalaman kami sebagai siswa matematika di jenjang pendidikan SMK. Kami berharap eBook ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca yang ingin mempelajari atau mengajar materi matriks. Kami menyadari bahwa eBook ini masih jauh dari sempurna dan membutuhkan perbaikan di masa mendatang. Oleh karena itu, kami sangat mengharapkan kritik dan saran dari para pembaca yang budiman. Kami juga mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung kami dalam menyelesaikan eBook ini, khususnya keluarga, teman-teman, dan para pembimbing kami. Terima kasih.

Daftar Isi

- **Pengertian, Kesamaan, & Transpose Matriks** 1-2
- **Operasi Matriks** 3-4
- **Determinan, Invers, & Aplikasi Matriks** 5-6
- **Contoh & Latihan Soal** 7-8

A

Pengertian, Kesamaan, & Transpose Matriks

Pengertian: Matriks adalah susunan elemen-elemen yang berbentuk persegi panjang yang diatur di dalam baris dan kolom dengan posisi tertentu sesuai dengan nomor baris dan kolomnya.

Bentuk umum matriks: $A(m \times n) =$

Matriks A memiliki banyaknya baris m dan banyaknya kolom n artinya matriks A berordo $(m \times n)$ ditulis $A(m \times n)$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & .. & .. & a_{2n} \\ & & .. & .. & \\ & & .. & .. & \\ a_{m1} & a_{m2} & .. & .. & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Kesamaan: Dua buah matriks dikatakan sama jika dan hanya jika memiliki ordo sama dan elemen-elemen yang seletak sama nilainya.

Contoh: Matriks $A = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1/2\sqrt{3} & -1/2 \\ 1/2 & 1/2\sqrt{3} \end{pmatrix}$

↓
 $A=B$

TRANSPOSE: Transpose matriks adalah matriks baru yang diperoleh dari matriks lain dengan menukar elemen kolom menjadi elemen baris dan sebaliknya.

Contoh: Matriks $A(2 \times 3) = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$ $RA^t(3 \times 2) = A'(3 \times 2) = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$

B

Operasi Matriks

Penjumlahan dan Pengurangan:

- Syarat matriks A dan matriks B bisa dijumlahkan atau dikurangkan apabila kedua matriks tersebut memiliki ordo yang sama.
- Caranya adalah menjumlahkan atau mengurangkan elemen matriks A dengan elemen matriks B yang seletak.

Proses:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \pm e & b \pm f \\ c \pm g & d \pm h \end{pmatrix}$$

Perkalian Skalar dengan Matriks:

- Jika skalar k dikalikan dengan matriks A, maka matriks hasilnya kA diperoleh dengan mengalikan k dengan setiap elemen matriks A.

Proses: $A =$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow k.A = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

Perkalian Dua Buah Matriks:

- Syarat matriks A dan matriks B dapat dikalikan jika banyaknya kolom matriks A sama dengan banyaknya baris matriks B.

$$A(m \times n) \cdot B(n \times p) = C(m \times p)$$

- Caranya adalah mengalikan elemen matriks A dengan elemen kolom matriks B yang seletak kemudian jumlahkan.

Proses: a.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{pmatrix}$$

b.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$$

Sifat Perkalian Matriks:

- Tidak komutatif: $A \cdot B \neq B \cdot A$
- Asosiatif: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- Distributif: $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
- Identitas: $I \cdot A = A \cdot I = A$

C

Determinan, Invers, & Aplikasi Matriks

Determinan Matriks:

- Matriks A mempunyai determinan (det) jika matriks A adalah matriks bujur sangkar.

Proses: a. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow \det A = |A| = ad - bc$

b. $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \rightarrow \det A = |A| = (aei + bfg + cdh) - (ceg + afh + bdi)$

- Matriks yang determinannya nol disebut matriks singular.
- Sifat determinan matriks:
 $\det(k.A) = k^n.(\det A)$ k = konstanta dan $A(n \times n)$
Jika $A.B = C$, maka $\det A. \det B = \det C$

Invers Matriks:

- Matriks A memiliki invers jika matriks A bujur sangkar dan $|A| \neq 0$.

Proses: $A =$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

- Sifat invers matriks: - $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I$
 - $\det A^{-1} = 1/\det A$
 - $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$
 - $A.I = I.A = A$

Aplikasi Matriks:

- Menyelesaikan persamaan matriks:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}}_A \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}_B = \underbrace{\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}}_C$$
$$\rightarrow A.B = C \rightarrow B = A^{-1}.C$$

D

Contoh & Latihan Soal

Contoh Soal:

1. Diketahui Matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
 Apabila $B-A = C'$
 dan $C' = \text{transpose}$
 matriks C , maka
 nilai $x.y = \dots$

- A. 10 D. 25
 B. 15 E. 30
 C. 20

Jawaban: C

Dari persamaan disamping diperoleh:

$$B-A = C'$$

$$\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 3 & y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x+y-2 & 3 \\ 2 & y-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- $y-4 = 1 \rightarrow y = 5$
- $x+y-2 = 7$
 $x+5-2 = 7 \rightarrow x = 4$
 $x.y = (4).(5) = 20$

Latihan Soal:

1. Diketahui persamaan matriks $A = B^t$ (B^t adalah transpose matriks B), dengan

$$A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$$

Nilai $a+b+c = \dots$

- A. 6 D. 15
B. 10 E. 16
C. 13
2. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Nilai $k \cdot \det A^T = \det A^{-1}$ yang memenuhi adalah
- A. 81 D. $1/9$
B. 9 E. $1/81$
C. 1
3. Jika a bilangan bulat, matriks $\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ a & 1 & a \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ tidak punya invers untuk $a = \dots$
- A. 5 D. 2
B. 4 E. 1
C. 3

Daftar Pustaka

Alders, C. J. 1974. Ilmu Ukur Segitiga. Jakarta: Pradya Paramita
Cheong, CS Toh Thomas. 2002. Study Guide for Yout A-Level
Mathematics

Edition 2.0.1. Singapore: Step by Step Publikations.
Departemen Pendidikan Nasional. 2003. Kurikulum 2004 Stan-
dar Kompetensi.

Jakarta: Depdiknas.
James, Stewart. 1998. Kalkulus, edisi empat, jilid 1. Jakarta:
Erlangga

Muis, Abdul, ST. 2002. Perang Siasat Matematika Praktis. Yog-
yakarta: Kreasi
Wacana

Negoro, S,T. dan B. Harahap. 1985. Ensiklopedia. Jakarta: Ghalia
Indonesia.

Rawuh, R. 1976. Ilmu Ukur Ruang I. Bandung: Teratai.

Suah, Sembiring. 2002. Olimpiade Matematika. Bandung:
Yrama Widya.

Departemen Pendidikan Nasional. Kumpulan Soal Ebtanas,
UAN, dan UN

Tahun 1985-2014.

Departemen Pendidikan Nasional. Naskah Ujian Masuk Pergu-
ruan Tinggi

Negeri Tahun 1987-2014.

MATRIKS

Baik, pelajaran kita hari ini adalah tentang Matriks.

Ada yang bisa menjelaskan apa itu Matriks?

Matriks adalah kumpulan data numerik, berbentuk persegi panjang yang diatur di dalam baris dan kolom dengan cara tertentu sesuai dengan rumus pada kita, biasanya

Benar, Aidi. Bisakah Ananda memberikan Bentuk umum Matriks?

$A(m \times n)$

Dan apa artinya bentuk umum tersebut?

Matriks A memiliki banyaknya baris m dan banyaknya kolom n

Pak Guru, saya tidak mengerti dengan operasinya. Bisa dijelaskan?

Bagus sekali, Aidi! Saatnya kita ke operasi Matriks

Baik, Bryan! Jika Operasi dua matriks A dan B bisa dijumlahkan atau dikurangkan apabila rumus bilangan yang sama

benarkah cara menjumlahkan, atau mengurangkan elemen matriks A dengan B yang selok

eBook XI MTK

Materi Matrix

Aidil Saputra Bryan Abisai Reyhan Baja