



T.C.
KOCAELİ SAĞLIK VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK VE DOĞA BİLİMLERİ FAKÜLTESİ BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ
BÖLÜMÜ
2023-2024 BAHAR YARIYILI FİZ120 FİZİK II DERSİ

COULOMB YASASI VE ELEKTRİKSEL KUVVET

Öğretim Üyesi: Dr. Öğr. Üyesi SALİHA ELMAS
İletişim: saliha.elmas@kocaelisaglik.edu.tr

Kocaeli Sağlık ve Teknoloji Üniversitesi
Uzaktan Eğitim Birimi Koordinatörlüğü



İstanbul Boğaz Köprüsü üzerinde yıldırımlar.
Elektriğin doğadaki en görkemli belirtisi yıldırımdır. Bulutlarda biriken eksi yüklü elektronlar, havanın iletken hale gelmesiyle aniden yeryüzüne akar ve büyük miktarda enerji iletirler.
(Foto: Mehmet Akif Malatyalı)

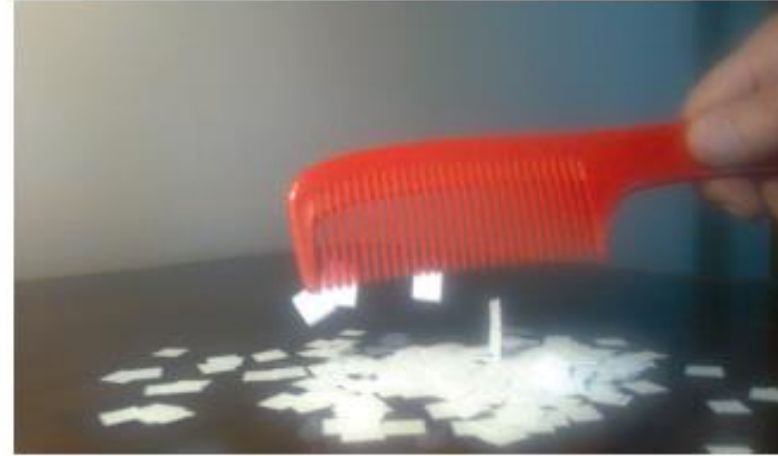
Giriş

- Doğadaki temel kuvvetler arasında en önce keşfedilen yerçekimi kuvveti oldu. Elektrik ve manyetizma daha sonraları, ancak 1600 yıllarında anlaşıldı. Oysa, doğa olaylarını düzenleyen, canlıların yaşamında ve teknolojide baş rolü üstlenen, belki de en önemlisi elektriksel ve manyetik kuvvetlerdir. İnsan vücudundaki sinir sistemi elektrik akımıyla çalışır, kandaki oksijen alışverişi elektriksel potansiyel farkları ile gerçekleşir. Aydınlatma, radyo, televizyon ve diğer aletler ev yaşamını kolaylaştırır, teknolojide elektrik motorları ve elektronik bileşenler her türlü alet ve makinanın yapısında yer alır.

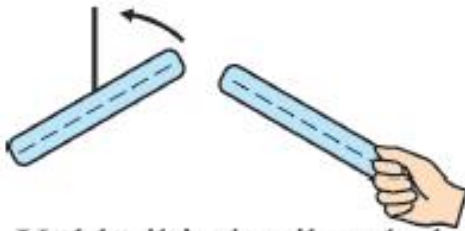
ELEKTRİK YÜKÜ

Deneyssel gözlemler:

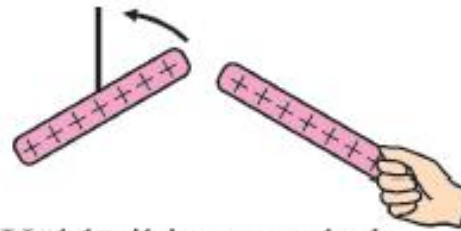
- Sürtünme ile elektriklenme. \Rightarrow



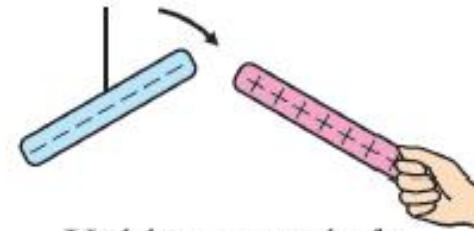
- Hem çekici, hem itici olabilen bir kuvvet:



Yüklü iki plastik çubuk
birbirini iter.



Yüklü iki cam çubuk
birbirini iter.



Yüklü cam çubuk
plastik çubuğu çeker.

- Elektriksel kuvvetlerin varlığı çok eski çağlardan beri gözleniyordu.
- Kehribar veya amber denilen fosilleşmiş çam reçinesi parçaları bir yere bırakıldığında küçük cisimleri kendine çekebiliyordu.
- Yunancada kehribar anlamına gelen *electron* kelimesi kökünden **elektriklenme** terimi türetildi.
- Daha sonra görüldü ki cam, lastik, plastik veya kürkten yapılmış diğer maddeler de sürtünme yoluyla elektriklenme özelliğine sahip olabiliyorlar.

- İkinci bir plastik kalemi sürtünme yoluyla elektriklendikten sonra birinci kaleme yaklaştırdığınızda, birbirlerini ittikleri gözlenir.
- Keza, başka bir cam çubuğu sürtünmeyle elektriklendirdikten sonra plastik çubuğa yaklaştırdığımızda, bu kez birbirlerini çektiklerini gözleriz.
- Bu itici-çekici özelliği, elektriksel kuvvetin yerçekiminden farklı bir yapıda olduğunu kanıtlar, çünkü yerçekimi kuvveti sadece çekici olabiliyordu.

Elektriksel kuvvetin kaynağı \Rightarrow elektrik yükü ▼

Özellikleri:

- **Zıt işaretli iki tür elektrik yükü.**

Protonlar (p^+) artı yüklü, elektronlar (e^-) eksi yüklü kabul edildi.

- **Elektrik yükü korunumludur.**

Kapalı bir bölgedeki elektrik yüklerin cebirsel toplamı sabit kalır.

- **Elektrik yükü temel birim yükün katları olarak artar veya azalır.**

Temel birim yük = e (Yük kuantumu).

Elektron $-e$, proton $+e$ yüklü.

- Elektrik yük birimi. SI sisteminde **Coulomb (C)**:

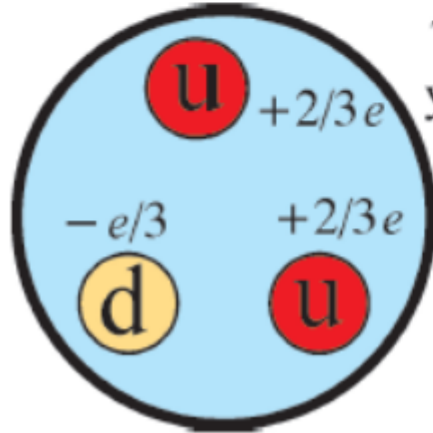
$$1 e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{elektron yükü})$$

▼ Pratikte

$$1 \text{ mC (mili Coulomb)} = 10^{-3} \text{ C}$$

$$1 \mu\text{C (mikro Coulomb)} = 10^{-6} \text{ C} \quad \blacktriangledown$$

- SI birim sisteminde temel elektrik birimi **ampere (A)** dir.

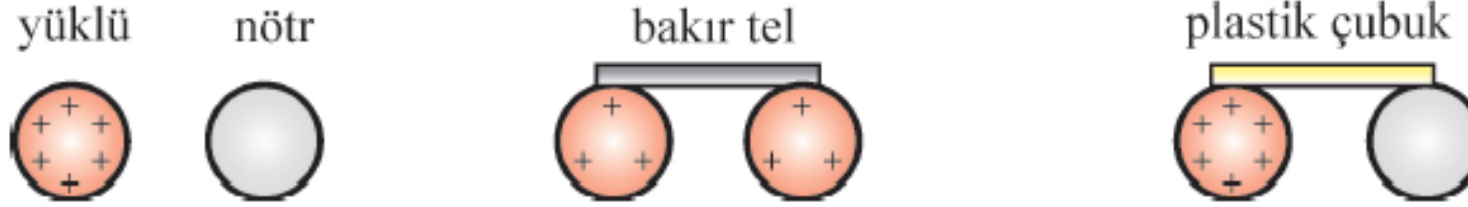


Toplam
yük = e

- Modern fizikte maddenin yapıtaşları olan **Kuark** adlı parçacıkların yükleri $e/3$ veya $2e/3$ olabilmektedir.

İletkenler ve Yalıtkanlar – Atomun Yapısı.

Biri sürtünmeyle elektriklenmiş, diğeri elektriklenmemiş (nötr) iki cisim.



▼
Bakır telle birleştirilirse, elektrik yükün bir kısmı nötr cisme aktarılır.

Plastik çubukla temas ettirilirse, nötr cisim yük almaz. ▼

Bakır, demir gibi **metaller** \Rightarrow **İletken**,

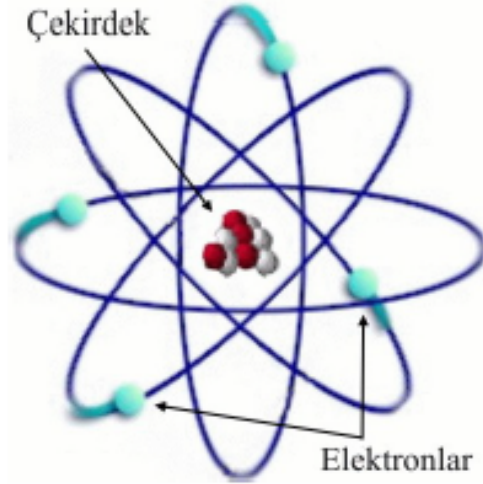
Plasik, cam gibi maddeler \Rightarrow **Yalıtkan** ▼

Bunların dışında: **Yarıiletkenler** ve **süperiletkenler**

Bu iki tür maddenin yapısı ancak kuantum teorisiyle açıklanabilir.

- Laboratuvarlarda geliştirilen ve modern elektronik aletlerin yapımında kullanılan **yarıiletken** türden maddelerde vardır.
- Ayrıca, pek çok element çok düşük sıcaklıklarda süperiletken duruma geçebilmektedir. Bu iki tür madde klasik elektromanyetizma ile açıklanamaz, modern kuantum teorisiyle incelenebilirler.

Maddenin elektrik iletimi atom yapısıyla açıklanabilir: ▼

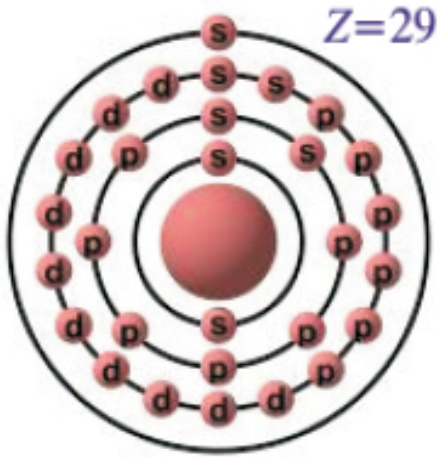


Pozitif yüklü bir **çekirdek** ve onun etrafında yörüngelerde dönen elektronlar (e^-).

Çekirdek içinde + yüklü protonlar (p^+) ile yüksüz nötronlar (n). ▼

- Elektronlar ancak belli yarıçaplardaki yörüngelerde bulunabilirler. ▼
- Her yörüngede bulunabilecek elektron sayısı sınırlıdır.
En içten itibaren 2 elektron, 8 elektron, 18 elektron ... ▼
- Yörünge alabileceği kadar elektronla dolmuşsa → **kapalı yörünge**
Bir sonraki elektron daha dış bir yörüngeye yerleşmek zorundadır.

- İç yörüngelerdeki elektronlar çekirdeğe daha kuvvetli bağlı olurlar. Dış yörüngelere gidildikçe bağ zayıflar. Özellikle, en dıştaki tam dolmamış yörüngedeki 1-2 elektron çok zayıf bağlı olurlar. ▼



Bakır atomu ($Z = 29$)

Atomlar katı ortamda bir araya geldiğinde: ▼

Metallerde dış yörüngede bulunan 1-2 elektron kendiliğinden serbest kalırlar. ▼

Yalıtkanlarda dış yörüngeler tam dolu olduğundan, kendi atomlarına sıkıca bağlı kalırlar. ▼

Elektrik iletkenliğinin kaynağı bu **serbest elektronlardır**.

Metallerde serbest elektronlar bir yerden diğerine kolayca aktarıldıkları için iletken olurlar.

Yalıtkanlarda serbest elektron bulunmadığı için yük aktaramazlar.

COULOMB YASASI



- İki elektrik yükü arasındaki kuvvetin nasıl bir yapıda olduğunu ilk kez Fransız bilim adamı Charles Coulomb (1736-1806) inceledi.
- Onun elektrik yükleriyle deneyler yaptığı devirde yük birimi filan hiçbir şey yoktu.
- Fakat, bu sorunu şöyle çözdü: bir metal küreyi belli bir oranda yükledikten sonra, bununla özdeş ikinci bir metal küreyi onunla temas ettirdi.
- Bu işlem sonunda, yükün her iki kürede eşit paylaşılacağını varsaydı.
- Böylece, yarım yüklü, dörtte bir yüklü, sekizde bir yüklü...kürelere sahip oldu.
- Bu küreler arasında oluşan çok küçük kuvvetleri ölçmek içinde bir burulma terazisi kullandı.

COULOMB YASASI

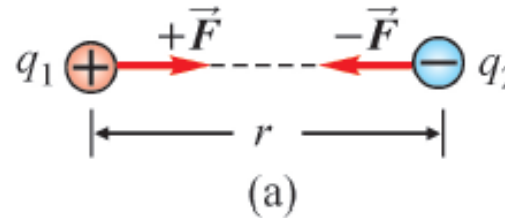
Coulomb Yasası

İki elektrik yükü arasındaki kuvvetin şiddeti yüklerin çarpımıyla doğru, aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılıdır:

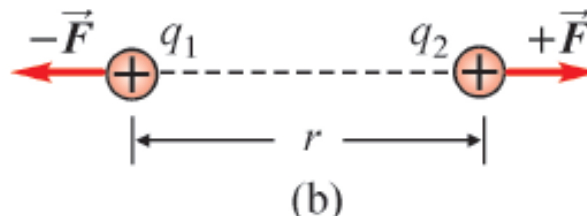
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Aynı işaretli yükler birbirini iter, zıt işaretli yükler birbirini çekerler.

Zıt yükler birbirini çeker,



Benzer yükler birbirini iter



- Coulomb yasası durgun yükler için geçerlidir. Bu yüzden, **elektrostatik kuvvet** diye de bilinir. ▼

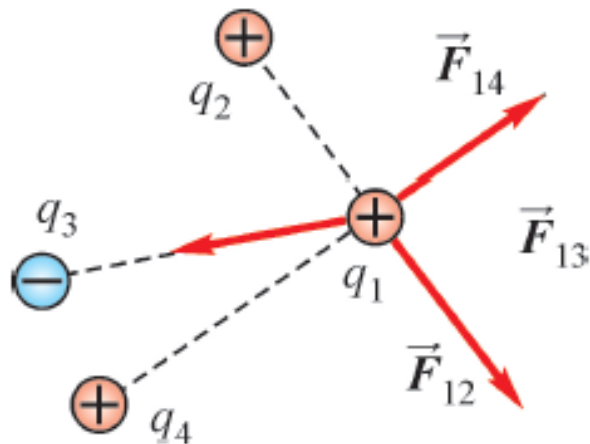
- **Coulomb sabiti** : $k = 8.99 \times 10^9 \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ ▼

- Diğer kullanışlı bir sabit:

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \quad \longrightarrow \quad \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

ϵ_0 : **Boşluğun elektrik geçirgenliği.** ▼

Çok Sayıda Yükün Coulomb Kuvveti:

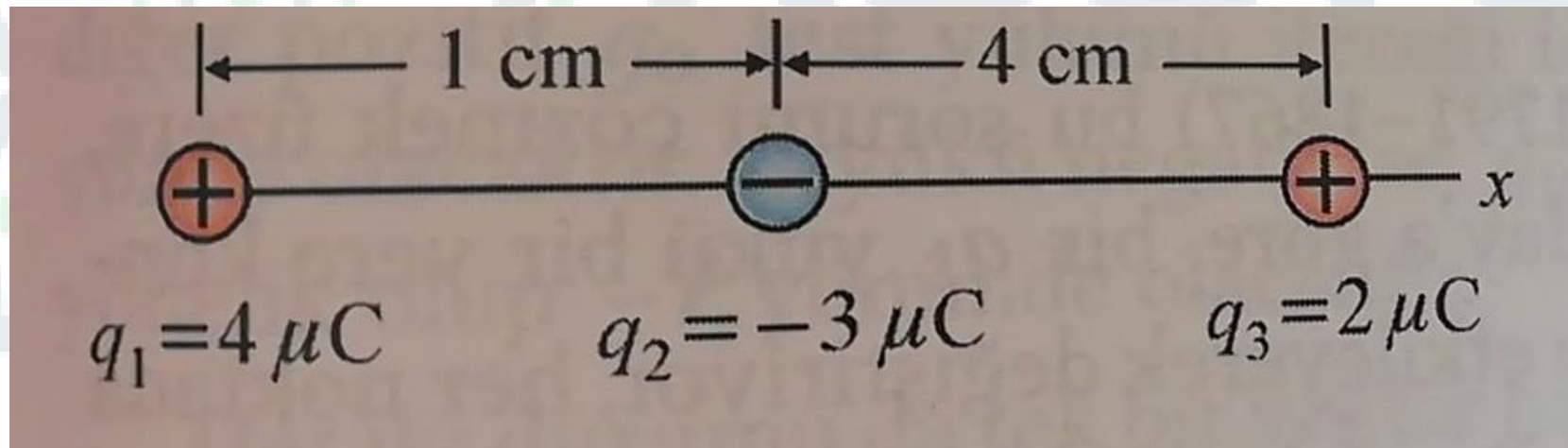


İkiden fazla yük varsa, herbiri üzerindeki net kuvvet, diğer yüklerin uyguladıkları kuvvetlerin *vektörel toplamı* olur:

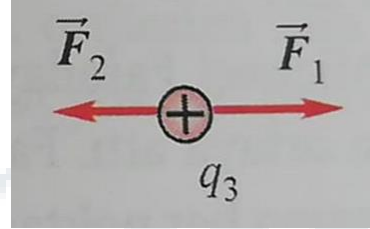
Şekildeki q_1 üzerindeki net kuvvet:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}$$

Örnek: Şekildeki $q_1 = 4 \mu\text{C}$ ve $q_2 = -3 \mu\text{C}$ yükleri tarafından $q_3 = 2 \mu\text{C}$ yükü üzerine etkiyen toplam kuvveti hesaplayın.



- Aynı işaretli yükler birbirini iter ve zıt işaretli yükler birbirini çeker. Buna göre q_1 yükünün uyguladığı F_1 kuvveti ve q_2 yükünün uyguladığı F_2 kuvvetinin yönleri şekilde gösterilmiştir.



- Her iki kuvvetin şiddeti Coulomb yasasıyla hesaplanır. Şiddetler hesaplanırken yüklerin işareti dikkate alınmaz.

$$F_1 = k \frac{q_1 q_3}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(4 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(0.01 + 0.04)^2} \Rightarrow F_1 = 36 \text{ N}$$

$$F_2 = k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(3 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(0.04)^2} \Rightarrow F_2 = 34 \text{ N}$$

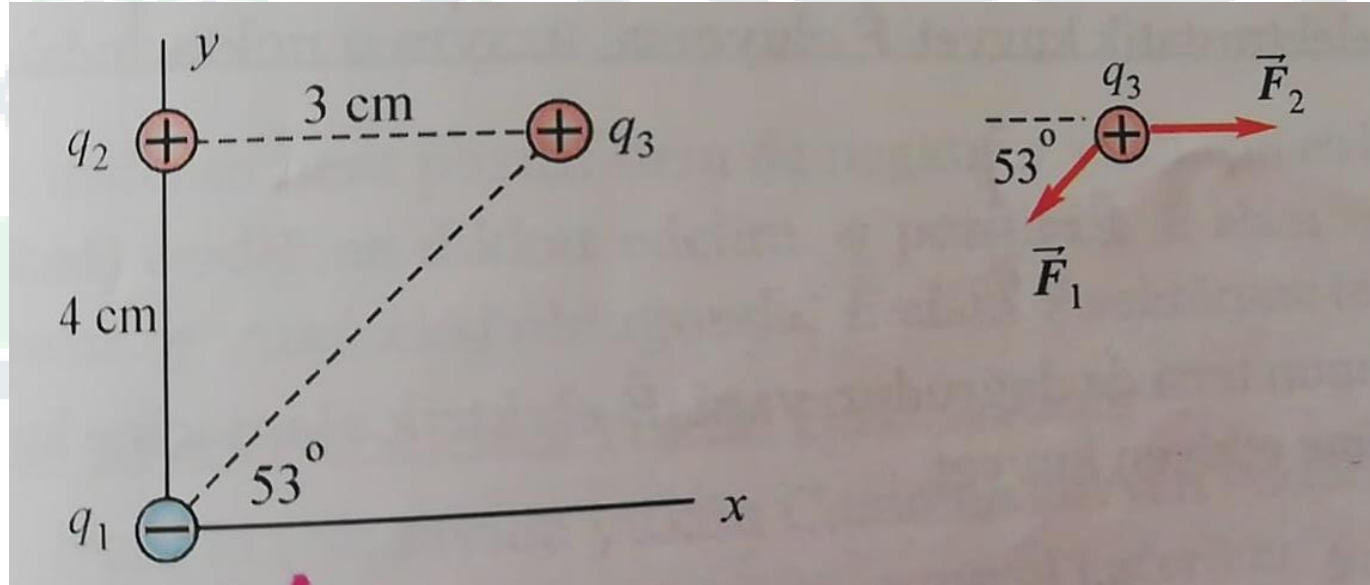
- Pozitif x- yönü sağa doğru alınarak, toplam kuvvet hesaplanır:

$$F = F_1 - F_2 = 2 \text{ N}$$

Örnek: Şekilde gösterilen $q_1 = -3 \mu C$ ve $q_2 = +2 \mu C$ yükleri için,

a) $q_3 = +4 \mu C$ yükü üzerine etkiyen toplam kuvvetin bileşenlerini hesaplayın.

b) Toplam kuvvetin şiddetini ve yönünü bulun.



a) q_1 ve q_2 yüklerinin uyguladığı \vec{F}_1 ve \vec{F}_2 kuvvetleri şekilde gösterilmiştir. Önce bu kuvvetlerin şiddetleri hesaplanır.



$$F_1 = k \frac{q_1 q_3}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(3 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{(0.05)^2} \Rightarrow F_1 = 43 \text{ N}$$

$$F_2 = k \frac{q_2 q_3}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{(0.03)^2} \Rightarrow F_2 = 80 \text{ N}$$

Toplam kuvvet $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ olup, bileşenleri hesaplanır:

$$F_x = F_2 - F_1 \cos 53^\circ = 80 - 43 \times 0.6 = 54 \text{ N}$$

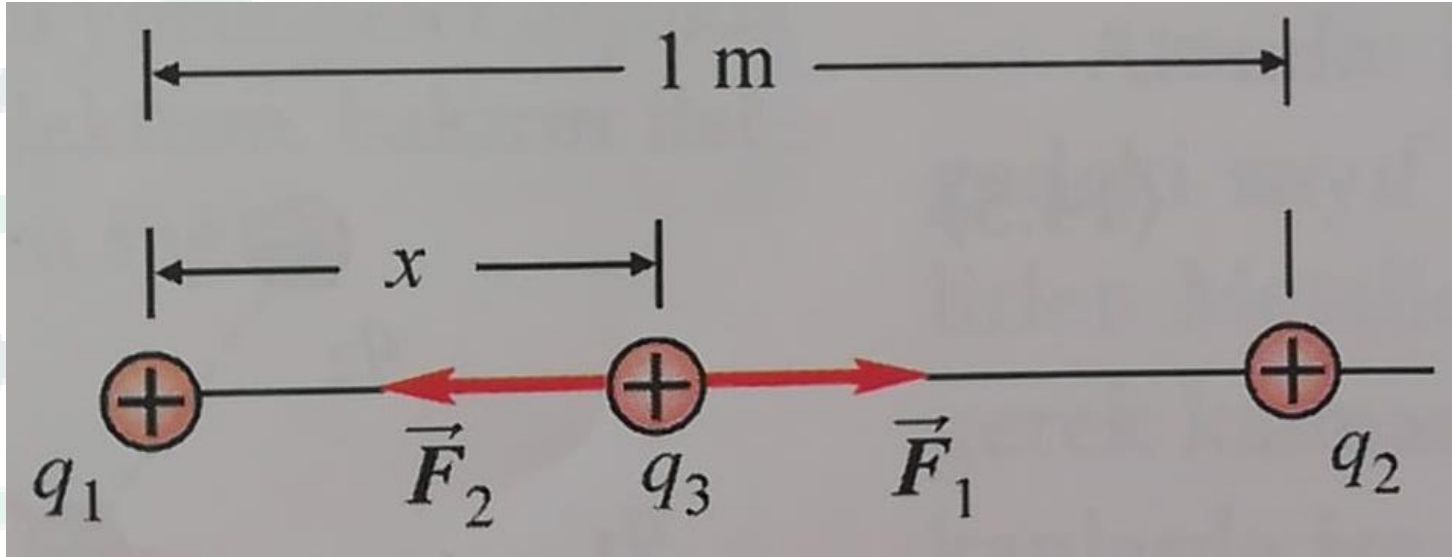
$$F_y = -F_1 \sin 53^\circ = -43 \times 0.8 = -35 \text{ N}$$

b) Bileşenleri bilinen kuvvetin şiddeti ve açısı hesaplanır:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 64 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-35}{54} = -0.65 \rightarrow \theta = -33^\circ$$

Örnek: Şekilde gösterilen $q_1 = +1 \text{ mC}$ ve $q_2 = +9 \text{ mC}$ yükleri arasındaki mesafe 1 m dir. Üçüncü bir q_3 yükü nereye konulmalıdır ki üzerindeki net kuvvet sıfır olsun?



q_1 ve q_2 yükleri aynı işaretli olduğundan, dış taraftaki yüklere aynı yönde kuvvet uygularlar. Sadece aradaki noktalarda uyguladıkları kuvvet birbirine zıt olur. Kuvvetlerin birbirini sıfırladığı noktanın koordinatına x diyelim. Buna göre, toplam kuvvet yazılıp sıfıra eşitlenir:

$$F_1 = F_2 \rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(1-x)^2}$$

Sadeleştirme yapılırsa, ikinci dereceden bir denklem elde edilir:

$$\frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(1-x)^2} \rightarrow (q_2 - q_1)x^2 + 2q_1x - q_1 = 0$$

$$8x^2 + 2x - 1 = 0$$

Bu denklemin kökleri -0.5 ve +0.25 dir. Negatif kök yükler dışında olacağı için alınmaz. Çözüm pozitif kök olur.

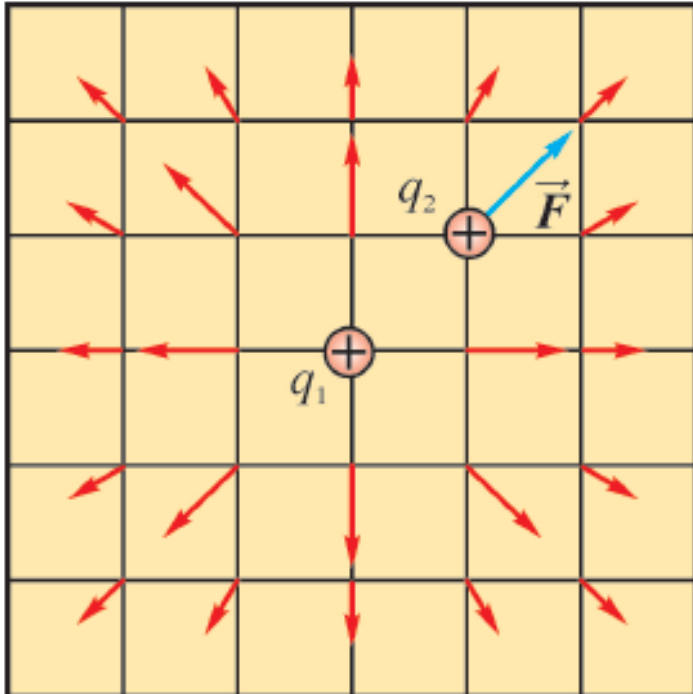
$$x = 0.25 \text{ m}$$

ELEKTRİK ALAN

Elektriksel etkileşmeye farklı bir bakış açısı:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = q_2 \underbrace{\left(\frac{k q_1}{r^2} \right)}_{E_1} \quad \blacktriangledown$$

Önce q_1 yükü elektrik alanı oluşturur. Bu alanda q_2 yüküne $\vec{F} = q_2 \vec{E}$ kuvveti etkir.



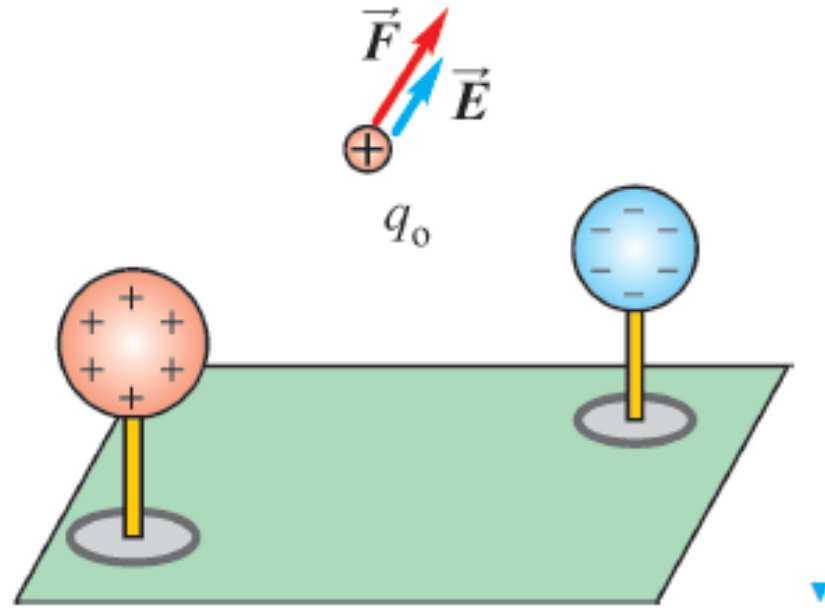
Bu bakış açısında:

- q_1 yükü uzayın her noktasında bir **elektrik alan** oluşturuyor. \blacktriangledown
- q_2 yükü bu elektrik alanla etkileşiyor:

$$F = q_2 E_1$$

Tanım: Küçük bir pozitif q_0 **test yüküne** uzayda bir noktada etkiyen elektrostatik kuvvet \vec{F} ise, uzayın o noktasındaki elektrik alan,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



Bunun tersi de doğrudur: \vec{E} elektrik alanında bir q yüküne etkiyen kuvvet,

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

- Elektrik alan “birim yüke etkiyen kuvvet” olarak da düşünülebilir. ▼
- Elektrik alan birimi: newton/coulomb (N/C). ▼
- $\vec{F} = q \vec{E}$ tanımına göre:
 - Konulan q yükü pozitif ise, \vec{E} ile \vec{F} aynı yönde,
 - q yükü negatif ise, \vec{E} ile \vec{F} zıt yönde olurlar.

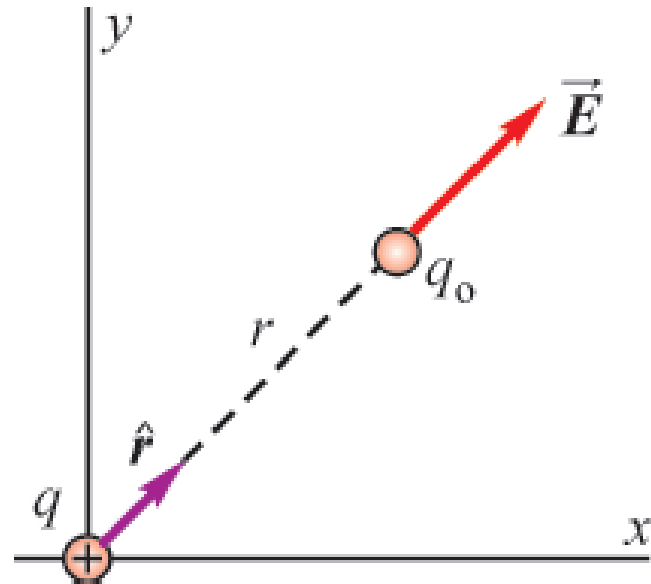
Basit kural:

**Pozitif yükler daima elektrik alan yönünde gitmek isterler,
negatif yükler ters yönde.**



Noktasal Yükün Elektrik Alanı:

Orijinde bulunan bir q yükünün \vec{r} konumlu bir yerdeki q_0 test yüküne uyguladığı Coulomb kuvveti:



$$F = k \frac{q q_0}{r^2} \quad \blacktriangledown$$

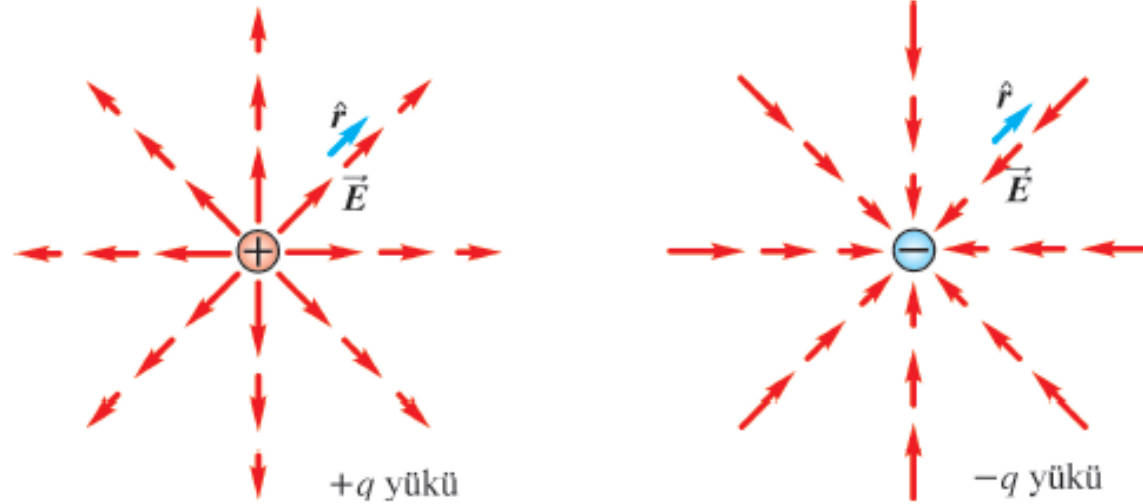
Elektrik alan tanımına göre,

$$E = \frac{F}{q_0} \quad \longrightarrow \quad E = \frac{kq}{r^2}$$

- Bu elektrik alanının yönü, q yükünün işaretine bağlıdır: q pozitif ise, diğer pozitif q_0 test yükünü iteceği için, orijinden dışarı doğru, yani \vec{r} ile aynı yönde olacaktır. q yükü negatif ise, q_0 test yükünü çekecek, yani kuvvet orijine yönelik olup $-\vec{r}$ yönünde olacaktır.
- Her iki durumu da tek bir vektör halinde göstermek mümkündür. Bunun için, daha önce tanımladığımız birim vektör kavramını hatırlayalım: orada, herhangi bir \vec{A} vektörünü tanımlamıştık. Burada \vec{r} konum vektörü yönündeki birim vektörü \hat{r} ile gösterirsek, noktasal yükün elektrik alan vektörü şöyle ifade edilebilir:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$$

Elektrik alan vektörünün yönü :



\hat{r} : Konum vektörü \vec{r} yönünde birim vektör: ▼

- q pozitif ise (itici kuvvet): \vec{E} orijinden dışa doğru, \hat{r} ile aynı yönde.
- q negatif ise (çekici kuvvet): \vec{E} orijine yönelik, yani $-\hat{r}$ yönünde. ▼

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Noktasal yükün elektrik alanı})$$

Hem pozitif hem de negatif q için \vec{E} yönünü doğru veren ifade.

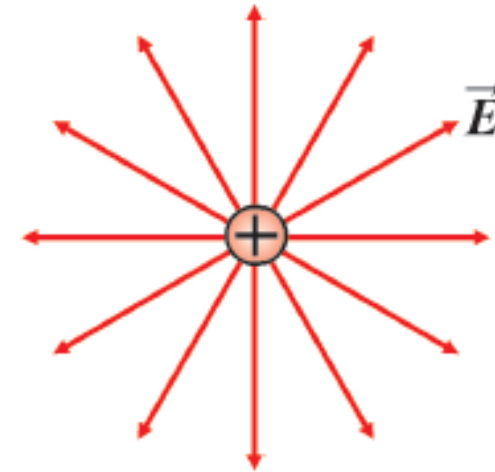
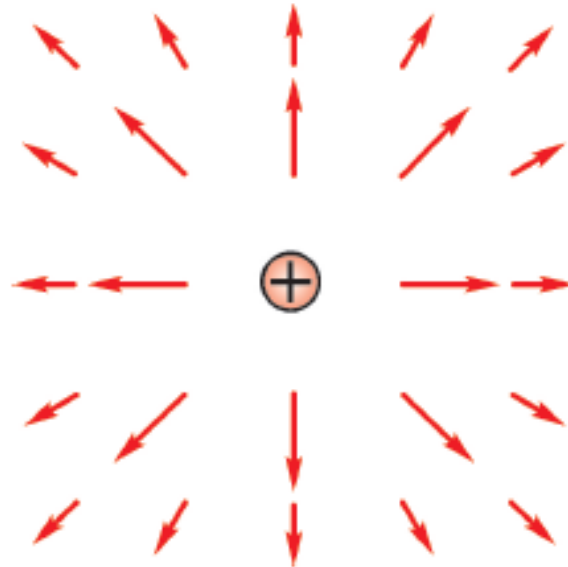
Elektrik Alan Çizgileri

Elektrik alanı gözönüne getirmeyi kolaylaştırır. ▼

Orijindeki pozitif q yükünün oluşturduğu \vec{E} alanı:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} \quad \blacktriangledown$$

Bu elektrik alan için, uzayın her noktasında sonsuz sayıda küçük oklar çizmek yerine, bu okların geometrik yeri olan eğrileri çizelim.



Elektrik alan çizgilerinin özellikleri:

- Bir noktadaki **elektrik alan vektörü**, eğriye o noktada çizilen **teğet doğrultusunda** ve ok yönünde olur. ▼

- Bir noktadaki elektrik alan şiddeti, o nokta civarındaki eğri demetinin sıklığı ile orantılıdır.



Hangi noktada elektrik alan şiddeti daha büyüktür? ▼

- Elektrik alan çizgileri (+) yüklerde başlar, (–) yüklerde, veya sonsuzda biter. ▼
- Elektrik alan çizgileri birbirini kesmez.
Tersi olsaydı çelişkili olurdu.

Örnek:

- a)** Noktasal bir yükten 1.5 m uzakta elektrik alanın şiddeti 10 000 N/C olarak ölçülüyor. Yük ne kadardır?
- b)** Bu yükten 1 mm uzağa konan bir elektrona etkiyen kuvvet ne kadar olur? (elektron yükü $e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

a) q noktasal yükünden r uzaklıkta elektrik alan ifadesi yazılır ve q için çözülür:

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow q = \frac{r^2 E}{k}$$

Veriler yerine konup q hesaplanır:

$$q = \frac{1.5^2 \times 10000}{9 \times 10^9} = 2.5 \times 10^{-6} \text{ C} = 2.5 \mu\text{C}$$

b) \vec{E} alanında e yüküne etkiyen kuvvet $\vec{F} = e\vec{E}$ olur. Noktasal yükün E alan ifadesi kullanılırsa, kuvvetin şiddeti şöyle olur:

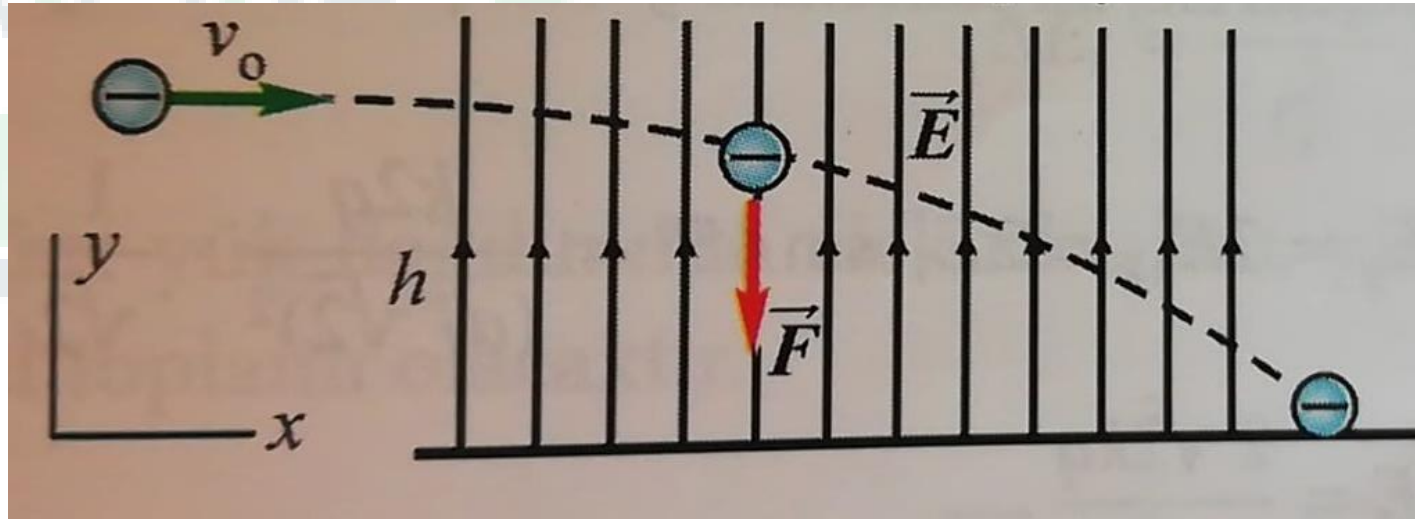
$$F = eE = e \frac{kq}{r^2}$$

a)şıkında bulunan q değeri, elektronun e yükü ve $r=0.001$ m uzaklığı yerine konulup kuvvet hesaplanır:

$$F = 1.6 \times 10^{-19} \times \frac{9 \times 10^9 \times 2.5 \times 10^{-6}}{0.001^2} = 3.6 \times 10^{-9} \text{ N}$$

Örnek: Bir laboratuvarında dikey yönde $E=10 \text{ N/C}$ elektrik alanlı bir bölge vardır. Bir elektron bu bölgeye yerden $h=2 \text{ m}$ yukarıda ve yatay $v_0 = 10^6 \text{ m/s}$ hızıyla atılıyor. (Elektron için $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ve $q = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$). Yerçekimi kuvvetini ihmal ediniz.

- Elektronun ivmesi ne kadardır?
- Elektronun yatay menzilini hesaplayın.



- a) Bir q yüküne \vec{E} alanında etkiyen kuvvet $\vec{F} = q\vec{E}$ olur. Elektronun yükü $q=-e$ olduğundan, uygulanan kuvvet \vec{E} alanına zıt, yani aşağı yönde olur. Newton' un 2.yasası yazılır:

- $F = ma \rightarrow qE = ma \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$

- Bu ivme aşağı yönde olur. Veriler yerine konup ivme hesaplanır:

- $a = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10}{9.1 \times 10^{-31}} = 1.8 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$

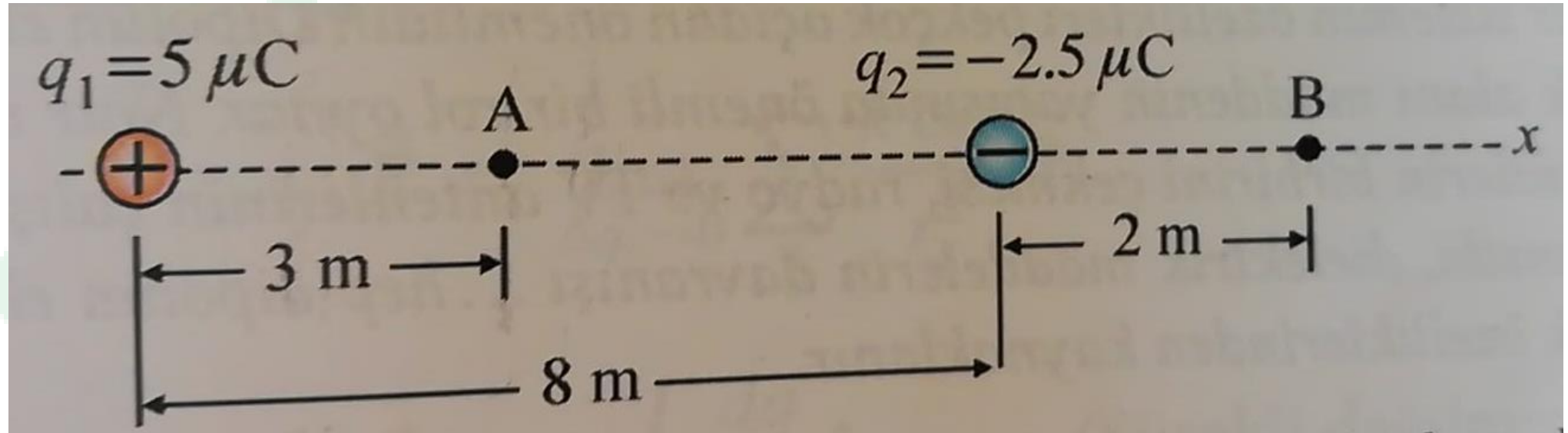
- b) Bu problem, g ivmesi yerine a ivmesi gelmiş olan bir yatay atış problemidir. Hareketin düşey bileşeninden t zamanı bulunup, yatay harekette kullanılarak R menzili bulunur:

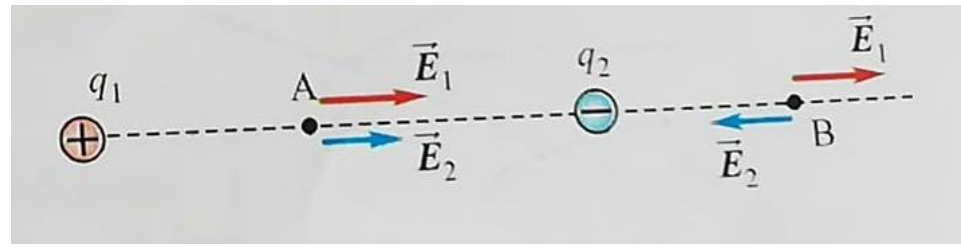
- $h = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t = \sqrt{2h/a}$

- $R = v_0t = v_0\sqrt{2h/a}$

- $R = 10^6x\sqrt{\frac{2x2}{1.8x10^{12}}} = 1.5\text{ m}$

Örnek: Şekilde gösterilen q_1 ve q_2 yüklerinin A ve B noktalarındaki toplam elektrik alanını hesaplayın.





- Noktasal yükün elektrik alanı pozitif yükten dışa doğru, dıştan da negatif yüke doğrudur. Buna göre, A ve B noktalarındaki \vec{E}_1 ve \vec{E}_2 alanları yukarda gösterilmiştir.
- O halde, önce bu noktalardaki \vec{E}_1 ve \vec{E}_2 alan şiddetleri hesaplanır ve sonra vektörel olarak toplanır.
- A noktasında:
- $E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9) \times (5 \times 10^{-6})}{3^2} = 5000 \text{ N/C}$
- $E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{(9 \times 10^9) \times (2.5 \times 10^{-6})}{5^2} = 900 \text{ N/C}$
- A noktasındaki paralel elektrik alanlar toplanır:
- $E_A = E_1 + E_2 = 5900 \text{ N/C}$

- B noktasında:

$$\bullet E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9) \times (5 \times 10^{-6})}{(8+2)^2} = 450 \text{ N/C}$$

$$\bullet E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{(9 \times 10^9) \times (2.5 \times 10^{-6})}{2^2} = 5600 \text{ N/C}$$

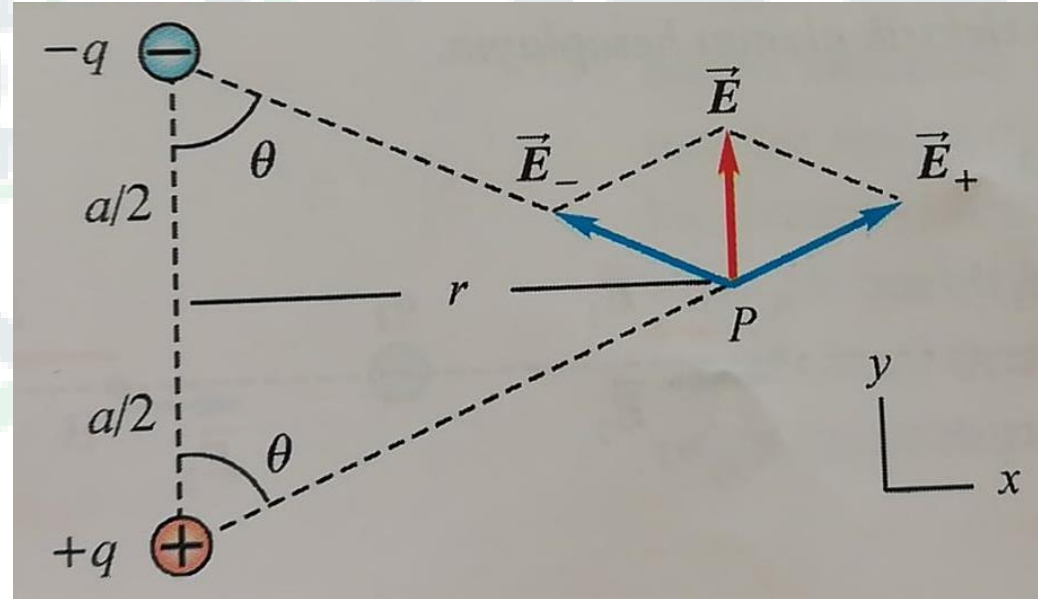
- B noktasındaki zıt elektrik alanların farkı alınır:

$$\bullet E_B = E_1 - E_2 = -5150 \text{ N/C} \quad (\text{orijine doğru})$$

Örnek: Elektrik dipol: Aralarında küçük bir a mesafesi bulunan eşit ve zıt iki $\pm q$ yükünden oluşan sisteme elektrik dipol denir. Bu nötr sistemin özellikleri pekçok açıdan önemlidir. Dipolün elektrik alanı maddenin yapısında önemli bir rol oynar. Nötr moleküllerin birbirini çekmesi, radyo ve TV antenlerinin çalışma prensibi, dielektrik maddelerin davranışı... hep dipolün elektrik özelliklerinden kaynaklanır.

a)Yüklerin orta dikmesi üzerinde, r uzaklıkta bir P noktasında toplam elektrik alan ifadesini çıkarın.

b)Dipolden çok uzak, yani $r \gg a$ olduğunda, elektrik alanın limitini bulun.



- **a)** $\pm q$ yüklerinin elektrik alanlarını \vec{E}_+ ve \vec{E}_- ile gösterirsek, P noktasındaki toplam elektrik alan bu ikisinin vektörel toplamı olur:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

- Noktasal $\pm q$ yüklerinin $\sqrt{r^2 + (a/2)^2}$ uzaklıkta elektrik alanlarının şiddeti aynıdır:

$$E_+ = E_- = \frac{kq}{r^2 + a^2/4}$$

- Bu iki vektörün bileşenleri ile toplam \vec{E} vektörünün bileşenlerini hesaplarsak, x-bileşenleri eşit ve zıt yönde olup, simetriden dolayı birbirini götürürler. O halde, sadece y-bileşenlerini hesaplayıp toplarız.

$$E_x = E_{+x} + E_{-x} = 0$$

$$E_y = E_{+y} + E_{-y} = 2E_+ \cos\theta$$

$$E = E_y$$

- Şekilden açının kosinüsü bulunur ve yerine konur:

$$\cos\theta = \frac{a/2}{\sqrt{r^2 + a^2/4}} \qquad E = \frac{kqa}{(r^2 + a^2/4)^{3/2}}$$

- Burada *dipol momenti* adıyla yeni bir nicelik tanımlanır:

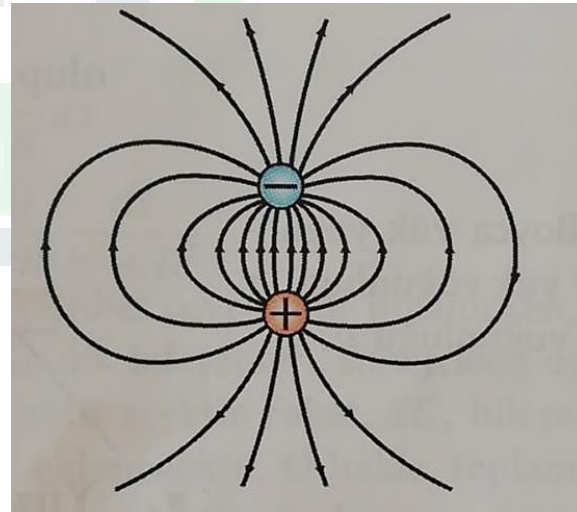
- $p = qa$ (*dipol momenti*)

- Buna göre, dipolün elektrik alan ifadesi şöyle bulunur:

- $E = \frac{kp}{(r^2 + a^2/4)^{3/2}}$

b) Çok uzaklarda, yani $r \gg a$ olduğunda, paydadaki a^2 terimi, diğerinin yanında ihmal edilebilir. Böylece, elektrik dipolün limit alanı şöyle olur:

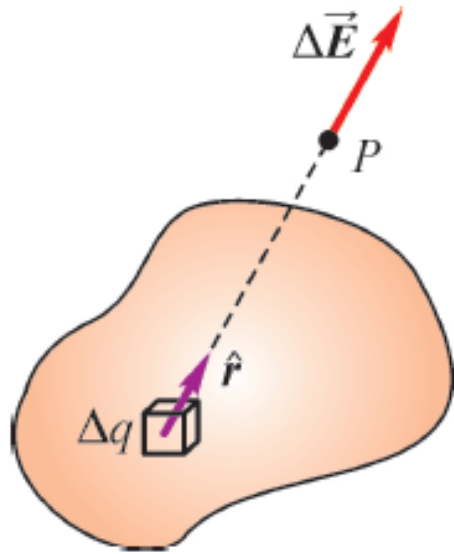
- $E \approx \frac{kp}{r^3}$ ($r \gg a$ için)
- Noktasal yükün alanı $1/r^2$ olarak azalırken, dipol alanının $1/r^3$ olarak azalması, dipolün temel özelliğidir.
- Dipolün elektrik alanı tüm uzayda şöyle bir dağılım gösterir.



Sürekli Dağılmış Yükün Elektrik Alanı ▼

Bir bölgeye sürekli dağılmış yük.

Bunu $\Delta q_1, \Delta q_2, \dots$ gibi küçük yük elemanlarına bölmüşürelim.



Bu elemanlardan herhangi bir Δq_i elemanının elektrik alana $\Delta \vec{E}$ katkısı:

$$\Delta \vec{E}_i = \frac{k \Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad \blacktriangledown$$

Toplam elektrik alan, bu küçük katkıların vektörel toplamı olur:

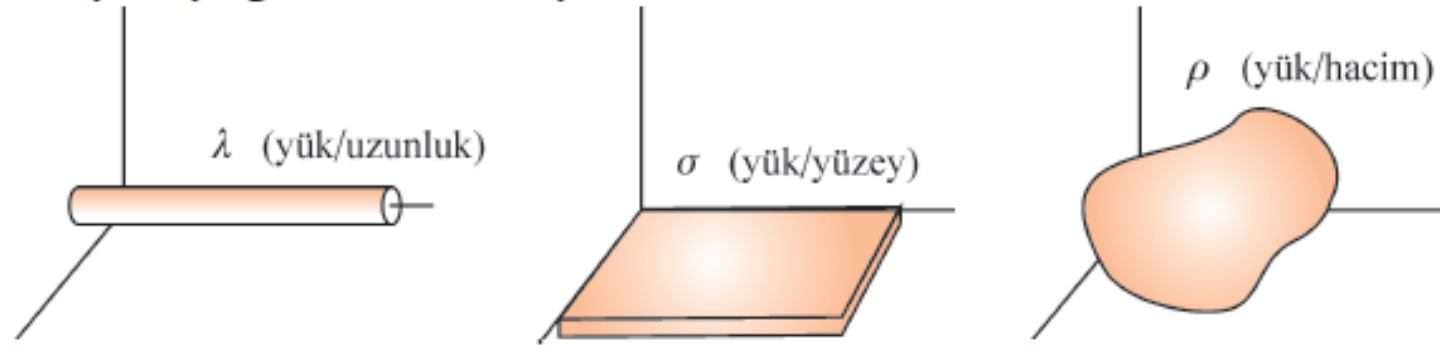
$$\vec{E} \approx \sum_i \Delta \vec{E}_i = \sum_i \frac{k \Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad \blacktriangledown$$

$\Delta q_i \rightarrow 0$ limitine gidildiğinde bu toplam integrale dönüşür:

$$\vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Sürekli dağılmış yükün } E \text{ alanı})$$

Yük Yoğunlukları

Olabilecek yük yoğunlukları ve yük elemanları:



- Boyca yük yoğunluğu (λ):

$$\lambda = \frac{Q}{L} \quad \longrightarrow \quad dq = \lambda dL \quad \blacktriangledown$$

- Yüzey yük yoğunluğu (σ):

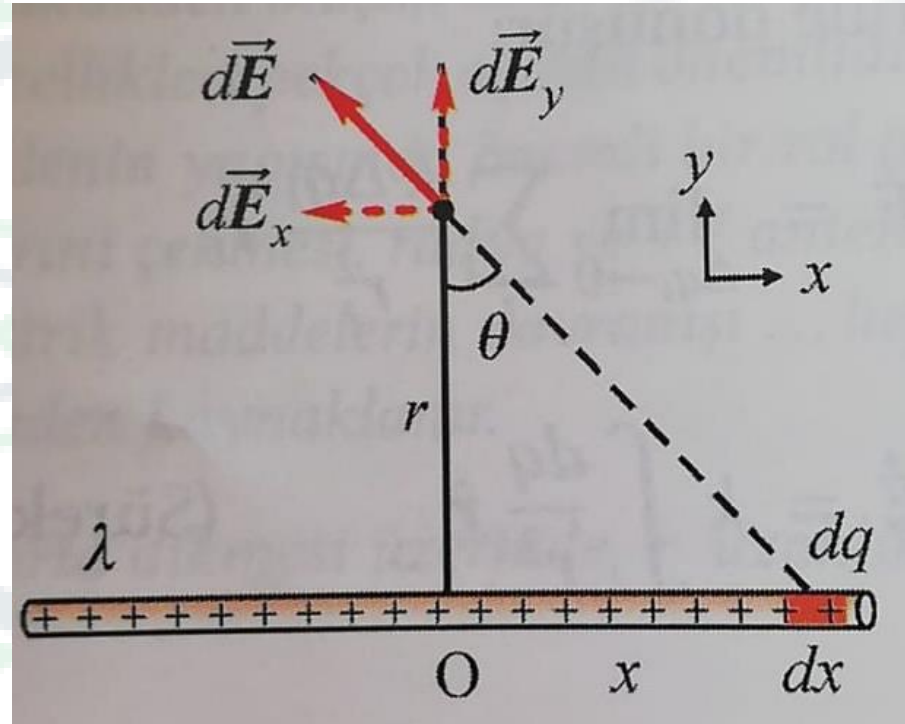
$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \longrightarrow \quad dq = \sigma dA \quad \blacktriangledown$$

- Hacim yük yoğunluğu (ρ):

$$\rho = \frac{Q}{V} \quad \longrightarrow \quad dq = \rho dV$$

Örnek: SONSUZ DOĞRUSAL TEL

Sonsuz bir doğrusal tel üzerinde düzgün λ (birimi: C/m) boyca yük yoğunluğu bulunmaktadır. Telden r uzaklıkta elektrik alanı hesaplayınız.



- Şekildeki koordinat sisteminde, teli x-ekseni olarak alalım. Orijinden x uzaklıkta ve dx kalınlığında küçük bir yük elemanınının P noktasındaki elektrik alana katkısı yazılır. Birim uzunlukta λ yükü varsa, dx üzerinde $dq = \lambda dx$ yükü olacaktır:

$$dE = \frac{k dq}{x^2 + r^2} = \frac{k \lambda dx}{x^2 + r^2}$$

- Bu küçük $d\vec{E}$ katkılarının bileşenleri toplam alanın bileşenleri olacaktır. Fakat, simetriden dolayı E_x bileşeni sıfır olacaktır, çünkü orijinin iki tarafındaki noktaların karşılıklı katkıları, x yönünde birbirine zıttır:

$$E_x = \int dE_x = 0$$

- O halde, E alanı sadece y-bileşenlerinin integrali olur:

- $E = E_y = \int dE_y = \int dE \cos\theta$ $dE = \frac{k dq}{x^2 + r^2} = \frac{k \lambda dx}{x^2 + r^2}$ idi

- $E = k \lambda \int \frac{\cos\theta dx}{x^2 + r^2}$

- Kosinüs terimi $\cos\theta = r/\sqrt{x^2 + r^2}$ olarak yerine konur ve yüklerin $[-\infty, +\infty]$ aralığında yer aldığı göz önüne alınırsa,

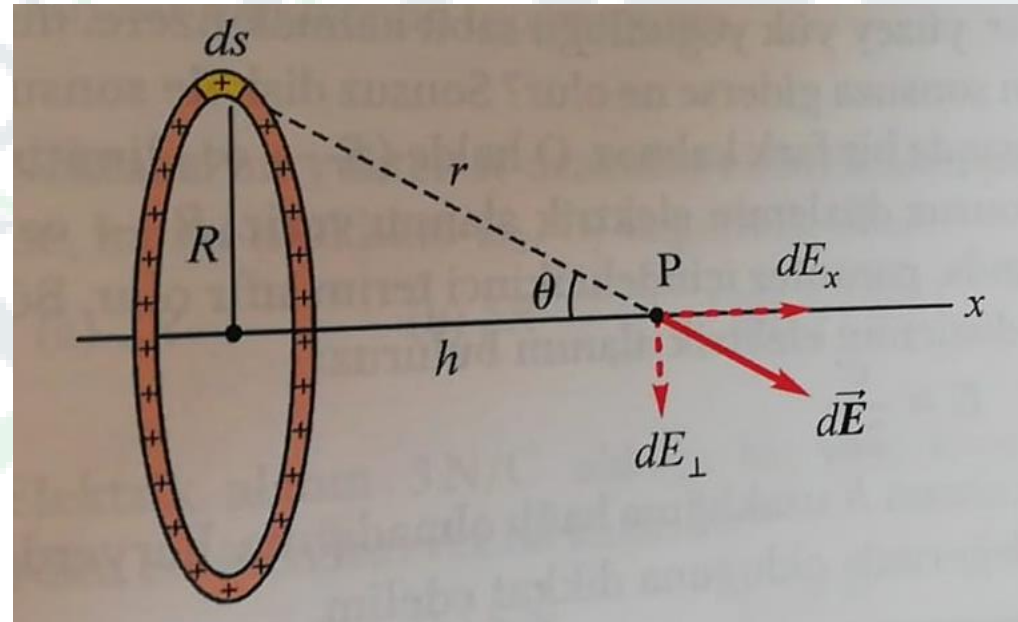
- $E = k \lambda r \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + r^2)^{3/2}}}_{2/r^2}$ olur. Bu integralin sonucu tablolardan bakılıp $2/r^2$

olarak bulunur. O halde, yüklü sonsuz telin elektrik alanı şöyledir:

- $E = \frac{2k\lambda}{r}$

Örnek: Yüklü halka

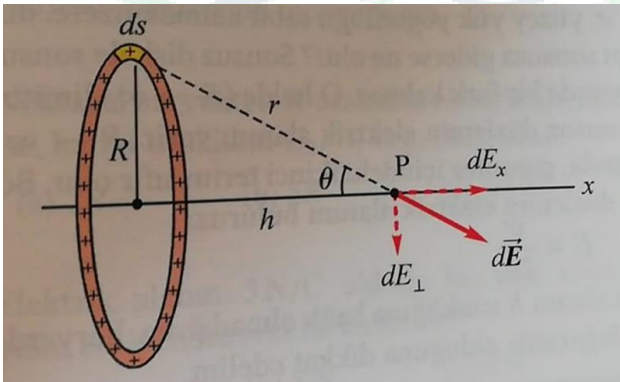
R yarıçaplı halka şeklinde kıvrılmış ince bir tel üzerinde toplam Q yüklü düzgün olarak dağılmıştır. Halka ekseninde h uzaklıktaki bir P noktasında elektrik alanı hesaplayın.



Şekildeki koordinat sistemine göre, çember üzerinde ds uzunluğunda bir yay parçası göz önüne alalım. Bu yay üzerindeki küçük dq yükünün P noktasındaki elektrik alana katkısı yazılır:

- $dE = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k dq}{h^2 + R^2}$

- Çevre uzunluğu $2\pi R$ olan çember üzerinde Q yükü varsa, ds yayı üzerindeki yük miktarı orantı yoluyla hesaplanır ve yerine konur.



- $dq = \frac{Q}{2\pi R} ds$

- $dE = \frac{kQ}{2\pi R} \frac{ds}{h^2 + R^2}$

- ds yay parçası çember çevresinde dolanırken, bu küçük dE katkılarının dE_{\perp} dik bileşenleri simetriden dolayı karşılıklı olarak birbirini götürcektir. Fakat, dE_x bileşenleri hep aynı yönde birbirine eklenecektir. O halde, toplam elektrik alan bu dE_x bileşenlerinin integrali olur:

- $E_{\perp} = \int dE_{\perp} = 0$

- $E = \int dE_x = \int dE \cos \theta = \frac{kQ}{2\pi R} \int \frac{ds \cos \theta}{h^2 + R^2}$

- Açının kosinüsü $\cos \theta = h/\sqrt{h^2 + R^2}$ yerine konur ve tüm sabitler integral dışına alınırsa,

- $E = \frac{kQ}{2\pi R} \cdot \frac{h}{(h^2 + R^2)^{3/2}}, \int ds$

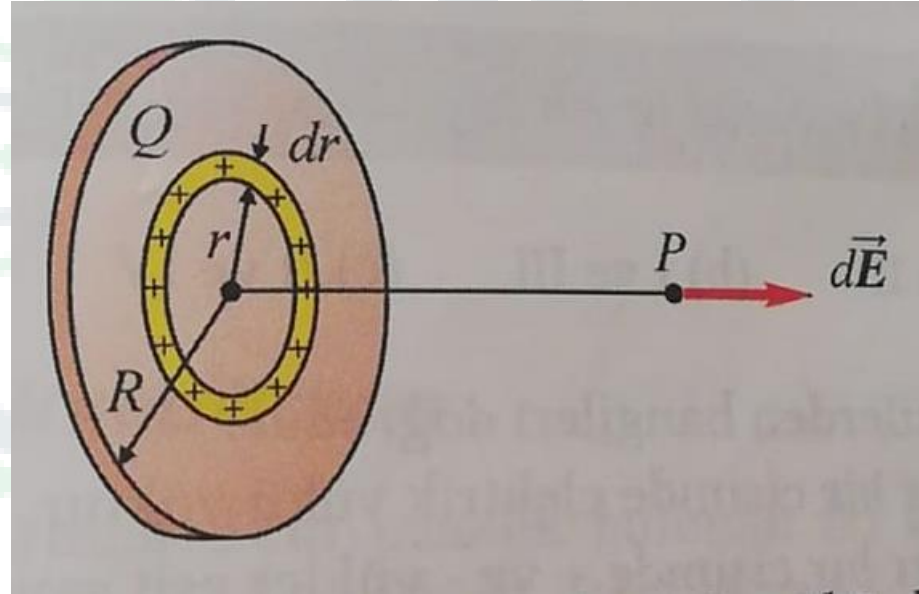
- ds yaylarının tüm çember üzerinden integrali, yani toplamı, çemberin çevre uzunluğu $2\pi R$ olacaktır. Sadeleştirme yapılırsa, çemberin elektrik alanı bulunur:

- $E = \frac{kQh}{(h^2 + R^2)^{3/2}}$

- Elektrik alan çember düzlemine dik olur.

Örnek: Yüklü Disk

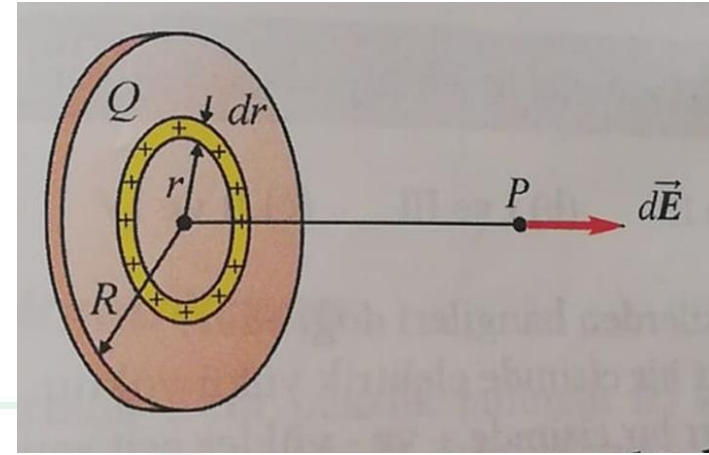
Yüzeyi üzerine toplam Q yükü düzgün olarak dağılmış olan R yarıçaplı diskin, ekseninde h uzaklıkta bir P noktasında elektrik alanı hesaplayın.



- Disk üzerinde, yarıçapı $[r, r + dr]$ aralığında olan dr kalınlığında ince bir halka göz önüne alalım. Bu halka üzerindeki küçük yük miktarına dq dersek, bunun P noktasındaki elektrik alana katkısı şöyle olur:

$$dE = \frac{khdq}{(h^2 + r^2)^{3/2}}$$

- dq yük miktarını bulmak için, dr kalınlıktaki parçanın yüzölçümünü hesaplayalım: Bu halkayı bir yerinden kesip açarsak, genişliği dr ve uzunluğu $2\pi R$ olan, ince uzun bir dikdörtgen olur. Bunun yüzölçümü yaklaşık $2\pi r dr$ dir. Yüzölçümü πR^2 olan disk üzerinde toplam Q yükü varsa, bu küçük yüzey üzerindeki yük miktarı orantıyla bulunur ve yerine konur:

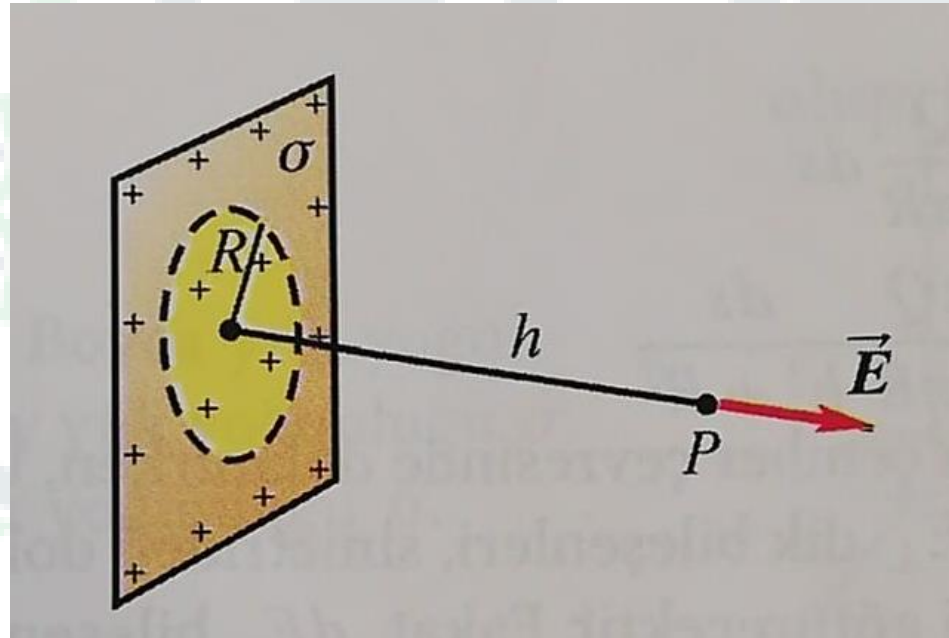


- $dq = \frac{Q}{\pi R^2} 2\pi r dr$
- $dE = \frac{kQh}{R^2} \frac{2r dr}{(h^2 + r^2)^{3/2}}$ (eksen yönünde)
- Bu küçük halkaların katkıları hep aynı yönde olduğundan, toplam elektrik alanı bulmak için, bileşenlere gerek kalmadan, doğrudan integral alırız:
- $E = \frac{kQh}{R^2} \int_0^R \frac{2r dr}{(h^2 + r^2)^{3/2}}$
- Bu integral değişken değiştirme yöntemiyle hesaplanır.

- $u = r^2 + h^2$ değişkeni tanımlanır ve du hesaplanır:
- Bu u değişkeniyle integral basitleşir:
- $E = \frac{kQh}{R^2} \int u^{-3/2} du = \frac{kQh}{R^2} \left| -\frac{2}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right|_0^R$
- Sınır değerleri yerine konur ve sadeleştirilirse, diskin elektrik alan ifadesi bulunmuş olur:
- $E = \frac{2kQ}{R^2} \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} \right]$

Örnek: Sonsuz Düzlem

Üzerinde sabit σ yüzey yük yoğunluğu bulunan sonsuz düzlemden h uzaklıkta elektrik alanı hesaplayın.



- R yarıçaplı yüklü diskin elektrik alan ifadesini yazalım:

$$E = \frac{2kQ}{R^2} \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} \right]$$

- $E = \frac{2kQ}{R^2} \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} \right]$
- Önce, bu elektrik alan ifadesini σ yük yoğunluğu cinsinden yazalım. Diskin toplam yükü Q ve yüzölçümü πR^2 ise, yüzey yük yoğunluğu,
- $\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$
- olur. Bu ifadeyi Q için çözer ve yerine koyarız. Ayrıca, k sabitini de $k = 1/4\pi\epsilon_0$ şeklinde ifade edelim:
- $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}} \right]$

- Şimdi, σ yüzey yük yoğunluğu sabit kalmak üzere, diskin R yarıçapı sonsuza giderse ne olur? Sonsuz disk ile sonsuz düzlem arasında bir fark kalmaz. O halde ($R \rightarrow \infty$) limitinde bu ifade, sonsuz düzlemin elektrik alanını verir. $R \rightarrow \infty$ limiti alındığında, parantez içindeki ikinci terim sıfır olur. Böylece, sonsuz düzlemin elektrik alanını buluruz:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

- Elektrik alanın h uzaklığına bağlı olmadığına, her yerde sabit $\sigma/2\varepsilon_0$ değerinde olduğuna dikkat edelim.

TEŞEKKÜR EDERİM

KOCAELİ SAĞLIK
VE TEKNOLOJİ
ÜNİVERSİTESİ
— 2009 —