

Aula 5

Mapas de Karnaugh

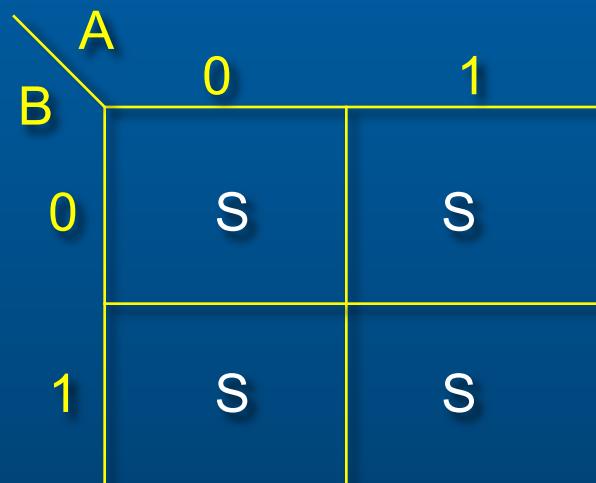
SEL 0414 - Sistemas Digitais

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

1. Mapa de KARNAUGH ou Mapa K

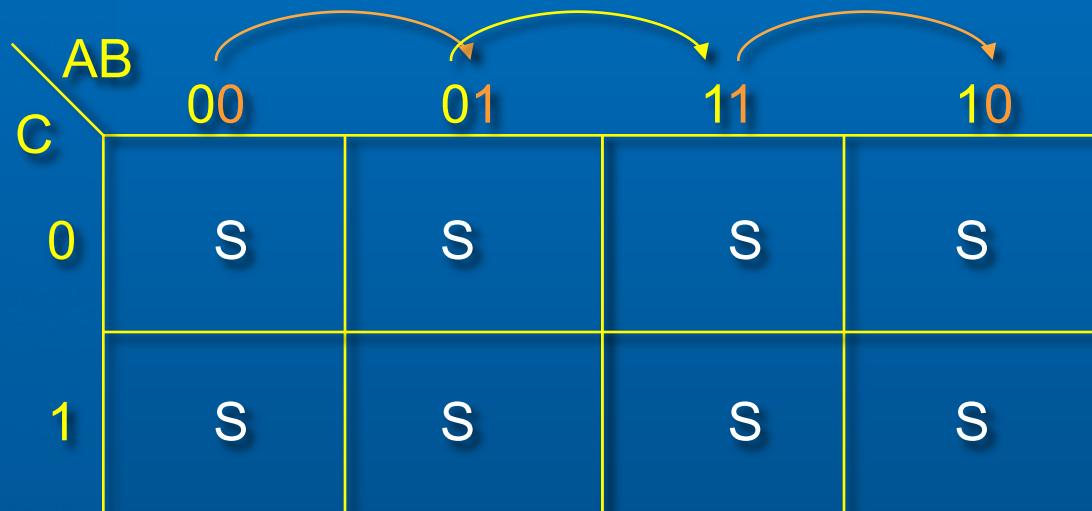
- É uma exposição visual de produtos fundamentais necessários para um solução de uma soma de produtos:

1.1. Duas variáveis



1. Mapa de KARNAUGH

1.2. Três variáveis



1. Mapa de KARNAUGH

1.3. Quatro variáveis

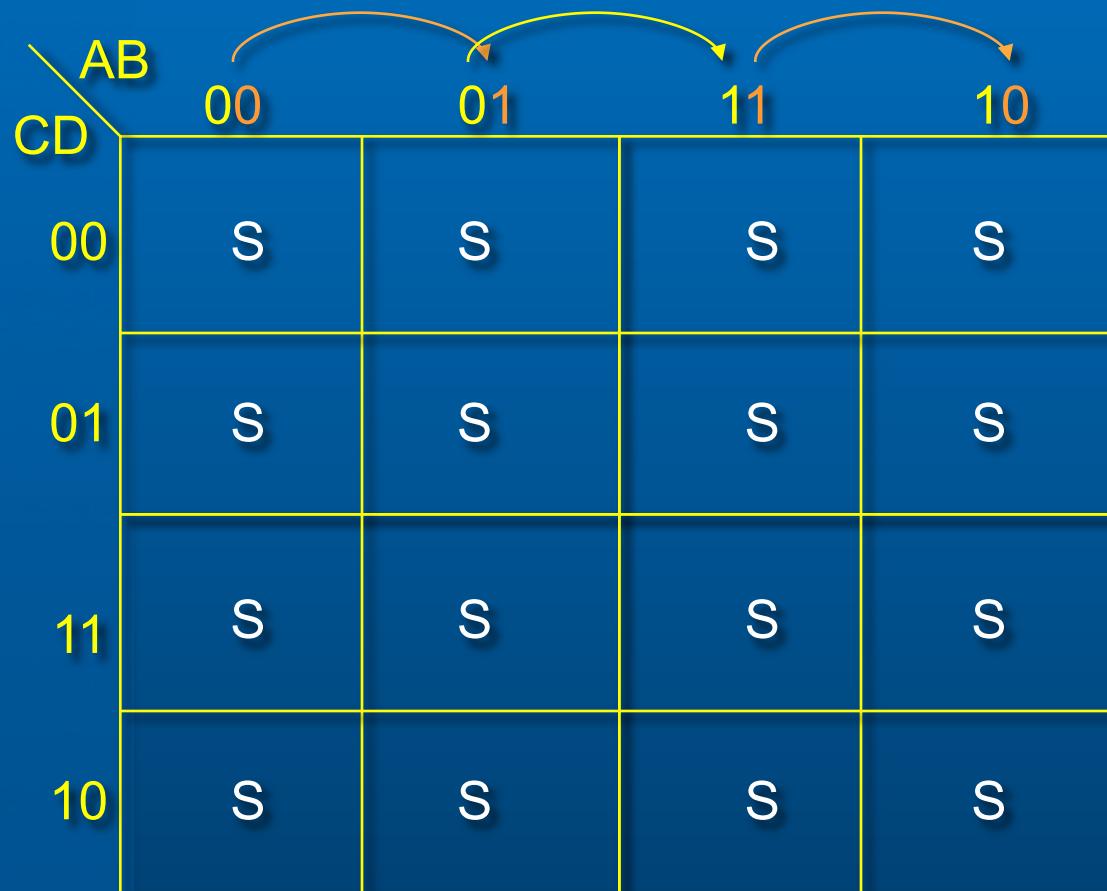
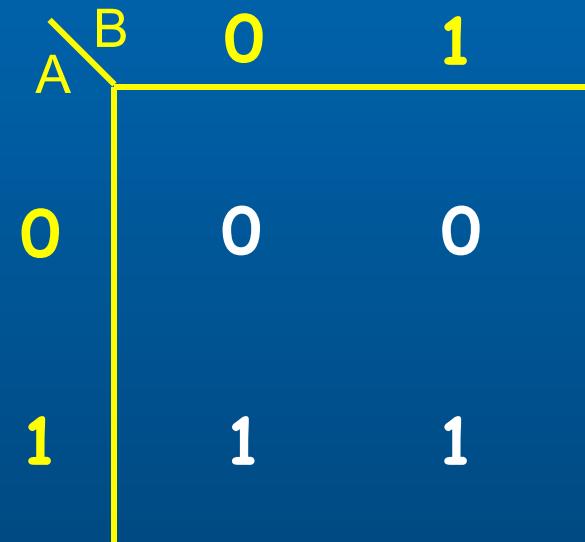


Tabela Verdade x Mapa K

Tabela Verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Mapa K



Mapa de Karnaugh

- Exemplo com três variáveis

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



Mapa de Karnaugh

- Exemplo com quatro variáveis

		CD \ AB			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	0	0

1. Mapa de KARNAUGH

**Obtenção e Simplificação de expressões por
Mapas de Karnaugh**

Baseia-se no fato de que $X + \bar{X} = 1$

Exemplo: $S = ABC + AB\bar{C} = AB(C + \bar{C}) = AB$

A entrada C torna-se irrelevante!

1. Mapa de KARNAUGH

Obtenção e Simplificação de expressões por
Mapas de Karnaugh

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1



$$S = \bar{A}\bar{B} + AB$$



$$S = A$$

1. Mapa de KARNAUGH

Obtenção da Expressão

- Unir blocos de 1's adjacentes
- Deve-se buscar a formação de blocos com a maior quantidade possível de 1's \Rightarrow respeitada a regra de $N = 2^n \Rightarrow N = \text{quantidade de 1's no bloco}$

Formação de pares, quadras, oitavas,...
- Expressão final = “soma” das expressões de cada bloco

1. Mapa de KARNAUGH

Simplificação

- Usar o menor número de blocos possível;
- Na expressão de cada bloco, **eliminam-se** as variáveis que mudam de estado dentro do bloco;
- As variáveis que não mudam de estado são mantidas na expressão, representando o seu respectivo valor fixo no bloco ($A = 1 \rightarrow A, A = 0 \rightarrow \bar{A}$)

1. Mapa de KARNAUGH

Simplificação

- Quanto maior o bloco, maior o número de variáveis eliminadas e mais simplificada fica a expressão final:
 - **Unidade:** nenhuma variável eliminada;
 - **Par:** uma variável eliminada;
 - **Quadra:** duas variáveis eliminadas;
 - **Oitava:** três variáveis eliminadas;

1. Mapa de KARNAUGH

Agrupamentos

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

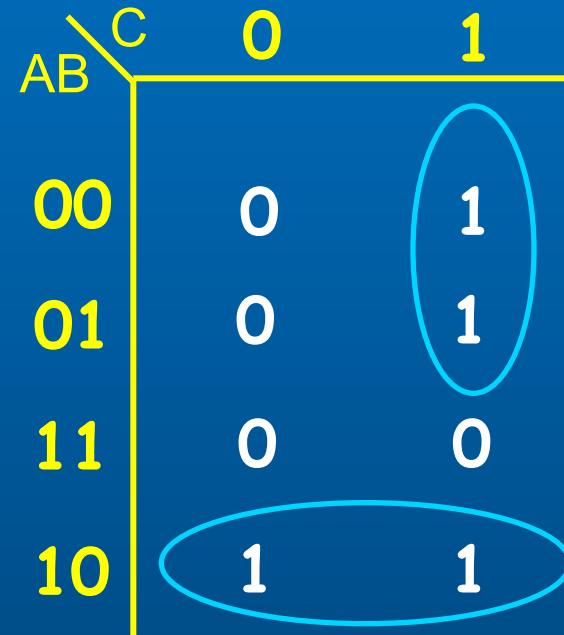


$$S = A$$

1. Mapa de KARNAUGH

Obtenção e Simplificação de expressões por Mapas de Karnaugh

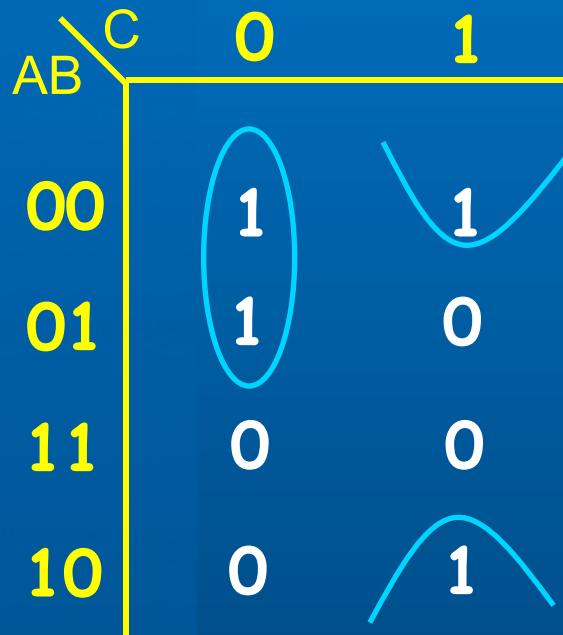
ABC	S
000	0
001	1
010	0
011	1
100	1
101	1
110	0
111	0



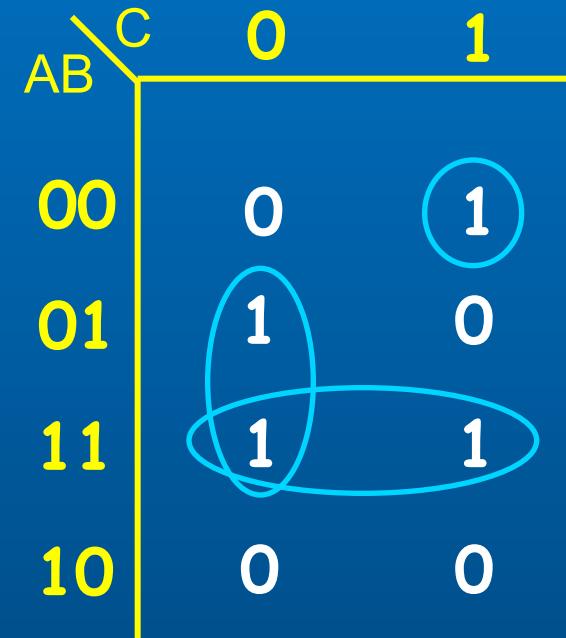
$$S = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$$

EXEMPLOS

1. Pares: uma variável eliminada



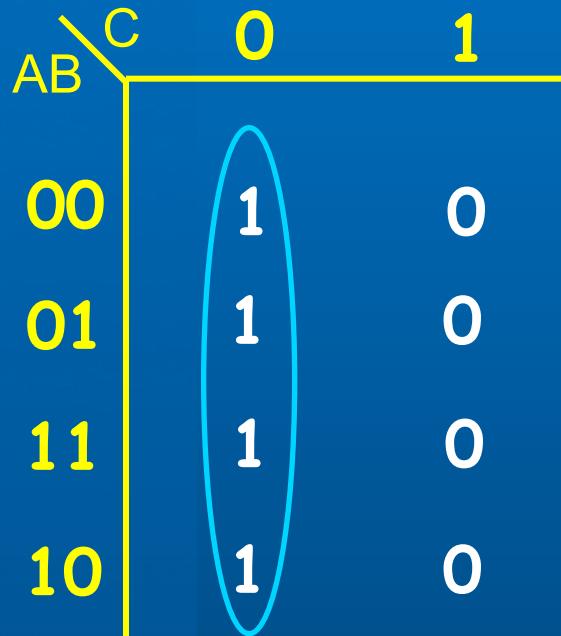
$$S = \bar{A}\bar{C} + C\bar{B}$$



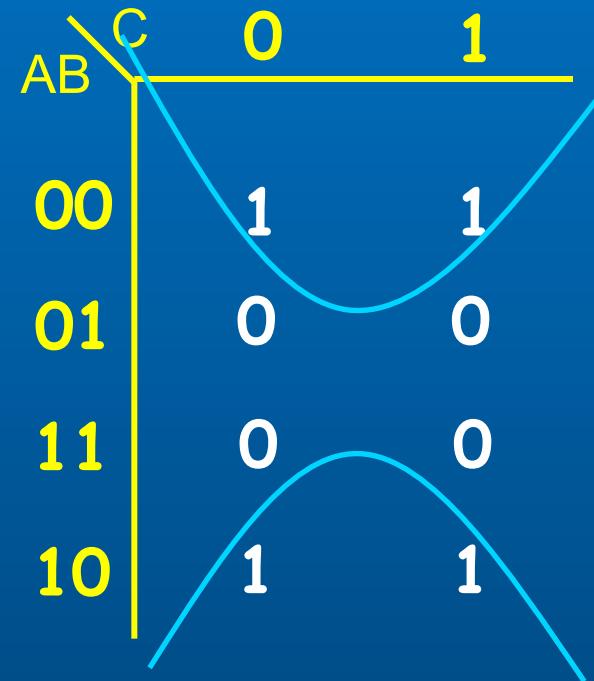
$$S = \bar{A}\bar{B}C + \bar{C}B + AB$$

EXEMPLOS

2. Quadras: duas variáveis eliminadas



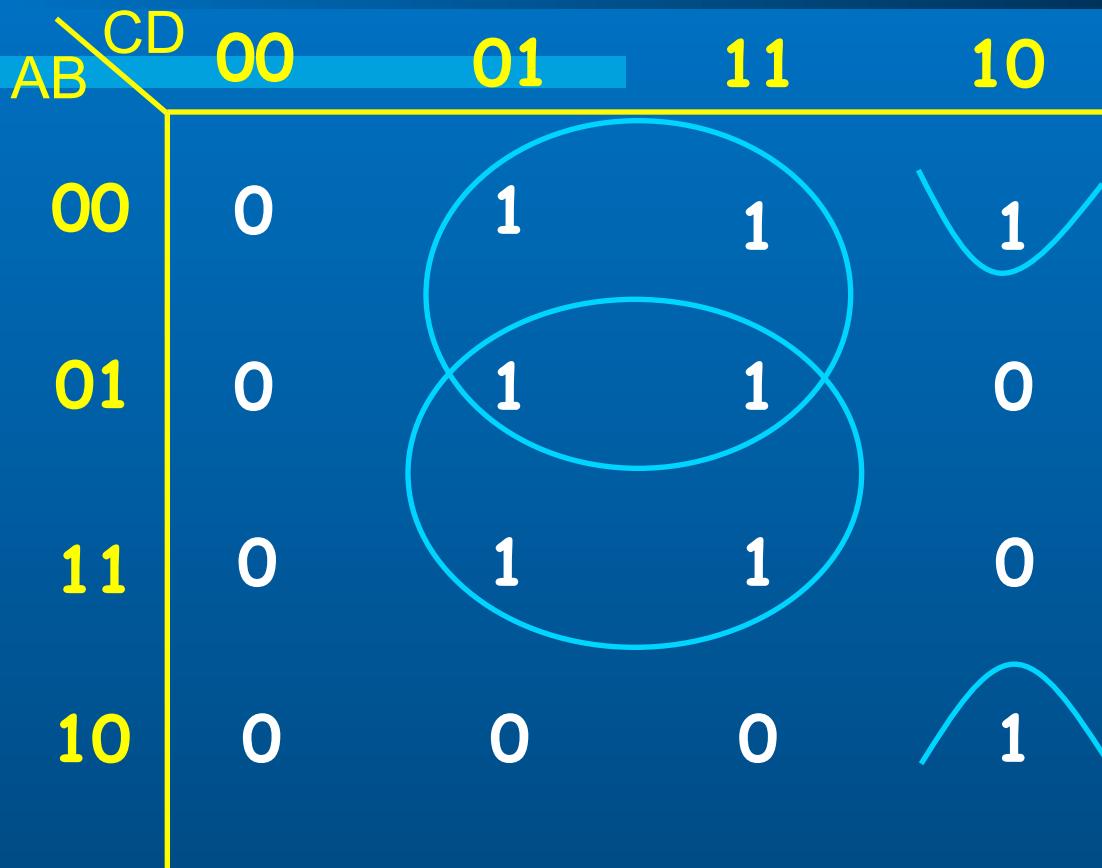
$$S = \bar{C}$$



$$S = \bar{B}$$

EXEMPLOS

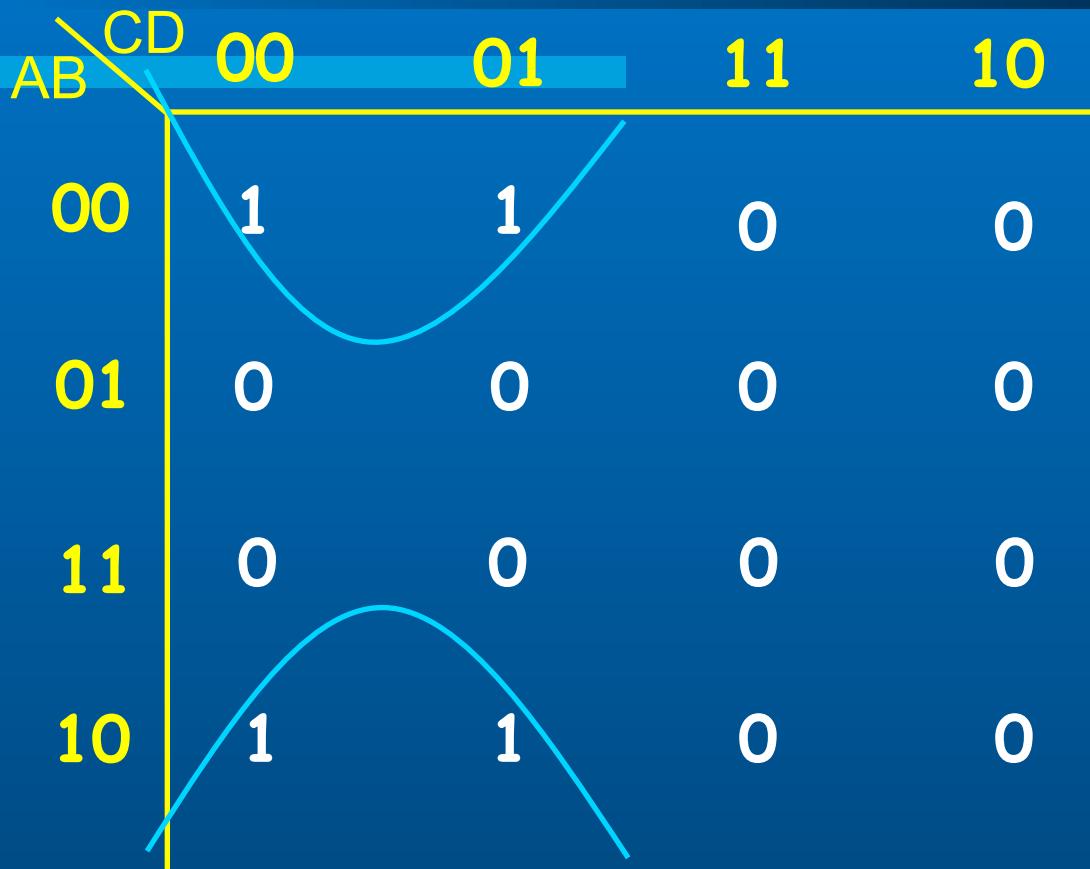
3. Quadras e Pares



$$S = \bar{A}D + BD + C\bar{D}\bar{B}$$

EXEMPLOS

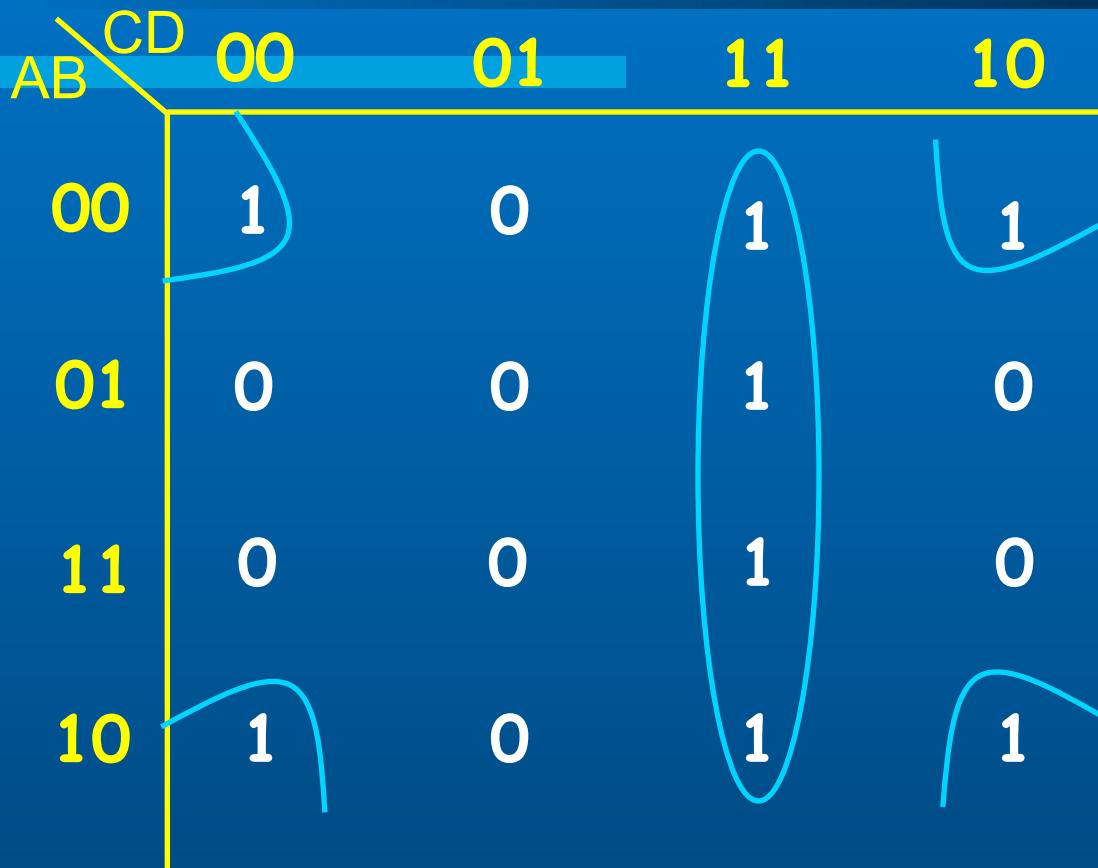
4. Quadras: duas variáveis eliminadas



$$S = \overline{C}\overline{B}$$

EXEMPLOS

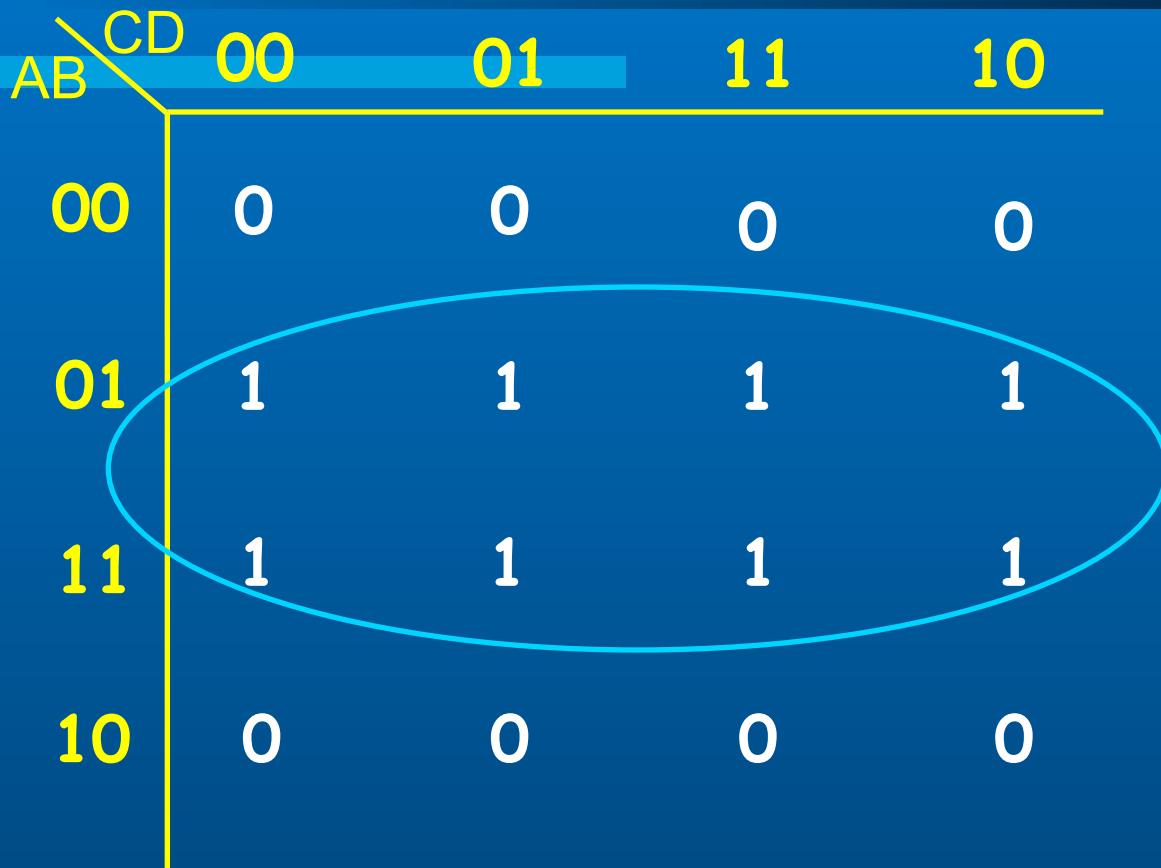
5. Quadras: duas variáveis eliminadas



$$S = \overline{D}\overline{B} + CD$$

EXEMPLOS

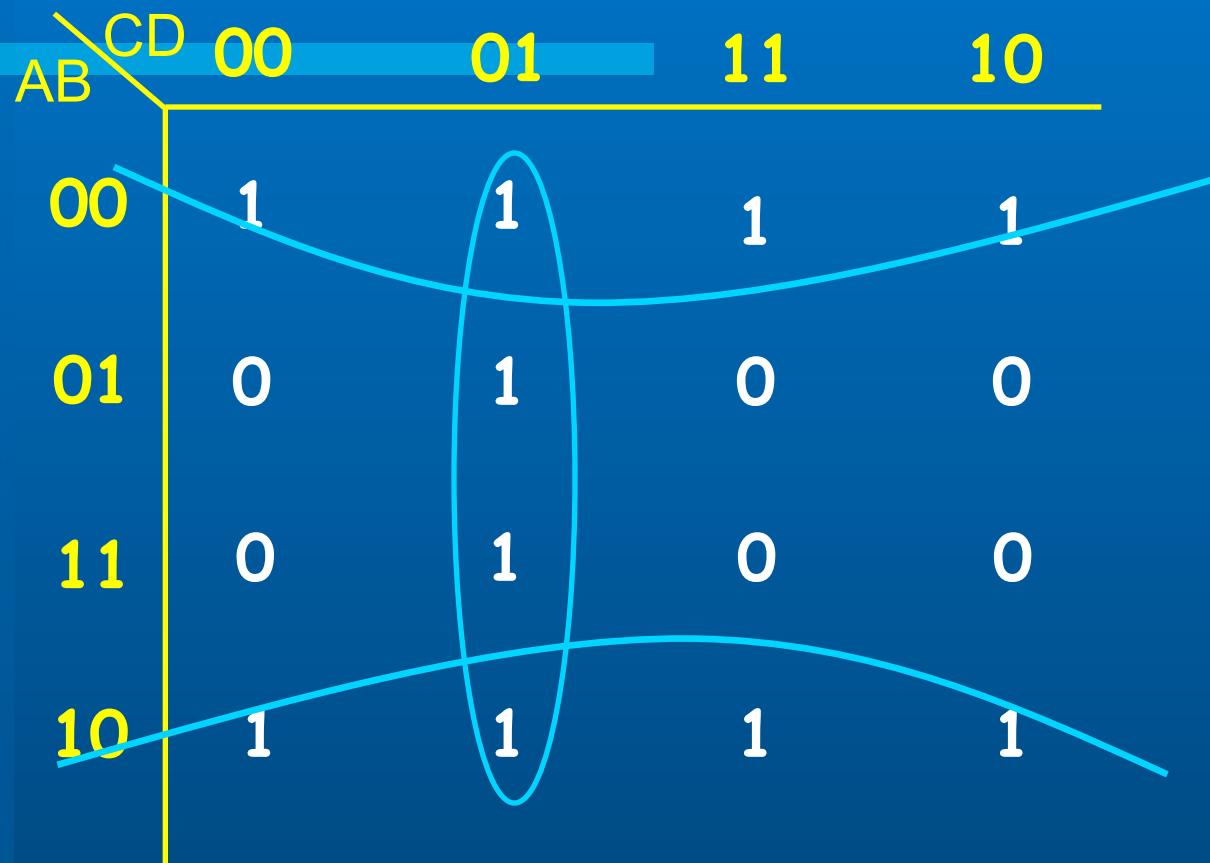
6. Oitavas: três variáveis eliminadas



$$S = B$$

EXEMPLOS

7. Octetos e Quartetos



$$S = \bar{B} + \bar{C}D$$

Exercício 1

- Dada a Tabela Verdade ao lado, ache a equação simplificada de saída utilizando:
 - a) Mapa de Karnaugh

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Exercício 2

Obtenção e Simplificação de expressões por Mapas de Karnaugh

ABCD	S
0000	1
0001	1
0010	0
0011	0
0100	0
0101	0
0110	0
0111	0

ABCD	S
1000	1
1001	1
1010	0
1011	0
1100	1
1101	1
1110	0
1111	0



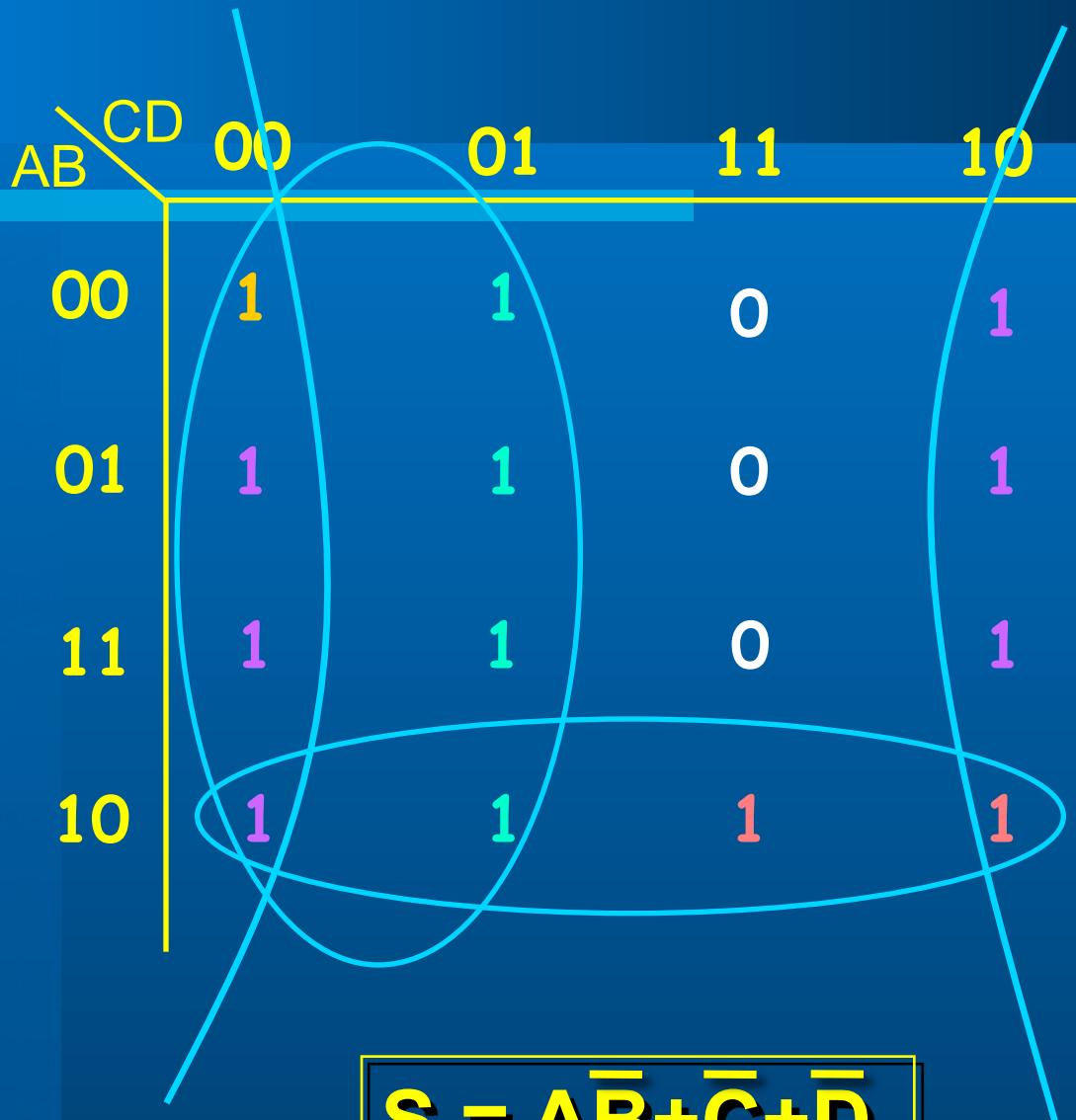
$$S = A\bar{C} + \bar{B}\bar{C}$$

Exercício 3

2. Usar o mapa de Karnaugh para simplificar a expressão abaixo:

$$S = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{C}D + A\bar{B}C + \bar{D}$$

↑ ↑ ↑ ↑
Unidade + Quadra + Par + Oitava



MAPA DE KARNAUGH

Para mais de 4 variáveis

- Normalmente, não se usa Mapa de Karnaugh para resolução de problemas com mais de 6 variáveis, por ser extremamente difícil sua resolução.
- Entretanto, para até 6 variáveis, o mapa de Karnaugh ainda é muito utilizado.
- Para 5 e 6 variáveis, a forma de representação por Mapa de Karnaugh é feita utilizando a teoria da superposição.

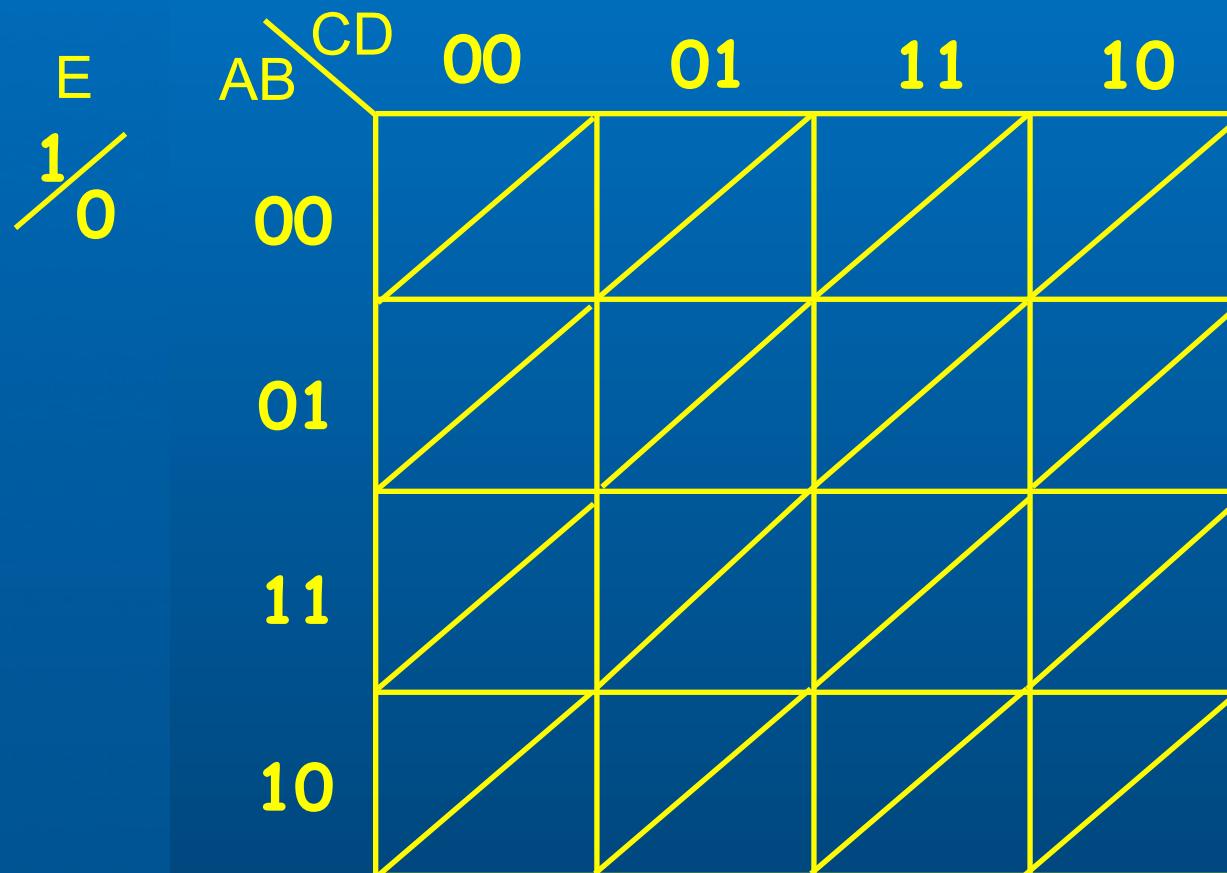
MAPA DE KARNAUGH

Para 5 Variáveis

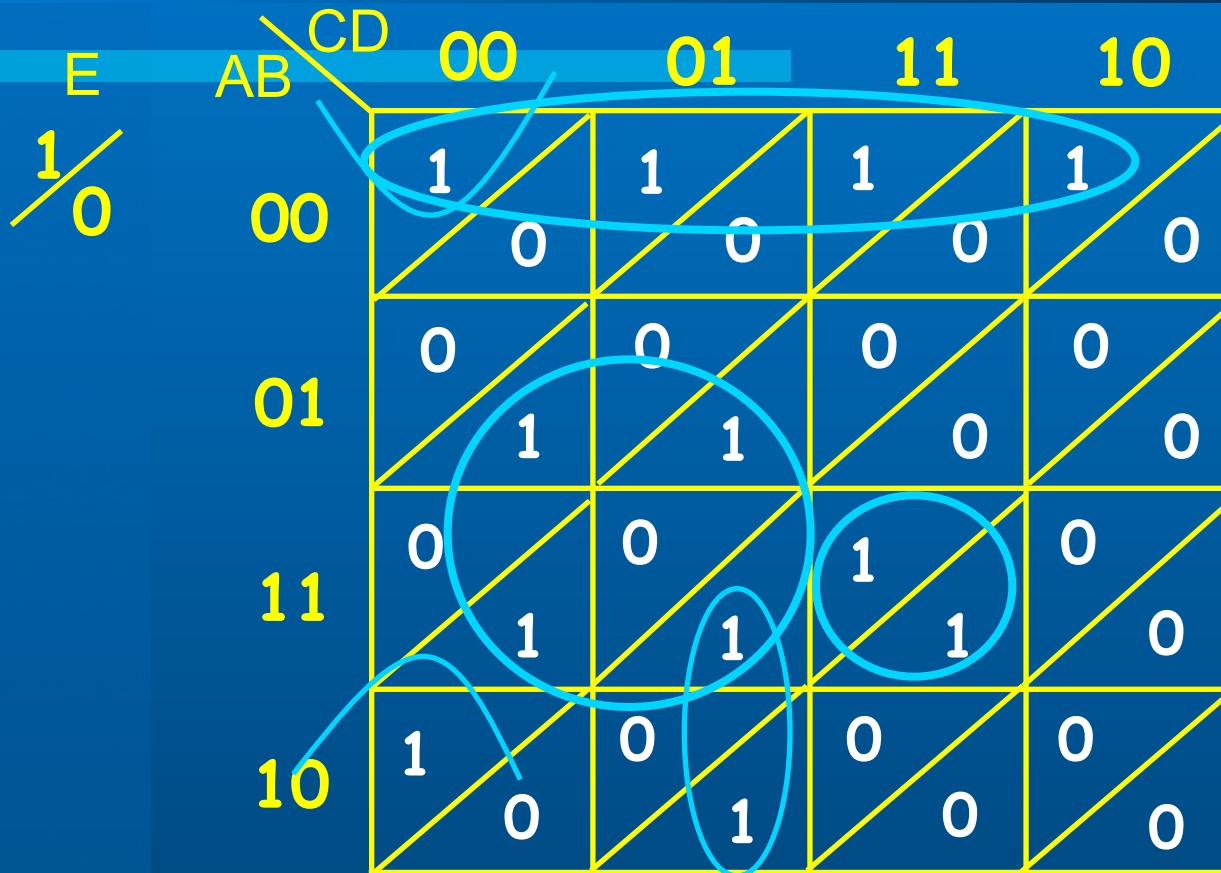
- O mapa final pode ser visualizado como sendo dois mapas de quatro variáveis sobrepostos.
- Um dos mapas, referente a $E=0$, corresponde à parte inferior da linha diagonal de divisão das células do mapa final.
- O outro mapa, referente a $E=1$, corresponde à parte superior da linha diagonal de divisão das células do mapa final.
- Cada mapa apresenta a sua leitura individual. Se a leitura em um dos mapas for igual (sobreposta) à leitura do outro mapa, estas duas leituras formam uma única leitura.

MAPA DE KARNAUGH

Para 5 Variáveis



MAPA DE KARNAUGH



$$S = \overline{A}\overline{B}E + \overline{B}\overline{C}\overline{E} + ABCD + A\overline{C}D\overline{E} + \overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E}$$

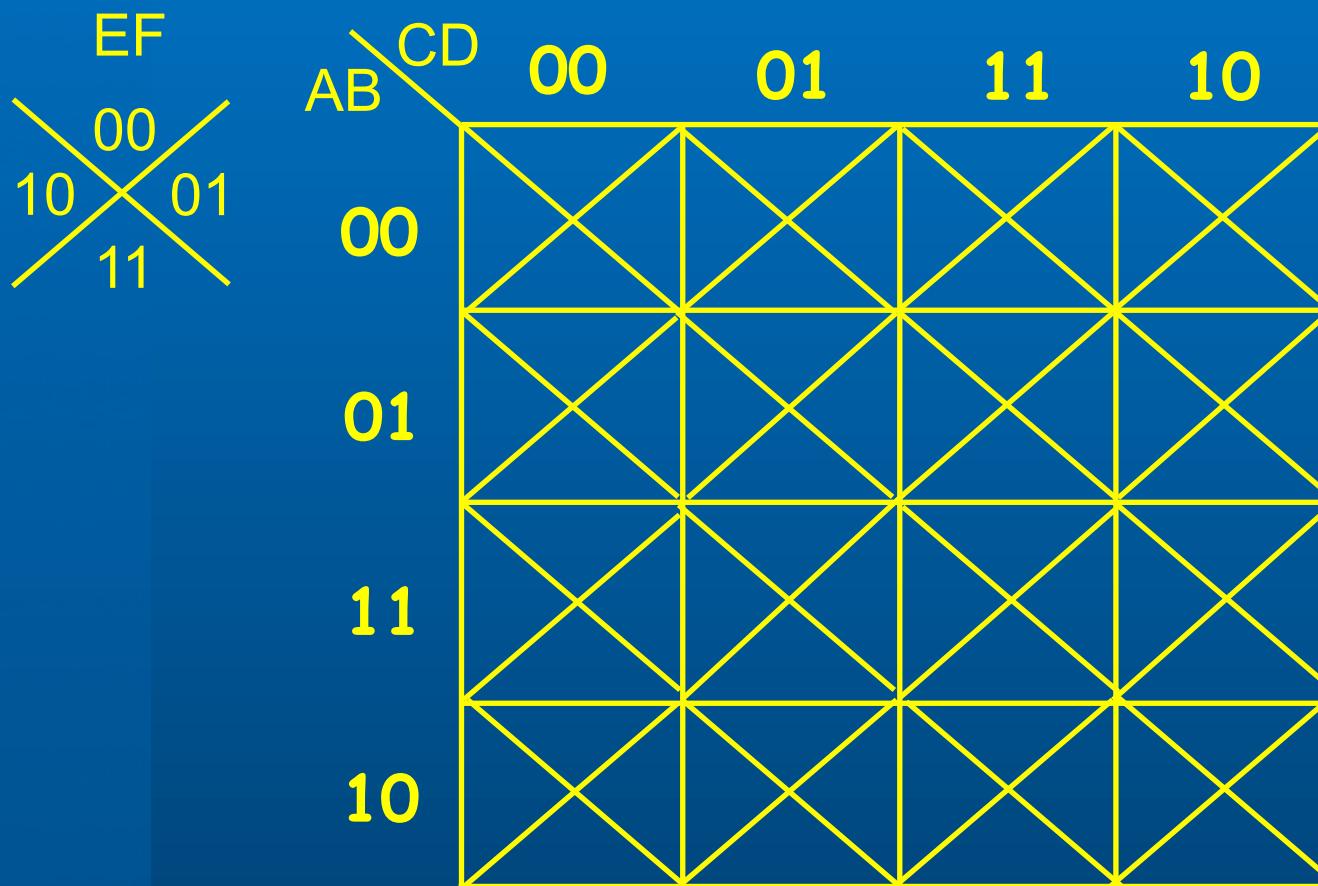
MAPA DE KARNAUGH

Para 6 Variáveis

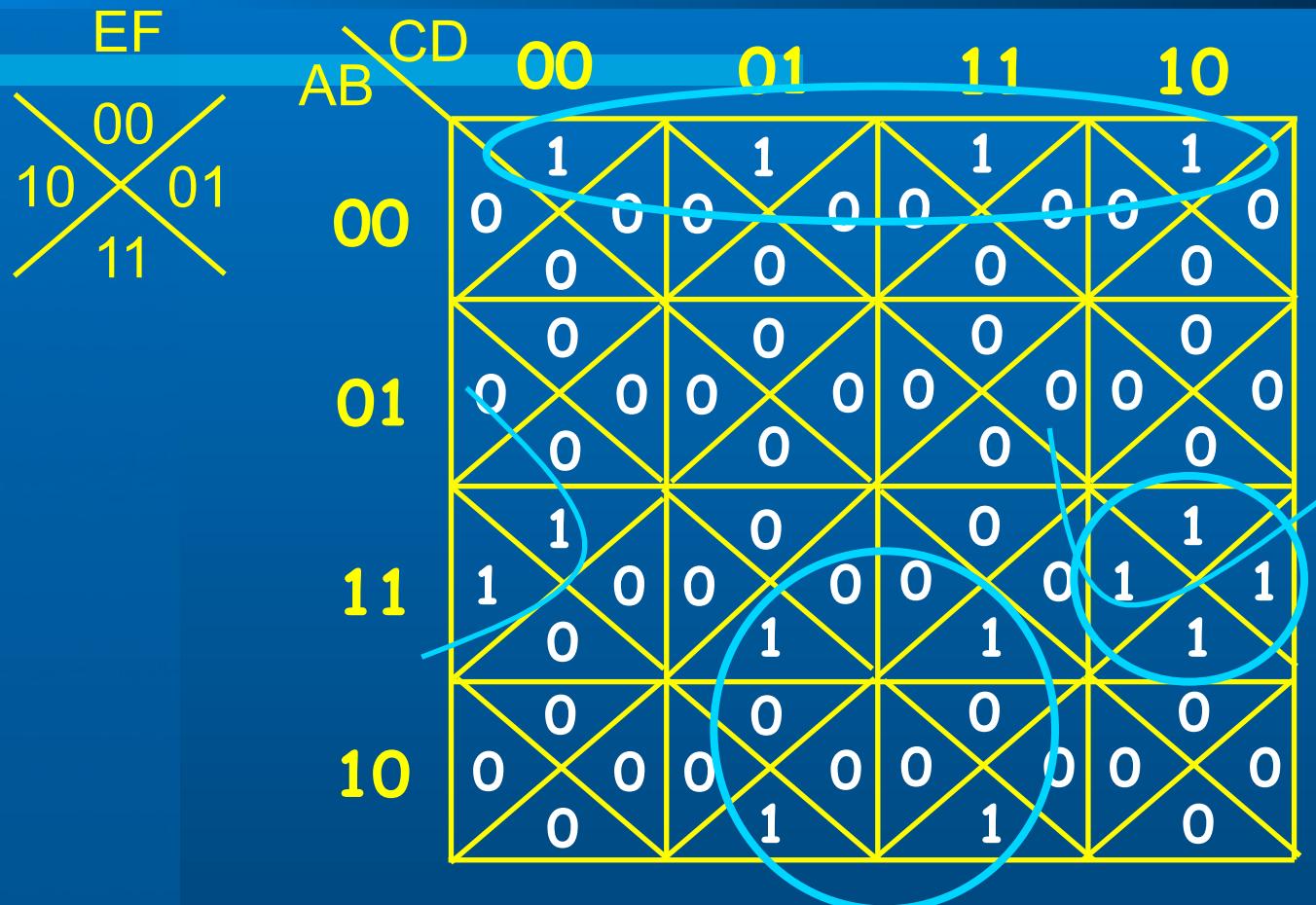
- O mapa final pode ser visualizado como sendo quatro mapas de quatro variáveis sobrepostos. Um dos mapas, referente à EF=00, corresponde à parte superior das células do mapa final. O outro mapa, referente à EF=01, corresponde à parte esquerda das células do mapa final. O terceiro mapa, referente à EF=10, corresponde à parte direita das células do mapa final. Finalmente, o último mapa, referente à EF=11, corresponde à parte inferior das células do mapa final.
- Cada mapa apresenta a sua leitura individual. Se a leitura em um dos mapas for igual (sobreposta) à leitura de outro mapa vizinho, estas duas leituras formam uma única leitura. Por mapa vizinho, entende-se aquele que tenha somente uma variável diferente. Assim, como exemplo, os vizinhos de EF=10 são EF=11 e EF=00. Da mesma forma, se as leituras dos quatro mapas estiverem sobrepostas, estas formam uma única leitura.

MAPA DE KARNAUGH

Para 6 Variáveis



MAPA DE KARNAUGH



$$S = \overline{A}\overline{B}\overline{E}\overline{F} + A\overline{D}\overline{E}\overline{F} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{D}\overline{F}$$

MAPA DE KARNAUGH

Condição Irrelevante

- Condições de entrada para as quais não existem níveis de saída especificados;
- Condições de entrada que nunca ocorrerão

A	B	C	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	x } "don't
1	0	0	x } care"
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

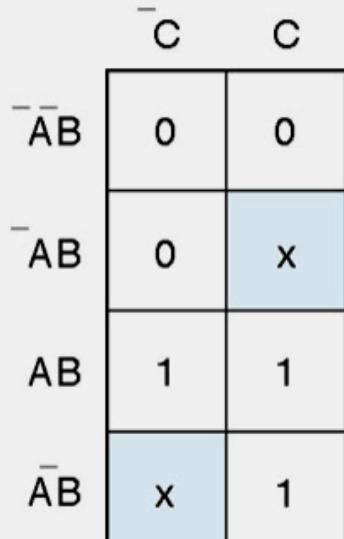
(a)

MAPA DE KARNAUGH Condição Irrelevante

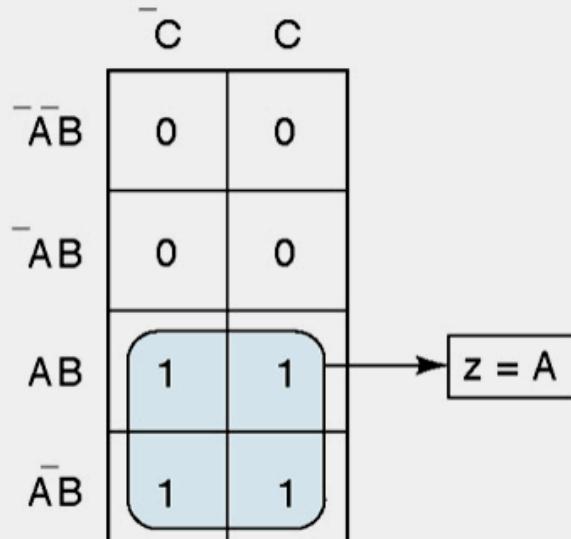
- Utiliza-se “x” como “0” ou “1” convenientemente, de modo à tornar a expressão mais simples;

A	B	C	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	x } "don't care"
1	0	0	x } "don't care"
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(a)



(b)



(c)

$$z = A$$

MAPA DE KARNAUGH – Exemplos de “don't care”

		AB	00	01	11	10
		C	0	1	1	1
C	0	X	0	1	1	1
	1	0	0	1	1	1

V_A

		AB	00	01	11	10
		C	0	1	0	0
C	0	X	1	0	0	0
	1	0	0	0	0	0

V_B

		AB	00	01	11	10
		C	0	0	0	0
C	0	X	0	0	0	0
	1	1	1	0	0	0

V_C

$$V_A = A$$

$$V_B = \bar{A} \bar{C}$$

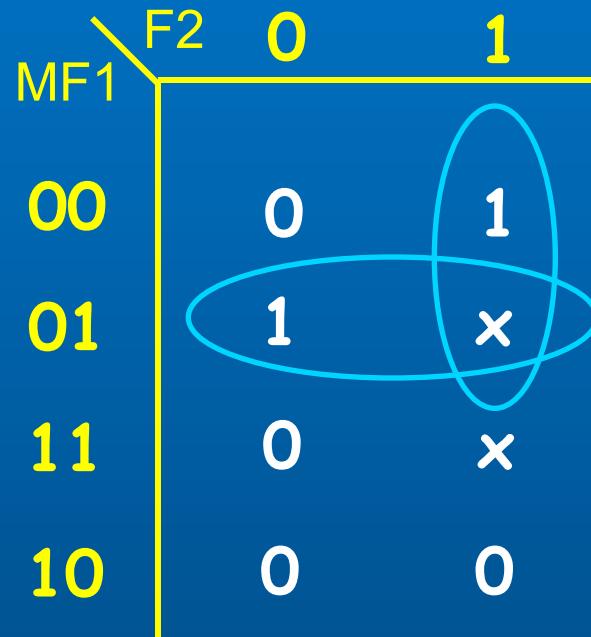
$$V_C = \bar{A} C$$

Exercício 4

- Projetar um circuito lógico para controle da porta de um elevador;
- Sinal “M” indica se o elevador está parado ($M=0$) ou se movendo ($M=1$);
- Os sensores F1 e F2 indicam se o elevador está passando pelo andar correspondente (1) ou não (0);
- A porta se abre se a saída do circuito for 1.

MAPA DE KARNAUGH – Exemplo de projeto

M	F1	F2	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	x



$$S = \overline{M}(F1+F2)$$

FIM