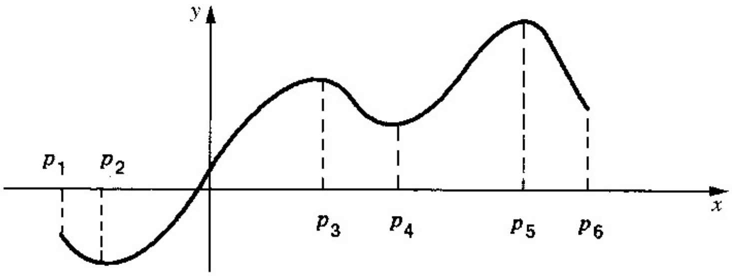
Resumo de aula 12

Definição de extremos absolutos

Uma função f tem máximo absoluto(ou máximo global) em c se $f(c) \geq f(x)$ para todo x em D, onde D é domínio de f. O número $f(c)$ é chamado de valor máximo absoluto (global) de f em D. Analogamente, f tem um mínimo absoluto (ou mímimo global) em c se $f(c) \leq f(x)$ para todo x em D. O número $f(c)$ é chamado de valor mínimo absoluto (global) de f em D.

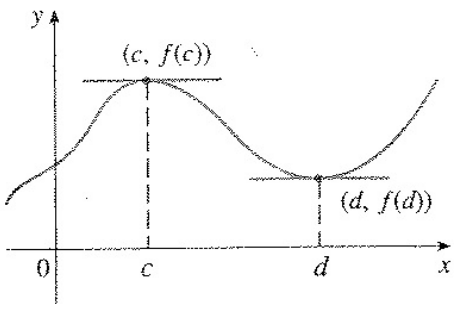
Definição de extremos locais

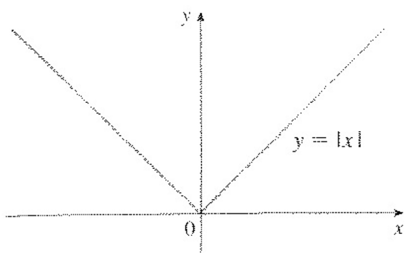
Uma função f tem máximo local(ou máximo relativo) em c se $f(c) \geq f(x)$ quando x estiver nas proximidades de c. [Isso significa que $f(c) \geq f(x)$ para todo x em algum intervalo aberto contendo c]. Analogamente, f tem um mínimo local (ou mímimo relativo) em c se $f(c) \leq f(x)$ quando x estiver nas proximidades de c.



p_1, p_3 e p_5 são pontos de máximo local; $f(p_6)$ é o valor máximo global de f
p_2, p_4 e p_6 são pontos de mínimo local; $f(p_2)$ é o valor mínimo global de f

A Figura mostra que o gráfico de uma função f com máximo local em c e mínimo local em d. Parece que, nestes pontos, as retas tangentes são horizontais e portanto, cada um tem inclinação 0. Isto é, $f'(c) = 0$ e $f'(d) = 0$. Outra observação é que a função $f(x) =\mid x \mid$ tem valor mínimo (local e absoluto) em 0, contudo, vimos que $f'(0)$ não existe. Portanto, devemos começar procurando por valores extremos de f nos números c onde $f'(c) = 0$ ou onde $f'(c)$ não existe. Esses números têm um nome especial





Número Crítico

Um número crítico de uma função f é um número c no domínio de f onde $f'(c) = 0$ ou $f'(c)$ não existe.

Teorema de Fermat

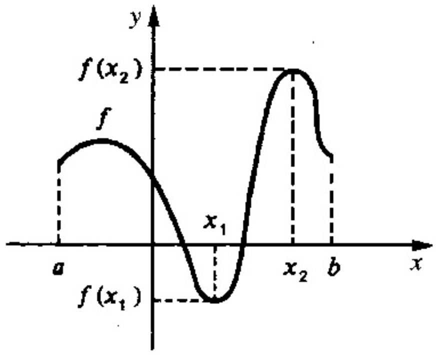
Se f tiver um máximo ou mínimo local em c, então c é um número crítico de f.

Teorema de Weierstrass

Se f for contínua em $[a, b]$, então existirão x_1 e x_2 em $[a, b]$ tais que

$$f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$$

para todo x em $[a, b]$.



O Método do Intervalo Fechado

Para encontrar os valores máximo e mínimo absolutos de uma função contínua f em um intervalo fechado $[a, b]$:

1. Calcule os valores de $f(c)$, sendo c os números críticos de f no intervalo aberto (a, b)

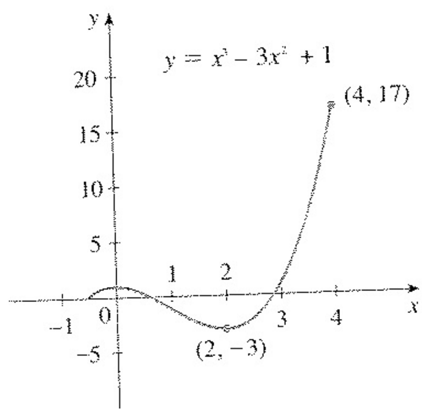
2. Calcule os valores de $f(a)$ e $f(b)$

3. O maior valor das etapas 1 e 2 é o valor máximo absoluto de f; ao passo que o menor desses valores é o valor mínimo absoluto f

Exemplo 0.1. Encontre os valores absolutos máximo e mínimo da função

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 \qquad -\frac{1}{2} \leq x \leq 4$$

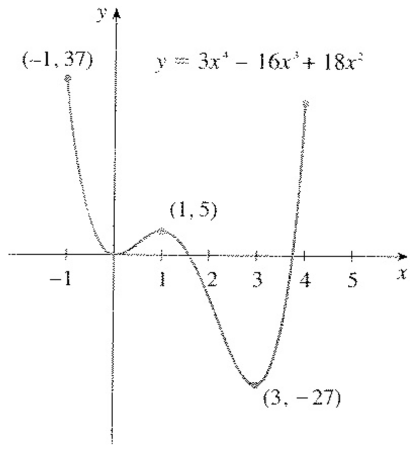
Solução.



Exemplo 0.2. Encontre os valores absolutos máximo e mínimo da função

$$f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2 \qquad -1 \le x \le 4$$

Solução.



Exemplo 0.3. Um fazendeiro tem 2400 m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa cercar ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?

Solução: