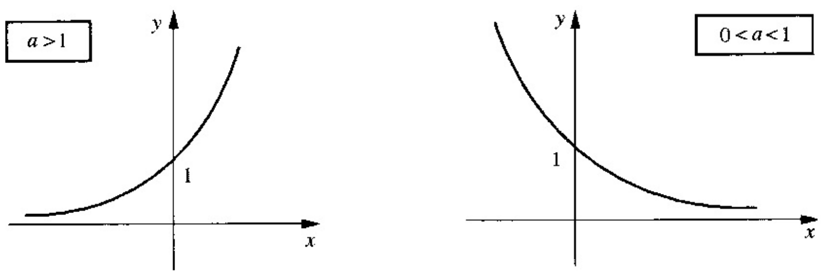
Resumo de aula 6

1 Funções: exponencial e logarítmica

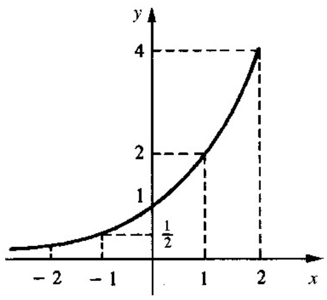
Funções exponenciais
Definimos a função exponencial de bade a, $a > 0$ e $a \neq 1$ por $f(x) = a^x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

O gráfico de $f(x) = a^x$ tem o seguinte aspecto:

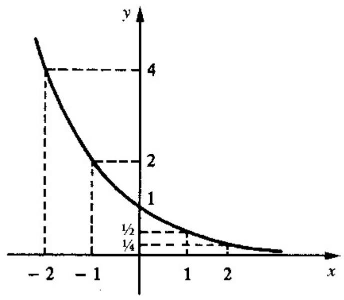


Exemplo 1.1. Esboce o gráfico da função (a)$f(x) = 2^x$ (b) $f(x) = (\frac{1}{2})^x$

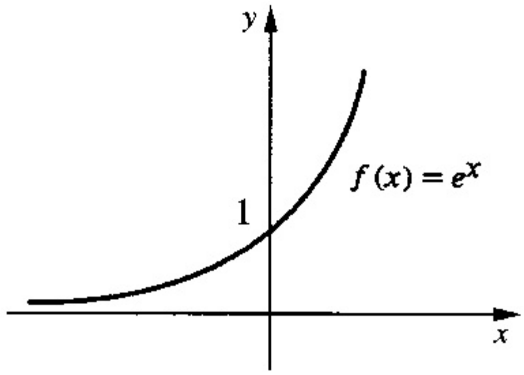
x	2^x
0	1
-1	$\frac{1}{2}$
1	2
2	4
-2	$\frac{1}{4}$



x	$(\frac{1}{2})^x$
0	1
1	$\frac{1}{2}$
-1	2
2	$\frac{1}{4}$
-2	4



A função exponencial de base e ($e \simeq 2,718281$) $f(x) = e^x$ é chamado de função exponencial natural. Como $e > 1$, o gráfico de $f(x) = e^x$ tem o seguinte aspecto:



2 Funções Logarítmicas

Se $a > 0$ e $a \neq 1$, a função exponencial $f(x) = a^x$ ou é crescente ou é decrescente. Assim, possui uma função inversa f^{-1} chamada de função logarítmica com base a denotada por log_a (isto é, $f^{-1} = log_a$). Como

$$f^{-1}(x) = y \Longleftrightarrow f(y) = x$$

tem - se

$$log_a x = y \Longleftrightarrow a^y = x$$

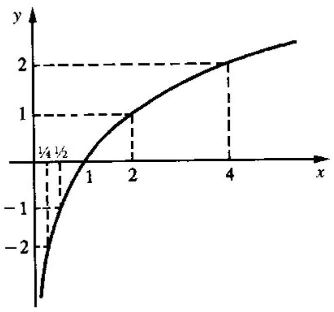
Ainda

$$f^{-1}(f(x)) = x \Longleftrightarrow log_a(a^x) = x \quad para \quad todo \quad x \in \mathbb{R}$$

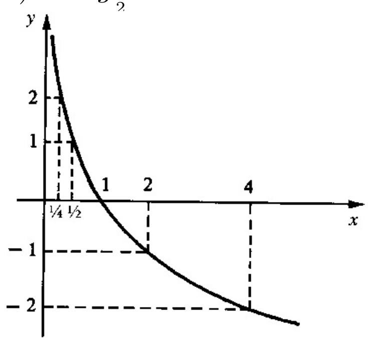
$$f(f^{-1}(x)) = x \Longleftrightarrow a^{log_a x} = x \quad para \quad todo \quad x > 0$$

Exemplo 2.1. Esboce o gráfico da função (a)$f(x) = log_2 x$ (b) $f(x) = log_{\frac{1}{2}} x$

x	$\log_2 x$
1	0
$\frac{1}{2}$	-1
2	1
$\frac{1}{4}$	-2
4	2



x	$\log_{\frac{1}{2}} x$
1	0
2	-1
$\frac{1}{2}$	1
4	-2
$\frac{1}{4}$	2



Os logaritmos na base e são chamados de logaritmos naturais e têm uma notação especial

$$log_e x = ln x$$

Leis dos logarítmos

Sejam $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$. x e y forem números positivos, então

1. $log_a(xy) = log_a x + log_a y$

2. $log_a(\frac{x}{y}) = log_a x - log_a y$

3. $log_a(x^r) = r log_a x$ (onde r é qualquer número real)

4.(Mudançẹ base) $log_a x = \frac{log_b x}{log_b x}$