

Lista 3 de MATCC ordem parcial
29 de setembro de 2021

1. Fazer um diagrama de Hasse das seguintes ordens no conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
(a) ordem habitual (b) ordem por divisibilidade ($x \leq y \iff x|y$)
2. Dizer se cada um dos seguintes subconjuntos de \mathbb{N} é ou não totalmente ordenado pelas relação de ordem de divisibilidade:
(a) $\{24, 2, 6\}$; (b) $\{3, 15, 5\}$; (c) $\{15, 5, 30\}$; (d) \mathbb{N} .
3. Fazer um diagrama de Hasse da relação de ordem por inclusão em $E = \mathbb{P}(\{a, b\})$ e em $F = \mathbb{P}(\{a, b, c\})$.
4. Quais destas relações em $\{0, 1, 2, 3\}$ são ordens parciais? Determine as propriedades da uma ordem parcial que estão faltando nas outras.

(a) $\{(0, 0), (2, 2), (3, 3)\}$

(b) $\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$

(c) $\{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 3)\}$

(d) $\{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 3)\}$

5. Fazer um diagrama de Hasse da relação de ordem por divisibilidade em $A = \{2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. Quais são elementos máximo e mínimo, elementos maximais e elementos minimais de A .
6. Fazer um diagrama de Hasse da relação de ordem por inclusão em:

$$E = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, d, e\}\}$$

Quais são os elementos máximo e mínimo, e elementos maximais e minimais de E ?

7. Fazer um diagrama de Hasse de relação de ordem por inclusão em:

$$A = \{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$$

Quais são os elementos máximo e mínimo, elementos maximais e minimais.

8. Em $\mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$ define-se $(a, b) \leq (c, d) \iff a|c \text{ e } b \leq d$.
Mostre que esta relação é uma relação de ordem parcial em $\mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$.
9. Provar que se R é uma relação de ordem sobre E , então R^{-1} também é.
10. Seja R a relação no conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$ que contém os pares ordenados $(0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 0)$ e $(3, 0)$. Encontre o fecho reflexivo e o fecho simétrico de R .
11. Encontre a menor relação que contém a relação $\{(1, 2), (1, 4), (3, 3), (4, 1)\}$ que seja (a) reflexiva e transitiva; (b) simétrica e transitiva; (c) reflexiva, simétrica e transitiva.
12. Seja R relação no conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ que contém os pares ordenados $(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 1), (3, 5), (4, 3), (5, 1)$. Encontre $R^2, R^3, R^4, R^5, R^6, R^*$.