Resumo de aula 9 - 2/2

Derivadas de e^x e lnx.

Teorema. São válidas as fórmulas de derivação

(a)$f(x) = e^x \Longrightarrow f'(x) = e^x$

(b)$g(x) = lnx \Longrightarrow g'(x) = \frac{1}{x},\ x > 0$

Derivadas das Funções Trigonométricas

Teorema. São válidas as fórmulas de derivação
(a) $sen'x = cosx$
(b) $cos'x = -senx$
(c) $tg'x = sec^2x$
(d) $sec'x = secxtgx$
(e) $cotg'x = -cosec^2x$
(f) $cosec'x = -cosecx\, cotgx$

Regras de Derivação.

Teorema. Sejam f e g derivável em p e seja k uma constante. Então as funções $f + g, kf$ e $f \cdot g$ são deriváveis em p e têm - se
(D1) $(f \pm g)'(p) = f'(p) \pm g'(p)$.
(D2)$(kf)'(p) = kf'(p)$
(D3)$(f \cdot g)'(p) = f'(p)g(p) + f(p)g'(p)$
(D4)Se $g(p) \neq 0$, então $\frac{f}{g}$ será derivável em p e $(\frac{f}{g})'(p) = \frac{g(p)f'(p) - g'(p)f(p)}{[g(p)]^2}$

Observação: A notação $[f(x)]'$ é usada com frequencia para indicar a derivada de $f(x)$ em x.

Exemplo 0.1. Seja $f(x) = 4x^3 + x^2$. Calcule.
(a)$f'(x)$
(b)$f'(1)$

Solução.

Exemplo 0.2. Calcule $g'(x)$ onde $g(x) = 5x^4 + 4$

Solução.

Exemplo 0.3. Calcule $f'(x)$ onde $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+1}$

Solução.

Exemplo 0.4. Seja $f(x) = (3x^2 + 1)e^x$. Calcule $f'(x)$

Solução.

Exemplo 0.5. Seja $f(x) = x^3 + lnx$. Calcule $f'(x)$

Solução.

Sejam $f_1, f_2, ..., f_n, n \geq 2$, funções deriváveis em p, temos que

$$(f_1 + f_2 + ... + f_n)'(p) = f_1'(p) + f_2'(p) + ... + f_n'(p)$$

Exemplo 0.6. Calcule a derivada.

(a)$f(x) = 3x^5 + \frac{1}{3}x^4 + x + 2$

(b)$g(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + \sqrt{x}$

Solução.

Derivadas de Ordem Superior

Sejam f uma função e A o conjunto dos x para os quais $f'(x)$ existe. A função $f' : A \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $x \longmapsto f'(x)$, denomina-se função derivada ou, simplesmente, derivada de f, diremos, ainda que, que f' é a derivada de 1.^{a} ordem de f. A derivada de 1.^{a} ordem de f é também indicada por f^1.

A derivada de f' denomina-se derivada de 2.^{a} ordem de f e é indicada por f'' ou por $f^{(2)}$, assim, $f'' = (f')'$. De modo análogo, define-se as derivadas de ordem superiores a 2 de f.

Exemplo 0.7. Seja $f(x) = 3x^3 - 6x + 1$. Determine f', f''

Solução.

Exemplo 0.8. Seja $f(x) = xlnx - cos\,x$. Determine f', f''

Solução.

Notações para a derivada

Se a função vem dada por $y = f(x)$, a notação, $\frac{dy}{dx}$ (leia: derivada de y em relação a x)é usada para indicar a derivada de f em x, ou seja, $\frac{dy}{dx} = f'(x)$.

Usaremos, ainda, a notação $\frac{df}{dx}$ para indicar a função derivada de $y = f(x) : \frac{df}{dx} = f'$. A derivada de $y = f(x)$, em x, será então indicada por $\frac{df}{dx}(x)$, ou seja, $f'(x) = \frac{df}{dx}(x)$.

Se a função f for dada por $s = f(t)$, as notações $\frac{ds}{dt}$ e $\frac{df}{dt}(t)$ serão usadas para indicar $f'(t)$.