

Lista 4 de MATCC
21 de novembro de 2021

1. Demonstre que $1^2 + 3^2 + \dots + (2n+1)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)(2n+3)}{3}$ sempre que n for um número natural.
2. Demonstre que $3^n < n!, n > 6$.
3. Demonstre que $1 + 2 + \dots + n \leq n^2$ sempre que n for um número inteiro positivo.
4. Demonstre que $1^2 + 2^3 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ sempre que n for um número inteiro positivo.
5. Sejam $a_0 = 1, a_n = 2a_{n-1} + 1, n \geq 1$. Prove que $a_n = 2^{n+1} - 1$.
6. sejam $d_0 = 2, d_1 = 5, d_n = 5d_{n-1} - 6d_{n-2}, n \geq 2$. Prove que $d_n = 2^n + 3^n$.
7. Ache a soma de $5 + 7 + 9 + 11 + \dots + 521$.
8. Ache a soma de $5 + 15 + 45 + \dots + 5 \cdot 3^{20}$.
9. Ache x e y tais que $\{27, x, y, 1\}$ seja uma parte de (a) progressão aritmética; (b) progressão geométrica.
10. Ache x e y tais que $\{5, x, y, 32\}$ seja uma parte de (a) progressão aritmética; (b) progressão geométrica.
11. Calcule: $M.D.C(20, 25), M.D.C(0, 10), M.D.C(123, -123), M.D.C(-89, -98), M.D.C(54321, 50), M.D.C(1739, 29341)$.
12. Calcule em $Z_{10} : 3 \oplus 3, 6 \oplus 6, 7 \oplus 3, 9 \oplus 8, 3 \otimes 3, 7 \otimes 3, 5 \otimes 2, 6 \otimes 6, 4 \otimes 6, 4 \otimes 1, 2 \otimes 5, 5 \otimes 8, 5 \otimes 9$.
13. Resolva: (a) $2 \otimes x = 3$ in Z_{10} ; (b) $9 \otimes x = 4$ in Z_{12} ; (c) $9 \otimes x = 6$ in Z_{12} ; (d) $x \otimes x = 1$ in Z_{13} ; (e) $x \otimes x = 11$ in Z_{13} ; (f) $x \otimes x = 12$ in Z_{13} ; (g) $x \otimes x = 4$ in Z_{15} ; (h) $x \otimes x = 10$ in Z_{15} .
14. Calcule: $A(4, 2), A(5, 3), A(7, 4), A(13, 2), A(8, 4)$.
15. Calcule: $C(9, 0), C(9, 0), C(9, 9), C(9, 1), C(9, 8), C(9, 6), C(9, 3)$.
16. Ache o coeficiente de x^3 em $(1+x)^6$.
17. Ache o coeficiente de x^3 em $(2x-3)^6$.

18. Seja $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ache: (a) O número dos subconjuntos de S ; (b) O número dos subconjuntos de S que tenha $\{2, 3, 5\}$ com subconjunto; (c) O número dos subconjuntos de S que contém pelo menos um número ímpar; (d) O número dos subconjuntos de S que contém exatamente um número par.
19. Ache o coeficiente de x^{12} em $(x + 1)^{15}$.
20. Considere os conjuntos A e B , com $|A| = 10$, e $|B| = 17$. (a) Existem quantas funções de A em B ? (b) Existem quantas funções injetoras de A em B ?