# Resumo de aula 1

## 1 Números Racionais

Os números racionais são os números da forma $\frac{a}{b}$, sendo $a$ e $b$ inteiros e $b \neq o$, o conjunto dos números racionais é indicado por $\mathbb{Q}$, assim:

$$\mathbb{Q} = \{ \ \frac{a}{b} \ \mid \ a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\},$$

onde $\mathbb{Z}$ indica o conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}.$$

Indicamos, ainda, por $\mathbb{N}$ o conjunto dos números naturais :

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}.$$

Observamos que todo número natural é também número inteiro, e todo inteiro é também núemero racional. Por exemplo: $-3 \in \mathbb{Z}$ e $-3 = \frac{-3}{1} \in \mathbb{Q}$.

## 2 Números Irracionais

**Exemplo 2.1.** Existe um número positivo $a$ tal que $a^2 = 2$.(Pense em um triangulo retângulo cujo hipotenusa é $a$ e dois catetos são 1. Pelo Teorema de pitágoras: $a^2 = 1^2 + 1^2$.) Este número positivo $a$ é representado pelo símbolo $\sqrt{2}$. $\sqrt{2} = 1,41421356237....$ é uma expansão decimal infinita e não periódica, que não é núemero racional, pois não tem forma $\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. $\sqrt{2}$ é um núemero irracional.

**Exemplo 2.2.** $\pi = 3,1415926535...$ é uma expansão decimal infinita e não periódica, que não tem a forma $\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ é um núemero irracional.

**Exemplo 2.3.** O número Euler $e = 2,71828...$ é uma expansão decimal infinita e não periódica, que não tem a forma $\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ é um núemero irracional.

Obserbação: Qualquer expansão decimal finita( por exemplo: $\frac{3}{8} = 0,375$) ou periódica ( por exemplo: $\frac{7}{22} = 0,31818181818....$) é núemero racional.

# 3 Números Reais

O conjunto de números reais é indicado por $\mathbb{R}$ e é o conjunto de todos os números racionais e os irracionais.

**Exemplo 3.1.** $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ e $\sqrt{-5} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{5} \cdot i = \sqrt{5}i$ não é número real e o número complexo.

# 4 Propriedades de potenciação

**Potência com expoente natural**

A Potência é definida como

$$a^n = a \cdot a \cdots a$$

em que $a$ repete - se $n$ vezes, onde $n \in \mathbb{N}$, um natural e $a \in \mathbb{R}$, um real.

**Potência com expoente racional**

Agora, definimos

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

onde $a > 0$ um real e $r = \frac{m}{n}, n > 0$, um racional.

**Exemplo 4.1.** $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

**Exemplo 4.2.** $5^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^{-2}}$ *(raiz de ordem* $3$ *de* $5^{-2}$*)*

**Propriedades de potenciação:**

1. Expoente zero

$$a^0 = 1 (a \neq 0, a \in \mathbb{R})$$

2. Expoente unitário

$$a^1 = a (a \in \mathbb{R})$$

Sejam $a > 0$ e $b > 0$ dois reais quaisquer e $r, s$ dois racionais quaisquer. Seguem as seguintes propriedades:

3. Produto de potências de mesma base

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

4. Divisão de potências de mesma base

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

5. Potência de Potência

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

6. Potência cuja base é uma divisão ou um produto

$$(ab)^r = a^r \cdot b^r$$

$$(\frac{a}{b})^r = \frac{a^r}{b^r}$$

7. Expoente negativo

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

**Exemplo 4.3.** $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

$5^0 = 1$

$36^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{36} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

$8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(2^3)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(2^2)^3}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$