3. Fazer um diagrama de Hasse da relação de ordem por inclusão em $E = P(\{a,b\})$ e em $F = P(\{a,b,c\})$

$E = \{a,b\}$

$F: \{a,b,c\}$

$\{a\}$ $\{b\}$

$\{a,b\}$ $\{a,c\}$ $\{b,c\}$

$\emptyset$

$\{a\}$ $\{b\}$ $\{c\}$

$\emptyset$
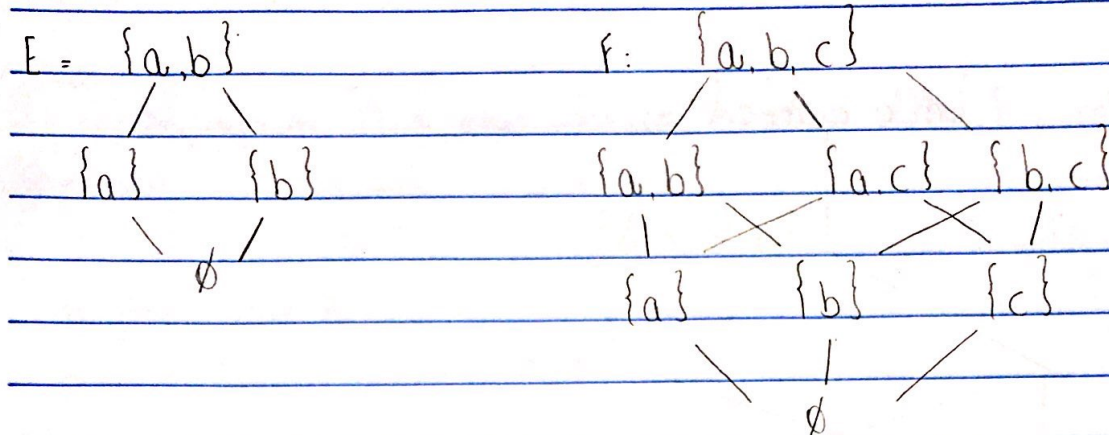
5. Fazer um diagrama de Hasse da relação de ordem por divisibilidade em $A. \{2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$. Quais são elementos máximo e mínimo, elementos maximais e elementos minimais de A.

30

6   15   10

3   5   2
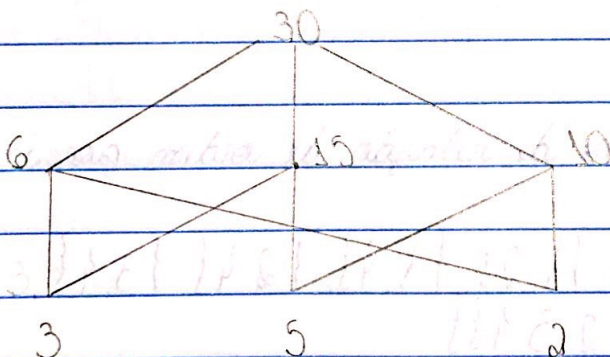
Minimais: 2, 3, 5

Maximais: 30

Máximo: 30
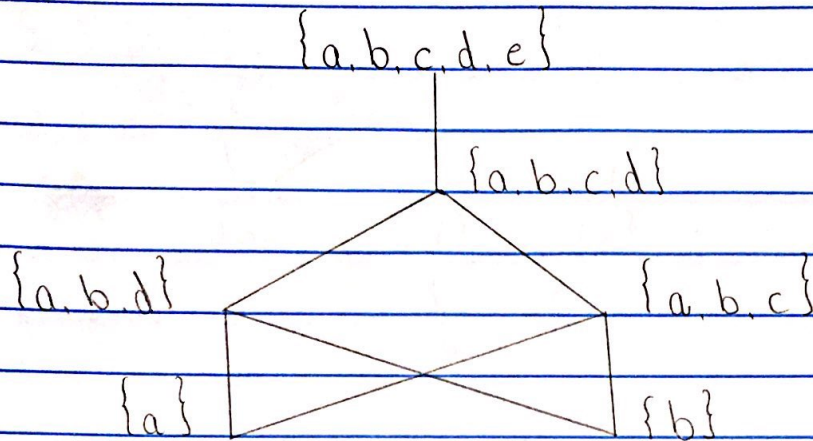
Não há um elemento mínimo.

6. Fazer um diagrama de Hasse da relação de ordem por inclusão em:

E = {{a}, {b}, {a,b,c}, {a,b,d}, {a,b,c,d}, {a,b,c,d,e}}

Quais são os elementos máximo e mínimo, e elementos maximais e minimais de E?

$$\{a, b, c, d, e\}$$
$$\{a, b, c, d\}$$
$$\{a, b, d\} \qquad \{a, b, c\}$$
$$\{a\} \qquad \{b\}$$

Máximo: {a, b, c, d, e}

Não há elemento mínimo
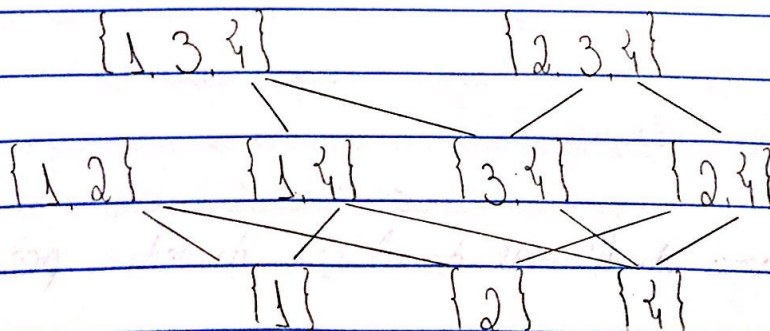
Maximais: {a, b, c, d, e}

Minimais: {a}, {b}

7. Fazer um diagrama de Hasse de relação de ordem por inclusão em:

$$A = \{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{3,4\},$$
$$\{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}$$

Quais são os elementos máximo e mínimo, elementos maximais e minimais.

$$\{1, 3, 4\} \qquad \{2, 3, 4\}$$
$$\{1, 2\} \qquad \{1, 4\} \qquad \{3, 4\} \qquad \{2, 4\}$$
$$\{1\} \qquad \{2\} \qquad \{4\}$$

Não há elementos máximo e mínimo

Maximais: $\{1,3,4\}$, $\{2,3,4\}$, $\{1,2\}$

Minimais: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{4\}$

9. Provar que se R é uma relação de ordem sobre E, então R^{-1} também é

$(E, R) \Rightarrow x \angle y$

Se $x R x \Rightarrow x = y$, então $x R^{-1} x \Rightarrow x = x$

$\quad x R y$, $y R x \Rightarrow x = y$, então $y R^{-1} x$, $x R^{-1} y \Rightarrow x = y$

$\quad x R y$, $y R z \Rightarrow x R z$, então $z R^{-1} y$, $y R^{-1} x \Rightarrow z R^{-1} x$

Logo, se R é uma relação de ordem parcial R^{-1} também é.

10. Seja R a relação no conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$ que contém os pares ordenados $(0,1)$, $(1,1)$, $(1,2)$, $(2,0)$ e $(3,0)$ Encontre o fecho reflexivo e o fecho simétrico de R.

$R \cup I_A = \{(0,1), (0,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2), (3,0), (3,3)\}$

$R \cup R^{-1} = \{(0,1), (1,0), (1,1), (1,2), (2,1), (2,0), (0,2), (3,0), (0,3)\}$

11. Encontre a menor relação que contém a relação $\{(1,2), (1,4), (3,3), (4,1)\}$ que seja:

a) reflexiva e transitiva

$R = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,2), (3,3), (4,4), (4,1), (4,2)\}$

b) Simétrica e transitiva

$R = \{(1,2),(2,1),(1,4),(4,1),(3,3),(1,1),(2,2),(4,4)\}$

c) Reflexiva, simétrica e transitiva

$R = \{(1,2),(2,1),(1,4),(4,1),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$