ALGORITMOS PROBABILISTICOS

INTEGRAÇÃO DE MONTE CARLO

MONTE CARLO

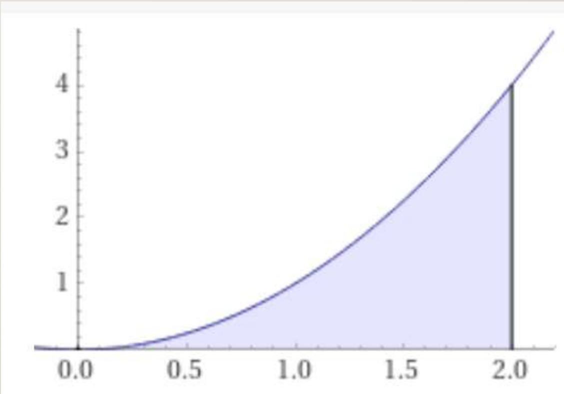
- Os métodos de Monte Carlo são técnicas que fornecem soluções aproximadas para problemas matemáticos por meio de amostragem estatística, utilizando geradores de números aleatórios. Esses métodos são especialmente úteis em problemas que são, por natureza, de cunho estatístico, como os da mecânica estatística. A principal vantagem do método de Monte Carlo é sua eficiência em resolver problemas numéricos em espaços de múltiplas dimensões, como a integração numérica, superando métodos tradicionais como a regra do Trapézio ou de Simpson.

MONTE CARLO

- A integração de Monte Carlo é um método que se destaca pela simplicidade de sua fórmula, especialmente em comparação com as regras tradicionais de Trapézio e Simpson para problemas de alta dimensão.
- O princípio do método de integração de Monte Carlo é derivado do conceito de valor esperado ou esperança.
- Para o caso m-dimensional, essa fórmula mantém sua simplicidade e fácil implementação computacional, tornando-se:
- Essa simplicidade é uma grande vantagem, já que as fórmulas para os métodos de Trapézio e Simpson se tornam consideravelmente mais complexas com o aumento das dimensões.

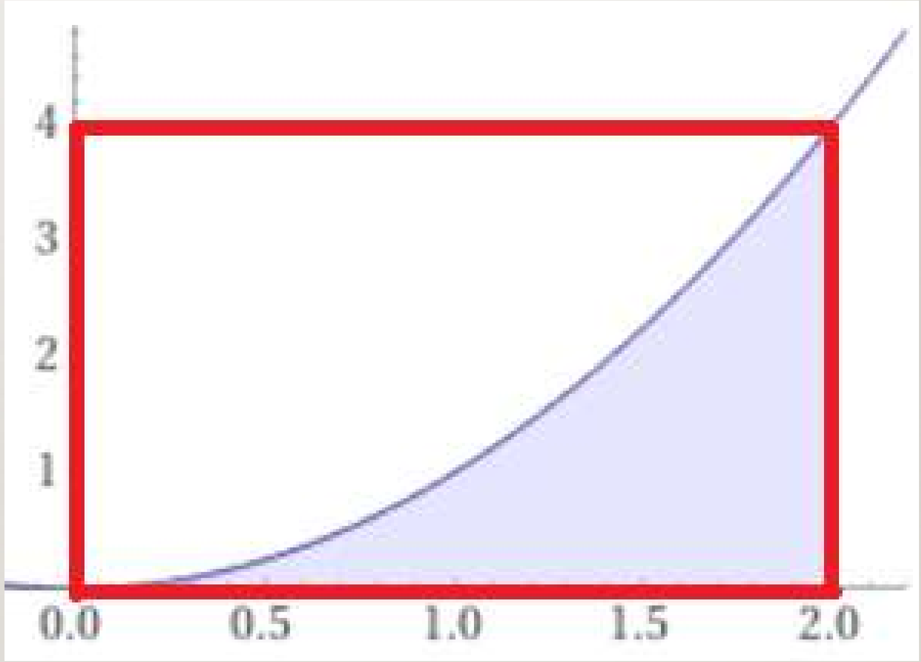
INTEGRAÇÃO DE MONTE CARLO

- A integração de Monte Carlo é um método número simples e de fácil entendimento, é uma técnica que se baseia em uma integral como sendo a área abaixo de uma curva .
- A parte mais interessante deste método que o mesmo consiste em inscrever a função complexa que se deseja integrar em uma outra forma geometricamente conveniente.
- Vamos integrar a Função $f(x) = x^2, 0 < x < 2$



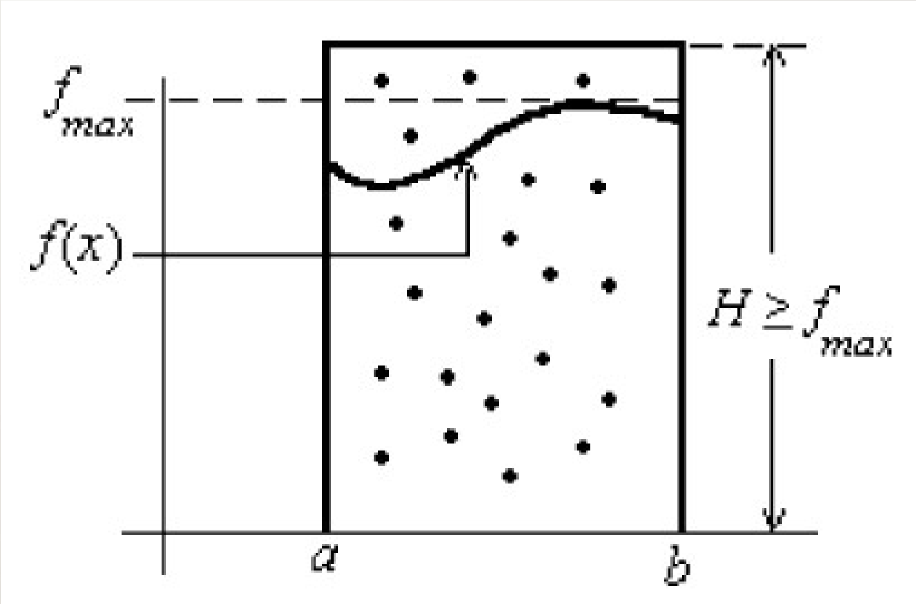
INTEGRAÇÃO DE MONTE CARLO

- *A integral literal é de* $\int_0^2 x^2\,dx = \frac{8}{3} \approx$ 2,666667
- Agora como devemos agir para resolver esta integração?
- Vamos desenhar um retângulo de base 2 e altura 4. Dentro de um domínio restrito de nossa função, ele atinge um valor máximo de x igual a 2, e como f(2) = 4, temos a altura ideal para o retângulo.



METODO DE INTEGRAÇÃO POR MONTE CARLO

- O importante agora é conhecer, qual a proporção da área abaixo da função em relação a área da função retângulo que normalmente é conhecida.
- A estimativa da proporção é feita de forma simples. Na figura ao lado podemos encontrar as coordenadas (x,y) com $x \in [a, b]$ e $y \in [0, H]$

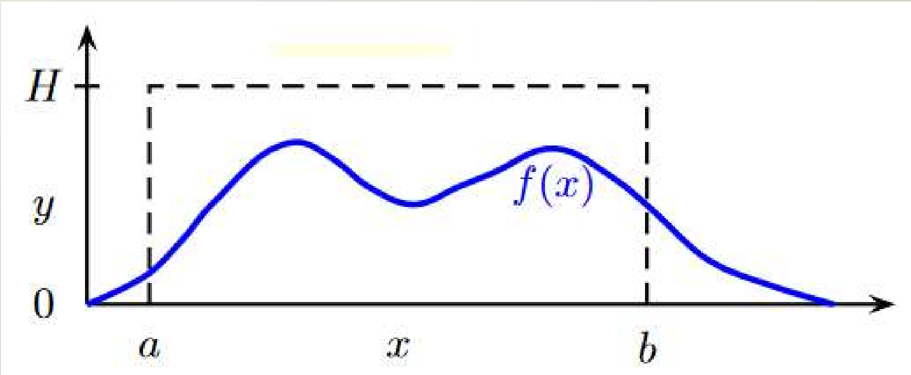


- Note que podemos Preencher todo o retângulo com pontos aleatórios, eventualmente toda a área ficará coberta pelos pontos gerados, depois disso basta contar quantos pontos ficaram abaixo da curva

INTEGRAÇÃO POR MONTE CARLO SEQUENCIA DE RESOLUÇÃO

- Temos uma função f(x) e queremos calcular a integral definida = área entre a e b.
- Escolhemos um retângulo de altura H e largura (b-a)
- Sorteamos N vezes dois números aleatórios uniformemente distribuídos:
- $a \leq x_i \leq b$, e $0 \leq y_i \leq H$
- Contamos quantas vezes $y_i \leq f(x_i) \equiv n_s$

$$I = A\,\frac{n_s}{n}$$



EXERCÍCIOS

- Escreva um algoritmo para calcular a integral de f(x) = x^2, sendo que a = 0, b = 2 e H = 9.
  $\int_0^3 x^2 \, dx$
- Escreva um algoritmo para calcular a integral definida $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} \, dx$,
- Escreva um algoritmo para calcular a integral definida $\int_0^1 (1 + x^3) \, dx$,
- O número de pontos a serem sorteados para as duas integrais devem ser lidas do teclado do usuário.