Estatística de Weibull - Uma Ferramenta de Conversão e Comparação de Comportamentos Mecânicos

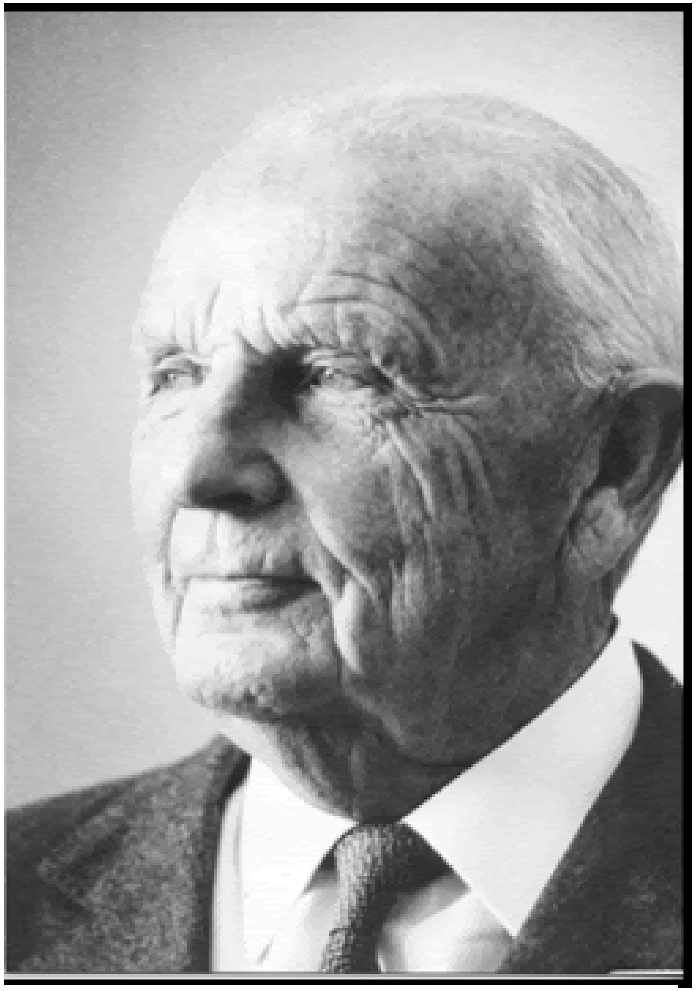
Tópicos:

Introdução

Distribuições Estatísticas (Normal e de Weibull)

A Análise De Weibull

Considerações Finais



Wallodi Weibull 1887-1979

Photo by Sam C. Saunders

Referências:

Wachtman, Mechanical Properties of Ceramics Páginas 119-136

Kendall et al, Influence of toughness on Weibull modulus of ceramic bending strength

Zwaag et al, The concept of filament strength and the Weibull modulus

Introdução

O comportamento mecânico dos materiais é **fundamental** para sua aplicação **segura**, seja em *componentes de máquinas*, ou quando usado como *material estrutural*.

Sendo assim, caracterizá-lo é de grande importância:

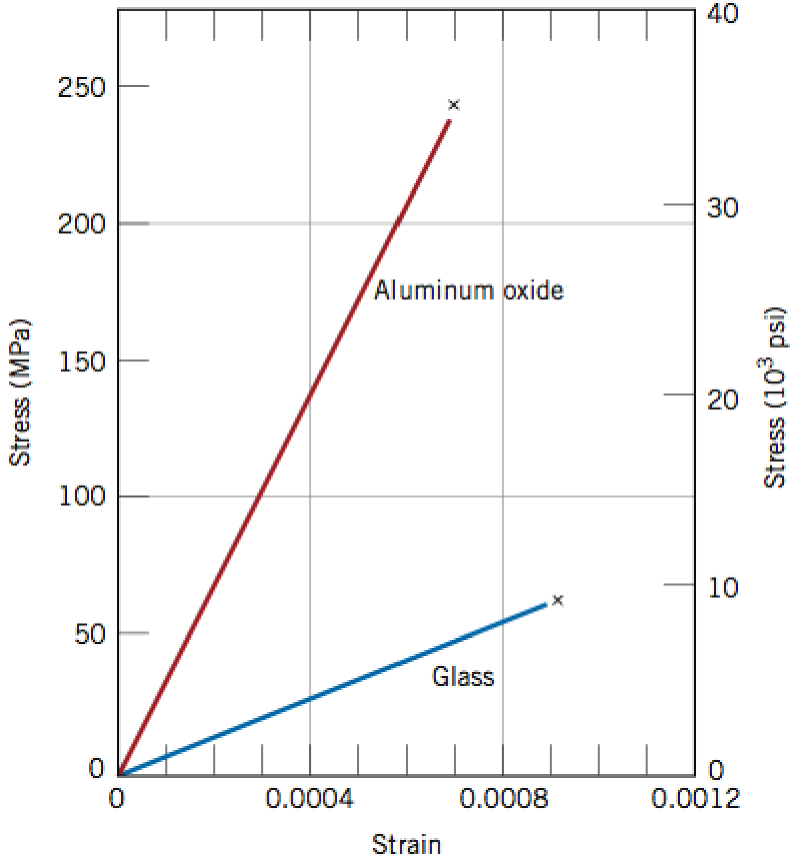
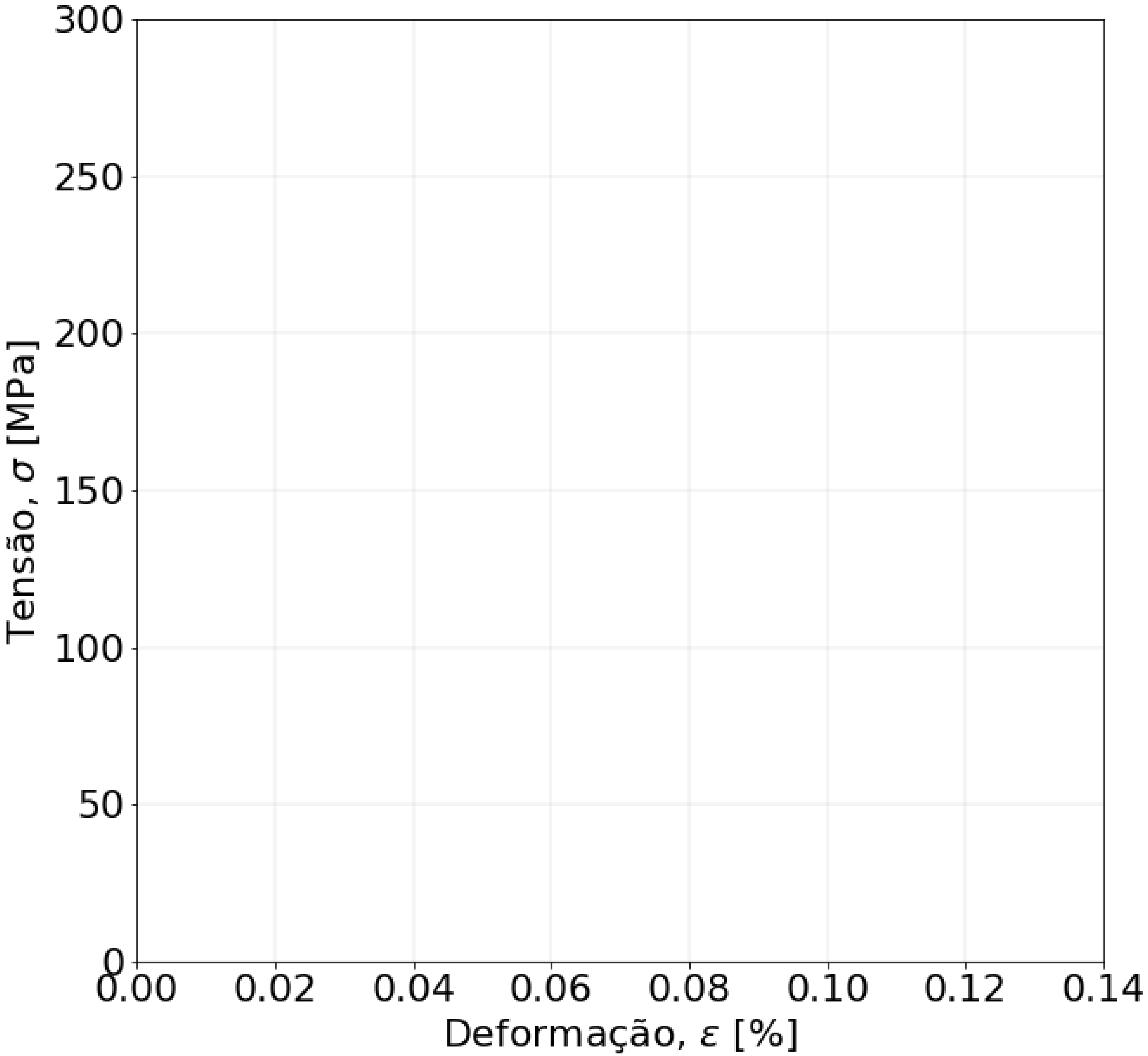


Figura 1: Ensaio de Flexão de Alumina e um vidro sodalime.

Em um ensaio, aplica-se a carga (ou deslocamento) no material, até atingir sua falha. Esta é caracterizada (para materiais frágeis fraturando de forma catastrófica) como a queda repentina da tensão.


300
250
200
150
100
50
0
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
0.10
0.12
0.14
Tensão, σ [MPa]
Deformação, ε [%]

Mas onde o material falhou?

Uma maneira de responder essa pergunta é através da análise das tensões em um corpo sujeito a flexão em 3 pontos.

Isto pode ser feito de maneira analítica (como na disciplina Mecânica dos Sólidos) ou de maneira numérica como através da simulação por elementos finitos abaixo:

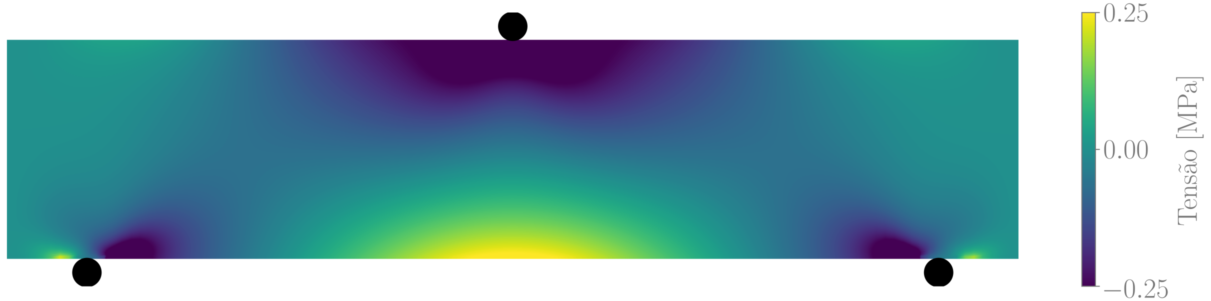


Figura 2: Simulação de Elementos Finitos de um Ensaio Flexão. Mapa de calor da tensão no material.

Este resultado pode ser avaliado também pela deformação no corpo de prova, como também é possível observar na malha deformada abaixo:

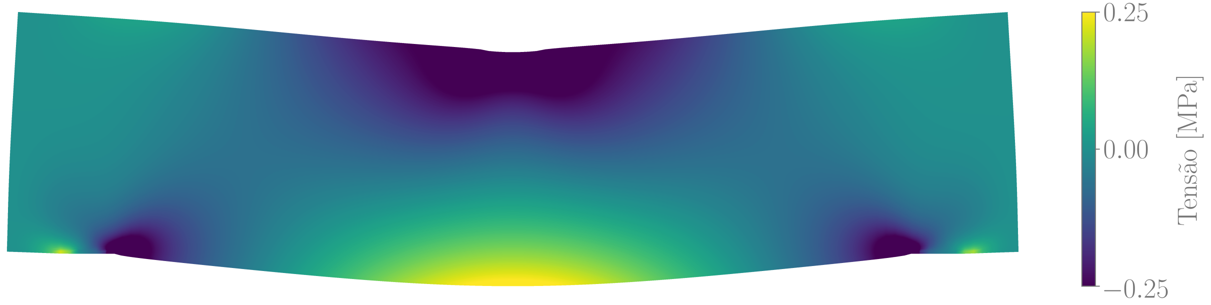
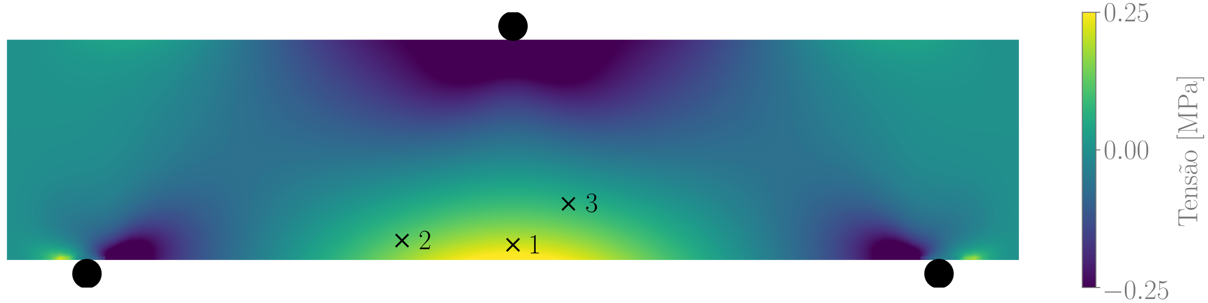


Figura 3: Simulação de Elementos Finitos de um Ensaio Flexão. Mapa de calor da tensão no material, considerando deformação (exagerada).

Isso vale para um material **perfeito** (sem defeitos), porém, devemos lembrar que os defeitos são **intrínsecos** ao material! Sendo assim, a pergunta contínua:

Onde o material falhou?

Lembrando que defeitos concentram tensões, não é só o local da falha, mas também a resistência mecânica que dependerá das suas posições e características. Como exemplo, consideremos 3 possíveis defeitos:



O material pode romper em alguns possíveis cenários como:

- Romper na superfície inferior, onde a tração é máxima, assim que alcançar o limite
- Romper no defeito 1, caso a combinação de tensão trativa local, geometria e tamanho do defeito resultarem no σ_{th}
- Romper no defeito 2
- Romper no defeito 3

Em síntese:

O valor de resistência mecânica vai depender dos seguintes fatores:

1. Tamanho (e geometria) do defeito
2. Posição do defeito no corpo
3. Orientação do defeito relativa ao corpo

Todas estas características serão **dependentes** de fatores *determinísticos* (parâmetros de processamento, matérias-primas, aditivos, ...), e *estocásticos* e assim, dentro de uma amostra de n corpos de um mesmo material teremos uma **distribuição** de valores de resistência mecânica.

Assim, temos três consequências principais:

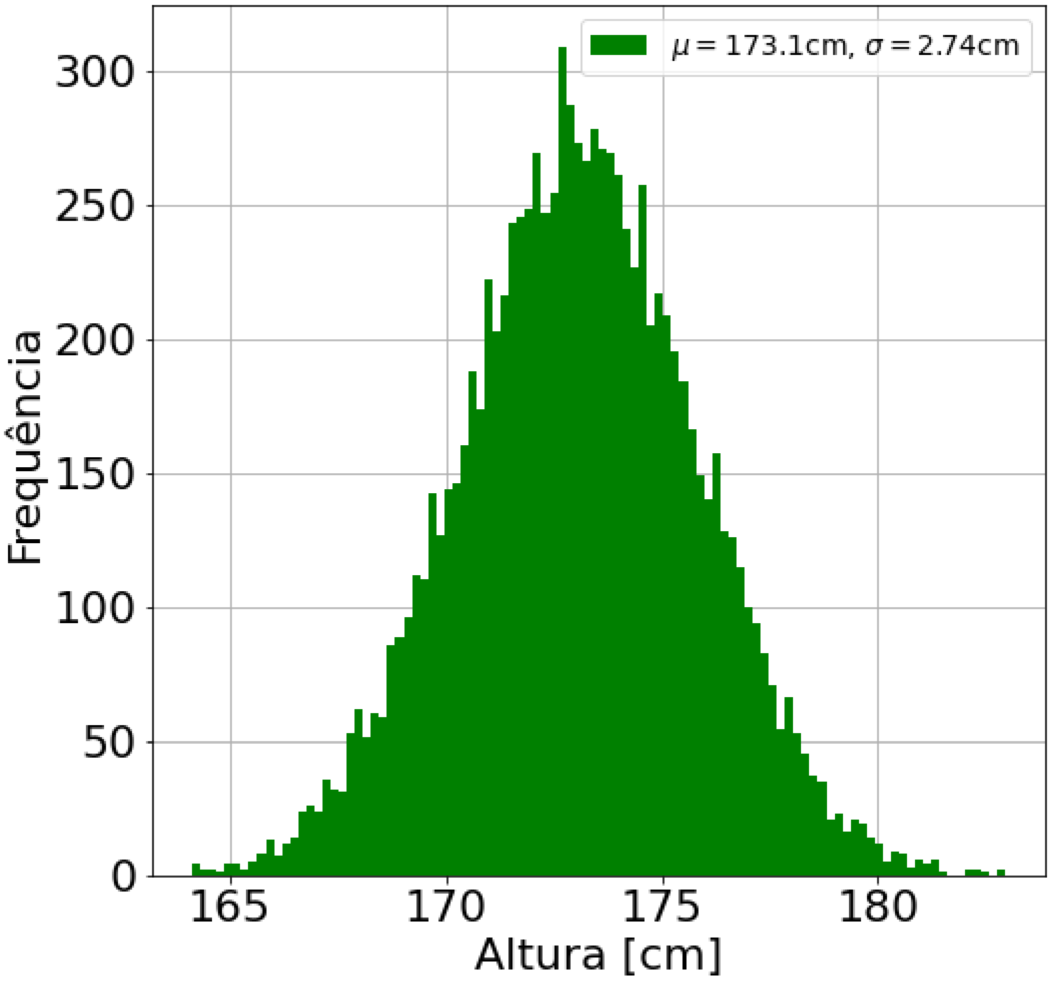
- O uso do σ_f médio **não é apropriado** para **projetos** de estruturas ou componentes
- A **probabilidade** de falha de uma peça **maior é maior** do que o de uma peça menor
- O valor de resistência mecânica obtido **depende da técnica utilizada** (já que diferentes técnicas **solicitam diferentes volumes** do material em **tração**)

Dessa forma, apresentaremos **ferramentas estatísticas** para tratar estes dados e poder **quantificar** o comportamento geral de um dado material.

Começaremos com uma breve **revisão estatística** e em seguida introduziremos **análises** passíveis de serem feitas usando estas ferramentas e os **conceitos já vistos no curso**.

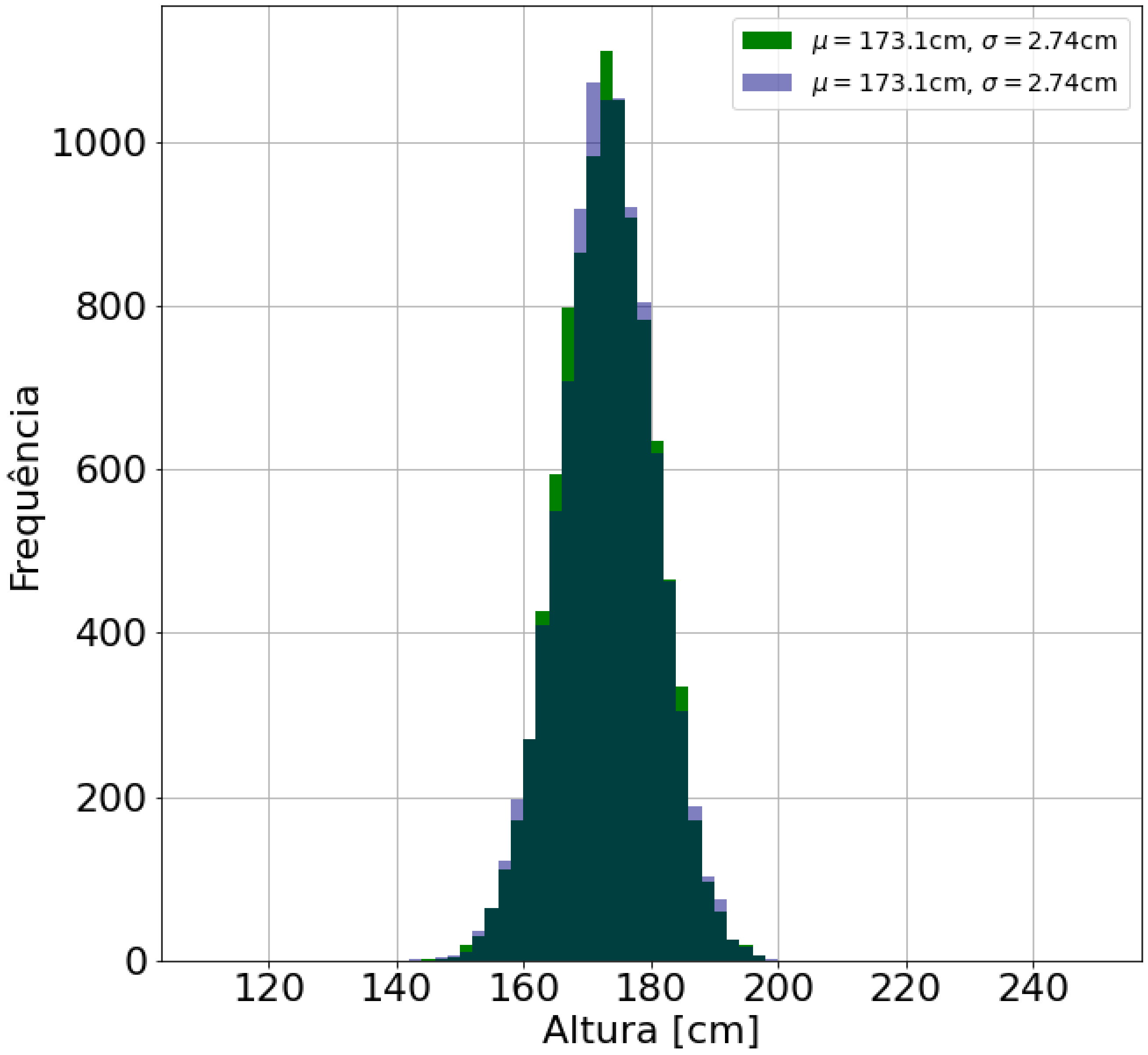
Distribuições Estatísticas

Começemos considerando uma distribuição de uma variável contínua, no caso uma amostra de 10000 pessoas nas quais se perguntou a sua altura. Nós podemos visualizar o resultado através de um histograma:



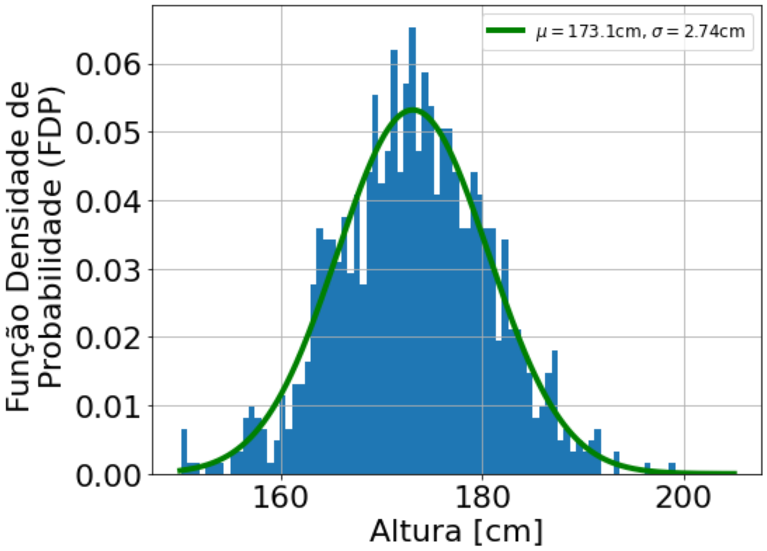
$\mu = 173.1$cm, $\sigma = 2.74$cm
300
250
200
150
100
50
0
Frequência
165
170
175
180
Altura [cm]

Esta distribuição pode ser descrita por dois valores, a média, μ e o desvio padrão, σ. Seus efeitos no perfil do histograma de distribuição pode ser visto abaixo:


$\mu = 173.1$cm, $\sigma = 2.74$cm
$\mu = 173.1$cm, $\sigma = 2.74$cm
Frequência
Altura [cm]
0
200
400
600
800
1000
120
140
160
180
200
220
240

Nós podemos aproximar os dados coletados por uma curva de distribuição (ou função) de densidade de probabilidade, a FDP, levando a espessura da barra para zero.

Outra forma de visualizar estes resultados é através da função de distribuição acumulada, a FDA, que apresenta qual a fração da amostra que tem um valor igual ou menor do que determinado valor.



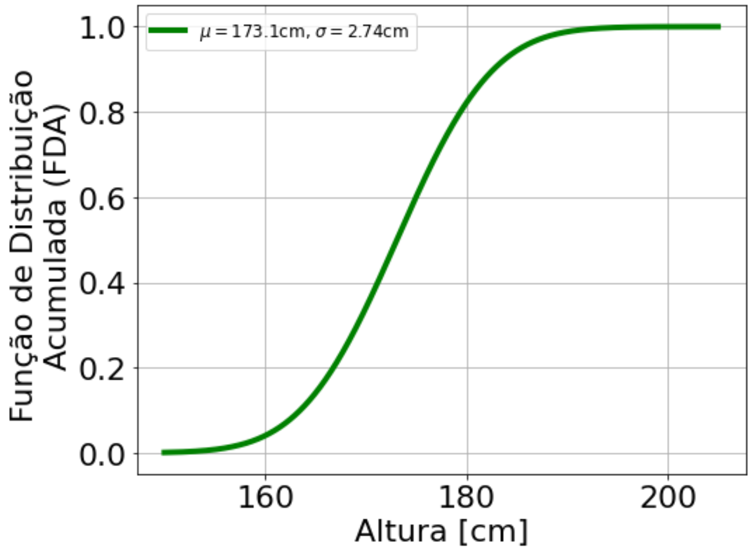
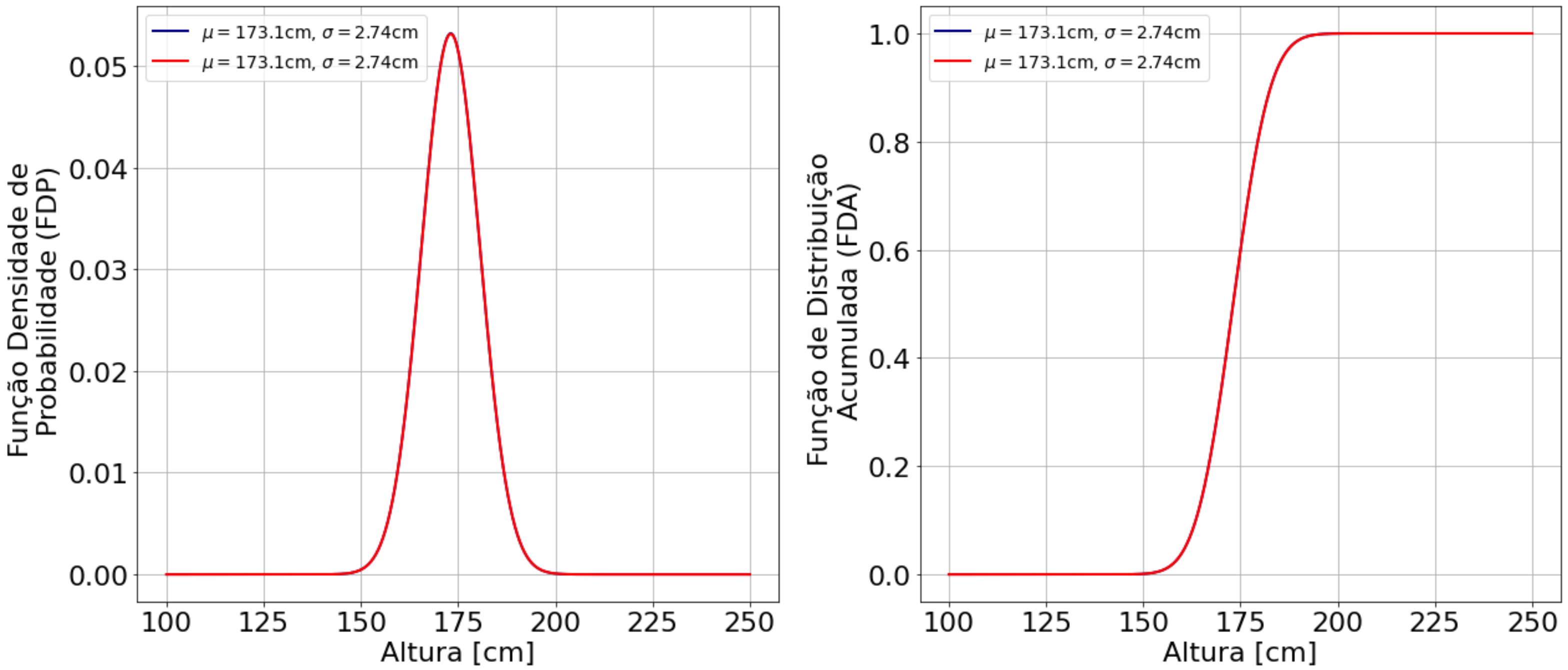


Figura 6: Exemplos de distribuição normal com diferentes parâmetros. de localização (média) e escala (desvio padrão), apresentados pela Função de Distribuição Acumulada e

Função Densidade de Probabilidade.

Efeito dos Parâmetros em uma Distribuição Normal



Widget 3: Efeitos dos parâmetros de uma distribuição normal na sua FDP e FDA.

Estas funções podem ser interpoladas dos dados experimentais

Devido o fato de que **um grande número de fenômenos** serem representados por um **pequeno número de funções analíticas**, estas ditribuições possuem nomes próprios:

- Distribuição **normal** (Gaussiana)
- Distribuição de Pareto
- Distribuição Logística
- Distribuição de Cauchy
- Distribuição de Boltzmann
- ***Distribuição de Weilbull***

A Distribuição de Weibull

A função de distribuição de Weibull é definida pela seguinte função de distribuição acumulada:

$$P_f(\sigma) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m} & \sigma > \sigma_u \\ 0 & \sigma \leq \sigma_u \end{cases}$$

E sua função densidade de probabilidade é dada por \begin{equation} p(\sigma)=\left{\begin{array}{ll}

- \frac{m}{\sigma*{0}} \left(\frac{\sigma*-\sigma*{u}}{\sigma*{0}}\right)^{m-1} e ^{-\left(\frac{\sigma*-\sigma*{u}}{\sigma*{0}}\right)^{m}} & \sigma>\sigma*{u} \ 0 & \sigma \leq \sigma_{u} \end{array}\right. \end{equation}

Os gráficos a seguir demonstram a sua FDP e FDA:

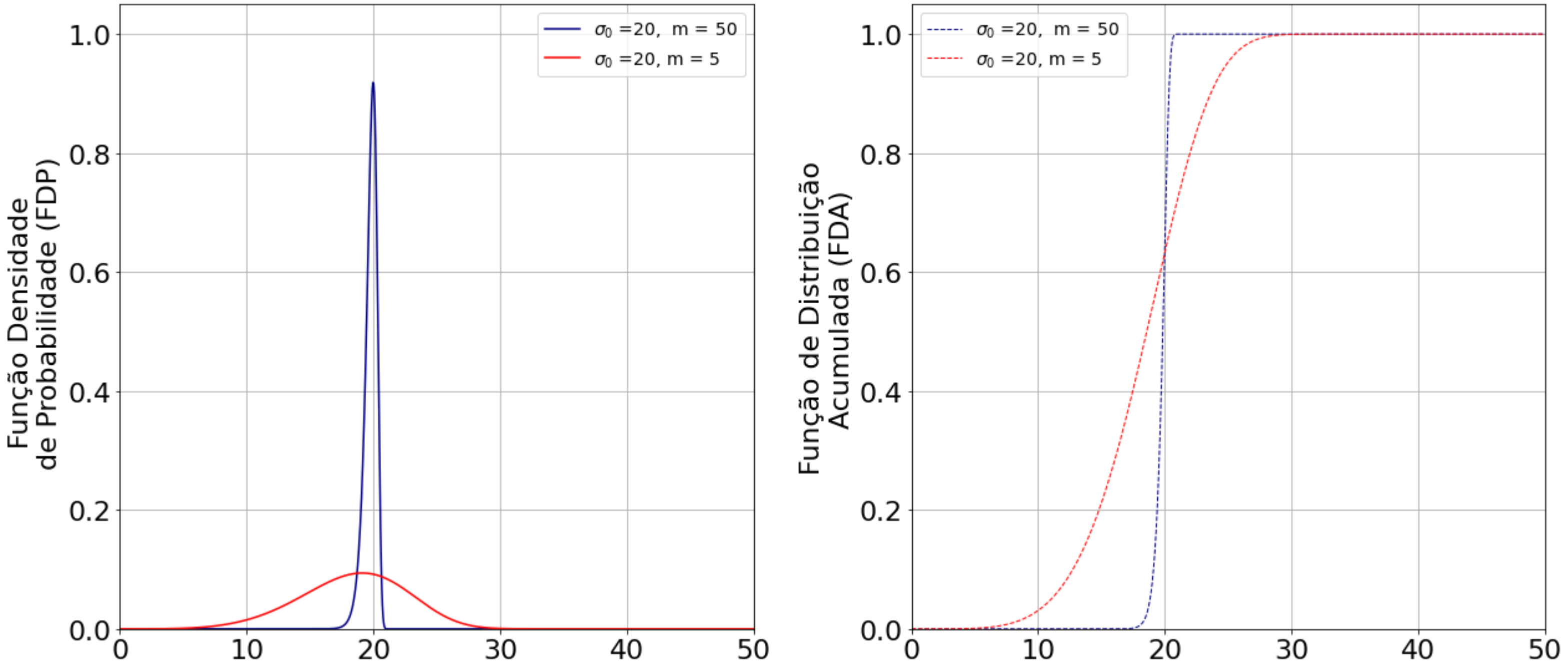


Figura 7: Exemplos de distribuição de Weibull com diferentes parâmetros apresentados pela Função de Distribuição Acumulada e Função Densidade de Probabilidade.

Por que usar a distribuição de Weibull?

A distribuição de Weibull é **qualitativamente** próxima de uma distribuição normal:

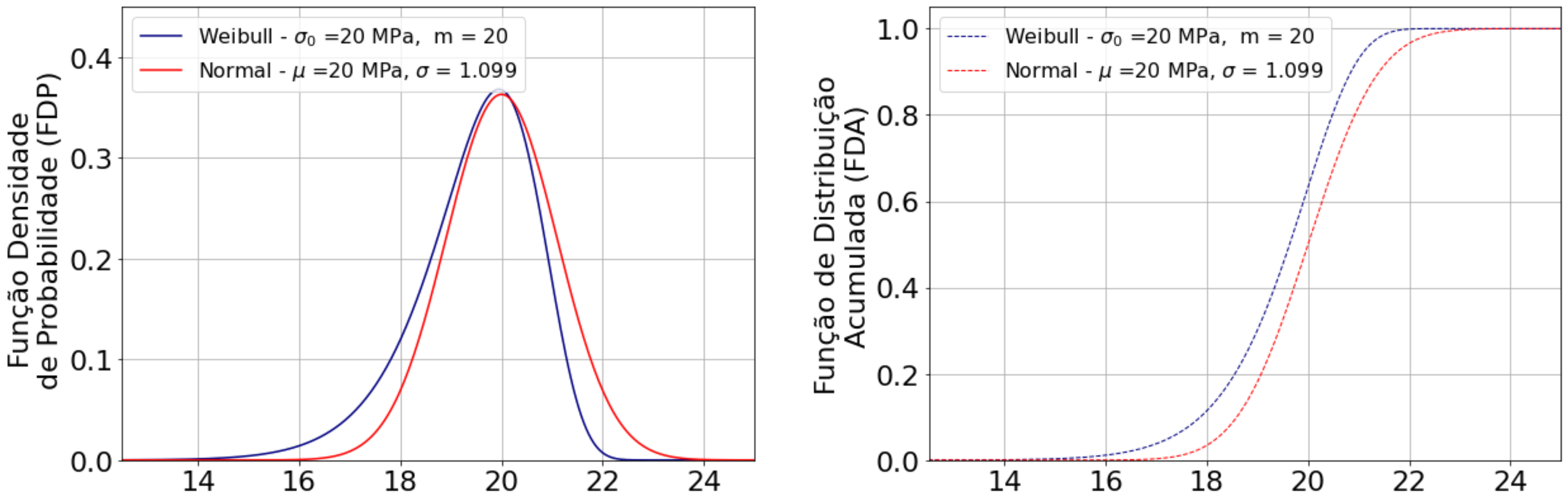


Figura 8: Comparação de uma distribuição Normal e uma distribuição de Weibull.

Então, por que usar a distribuição de Weibull?

Por que usar a distribuição de Weibull?

- Em primeiro lugar, a distribuição normal é consideravelmente mais complexa:

Distribuição	FDP	FDA
Weibull	\begin{equation}	

p(\sigma)=\left{\begin{array}{ll}

- \frac{m}{\sigma{0}} \left(\frac{\sigma-\sigma{u}}{\sigma{0}}\right)^{m-1} e ^{-\left(\frac{\sigma-\sigma{u}}{\sigma{0}}\right)^{m}} & \sigma>\sigma{u} \ 0 & \sigma \leq \sigma{u} \end{array}\right.\notag \end{equation}|\begin{equation} P(\sigma)=\left{\begin{array}{ll} 1-e ^{-\left(\frac{\sigma-\sigma{u}}{\sigma{0}}\right)^{m}} & \sigma>\sigma{u} \ 0 & \sigma \leq \sigma_{u} \notag \end{array}\right. \end{equation}| | Normal |

$$p(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \mathrm{erf}\left(\frac{x - \mu}{\varsigma\sqrt{2}}\right)\right]$$

|

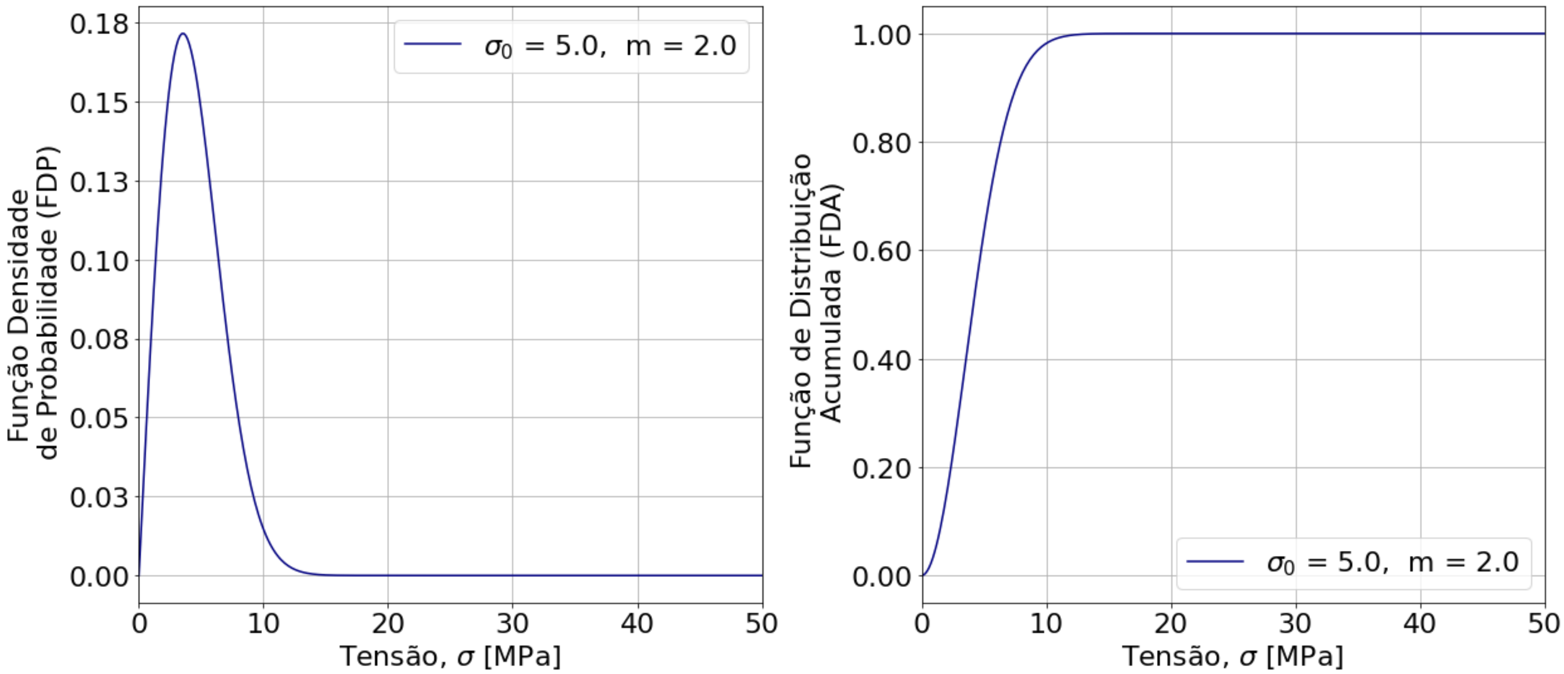
$$P(x) = \frac{1}{\varsigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\varsigma}\right)^2}$$

|

Isto seria **problemático** para as etapas posteriores da **Análise de Weibull**!

- Em segundo lugar, observe que a distribuição normal admite **valores negativos** para a **resistência mecânica**!

Efeito dos Parâmetros na Distribuição de Weibull



Widget 4: Efeitos dos parâmetros de uma distribuição de Weibull na sua FDP e FDA.

Qual o sentido físico dos parâmetros de Weibull?

Análise de Weibull Aplicada na Resistência Mecânica do Material

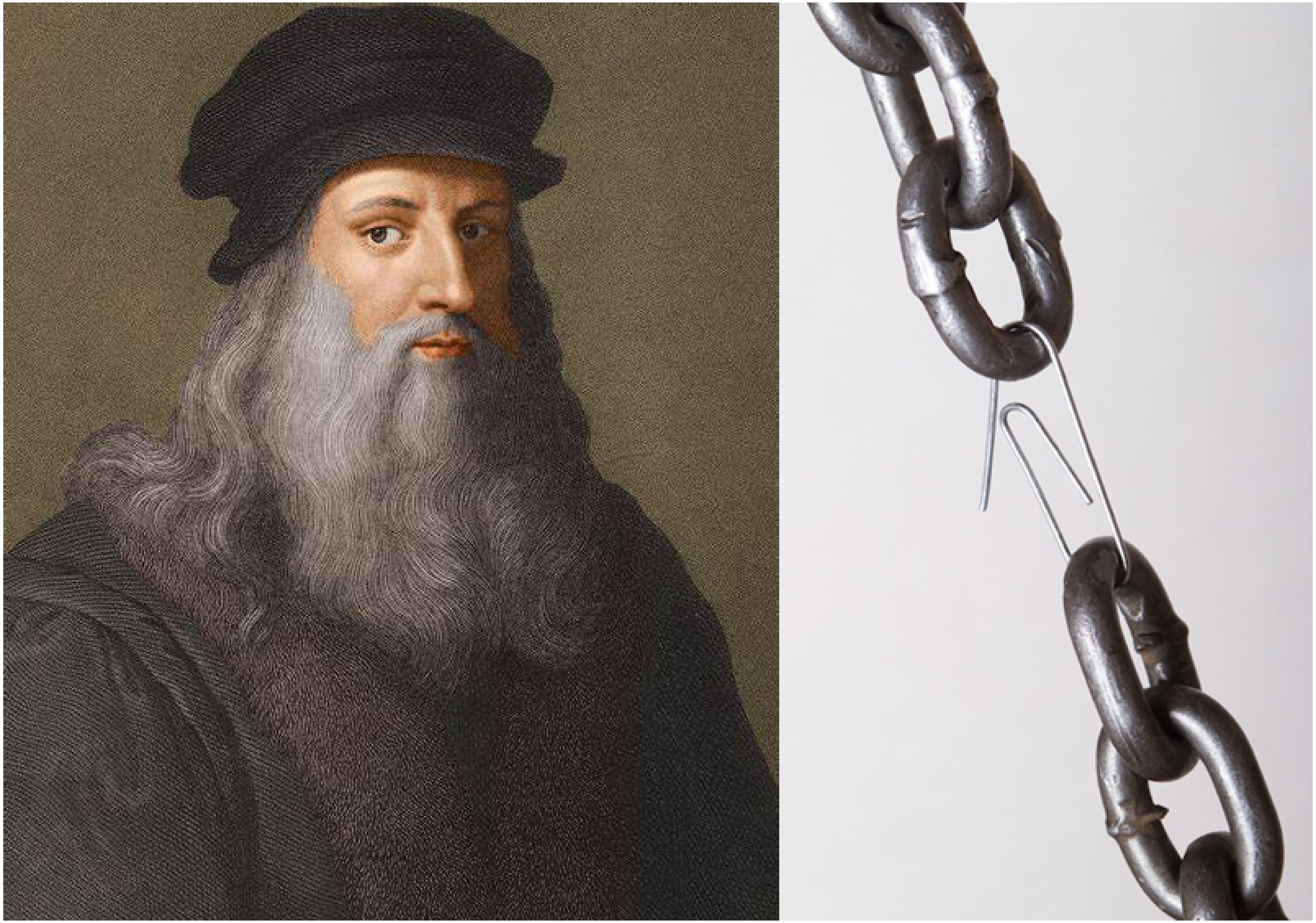


Figura 9: Da Vinci e representação de sua teoria.

A análise de Weibull é inspirada na Teoria do Elo Mais Fraco (proposta por Aristóteles e

Análise de Weibull Aplicada na Resistência Mecânica do Material

Todo material solicitado por uma carga está sujeito a uma probabilidade de falha, P_f

Esta, pode ser representada matematicamente como:

$$P_f = 1 - P_S$$

Onde P_S é a probabilidade de sobrevivência do material.

Nós podemos assumir estas quantias como funções da tensão ao qual o material está sujeito, σ e devido a teoria do elo mais fraco, do volume V:

$$P_f(\sigma, V) = 1 - P_S(\sigma, V)$$

Análise de Weibull Aplicada na Resistência Mecânica do Material

Para conduzir a análise, consideremos o que ocorre em um determinado corpo de volume V + δV. Este corpo apenas sobreviverá se ambas as partes sobreviverem, isto a probabilidade combinada de ambos os cenários devem ser considerados. Matematicamente:

$$P_S(V + \delta V) = P_S(V)\, P_S(\delta V)$$

Se considerarmos que a distribuição de probabilidades de falha é descrita por uma densidade de porbabilidade $\varphi(\sigma)$ (isto é, uma função que retorna o valor de probabilidade de um volume infinitesimal falhar para uma dada aplicação de uma tensão local σ), temos:

$$P_s(\sigma, \delta V) = 1 - P_f(\sigma, \delta V) = 1 - \varphi(\sigma)\, \delta V$$

Substituindo na Equação (5), e rearranjando temos:

$$\frac{P_s(\sigma, V + \delta V) - P_s(\sigma, V)}{\delta V} = -\varphi(\sigma)\, P_s(\sigma, V)$$

Análise de Weibull Aplicada na Resistência Mecânica do Material

Se reduzirmos o valor de δV podemos aproximar a derivada da probabilidade de sobrevivência em função do volume:

$$\frac{\partial P_s(\sigma, V)}{\partial V} = -\phi(\sigma)\, P_s(\sigma, V)$$

Lembrando que a tensão depende da posição e integrando é possível obter P_s:

$$P_s(\sigma, V) = \exp\left\{ -\int_V \varphi[\sigma(r)]dV \right\}$$

Usando a Equação 3, podemos achar a probabilidade de falha como sendo:

$$P_f(\sigma, V) = 1 - P_s(\sigma, V) = 1 - \exp\left\{ -\int_V \varphi[\sigma(r)]dV \right\}$$

Análise de Weibull Aplicada na Resistência Mecânica do Material

Para um caso mais simples no qual a tensão independe da posição (por exemplo na caso de uma amostra em tração uniaxial), a Equação 10 se torna:

$$P_f(\sigma, V) = 1 - P_s(\sigma, V) = 1 - \exp\{-V\,\varphi(\sigma)\}$$

Weibull assumiu que $\varphi(\sigma)$ tinha a seguinte forma:

$$\varphi(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{\Sigma_0}\right)^m$$

Finalmente chegando que P_f é dado por:

$$P_f = 1 - \exp\left[-V\left(\frac{\sigma}{\Sigma_0}\right)^m\right]$$

Que é a função de distribuição acumulada de Weibull com parâmetro de escala σ_0 dado por:

$$\sigma_0 = \Sigma_0 V^{-\frac{1}{m}}$$

Efeito do Volume

Nós iremos avaliar o efeito do volume de uma amostra, usando a probabilidade de falha. Da Equação (13), para um material a com volume V_a e tensão de ruptura σ_a, temos:

$$P_{f,a} = 1 - \exp\left[- V_a \left(\frac{\sigma_a}{\Sigma_0} \right)^m \right]$$

De maneira análoga para um material b temos:

$$P_{f,b} = 1 - \exp\left[- V_b \left(\frac{\sigma_b}{\Sigma_0} \right)^m \right]$$

Podemos considerar um mesmo valor de probabilidade de falha igualando as Equações 15 e 16:

$$\exp\left[-V_a\left(\frac{\sigma_a}{\Sigma_0}\right)^m\right] = \exp\left[-V_b\left(\frac{\sigma_b}{\Sigma_0}\right)^m\right]$$

Se aplicarmos log em ambos os lados temos:

$$V_a\left(\frac{\sigma_a}{\Sigma_0}\right)^m = V_b\left(\frac{\sigma_b}{\Sigma_0}\right)^m$$

Como Σ_0 independe do volume, podemos cortar o $\left(\frac{1}{\Sigma_0}\right)^m$ de ambos os lados, chegando assim em:

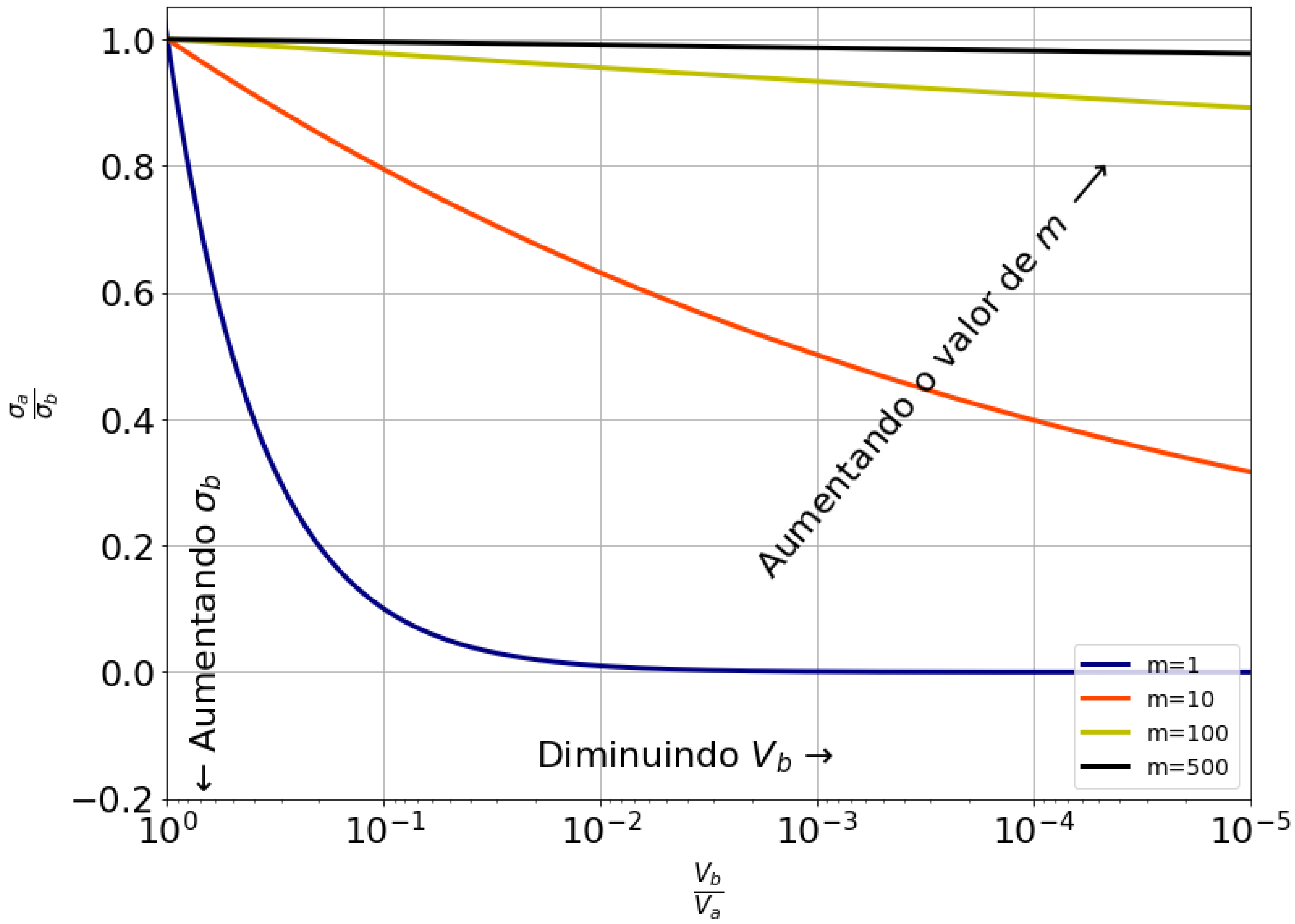
$$V_a\sigma_a^m = V_b\sigma_b^m$$

E rearranjando temos:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_b} = \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\frac{1}{m}}$$

Efeito do Volume

É possível comparar tais quantias em um gráfico, podemos ver o efeito de reduzir o tamanho da amostra:



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
$\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
$\frac{V_b}{V_a}$
Aumentando o valor de m →
← Aumentando σ_b
Diminuindo V_b →
m=1
m=10
m=100
m=500

Efeito do Ensaio

Nós podemos considerar o efeito do Ensaio na resistência mecânica considerando a forma mais geral da Probabilidade de falha, dada na Equação (10), e considerando a que a tensão pode ser descrita como:

$$\sigma(r) = \sigma_{max} g(r)$$

Substituindo na Equação 10, temos:

$$P_f = 1 - \exp\left[- \left(\frac{\sigma_{max}}{\Sigma_0} \right)^m \int_V g^m(r) dV \right]$$

E assim podemos definir o fator do ensaio $k \leq 1$:

$$k = \frac{1}{V} \int_V g^m(r) dV \qquad \text{ou} \qquad k = \frac{1}{V} \int_V \left(\frac{\sigma(r)}{\sigma_{max}} \right)^m dV$$

Dessa maneira temos que a Equação (22) pode ser reescrita como:

$$P_f = 1 - \exp\left[- kV\left(\frac{\sigma_{max}}{\Sigma_0}\right)^m \right]$$

Calculando o fator do ensaio de fração, temos que $\sigma(r) = \sigma_{max}$ e portanto k_t é dado por:

$$k_t = \frac{1}{V}\int_V 1dV = \frac{1}{V}\iiint dxdydv = \frac{a\,b\,c}{V} = 1$$

Para uma amostra em Flexão em três pontos, um resultado da Mecânica Aplicada indica que:

$$\frac{\sigma(y)}{\sigma_{max}} = \frac{4\,x\,y}{L\,h}$$

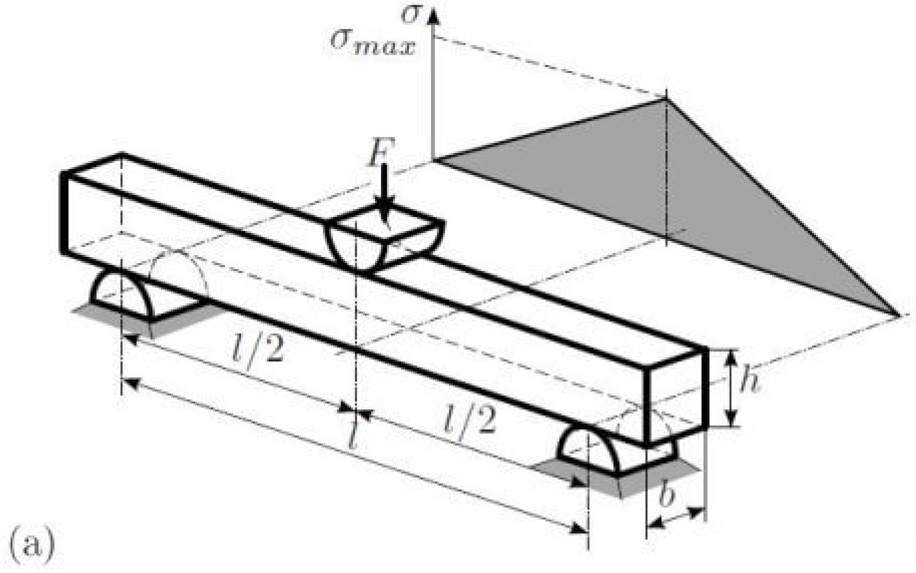


Figura 10: Geometria do Ensaio de Flexão 3 Pontos.

Assim, considerando que o volume solicitado é $V = b\,L\,h$:

$$k_{3pt} = \frac{1}{V}\int_0^L \left(\frac{2x}{L}\right)^m dx \int_0^{h/2} \left(\frac{2y}{h}\right)^m dy \int_0^b dz = \frac{L\,h\,b}{V\,2\,(m+1)^2} = \frac{1}{2(m+1)^2}$$

Efeito do Ensaio

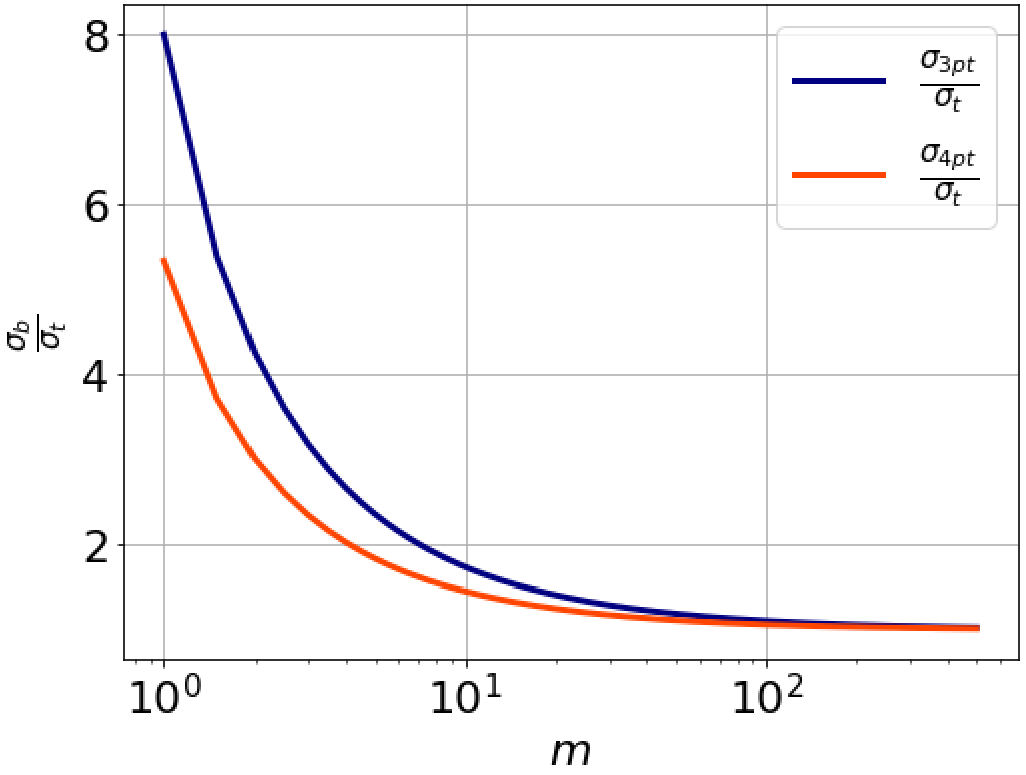
Adotando uma estratégia similar àquela utilizada para a análise do efeito do volume, igualando as probabilidade de falha para um ensaio em tração uniaxial e em flexão três pontos chegamos em:

$$\frac{\bar{\sigma}_{3pt,max}}{\bar{\sigma}_t} = \left(\frac{k_t}{k_{3pt}}\right)^{1/m} = \left[2(m+1)^2\right]^{1/m}$$

Usando esta metodologia analítica para o ensaio de quatro pontos resulta em:

$$\frac{\bar{\sigma}_{4pt,max}}{\bar{\sigma}_t} = \left(\frac{k_t}{k_{4pt}}\right)^{1/m} = \left[\frac{4(m+1)^2}{m+2}\right]^{1/m}$$

Esses comportamentos podem ser visualizados a seguir:



8
6
4
2
$\frac{\sigma_b}{\sigma_t}$
10^0
10^1
10^2
m
$\frac{\sigma_{3pt}}{\sigma_t}$
$\frac{\sigma_{4pt}}{\sigma_t}$

Como Obter os Parâmetros de Weibull?

Uma forma é através do Gráfico de Weibull. Ele é uma linearização da probabilidade de falha (como a teoria de cristalização de Avrami ou a lei de potências de um fluído não newtoniano)

Para tanto, utiliza-se a aplicação da função log duplamente (uma vez para reduzir a exponenciação e uma segunda para a potência m)

$$\ln\ln\left(\frac{1}{1-P_f}\right) = m\ln\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)$$

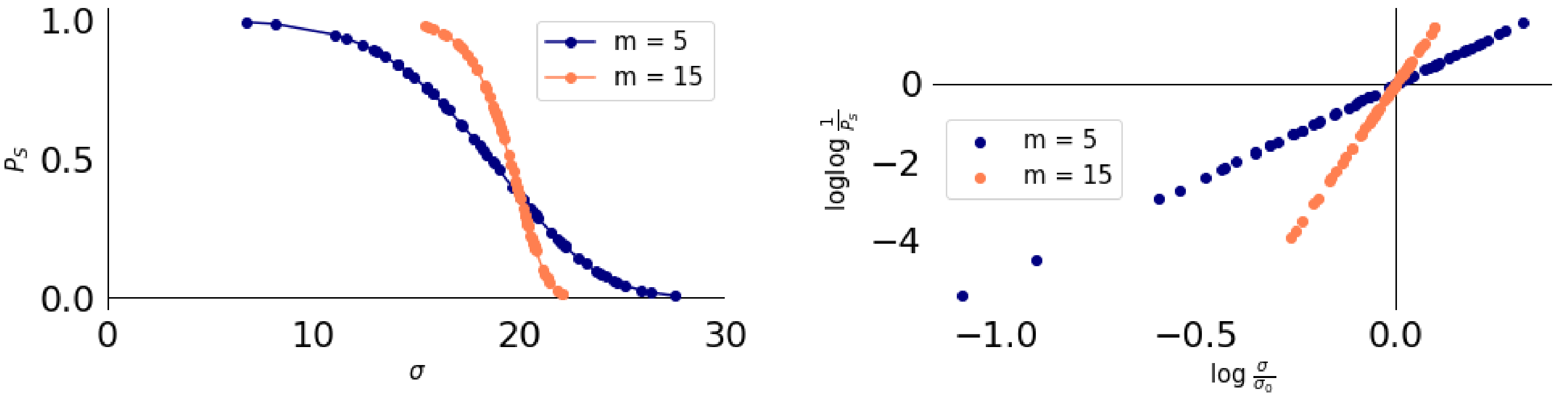
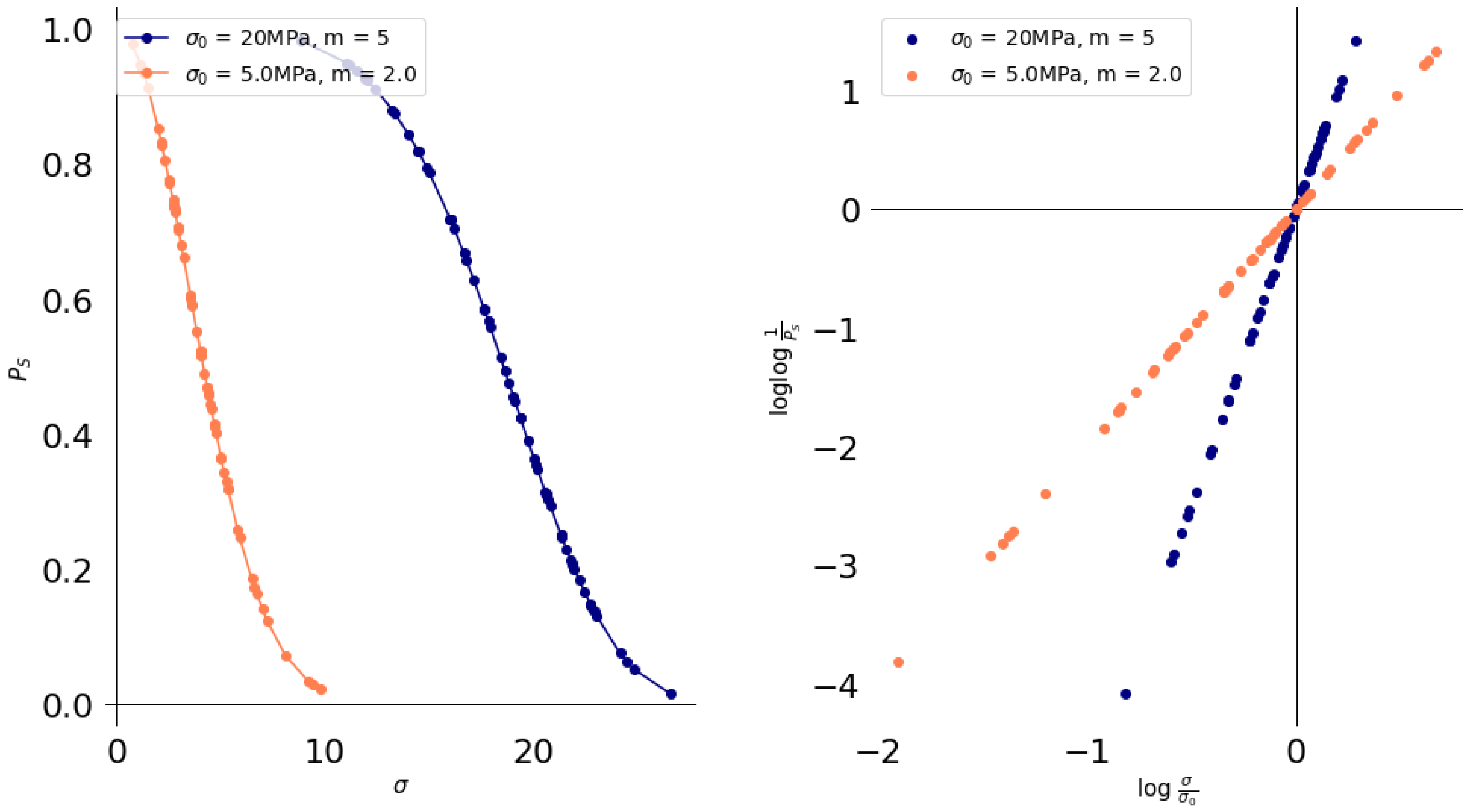
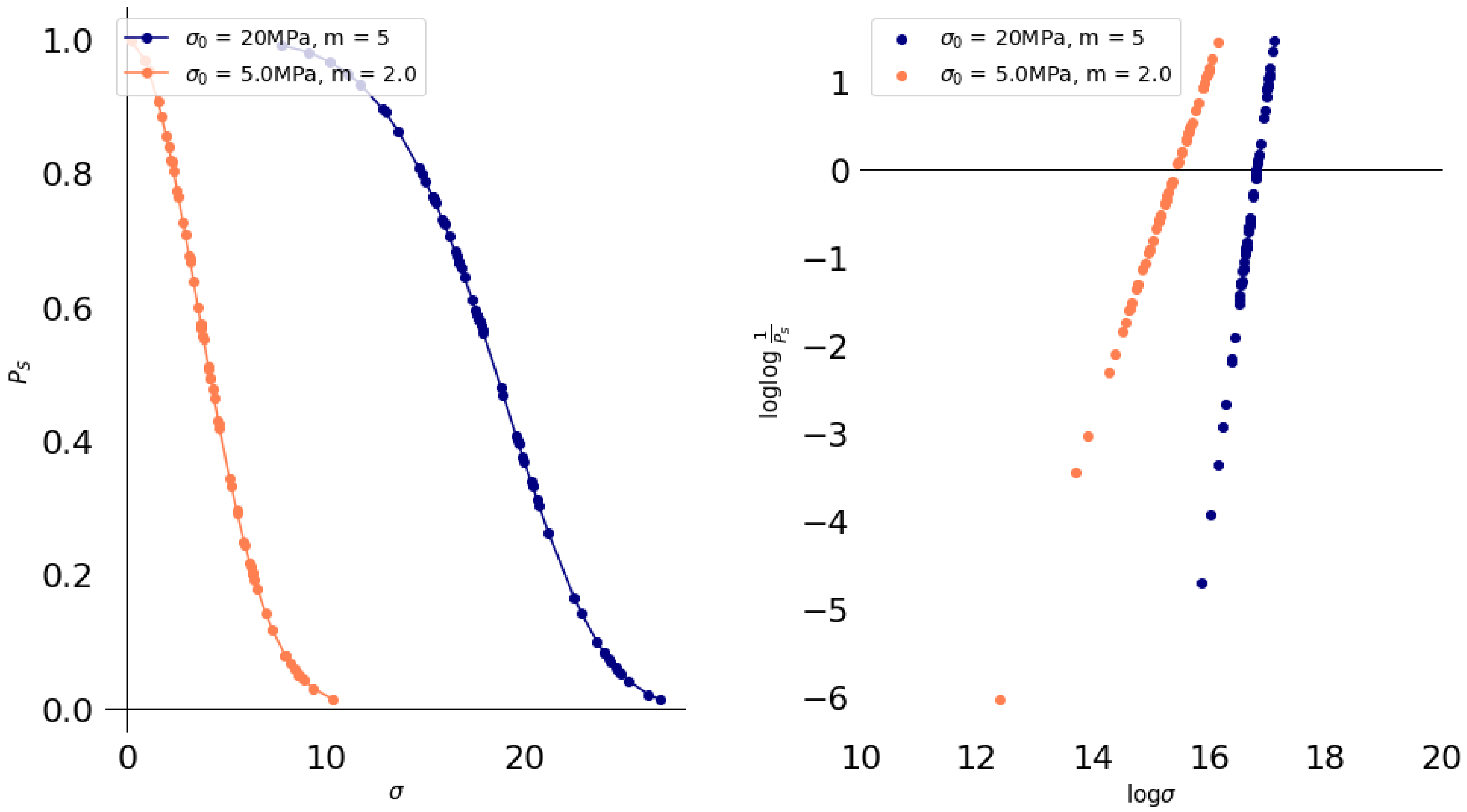


Figura 11: Gráfico de Weibull para obtenção dos parâmetros.



Widget 5: Visualização dos parâmetros no gráfico de Weibull.



Widget 6: Visualização dos parâmetros no gráfico de Weibull adaptado.

Como Obter os Parâmetros de Weibull?

Entretanto, para este *plot* é necessário a probabilidade de sobrevivência cada corpo. O ensaio em um número n de amostras que compõe a amostra a partir do qual estimamos o módulo de Weibull resulta em:

Dados Brutos

	σ_f [MPa]
Amostra	
0	20.404805
1	20.381174
2	18.897185
3	9.735469
4	23.304209
5	28.416984
6	23.257967
7	20.891709
8	20.526193
9	16.910206
10	20.945455
11	12.373618
12	15.925599
13	18.732320
14	10.156568
15	19.301580
16	16.493642
17	18.496924
18	11.297920
19	17.707203
20	11.177118
21	20.702242
22	19.334302
23	19.032135
24	23.992984
25	22.976042
26	12.685315
27	19.412334
28	27.720754
29	18.910666

	σ_f [MPa]
Amostra	
30	17.801283
31	13.398000
32	22.215671
33	16.168426
34	18.488069
35	23.171101
36	13.123990
37	10.596648
38	17.655132
39	18.325224
40	13.830346
41	12.856138
42	18.929410
43	14.129390
44	18.221944
45	14.292122
46	14.776476
47	25.302565
48	25.766631
49	18.008813
50	19.029478
51	15.680701
52	19.300590
53	20.912089
54	21.630706
55	16.074016
56	18.812591
57	20.913947
58	25.285670
59	16.332315

Dados Ordenados

	σ_f [MPa]	Rank, i
Amostra		
3	9.735469	1
14	10.156568	2
37	10.596648	3
20	11.177118	4
18	11.297920	5
11	12.373618	6
26	12.685315	7
41	12.856138	8
36	13.123990	9
31	13.398000	10
40	13.830346	11
43	14.129390	12
45	14.292122	13
46	14.776476	14
51	15.680701	15
12	15.925599	16
55	16.074016	17
33	16.168426	18
59	16.332315	19
16	16.493642	20
9	16.910206	21
38	17.655132	22
19	17.707203	23
30	17.801283	24
49	18.008813	25
44	18.221944	26
39	18.325224	27
34	18.488069	28
17	18.496924	29
13	18.732320	30

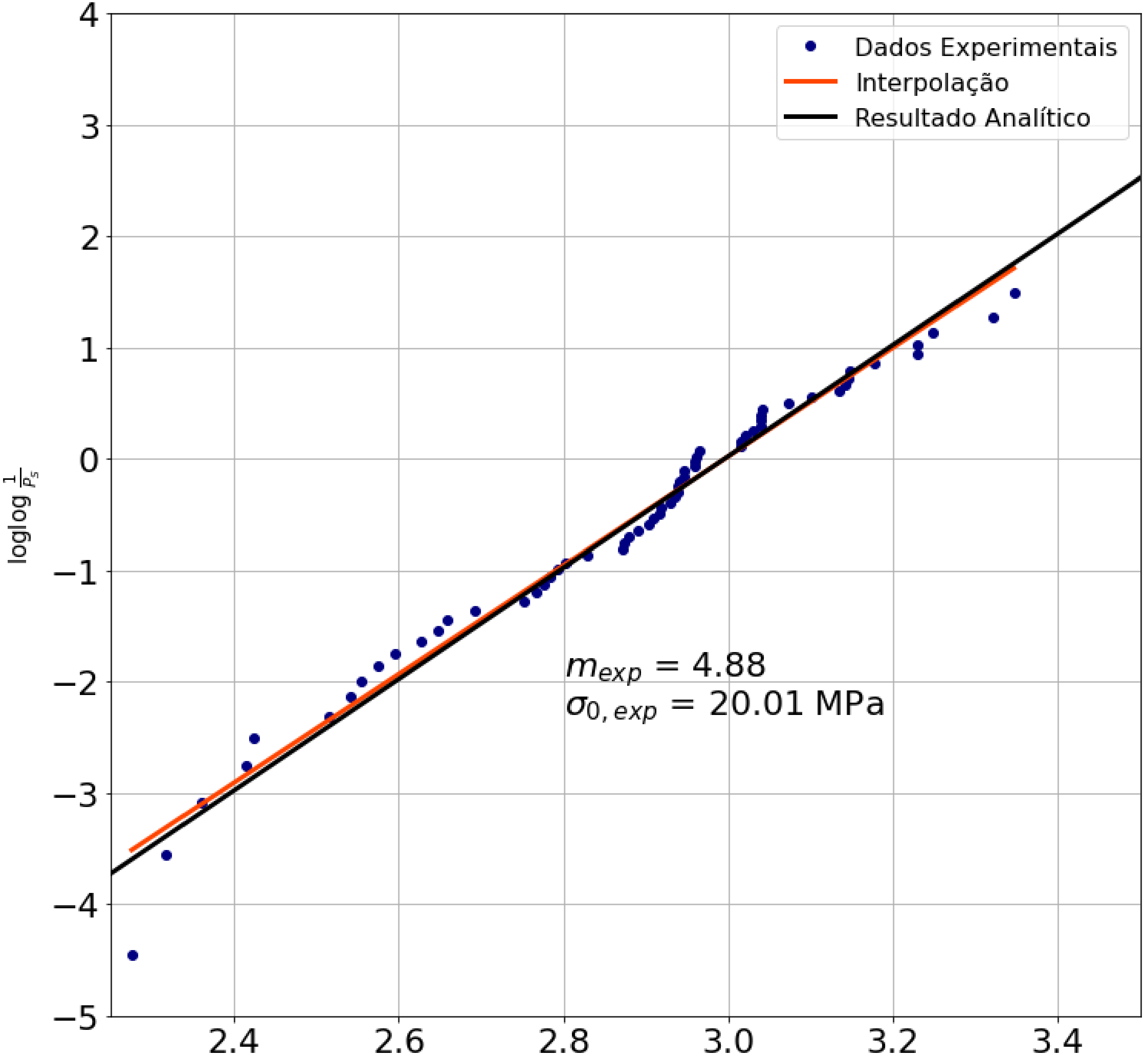
	σ_f [MPa]	Rank, i
Amostra		
56	18.812591	31
2	18.897185	32
29	18.910666	33
42	18.929410	34
50	19.029478	35
23	19.032135	36
52	19.300590	37
15	19.301580	38
22	19.334302	39
27	19.412334	40
1	20.381174	41
0	20.404805	42
8	20.526193	43
21	20.702242	44
7	20.891709	45
53	20.912089	46
57	20.913947	47
10	20.945455	48
54	21.630706	49
32	22.215671	50
25	22.976042	51
35	23.171101	52
6	23.257967	53
4	23.304209	54
24	23.992984	55
58	25.285670	56
47	25.302565	57
48	25.766631	58
28	27.720754	59
5	28.416984	60

É possível estimar P_f a partir do rank i seguindo a Equação abaixo:

Como Obter os Parâmetros de Weibull?

	σ_f [MPa]	Rank, i	P_s	$\ln\ln(\frac{1}{P_s})$	$\ln(\sigma_f)$
Amostra					
3	9.735469	1	0.988411	-4.451841	2.275776
14	10.156568	2	0.971854	-3.556120	2.318121
37	10.596648	3	0.955298	-3.084959	2.360538
20	11.177118	4	0.938742	-2.761215	2.413869
18	11.297920	5	0.922185	-2.513196	2.424619
11	12.373618	6	0.905629	-2.311370	2.515567
26	12.685315	7	0.889073	-2.140669	2.540445
41	12.856138	8	0.872517	-1.992357	2.553821
36	13.123990	9	0.855960	-1.860908	2.574442
31	13.398000	10	0.839404	-1.742608	2.595105
40	13.830346	11	0.822848	-1.634837	2.626865
43	14.129390	12	0.806291	-1.535676	2.648257
45	14.292122	13	0.789735	-1.443679	2.659708
46	14.776476	14	0.773179	-1.357727	2.693036
51	15.680701	15	0.756623	-1.276935	2.752431
12	15.925599	16	0.740066	-1.200593	2.767928
55	16.074016	17	0.723510	-1.128120	2.777204
33	16.168426	18	0.706954	-1.059035	2.783060
59	16.332315	19	0.690397	-0.992934	2.793146
16	16.493642	20	0.673841	-0.929475	2.802975
9	16.910206	21	0.657285	-0.868363	2.827917
38	17.655132	22	0.640728	-0.809345	2.871026
19	17.707203	23	0.624172	-0.752199	2.873971
30	17.801283	24	0.607616	-0.696729	2.879271
49	18.008813	25	0.591060	-0.642761	2.890861
44	18.221944	26	0.574503	-0.590140	2.902627
39	18.325224	27	0.557947	-0.538726	2.908278
34	18.488069	28	0.541391	-0.488389	2.917126
17	18.496924	29	0.524834	-0.439013	2.917604
13	18.732320	30	0.508278	-0.390488	2.930250
56	18.812591	31	0.491722	-0.342713	2.934526

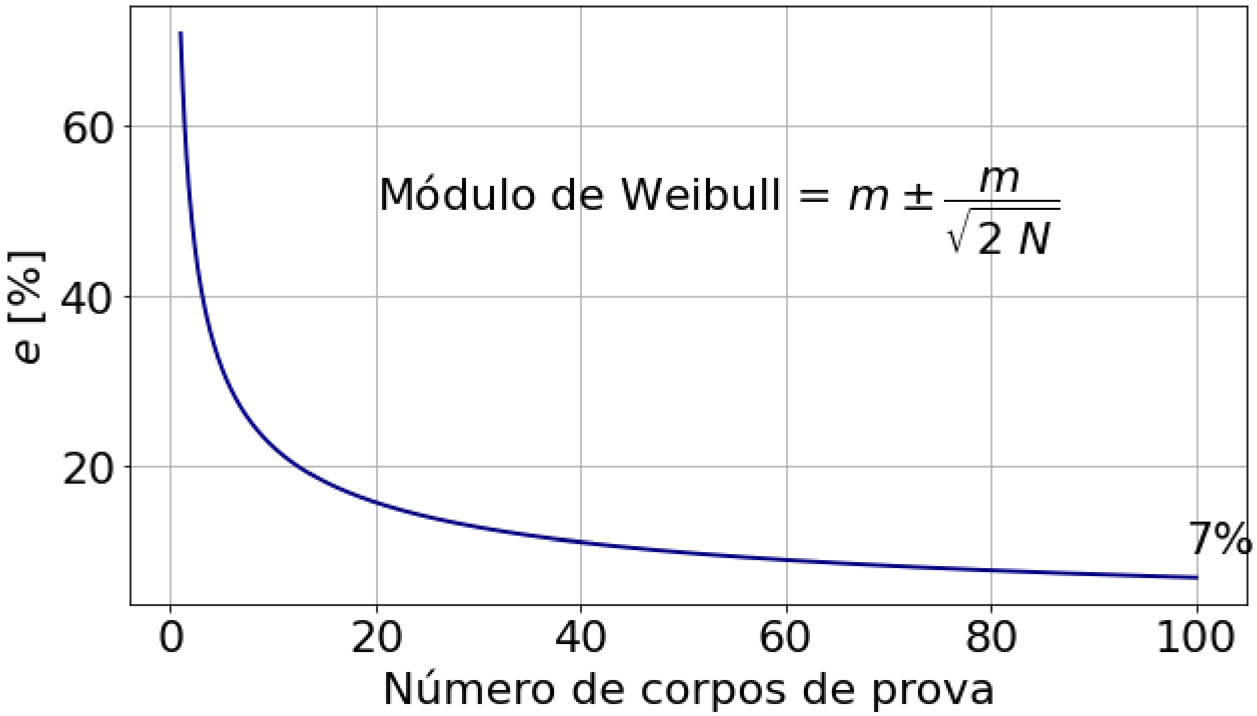
	σ_f [MPa]	Rank, i	P_s	$\ln\ln(\frac{1}{P_s})$	$\ln(\sigma_f)$
Amostra					
2	18.897185	32	0.475166	-0.295591	2.939013
29	18.910666	33	0.458609	-0.249030	2.939726
42	18.929410	34	0.442053	-0.202942	2.940717
50	19.029478	35	0.425497	-0.157241	2.945989
23	19.032135	36	0.408940	-0.111842	2.946129
52	19.300590	37	0.392384	-0.066659	2.960136
15	19.301580	38	0.375828	-0.021608	2.960187
22	19.334302	39	0.359272	0.023401	2.961881
27	19.412334	40	0.342715	0.068458	2.965909
1	20.381174	41	0.326159	0.113659	3.014612
0	20.404805	42	0.309603	0.159109	3.015770
8	20.526193	43	0.293046	0.204918	3.021702
21	20.702242	44	0.276490	0.251210	3.030242
7	20.891709	45	0.259934	0.298124	3.039352
53	20.912089	46	0.243377	0.345815	3.040327
57	20.913947	47	0.226821	0.394467	3.040416
10	20.945455	48	0.210265	0.444293	3.041922
54	21.630706	49	0.193709	0.495550	3.074114
32	22.215671	50	0.177152	0.548552	3.100798
25	22.976042	51	0.160596	0.603695	3.134452
35	23.171101	52	0.144040	0.661484	3.142906
6	23.257967	53	0.127483	0.722594	3.146648
4	23.304209	54	0.110927	0.787949	3.148634
24	23.992984	55	0.094371	0.858883	3.177761
58	25.285670	56	0.077815	0.937436	3.230238
47	25.302565	57	0.061258	1.026993	3.230906
48	25.766631	58	0.044702	1.133895	3.249080
28	27.720754	59	0.028146	1.272667	3.322181
5	28.416984	60	0.011589	1.494625	3.346987



Dados Experimentais
Interpolação
Resultado Analítico
m_{exp} = 4.88
$\sigma_{0,\,exp}$ = 20.01 MPa
$\log\log\frac{1}{P_s}$
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
2.4
2.6
2.8
3.0
3.2
3.4

Alguns Comentários Sobre o Módulo de Weibull:

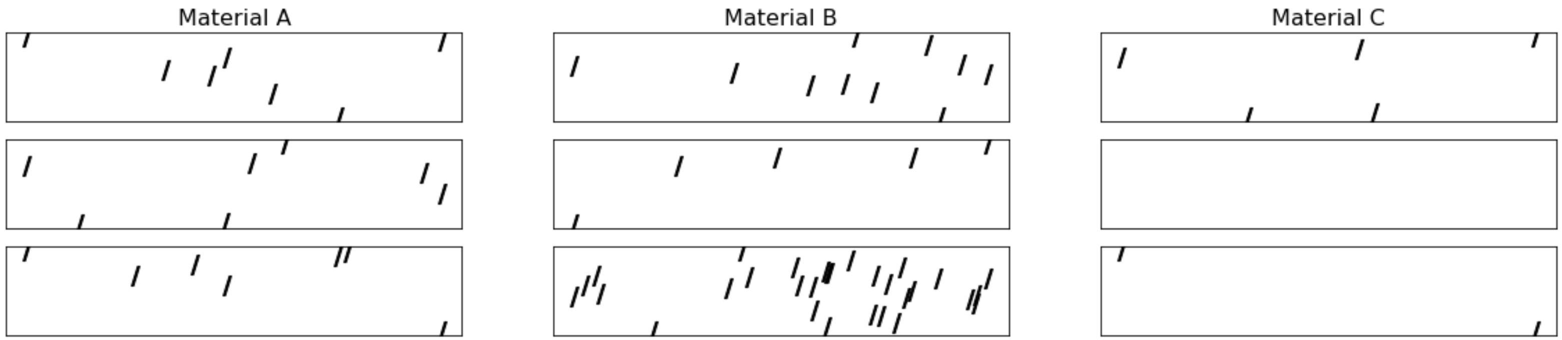
- Qual o número de corpos de prova que compõe uma amostra para se estimar o módulo?

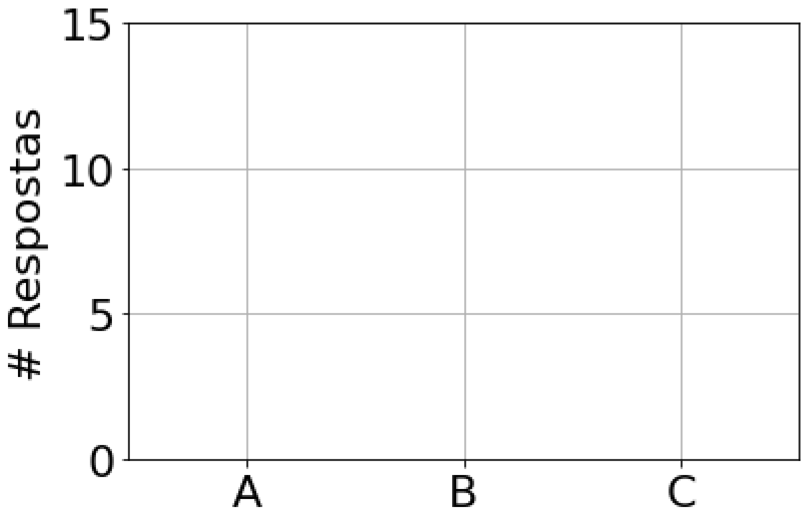


- O módulo de Weibull não está relacionado apenas ao material, mas é influenciado também pela repetibilidade dos CPs

- É necessário se atentar que o comportamento da amostra (de seguir uma distribuição de probabilidade de falha igual ao de Weibull) foi **ASSUMIDO** como sendo o comportamento real. Este caráter *fenomenológico* é uma das principais críticas à analise de Weibull

Qual Material Possui Maior m?





Observações Experimentais

Valores comuns de módulo de Weibull

Materiais Cerâmicos	Materiais Metálicos*	Materiais Poliméricos*
$5<m<15$	$100<m<500$	$50<m<150$

Exemplo da influência do processamento no módulo de Weibull

Concreto com Cimento Portland	Concreto com Cimento Portland + Dispersante
$m=3,5$	$m=20$

Observações Experimentais

O que acontece com o m quando uma amostra a verde é queimada?

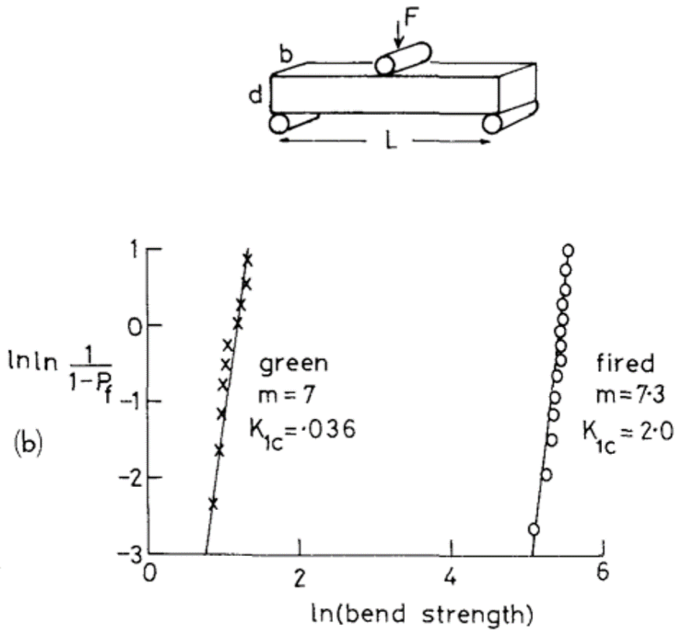


Figura 9: Kendall et al, Influence ot Toughness on Weibull modulus of Ceramics. Efeito da queima no módulo de Weibull.

Materiais de maior tenacidade a fratura possuem a fama de ser mais confiáveis. Por que?

Efeito dos danos ao longo do tempo de vida do material alteram o módulo de Weibull, especialmente para aqueles materiais onde tais danos ocorrem de maneira mais fácil (menor tenacidade).

Considerações Finais

- O comportamento mecânico dos materiais é sucetível a diversas fontes de variabilidade (até mesmo erros de medida!)

- Representações matemáticas podem descrever este comportamento (médias, desvios, distribuições estatísticas)

- A probabilidade de falha de um material pode ser descrita por tais distribuições

- Em sua derivação, conceitos clássicos como a teoria do elo mais fraco geraram *insights* de grande importância como o efeito do volume e do ensaio

- O módulo de Weibull descreve a variabilidade de um determinado conjunto de amsotras e serve para:
    - Poder comparar materiais distintos
    - Converter resultados entre corpos de prova de diferentes dimensões e de ensaios distintos