

# **Linguagens Formais e Autômatos**

**Prof: Maurilio Martins Campano Júnior**

# Gramáticas

- Mecanismo gerador que permite definir formalmente uma linguagem
- Através de uma gramática pode-se gerar todas as sentenças da linguagem definida por ela
- Modelo muito aplicado na definição de linguagens computacionais

# Gramáticas

- Formalmente uma gramática é uma quádrupla:
  - $G = (V, T, P, S)$  onde:
    - $V$  é um conjunto de símbolos não-terminais (ou variáveis)
    - $T$  é um conjunto finito de símbolos terminais disjuntos de  $V$
    - $P$  é um conjunto finito de pares, denominados regras de produção tal que a primeira componente é a palavra de  $(VUT)^+$  e a segunda componente é a palavra  $(V \cup T)^*$
    - $S$  é um elemento de  $V$ , denominado símbolo inicial, ou símbolo de partida

# Gramáticas

- Os símbolos de  $T$  equivalem aqueles que aparecem nos programas de uma linguagem de programação. É o alfabeto em cima do qual a linguagem é definida;
- Os elementos de  $V$  são símbolos auxiliares que são criados para permitir a definição das regras da linguagem. Eles correspondem à “categorias sintáticas” da linguagem definida:
  - Português: sentença, predicado, verbo, ...;
  - Pascal: programa, bloco, procedimento, ...;

# Gramáticas

- Uma regra de produção  $(\alpha, \beta)$  é representada por  $\alpha \rightarrow \beta$
- As regras de produção definem as condições de geração das sentenças
- A aplicação de uma regra de produção é denominada derivação
- Uma regra  $\alpha \rightarrow \beta$  indica que  $\alpha$  pode ser substituída por  $\beta$  sempre que  $\alpha$  aparecer
- Enquanto houver símbolo não-terminal na cadeia em derivação, esta derivação não terá terminado

# Gramáticas

- O símbolo inicial é o símbolo através do qual deve iniciar o processo de derivação de uma sentença
- Observações:
  - $V \cap T = \emptyset$
  - Os elementos de  $T$  são os Terminais. Procuraremos representá-los por letras minúsculas (a, b, c, d, ...)
  - Os elementos de  $V$  são os não-terminais. Procuraremos representá-los por letras maiúsculas (A, B, C, D, ...)
  - As cadeias mistas, isto é, aquelas que contém símbolos de  $V$  e símbolos de  $T$  serão representadas por letras gregas ( $\alpha$ ,  $\beta$ , ...)

# Gramáticas

- Exemplo:
  - $G1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ , onde:
    - $P = \{$ 
      - 1)  $S \rightarrow AB$
      - 2)  $A \rightarrow a$
      - 3)  $B \rightarrow b$ $\}$
- Quais as cadeias terminais geradas por esta gramática?
- Qual a linguagem gerada pela gramática  $G1$ ?
  - $L(G1) = ?$

# Gramáticas

- Exemplo:
  - $G1 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ , onde:
    - $P = \{$ 
      - 1)  $S \rightarrow AB$
      - 2)  $A \rightarrow a$
      - 3)  $B \rightarrow b$ $\}$
- Quais as cadeias terminais geradas por esta gramática?
- Qual a linguagem gerada pela gramática  $G1$ ?
  - $L(G1) = \{ab\}$



# Gramáticas

- Exemplo:
  - $G2 = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, P, A)$ , onde:
    - $P = \{$ 
      - 1)  $A \rightarrow aB$
      - 2)  $B \rightarrow bB$
      - 3)  $B \rightarrow c\}$
- Quais as cadeias terminais geradas por esta gramática?
- Qual a linguagem gerada pela gramática  $G2$ ?
  - $L(G2) = ?$

# Gramáticas

- Exemplo:
  - $G2 = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, P, A)$ , onde:
    - $P = \{$ 
      - 1)  $A \rightarrow aB$
      - 2)  $B \rightarrow bB$
      - 3)  $B \rightarrow c$ $\}$
- Quais as cadeias terminais geradas por esta gramática?
- Qual a linguagem gerada pela gramática  $G2$ ?
  - $L(G2) = \{ab^n c \mid n \geq 0\}$

# Gramáticas

- Exemplo:
  - $G3 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ , onde:
    - $P = \{$ 
      - 1)  $S \rightarrow A$
      - 2)  $A \rightarrow BaC$
      - 3)  $B \rightarrow bB$
      - 4)  $B \rightarrow b$
      - 5)  $C \rightarrow cC$
      - 6)  $C \rightarrow c$ $\}$
- Quais as cadeias terminais geradas por esta gramática?
- Qual a linguagem gerada pela gramática  $G3$ ?
  - $L(G2) = ?$

# Gramáticas

- Exemplo:
  - $G3 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ , onde:
    - $P = \{$ 
      - 1)  $S \rightarrow A$
      - 2)  $A \rightarrow BaC$
      - 3)  $B \rightarrow bB$
      - 4)  $B \rightarrow b$
      - 5)  $C \rightarrow cC$
      - 6)  $C \rightarrow c$ $\}$
- Quais as cadeias terminais geradas por esta gramática?
- Qual a linguagem gerada pela gramática  $G3$ ?
  - $L(G2) = \{b^m a c^n \mid m, n \geq 1\}$

# Gramáticas

- G4 (subconjunto da língua portuguesa)
  - $V = \{\text{Sentença, Sn, Sv, Artigo, Verbo, Substantivo, Complemento}\}$
  - $T = \{\text{peixe, isca, mordeu, o, a}\}$
  - $P = \{$ 
    - 1)  $\text{Sentença} \rightarrow \text{Sn Sv}$
    - 2)  $\text{Sn} \rightarrow \text{Artigo Substantivo}$
    - 3)  $\text{Sv} \rightarrow \text{Verbo Complemento}$
    - 4)  $\text{Complemento} \rightarrow \text{Artigo Substantivo}$
    - 5)  $\text{Artigo} \rightarrow \text{o}$
    - 6)  $\text{Artigo} \rightarrow \text{a}$
    - 7)  $\text{Substantivo} \rightarrow \text{peixe}$
    - 8)  $\text{Substantivo} \rightarrow \text{isca}$
    - 9)  $\text{Verbo} \rightarrow \text{mordeu}$ $\}$
  - $S = \text{Sentença}$

# Gramáticas

- G5 - Eliminando os problemas de concordância de gênero
  - $V = \{\text{Sentença, Sn, Sv, ArtigoF, ArtigoM, Verbo, SubstantivoF, SubstantivoM, Complemento}\}$
  - $T = \{\text{peixe, isca, mordeu, o, a}\}$
  - $P = \{$ 
    - 1)  $\text{Sentença} \rightarrow \text{Sn Sv}$
    - 2)  $\text{Sn} \rightarrow \text{ArtigoF SubstantivoF}$
    - 3)  $\text{Sn} \rightarrow \text{ArtigoM SubstantivoM}$
    - 4)  $\text{Sv} \rightarrow \text{Verbo Complemento}$
    - 5)  $\text{Complemento} \rightarrow \text{ArtigoF SubstantivoF}$
    - 6)  $\text{Complemento} \rightarrow \text{ArtigoM SubstantivoM}$
    - 7)  $\text{ArtigoF} \rightarrow \text{a}$
    - 8)  $\text{ArtigoM} \rightarrow \text{o}$
    - 9)  $\text{SubstantivoF} \rightarrow \text{isca}$
    - 10)  $\text{SubstantivoM} \rightarrow \text{peixe}$
    - 11)  $\text{Verbo} \rightarrow \text{mordeu}$ $\}$
  - $S = \text{Sentença}$

# Gramáticas

- Geração direta ( $\Rightarrow$ ):
- Considere  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in (V \cup T)^*$ 
  - Uma cadeia  $\alpha\gamma\beta$  gera diretamente ( $\Rightarrow$ ) uma cadeia  $\alpha\delta\beta$  sse:
    - $\gamma \rightarrow \delta \in P$
- Geração ( $\Rightarrow^*$ ):
- Considere  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in (V \cup T)^*$ 
  - Uma cadeia  $\alpha$  gera ( $\Rightarrow^*$ ) uma cadeia  $\beta$  sse:
    - $\exists \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  tal que
    - $\alpha \Rightarrow \gamma_1 \Rightarrow \gamma_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \gamma_n \Rightarrow \beta$   $n \geq 0$

# Gramáticas

- Definições:
  - Forma sentencial: uma cadeia  $\alpha \in (V \cup T)^*$  é uma forma sentencial de uma gramática sse  $S \Rightarrow^* \alpha$ , ou seja,  $\alpha$  é um “embrião” para alguma sentença gerada pela gramática, ou a própria sentença.
  - Sentença: uma forma sentencial  $\alpha$ , é uma sentença de  $G$  sse  $\alpha \in T^*$ . Portanto, as cadeias terminais geradas pela gramática são as sentenças de  $G$ .



# Gramáticas

- Exercícios:
  - Faça a gramática para as seguintes linguagens regulares:
    - $G_1 = \{b (ab)^n b \mid n \geq 0\}$

# Gramáticas

- Exercícios:
  - Faça a gramática para as seguintes linguagens regulares:
    - $G_1 = \{b (ab)^n b \mid n \geq 0\}$
    - $G1 = \{\{S, A\}, \{a,b\}, P, S\}$ , onde:
      - $P = \{1) S \rightarrow bA$
      - $2) A \rightarrow abA$
      - $3) A \rightarrow b$

# Gramáticas

- Exercícios:
  - Faça a gramática para as seguintes linguagens regulares:
    - $G_2 = \{ba^nba \mid n \geq 0\}$

# Gramáticas

- Exercícios:
  - Faça a gramática para as seguintes linguagens regulares:
    - $G_2 = \{ba^nba \mid n \geq 0\}$
    - $G_2 = \{\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S\}$ , onde:
      - $P = \{1) S \rightarrow bA$
      - $2) A \rightarrow aA$
      - $3) A \rightarrow ba$