

Linguagens Formais e Autômatos

Prof: Maurilio Martins Campano Júnior

Formas Normais

- Suponha uma GLC = (V, T, P, S) , onde P é formada de acordo com as seguintes regras (suponha que A, B, C são variáveis de V e a é terminal de T):
 - Forma Normal de Chomsky
 - $A \rightarrow BC$
 - $A \rightarrow a$
 - Forma Normal de Greibach
 - $A \rightarrow a\alpha$

Forma Normal de Chomsky

- Uma $GLC = (V, T, P, S)$, é dita estar na Forma normal de Chomsky se todas as suas produções são da forma (suponha que A, B, C são variáveis de V e a é terminal de T):
 - $A \rightarrow BC$
 - ou
 - $A \rightarrow a$
- Portanto, a palavra vazia não pertence à linguagem gerada por uma gramática na FNC

Forma Normal de Chomsky

- O algoritmo para transformar uma GLC qualquer (que não possua a palavra vazia na linguagem), em uma gramática na FNC é dividido em três etapas:
 - Etapa 1: simplificação da gramática
 - Etapa 2: transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois
 - Etapa 3: transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três, em produções com exatamente duas variáveis

Forma Normal de Chomsky

- O algoritmo para transformar uma GLC qualquer (que não possua a palavra vazia na linguagem), em uma gramática na FNC é dividido em três etapas:
 - **Etapas 1:** simplificação da gramática
 - Simplifica a gramática, excluindo as produções vazias (como a linguagem não possui a palavra vazia, todas as produções da forma $A \rightarrow \lambda$ podem ser excluídas, produções da forma $A \rightarrow B$ (se o lado direito de alguma produção tiver somente um símbolo, este será terminal) e, opcionalmente, os símbolos inúteis

Forma Normal de Chomsky

- O algoritmo para transformar uma GLC qualquer (que não possua a palavra vazia na linguagem), em uma gramática na FNC é dividido em três etapas:
- **Etapa 2:** transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois
 - Garante que o lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois é composto exclusivamente por variáveis. A exclusão de um terminal a pode ser realizada, substituindo-se este por uma variável intermediária C_a e incluindo a produção $C_a \rightarrow a$

Forma Normal de Chomsky

- O algoritmo para transformar uma GLC qualquer (que não possua a palavra vazia na linguagem), em uma gramática na FNC é dividido em três etapas:
- **Etapa 3:** transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três, em produções com exatamente duas variáveis
 - Garante que o lado direito das produções de comprimento maior do que um é composto exatamente por duas variáveis. Após a execução da etapa acima, o lado direito das produções da forma $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ ($n \geq 2$) é composto exclusivamente por variáveis. Portanto, para concluir a transformação, é suficiente garantir que o lado direito é composto por exatamente duas variáveis. Isto é possível, gerando-se $B_1 B_2 \dots B_n$ em diversas etapas, e usando-se variáveis intermediárias

Forma Normal de Chomsky - Algoritmo

- Seja $G = (V, T, P, S)$ uma GLC, tal que $\lambda \notin \text{Linguagem}(G)$. O algoritmo para transformar na FNC é como segue:
 - **Etapa 1:** Simplificação da gramática.
 - **Etapa 2:** transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois
 - **Etapa 3:** transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três, em produções com exatamente duas variáveis

Forma Normal de Chomsky - Algoritmo

- **Etapa 1:** Simplificação da gramática. As seguintes simplificações:
 - Produções vazias
 - Produções que substituem variáveis
 - Símbolos inúteis (opcional)

devem ser realizadas usando os algoritmos de simplificação descritos anteriormente, resultando na gramática:

- $G_1 = (V_1, T_1, P_1, S)$

Forma Normal de Chomsky - Algoritmo

- **Etapa 2:** transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a dois
 - A gramática resultante desta etapa é:
 - $G_2 = (V_2, T_1, P_2, S)$
na qual V_2 e P_2 são construídos conforme o algoritmo
apresentado abaixo (para cada variável a , suponha $C_a \notin V_2$)

$$V_2 = V_1$$

$$P_2 = P_1$$

para toda $A \rightarrow X_1 X_2 X_n \in P_2$ tal que $n \geq 2$

faça se para $r \in \{1, \dots, n\}$, X_r é um símbolo terminal
então (suponha $X_r = a$)

$$V_2 = V_2 \cup \{C_a\}$$

substitui a por C_a em $A \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n \in P_2$

$$P_2 = P_2 \cup \{C_a \rightarrow a\}$$

Forma Normal de Chomsky - Algoritmo

- **Etapa 3:** transformação do lado direito das produções de comprimento maior ou igual a três, em produções com exatamente duas variáveis
 - A gramática resultante desta etapa é:
 - $G_3 = (V_3, T_1, P_3, S)$
na qual V_3 e P_3 são construídos conforme o algoritmo
apresentado abaixo (a cada ciclo, suponha $D_1 \notin V_3, \dots, D_{n-2} \notin V_3$)

$$V_3 = V_2$$

$$P_3 = P_2$$

para toda $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n \in P_3$ tal que $n \geq 3$

faça $P_3 = P_3 - \{A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n\}$

$$V_3 = V_3 \cup \{D_1, \dots, D_{n-2}\}$$

$$P_3 = P_3 \cup \{A \rightarrow B_1 D_1, D_1 \rightarrow B_2 D_2, \dots, D_{n-3} \rightarrow B_{n-2} D_{n-2}, D_{n-2} \rightarrow B_{n-1} B_n\}$$

Forma Normal de Chomsky - Exemplo

- Considere a seguinte GLC = (V, T, P, E), na qual:
 - $V = \{E\}$
 - $T = \{+, *, [,], x\}$
 - $P = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$

Forma Normal de Chomsky - Exemplo

- Considere a seguinte GLC = (V, T, P, E), na qual:
 - $V = \{E\}$
 - $T = \{+, *, [,], x\}$
 - $P = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$
- **Etapas 1:** a gramática já se encontra simplificada

Forma Normal de Chomsky - Exemplo

- Considere a seguinte GLC = (V, T, P, E), na qual:
 - $V = \{E\}$
 - $T = \{+, *, [,], x\}$
 - $P = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$
- **Etapla 2:** excetuando-se a produção $E \rightarrow x$, as demais devem ser substituídas como segue:
 - $E \rightarrow EC_+E \mid EC_*E \mid C_[EC_]$
 - $C_+ \rightarrow +$
 - $C_* \rightarrow *$
 - $C_[] \rightarrow [$
 - $C_] \rightarrow]$

Forma Normal de Chomsky - Exemplo

- Considere a seguinte GLC = (V, T, P, E), na qual:

- $V = \{E\}$
- $T = \{+, *, [,], x\}$
- $P = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$

- **Etapla 3:** as produções:

- $E \rightarrow EC_+E \mid EC_*E \mid C_+[EC_]$

devem ser substituídas como segue

- $E \rightarrow ED_1 \mid ED_2 \mid C_+[D_3]$
- $D_1 \rightarrow C_+E$
- $D_2 \rightarrow C_*E$
- $D_3 \rightarrow EC_]$

Forma Normal de Chomsky - Exemplo

- Considere a seguinte GLC = (V, T, P, E), na qual:
 - $V = \{E\}$
 - $T = \{+, *, [,], x\}$
 - $P = \{E \rightarrow E + E \mid E * E \mid [E] \mid x\}$
- **A gramática resultante, na FNC, é a seguinte:**
 - $GFNC = (\{E, C_+, C_*, C[, C], D_1, D_2, D_3\}, \{+, *, [,], x\}, P_{FNC}, E)$, onde:
 - $P_{FNC} = \{E \rightarrow ED_1 \mid ED_2 \mid C_[]D_3 \mid x$

$$\begin{aligned} &D_1 \rightarrow C_+E \\ &D_2 \rightarrow C_*E \\ &D_3 \rightarrow EC_[] \\ &C_+ \rightarrow + \\ &C_* \rightarrow * \\ &C_[] \rightarrow [\\ &C_[] \rightarrow] \end{aligned}$$

$$\}$$

Forma Normal de Chomsky - Exercícios

- Simplifique as seguintes GLC e coloque na FNC

a) Seja uma GLC, $G = (\{L, S, E\}, \{a, (,)\}, R, L)$, onde R :

$$L \rightarrow (S)$$

$$S \rightarrow SE \mid \lambda$$

$$E \rightarrow a \mid L$$

$$L \rightarrow AX \mid AB$$

$$S \rightarrow SE \mid a \mid AX \mid AB$$

$$E \rightarrow a \mid AX \mid AB$$

$$X \rightarrow SB$$

$$A \rightarrow ($$

$$B \rightarrow)$$

Forma Normal de Chomsky - Exercícios

- Simplifique as seguintes GLC e coloque na FNC

b) $P \rightarrow ABa \mid b$

$$A \rightarrow aA \mid B$$

$$B \rightarrow bA \mid \lambda$$

$$P \rightarrow AZ \mid BX \mid AX \mid a \mid b$$

$$A \rightarrow XA \mid YA \mid a$$

$$B \rightarrow YA$$

$$Z \rightarrow BX$$

$$X \rightarrow a$$

$$Y \rightarrow b$$

Exercícios

- Simplifique as seguintes GLC e coloque na FNC

a) $S \rightarrow AB \mid SCB$

$$A \rightarrow aA \mid C$$

$$B \rightarrow bB \mid b$$

$$C \rightarrow cC \mid \lambda$$

b) $S \rightarrow aAd \mid A$

$$A \rightarrow Bc \mid \lambda$$

$$B \rightarrow Ac \mid a$$

Exercícios

- Simplifique as seguintes GLC e coloque na FNC

c) $S \rightarrow A \mid B \mid ABS$

$$A \rightarrow aA \mid \lambda$$

$$B \rightarrow aBA b \mid \lambda$$

d) $S \rightarrow AB \mid CSB$

$$A \rightarrow aB \mid C$$

$$B \rightarrow bbB \mid b$$

Exercícios

- Simplifique as seguintes GLC e coloque na FNC

e) $S \rightarrow A \mid ABa \mid AbA$

$$A \rightarrow Aa \mid \lambda$$

$$B \rightarrow Bb \mid BC$$

$$C \rightarrow CB \mid CA \mid bB$$

f) $S \rightarrow AB \mid BCS$

$$A \rightarrow aA \mid C$$

$$B \rightarrow bbB \mid b$$

$$C \rightarrow cC \mid \lambda$$

Exercícios

- Simplifique as seguintes GLC e coloque na FNC

g) $S \rightarrow aAd \mid A \mid \lambda$

$$A \rightarrow Bc \mid c$$

$$B \rightarrow Ac$$