***! 习题5.1.5** 设$T = \{0, 1, (,), +, *, \phi, e\}$，可以把$T$看作字母表为$\{0, 1\}$的正则表达式所使用的符号的集合，惟一的不同是用$e$来表示符号$\varepsilon$，目的是为了避免有可能出现的混淆。你的任务是以$T$为终结符号集合来设计一个CFG，该CFG生成的语言恰好是字母表为$\{0, 1\}$的正则表达式。

$G = (\{S\}, T, P, S)$

P: $S \to e$　　$S \to S^*$

$S \to 0$　　$S \to \phi$

$S \to 1$

$S \to S+S$

$S \to (S)$

! 习题5.2.2 假设G是一个CFG，并且它的任何一个产生式的右边都不是ε。如果w在$L(G)$中，w的长度是n，w有一个m步完成的推导，证明w有一个包含$n+m$个节点的分析树。

∵ w的长度为n 且不生成ε的叶子结点

∴ 叶子结点的个数为n

∴ 即证明包含一个内部节点为m个的分析树

推导和内部节点一一对应 (定义6.4的第4点)

∴ 内部节点为m

故得证

！**习题5.2.3** 假设在习题5.2.2中除了G中可能有右端为ε的产生式外其他所有的条件都满足，证明此时w（w不是ε）的语法分析树有可能包含$n+2m-1$个节点，但不可能更多。

∵ w的长度为n

∴ 语法分析树非ε的个数为n

∵ 推导为m步

∴ 语法分析~~树~~树的内部结点为m个

∵ 可能产生ε

∴ 每个内部节点都可能有一个ε叶子结点

∵ $w \neq \varepsilon$

∴ 根节点不存在ε叶子节点

∴ 总结点数 = 非ε叶子结点 + 内部节点 + ε叶子结点最大值

即最大结点数为$n+2m-1$

故得证

习题5.4.7 下面的文法生成的是具有x和y操作数、二元运算符+、−和*的前缀表达式：

$$E \to +EE \mid * EE \mid -EE \mid x \mid y$$

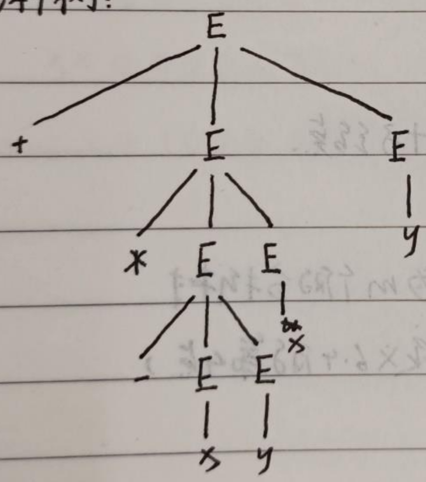
a) 找到串+*-xyxy的最左推导、最右推导和一棵语法分析树。

！b) 证明这个文法是无歧义的。

a)

最左派生：	最右派生：
$E \Rightarrow +EE$	$E \Rightarrow +EE$
$\Rightarrow +*EEE$	$\Rightarrow +Ey$
$\Rightarrow +*-EEEE$	$\Rightarrow +*EEy$
$\Rightarrow +*-xEEE$	$\Rightarrow +*Exy$
$\Rightarrow +*-xyEE$	$\Rightarrow +*-EExy$
$\Rightarrow +*-xyxE$	$\Rightarrow +*-Eyxy$
$\Rightarrow +*-xyxy$	$\Rightarrow +*-xyxy$

语法分析树：



b)

对于一个特定的前缀表达式w，其向前推导是唯一的，即知道表达式去构造出的分析树是唯一的

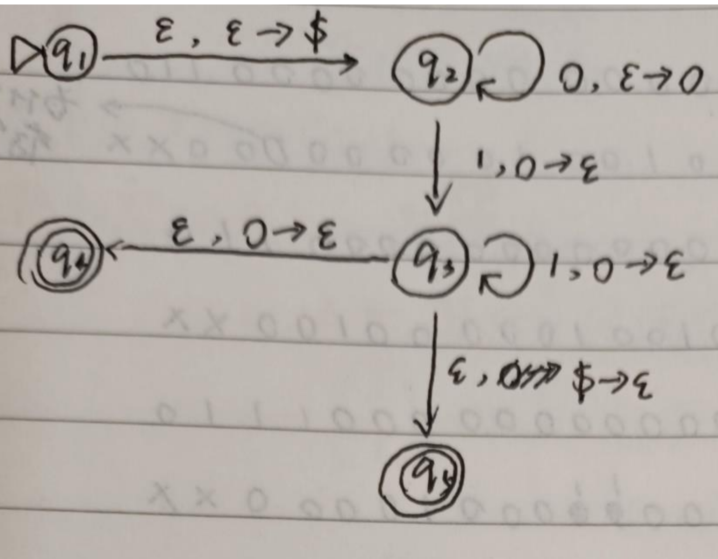
1.对于下列语言，分别构造接受它们的PDA：

1)$\{0^n1^m | n \geq m \geq 1\}$

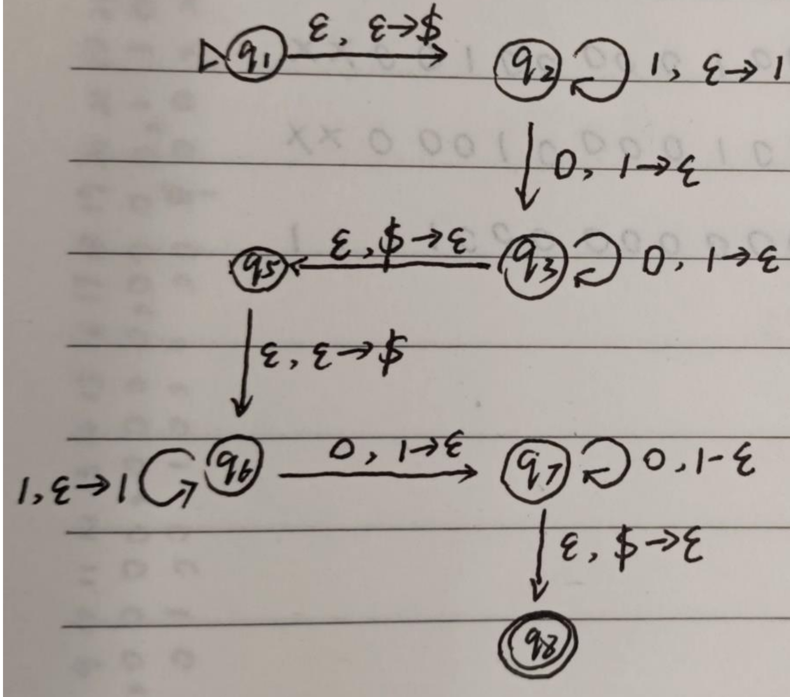
2)$\{1^n0^n1^m0^m | n,m \geq 1\}$

3)含有0的个数和1的个数相同的所有0，1串

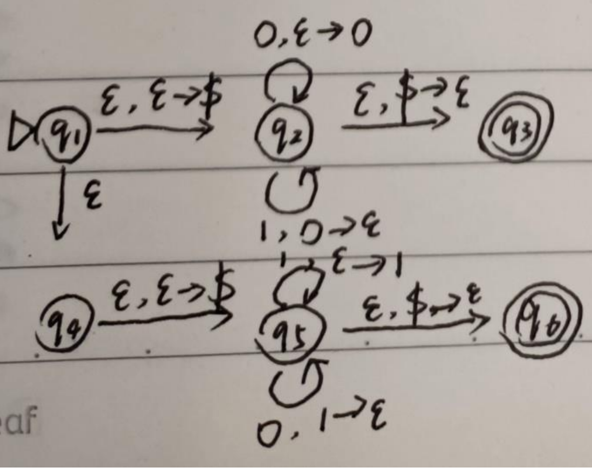
1)


q1
ε, ε → $
q2
0, ε → 0
1, 0 → ε
q3
1, 0 → ε
ε, 0 → ε
q4
ε, $ → ε
q5

2)


q1
ε, ε → $
q2
1, ε → 1
0, 1 → ε
q3
0, 1 → ε
ε, $ → ε
q5
ε, ε → $
q6
1, ε → 1
0, 1 → ε
q7
0, 1 → ε
ε, $ → ε
q8

3)


q1
ε, ε → $
0, ε → 0
q2
ε, $ → ε
q3
1, 0 → ε
ε
q4
ε, ε → $
1, ε → 1
q5
ε, $ → ε
q6
0, 1 → ε

2.构造一个PDA，使它等价于下列文法：

S→aAA, A→aS|bS|a