

**Математические методы анализа
финансовых инвестиций**

Куляшова Н. М., к. ф-м. н. доцент

Карпюк И. А., к. пед. н., доцент

*ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Мордовский государственный
университет им. Н. П. Огарёва»*

e-mail.ru: kafivt@mail.ru

Российская Федерация, Саранск

Аннотация. Статья посвящена вопросам применения методов математического программирования для формирования оптимального портфеля ценных бумаг. На конкретном примере рассмотрена оптимизация дохода от вложения средств в различные ценные бумаги с минимальным риском после их распродажи.

Ключевые слова: математическое программирование; оптимизация; портфель ценных бумаг; риск; ожидаемая доходность.

**MATHEMATICAL METHODS FOR ANALYZING
FINANCIAL INVESTMENTS**

Kulyashova N. M., Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor

Karpyuk I. A., Ph.D. (Pedagogy), Associate Professor

National Research Mordovia State University

e-mail.ru: kafivt@mail.ru

Russia, Saransk

Abstract: The article is devoted to the application of mathematical programming methods to form the optimal portfolio of securities. On a concrete example optimization of the income from investment of means in various securities with the minimum risk after their sale is considered.

Keywords: mathematical programming; optimization; portfolio of securities; risk; expected profitability.

Математические модели и методы в чистом виде на российском фондовом рынке используются достаточно редко, что объясняется наличием большого числа факторов, влияющих на его состояние. Формирование портфеля ценных бумаг включает определение набора конкретных активов для вложения средств, а также пропорций распределения инвестируемого капитала между активами, что априори предполагает использование математического аппарата.

Проблемы оценки инвестиционной эффективности различных инвестиционных решений с привлечением математических алгоритмов основывается, прежде всего, на аппарате методов финансовой математики и математического программирования [2, с. 187].

Фундаментальные основы математического моделирования, применяемого для системного анализа финансово-экономических проблем, изложены в

работах Т. Барановской, Е. Голик, Д. Клиланд, Б. Руа, Т. Саати, У. Шарпа и др. Задаче оценки активов в условиях неопределенности посвящены работы Г. Марковица, Дж. Тобина, Р. Линтнера, Я. Мосина, М. Миллера, М. Шоулза, М. Рейнганэма, С. Росса, А. Гера, Р. Ролла и др. Значительный вклад в разработку методов моделирования финансово-экономических процессов с привлечением информационных технологий внесли С. Айвазян, Э. Берндт, В. Бухштабер, К. Доугерти и др. Внедрением методов экономико-математического моделирования в процессы принятия инвестиционных решений занимались Р. Беллман, Р. Кини, О. Ларичев, Дж. Нейман, В. Ногин, В. Парето, В. Подиновский, И. Черноруцкий и др.

Использование математических методов анализа эффективности финансовых инвестиций в условиях активного развития рынка ценных бумаг требует, в частности, решения задачи оптимизации портфеля ценных бумаг. Основы современной портфельной теории заложил в своих исследованиях Г. Марковиц. При описании портфеля для формализации понятий доходности и риска им впервые была построена математическая модель оптимального портфеля ценных бумаг и обоснована идея диверсификации при составлении портфеля для редуцирования финансового риска. Дальнейшее развитие портфельный анализ получил в работах Дж. Тобина, У. Шарпа, Р. Линтнера, Я. Мосина, Р. Ролла, С. Росса.

Одним из важных прикладных аспектов оптимизация работы с ценными бумагами является применение методов математического программирования [1], в том числе методов оптимизации нелинейной функции одной переменной. [2, с. 187].

Цель работы – рассмотреть задачу определения оптимального дохода от вложения средств в различные ценные бумаги с минимальным риском после их распродажи [3]. Алгоритм решения задачи формирования оптимального портфеля рассмотрим на примере.

Среди портфелей, которые состоят из двух рискованных активов $A(0,1; 0,1)$ и $B(0,2; 0,3)$ и безрискового актива $F(0; 0,09)$ найти портфель, имеющий минимальный риск при ожидаемой доходности 0,15, если коэффициент корреляции доходностей активов А и В равен 0,5.

Составим математическую модель задачи. Пусть $X = (x_0, x_1, x_2)$ – портфель ценных бумаг. Требуется минимизировать функцию риска

$$\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 r_{ij} \sigma_i \sigma_j x_i x_j = 0,01x_1^2 + 0,04x_2^2 + 0,02x_1x_2 \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 0,09x_0 + 0,1x_1 + 0,3x_2 = 0,15, \\ x_0 + x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

Выразим x_0 из последнего уравнения системы ограничений:

$x_0 = 1 - x_1 - x_2$, тогда задача примет вид: $0,01x_1^2 + 0,04x_2^2 + 0,02x_1x_2 \rightarrow \min$ при условии, что $0,01x_1 + 0,21x_2 = 0,06$.

Составим функцию Лагранжа

$$L(x_1, x_2, \lambda) = 0,01x_1^2 + 0,04x_2^2 + 0,02x_1x_2 + \lambda(0,01x_1 + 0,21x_2 - 0,06).$$

Необходимые условия оптимальности:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0,02x_1 + 0,02x_2 + 0,01\lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0,08x_2 + 0,02x_1 + 0,21\lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0,01x_1 + 0,21x_2 - 0,06 = 0. \end{cases}$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + \lambda = 0, \\ 2x_1 + 8x_2 + 21\lambda = 0, \\ x_1 + 21x_2 = 6. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{102}{403} \approx -0,25, \\ x_2 = \frac{120}{403} \approx 0,30. \end{cases}$$

Тогда $x_0 = 1 - x_1 - x_2 = 0,95$ и $X = (0,95, -0,25, 0,30)$.

Проверка: $0,09 \cdot 0,95 + 0,1 \cdot (-0,25) + 0,3 \cdot 0,30 \approx 0,15$.

Таким образом, риск портфеля, обеспечивающего ожидаемую доходность, составляет 0,05. При этом основную долю портфеля (95%) составляет безрисковый актив F, актив A берется в долг с обязательством последующего возврата.

В условиях быстроразвивающегося финансового рынка, появления новых финансовых инструментов, перехода к цифровой экономике возникает естественная необходимость их специального рассмотрения и разработки методики финансовых расчетов в области инвестиционного анализа, в том числе, и с применением информационных технологий и пакетов прикладных программ. Необоснованный выбор таких технологий, методик их применения и программного обеспечения может привести к различным, случайным результатам, что потребует доказательства их корректности.

Список литературы

1. Куляшова Н. М., Карпюк И. А. Математические методы и модели в экономике // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 26. – URL: <http://e-koncept.ru/2016/46933.htm>. – [Дата обращения 17.03.2018].
2. Куляшова Н. М., Карпюк И. А. Применение математической теории в экономической практике. – Вестник Мордовского государственного университета, 2014. – Т. 24 – № 4. С. 185-191.
3. Куляшова Н. М., Карпюк И. А. Нелинейная оптимизация в портфельном анализе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 17. – С. 277–281. – URL: <http://e-koncept.ru/2016/46233.htm>. – [Дата обращения 17.03.2018].