概率性度量

概率

概率基礎

概率定義：在相同的條件下，進行了n次試驗，在這n次試驗中，事件A發生的次數f_n稱為事件A發生的頻數，比值f_n/n稱為事件A發生的頻率，並記成$f_n(A)$

基本性質：

1) $0 \le f_n(A) \le 1$

2) $f_n(S)=1$；S為樣本空間

3) 若$A_1, A_2, \cdots, A_k$是兩兩互不相容的事件，則$f_n(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k)=f_n(A_1)+f_n(A_2)+\cdots+f_n(A_k)$

機率的定義： 設E為隨機試驗，S時間維它的一個樣本空間，對與E的每個事件A賦予一個實數，記為P(A)，稱為事件A的機率，如果集合函數P滿足下列條件

1) 非負性：對與每個事件A，有$P(A) \ge 0$；

2) 歸一性：對與必然事件S，有$P(S)=1$；

3) 可列可加性：$A_1, A_2, \cdots, A_k$是兩兩互不相容事件，即$A_i A_j = \varnothing,\ i \ne j$
$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_k)$

可以證明當n趨近[redacted]時，頻率f(A)在一定意義下接近的機率P(A)

貝葉斯

貝葉斯

定理：設試驗E的樣本空間為S。A為E的事件，$B_1, B_2, \cdots, B_n$為S的一個劃分，且$P(A)>0$，$P(B_i)>0\ (i=1,2,3,\ldots,n)$ 則

$$P(B_i|A)=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A|B_j)P(B_j)}$$

$$P(B_i|A)=\frac{P(A \text{ and } B_i)}{P(A)}=\frac{P(B_i \text{ and } A)}{P(A)}=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A)}$$

$$=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A|B_1)P(B_1)+P(A|\text{not } B_1)P(\text{not } B_1)}$$

隨機變量及其分佈

基本概念

試驗：在相同條件下，對某種現象或事物進行的觀察或實驗的過程

事件：試驗的結果叫事件

隨機變量及其分佈

隨機變量的定義

1. 隨機事件（A, B, C）
2. 必然事件（Ω）
3. 不可能事件（φ）

是否可以說：
樣本事件（基本事件）
樣本空間（樣本空間）（Ω）

隨機變量的分類

1. 離散型隨機變量
2. 連續型隨機變量

離散型隨機變量的分佈

0-1分佈

二項分佈

泊松分佈

連續型隨機變量的分佈

均勻分佈

指數分佈

正態分佈

多維隨機變量及其分佈

Conditional Probability

條件概率定義：設A，B是兩個事件且P(A)>0 稱

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$$

為在事件A發生的條件下事件B發生的條件概率

乘法定理：設P(A)>0，則有

$$P(AB)=P(B|A)\cdot P(A)$$

$$P(ABC)=P(C|AB)\cdot P(B|A)\cdot P(A)$$

互不相容和相互獨立是不能同時存在的

全概率公式：

定義：設S為試驗E的樣本空間，$B_1, B_2, \sim\sim B_n$為E的一組事件

1) $B_i B_j = \varnothing,\ i \ne j$

2) $B_1 \cup B_2 \cup \sim\sim \cup B_n = S$ 則稱$B_1, B_2, \sim\sim, B_n$為樣本空間S的一個劃分

定理：設S為試驗E的樣本空間，$B_1, B_2, \cdots, B_n$為S的一個劃分，且$P(B_i)>0\ (i=1,2,\cdots,n)$則

$$P(A)=P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\cdots+P(A|B_n)P(B_n)$$

貝葉斯公式

Bayesian formula

隨機變量及其分佈

隨機變量的定義

1. 隨機事件（A, B, C）
2. 必然事件（Ω）
3. 不可能事件（φ）

是否可以說：
樣本事件（隨機事件）
樣本空間（樣本空間）（Ω）

隨機變量的分類

1. 離散型隨機變量
2. 連續型隨機變量

離散型隨機變量的分佈

0-1分佈

二項分佈

泊松分佈

連續型隨機變量的分佈

均勻分佈

指數分佈

正態分佈

多維隨機變量及其分佈

中心極限定理